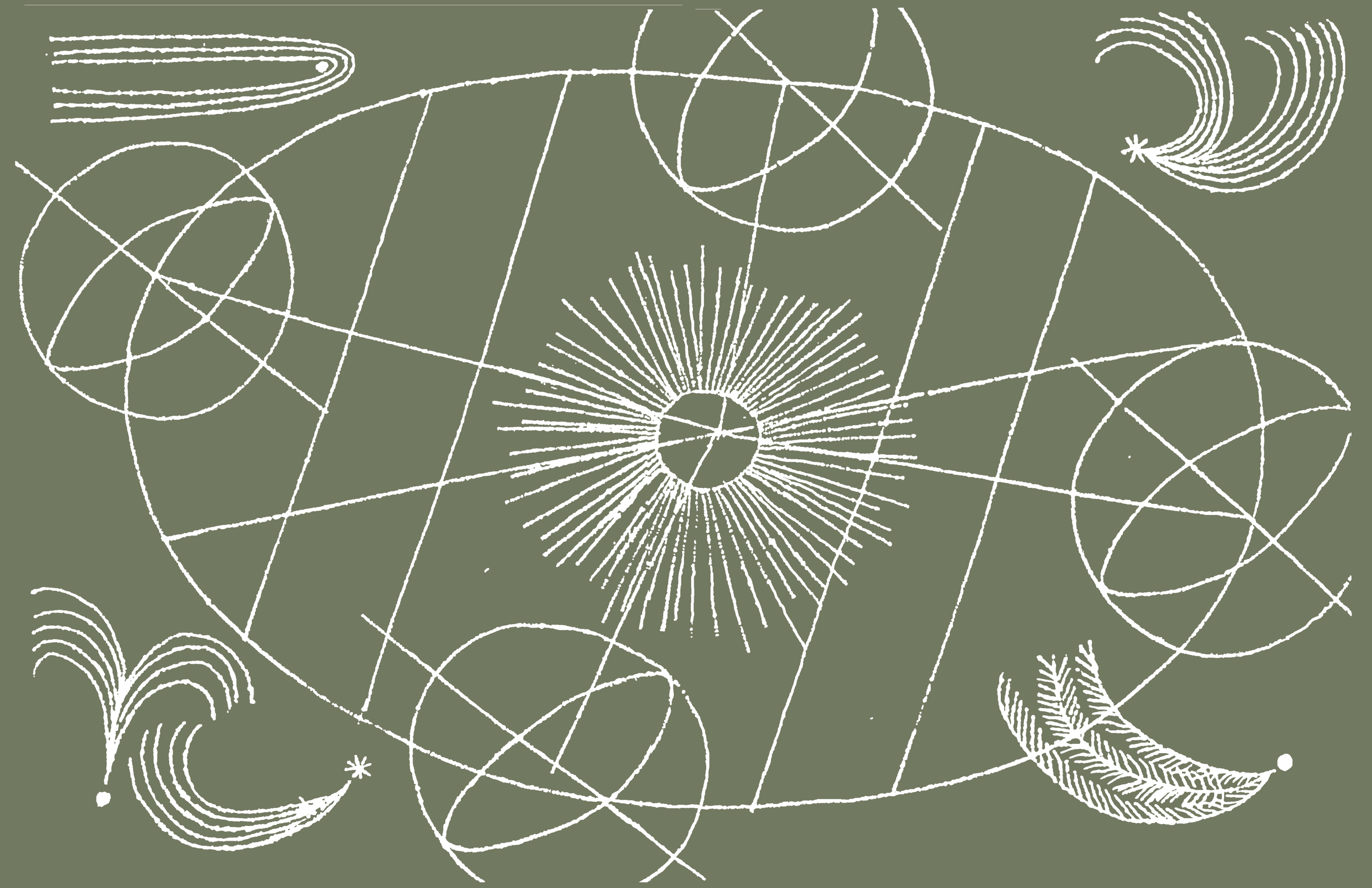
Детская энциклопедия



Коммунистом стать можно лишь тогда, когда обогатишь свою память знанием всех тех богатств, которые выработало человечество.

В. И. ЛЕНИН

Мир небесных тел числа и фигуры

Д Э

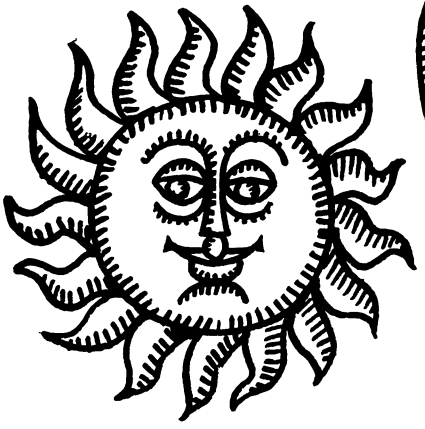
ТОМ

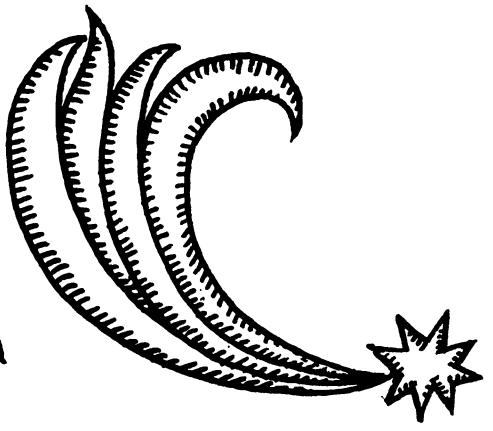
2

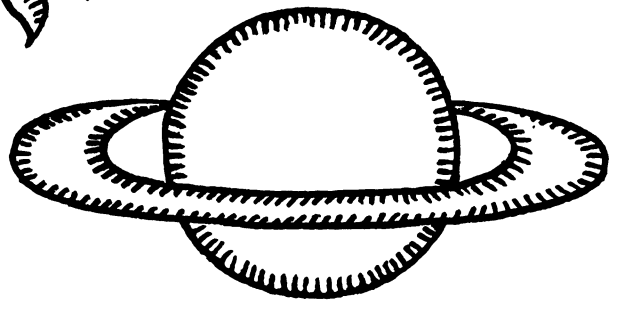
Второе издание

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ПРОСВЕЩЕНИЕ»

Москва
1964



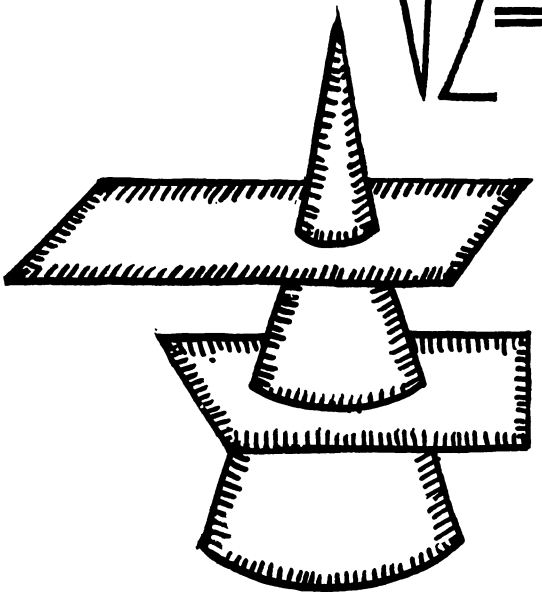


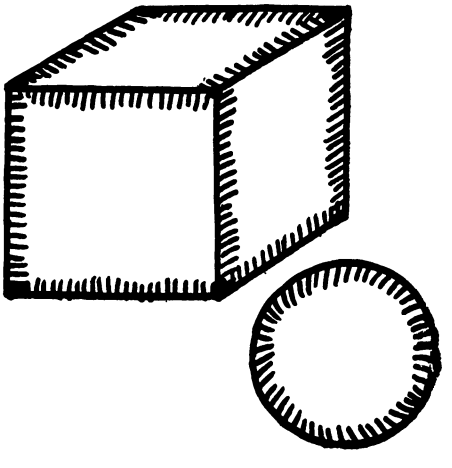


етская нциклопедия

ДЛЯ СРЕДНЕГО
И СТАРШЕГО ВОЗРАСТА

$$\sqrt{2}=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\ldots}}$$



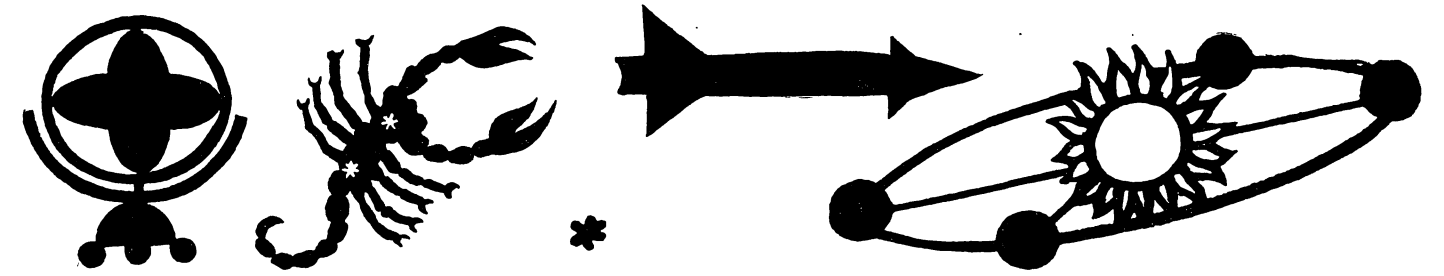


ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ

Е. И. Афанасенко, Д. Д. Благой, Б. А. Воронцов-Вельяминов, П. А. Генкель, Ф. В. Герасин, Н. К. Гончаров, Б. А. Дехтерев, Г. Н. Джибладзе, А. В. Ефимов, К. А. Иванович, И. А. Каиров, Л. А. Кассиль, М. П. Ким, Н. П. Кузин, А. Н. Леонтьев, А. Р. Лурия, А. А. Маркосян, А. И. Маркушевич (главный редактор), С. Я. Маршак, В. А. Мезенцев, В. Ф. Натали, М. В. Нечкина, С. В. Образцов, Б. П. Орлов, И. В. Петрянов, О. Н. Писаржевский, С. Д. Сказкин, Ф. Д. Сказкин, А. А. Смирнов, А. И. Соловьев, И. М. Терехов, Л. И. Тимофеев, С. Л. Тихвинский, Т. С. Хачатуров, Ю. В. Ходаков, Е. М. Чехарин, К. И. Чуковский, В. Н. Шацкая, Д. И. Щербаков, Д. А. Эпштейн.

Научные редакторы 2-го тома
А. И. Маркушевич, Б. А. Воронцов-Вельяминов

Заместители главного редактора
Б. Л. Бараш, И. В. Латышев



СОДЕРЖАНИЕ

МИР НЕБЕСНЫХ ТЕЛ

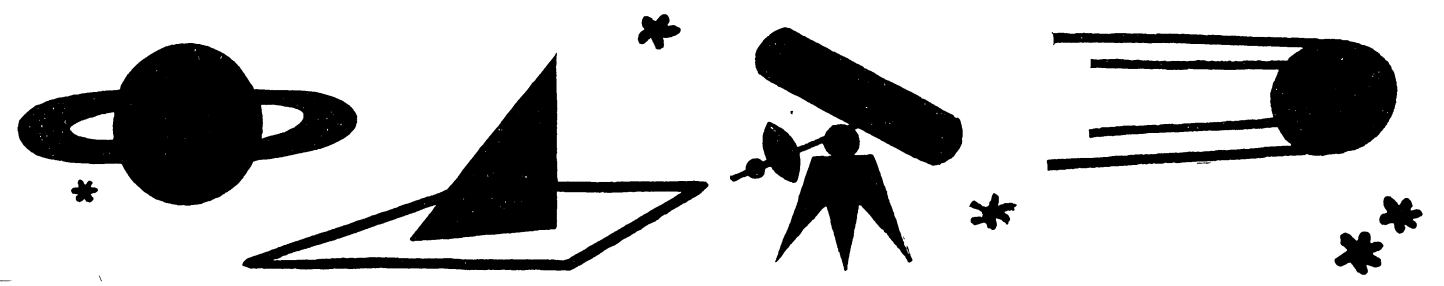
Астрономия — наука о Вселенной — Б. А. Воронцов-Вельяминов 15

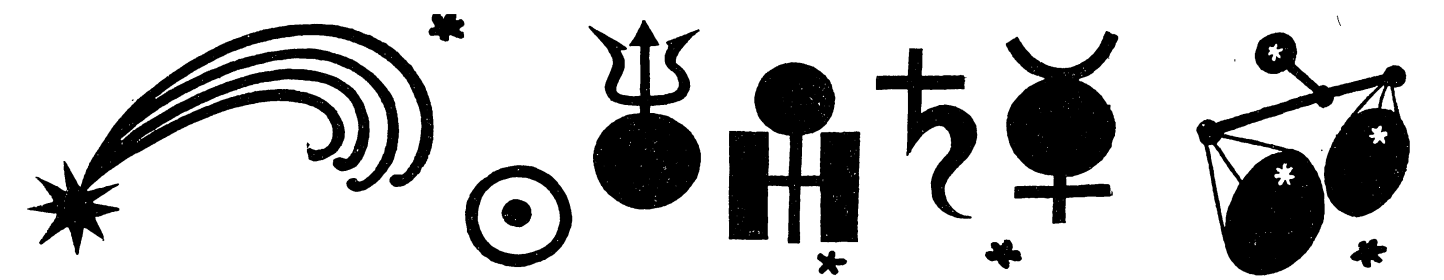
Как развивалась наука о Вселенной

Астрономия в древности и в средние века — Ю. Г. Перель 19
Астрономия в древности . . . . . —
Астрономия в средние века 24
От Коперника до Ньютона — Ю. Г. Перель 27
Закон всемирного тяготения — Г. А. Аристов 38
Приливы и отливы — Ю. А. Рябов 41
Как измеряют расстояние до небесных светил — Б. А. Воронцов-Вельяминов 44
Как работают астрономы — Б. А. Воронцов-Вельяминов 46
Наблюдения в телескоп . . . . . —
Фотографирование звезд 49
Спектральный анализ . . . . . —
Определение химического состава небесных тел 50
Определение точного времени и координат светил 51
Радиоастрономия 52
Где работают астрономы 54
По отечественным обсерваториям — Б. А. Воронцов-Вельяминов . . . . . —

Что мы знаем о Вселенной

Звездное небо — Ф. Ю. Зигель 60
Вращение звездного неба 63
Вид звездного неба в разных местах Земли 65
Изменение вида звездного неба в течение года 67
Луна — Н. Н. Сытинская . . . . . —
Наш естественный спутник . . . . . —
Происхождение лунного света 68
Лунные фазы и лунные месяцы 69
Лунные «моря» 70
Лунные горы . . . . . —
Видимая и невидимая стороны Луны . . . 72
Мир Луны 74
Солнце — Э. В. Кононович 75
Спокойное Солнце . . . . . —
Солнечная активность 79
Солнечные и лунные затмения — Г. А. Пономарева 82
Планеты солнечной системы — Н. Н. Сытинская 88
Далекие «земли» . . . . . —
Меркурий — мир жары и холода 89
«Вечерняя звезда» — Венера . . . . . —
Земля 92
«Красная звезда» — Марс 93
Планета-гигант — Юпитер 95
Планета с кольцом — Сатурн 96
Планеты Уран, Нептун и Плутон 97
Планеты-крошки 100
Кометы — Б. Ю. Левин 101
Метеоры и метеориты — Е. Л. Кринов 107
Метеоры — атмосферное явление . . . . . —
Метеорные потоки 108
Наблюдения метеоров 109
Огненные шары — болиды . . . . . —
Метеориты — вестники космоса 110
Общий вид и размеры метеоритов . . . . —
Как падают метеориты 111
Железный дождь 112
Тунгусский метеорит-комета 113
Из чего состоят метеориты 114
Происхождение метеоритов 115
Помощь населения в сборе метеоритов . —
Звезды и глубины Вселенной — Б. А. Воронцов-Вельяминов 116
Сколько звезд на небе? . . . . . —
Звездные карты, атласы и каталоги . . . —
Видимое и действительное. Светимости звезд 117





«Градусники» для звездных температур —
Гиганты и карлики в мире звезд 118
Пары и тройки в звездном мире 120
«Дьявольские» звезды 122
Маяки Вселенной — цефеиды 123
Вспыхивающие и другие загадочные звезды —
Вспышки новых и сверхновых звезд — мировые катастрофы 124
Звездные скопления и космическая пыль 125
Газовые туманности и межзвездный газ 127
Млечный Путь и Галактика, в которой мы живем 129
Другие галактики — островные вселенные 130
Бесконечная Вселенная и наш адрес в ней 132
Как произошли Земля и другие небесные тела— Б. А. Воронцов-Вельяминов —
О первых «днях» Земли 136
Откуда взялось газово-пылевое облако вокруг Солнца? 137
Развитие Солнца, звезд и газово-пылевых облаков . . . . . —

Как астрономия помогает человеку

Астрономия в народном хозяйстве нашей страны — К. А. Куликов 139
Время и календарь — Я. И. Шур 145
Трудная задача . . . . . —
Предки календаря 146
Восьмилетка и девятнадцатилетка 147
Самый простой и удобный 148
Юлианский календарь 150
Новый стиль 151
Хорош ли наш календарь? 152
Календарь на 200 лет 155
Который час? 156
Человек вышел в космос —И. А. Минасян 159
Первые искусственные небесные тела. . . —
Законы движения искусственных небесных тел 167
Изучение околосолнечного пространства 173
За пределами тропосферы . . . . . —
Межпланетный газ 175
Магнитное поле Земли и пояса радиации —
Метеорное вещество 177
Мы видели Землю из космоса — Ю. А. Гагарин, Г. С. Титов, П. Р. Попович, А. Г. Николаев, В. Ф. Быковский, В. В. Николаева-Терешкова, В. М. Комаров, К. П. Феоктистов, Б. Б. Егоров 178
Астрономия и другие науки —Ю. Г. Перель 183

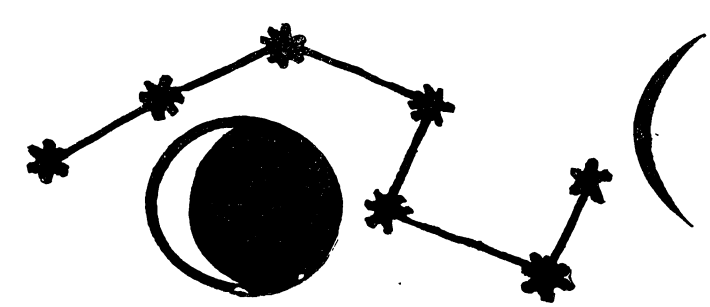
Исследователи Вселенной

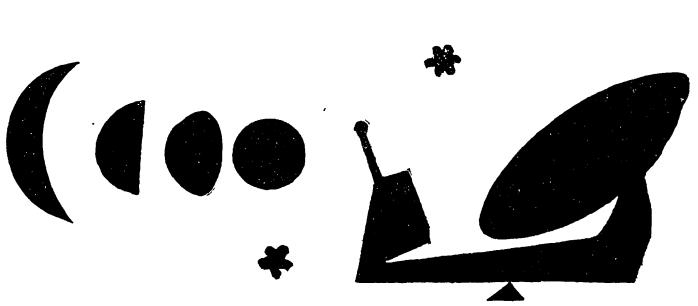
Ю. Г. Перель

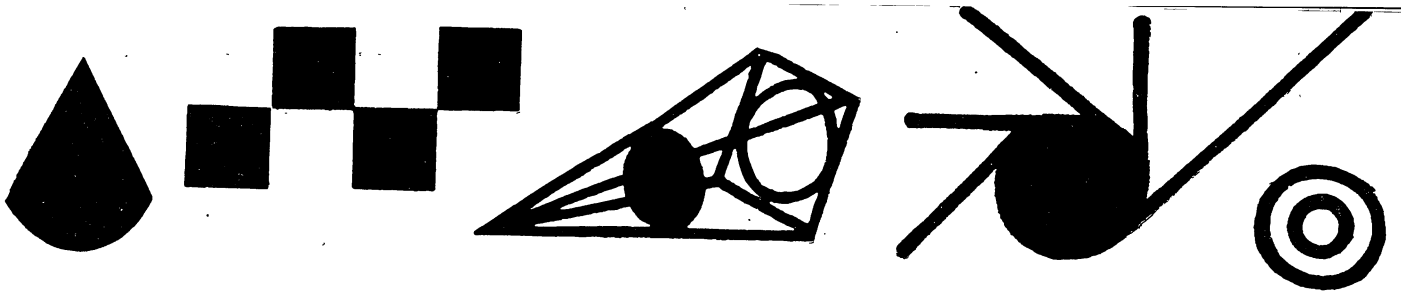
Михаил Васильевич Ломоносов 187
Вильям Гершель 189
Пьер Симон Лаплас 192
Джемс Брадлей 193
Фридрих Вильгельм Бессель 194
Василий Яковлевич Струве 195
Мариан Альбертович Ковальский 198
Федор Александрович Бредихин 199
Аристарх Аполлонович Белопольский 201
Эдуард Чарлз Пикеринг 203
Генрих Норрис Рессел 204
Карл Шварцшильд и Артур Стэнли Эддингтон 205
Эдвин Хаббл 206
Григорий Абрамович Шайн 208
Ученый-революционер Павел Карлович Штернберг 210

Юные астрономы

Любителям астрономии—Ю. Г. Перель . . . 213
Телескоп астронома-любителя — В. А. Бронштэн. 214
Астрономические наблюдения любителя астрономии — В. А. Бронштэн и Н. К. Семакин 222
Наблюдения Солнца и солнечных затмений 223
Наблюдения искусственных спутников Земли и метеоров 225
Наблюдения серебристых облаков 227
Наблюдения Луны и планет 229
Наблюдения комет 230
Наблюдения переменных звезд . . . . . —
Что можно увидеть в планетарии — Я. И. Шур 232
Как устроен аппарат «планетарий» 234







Справочный отдел

Основные данные о небесных телах — И. Е. Рахлин 236
Краткая хронологическая таблица по истории астрономии и космонавтики — Б. А. Воронцов-Вельяминов 241
Что читать по астрономии — Ю. Г. Перель 242
Словарь-указатель — И. Е. Рахлин 245

■

Из занимательной астрономии — Ю. Г. Перель 34, 41, 44, 69, 79, 98, 101, 118, 119, 121, 197

ЧИСЛА И ФИГУРЫ

Несколько слов о математике — А. И. Маркушевич 261

Числа

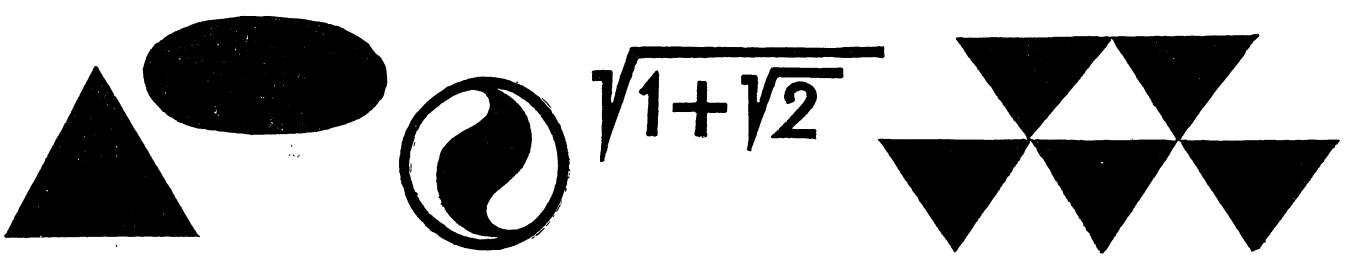
Как люди считали в старину и как писали цифры — И. Г. Башмакова 265
Счет двойками, тройками и дюжинами . . 266
Задача на взвешивание 267
Наш устный счет. 269
Счет у первобытных народов 270
Первые нумерации 272
Алфавитные нумерации «Псаммит» . . . 273
Позиционные системы 275
Простейшие неопределенные уравнения — В. И. Нечаев 278
Пифагоровы треугольники . . . . . —
Взвешивание груза на чашечных весах . . 279
Раскрой фанеры 280
Неопределенные уравнения . . . . . —
Рациональные и целые решения неопределенных уравнений первой степени. Метод рассеивания 281
Решение задачи о взвешивании 282
Неопределенные системы уравнений первой степени 283
Решение задачи о раскрое фанеры 284
Целые решения неопределенных уравнений степени выше первой 285

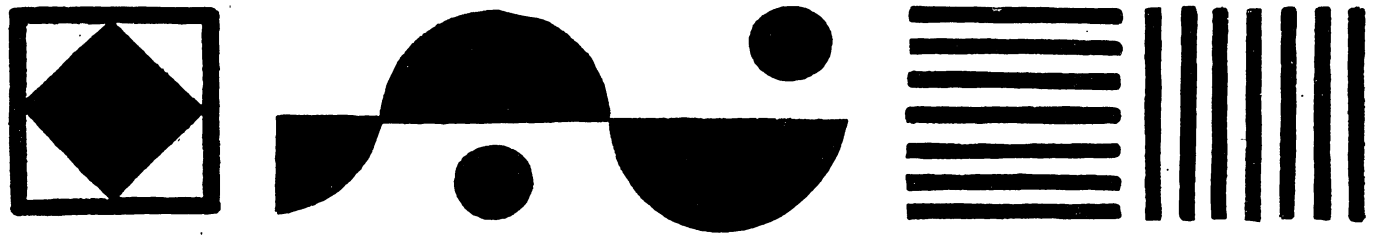
Фигуры и тела

Геометрия вокруг нас — М. В. Потоцкий 287
Как возникла геометрия — И. Г. Башмакова 293
Возникновение геометрии как науки . . . 294
Построение дедуктивной системы 295
Постулат о параллельных и неевклидовы геометрии 297
Геометрические преобразования — И. М. Яглом 299
Что такое геометрия . . . . . —
Движения 300
Преобразования подобия 303
Линейные преобразования 304
Эллипс 307
Проективные преобразования 308
Преобразования как основа классификации теорем. 309
О различных геометриях — Н. И. Польский 311
С чего начинается изучение геометрии —
Как применяется геометрическая теория 313
Аксиома о параллельных 315
Равна ли сумма углов треугольника 180° 316
Нужны ли другие геометрии 318
Чем отличаются различные геометрии . . 320

Уравнения и функции

Как люди учились решать уравнения — И. Я. Депман 322
Метод двух ложных положений 323
Введение понятий неизвестного числа . . 324
Квадратные уравнения 326
Уравнения степеней выше второй . . . 327
Что такое координаты и для чего они служат — В. А. Ефремович 328
Декартовы координаты точки 330
Простейшие задачи . . . . . —
Задание фигуры, состоящей из бесчисленного множества точек 331
Прямая 333
Основные задачи на прямую 334

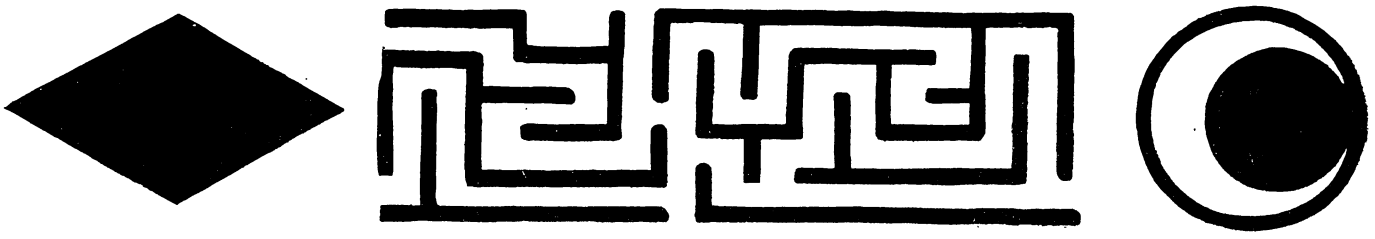


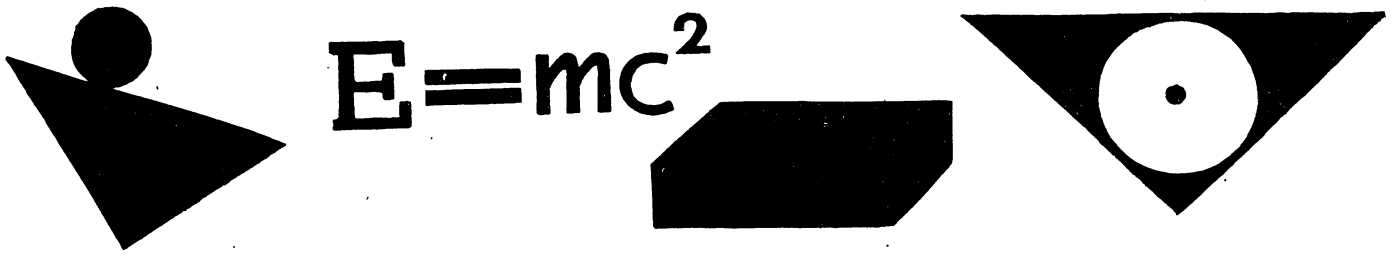


Окружность 336
Аналитическое решение геометрических задач . . . . . —
Неразрешимые задачи на построение 337
Полярные координаты 338
Координаты на сфере 340
Криволинейные координаты. Общая идея координат 341
Функции в природе и технике — Н. Я. Виленкин 342
Жесткость балки . . . . . —
Прогиб балки 343
Сосредоточенная нагрузка 344
Число *e*. Натуральные логарифмы . . . . —
Один человек может удержать корабль. . . —
Радиоактивный распад вещества 345
Включение и выключение постоянного тока —
Остывание чайника . . . . . —
Почему парашютист падает равномерно 346
Как измеряют высоту при помощи барометра —
Сколько топлива должна взять ракета 347
Гармонические колебания . . . . . —
Колебания маятника 348
Разряд конденсатора . . . . . —
Как соединить две трубы . . . . . —
Изгиб колонны . . . . . —
Затухающие колебания 349
Вынужденные колебания . . . . . —
Сложение колебаний 350
Биения . . . . . —
Приливы и отливы 351
Спектральный анализ . . . . . —
Как машина открыла теорему . . . . . —
Почему не работал трансатлантический кабель 352
Радиоприемник и камертон . . . . . —
Заключение . . . . . —
Интеграл и производная — В. Г. Болтянский и Н. Я. Виленкин 354
Задача Кеплера . . . . . —
Математика за чайным столом . . . . . —
Объем тела . . . . . —
Промер реки 355
В автомобиле 356
Интеграл . . . . . —
Геометрическое вычисление интегралов 357
Интегрирование многочленов 358
Применение интегралов 359
Чудесная формула 361
Как измерить скорость полета пули . . . —
Скорость радиоактивного распада . . . 362
Умеете ли вы проводить касательную? . . 363
Производная 364
Производные многочленов 365
Пчелы-математики . . . . . —
Как сделать самую большую коробку . . 366
Балка наибольшей прочности 367
Формула Ньютона—Лейбница . . . . . —
Производные синуса и косинуса 368
Производная показательной функции . . . 369
Радиоактивный распад 370
Показательная функция в природе и технике 371
Леверье и Адамс открывают новую планету —
Уравнение гармонических колебаний . . . 372
Моделирование 373

Множества и операции

Понятие множества — П. С. Александров 374
Множества конечные и бесконечные . . . —
Взаимно-однозначное соответствие между двумя множествами 375
Счетные множества 377
Множество всех рациональных чисел счетно 378
Множество всех действительных чисел несчетно 379
Мощность множества 380
Алгебра множеств и алгебра логики — И. М. Яглом 383

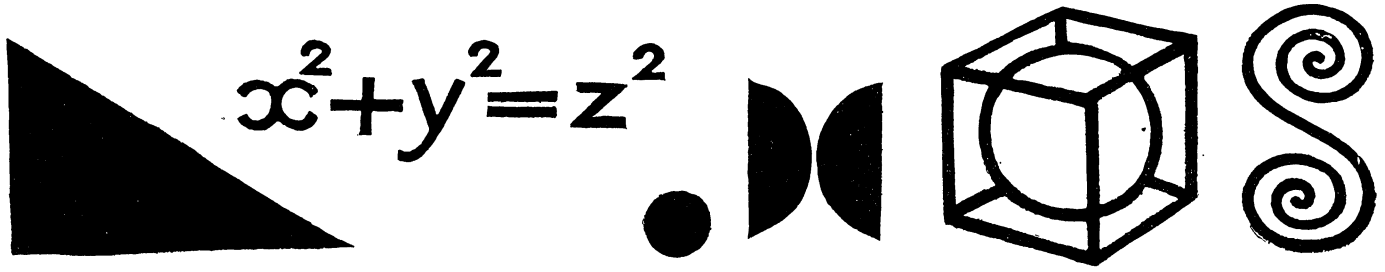


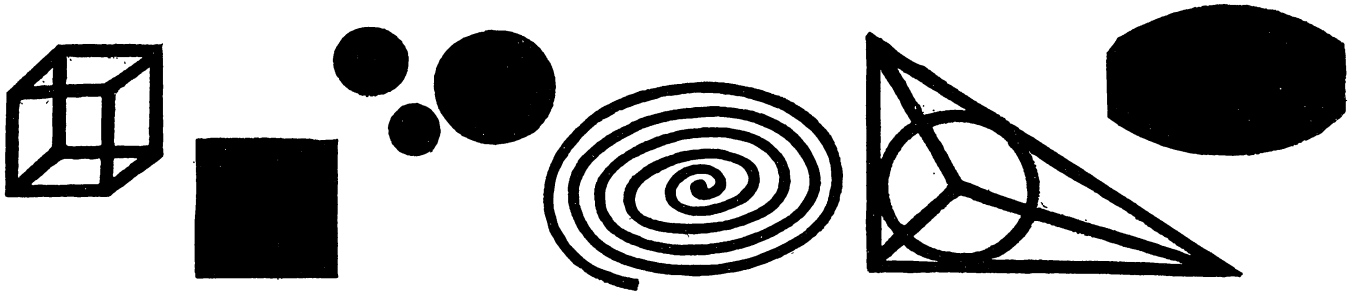


Алгебра чисел . . . . . —
Алгебра множеств. 384
«Нуль» и «единица» 387
Удивительная алгебра 387
Дополнение множества. Аналогия между сложением и умножением множеств . . . 390
Два способа задания множества. Множества и высказывания 391
Алгебра множеств и алгебра высказываний 392
Отрицание. Отношение следствия 394
Законы мысли . . . . . —
Правила вывода 396
Алгебра векторов — А. М. Лопшиц . . . 397
Арифметика направленных отрезков . . . —
Направленные отрезки—векторы . . . . —
Правила сложения векторов, приложенных в точке P . . . . . —
Равнодействующая сила 399
Особый вектор — вектор нуль . . . . . —
Свойства операции сложения векторов 400
Сумма многих векторов 401
Векторная алгебра помогает геометрии 402
Зачем изучают векторную алгебру . . —
Важная для геометрии алгебраическая формула . . . . . —
Задача о двух параллелограммах . . 403
Экономное обозначение для радиус-векторов 404
Три задачи о треугольнике . . . . . —
Задача о двух центральных шестиугольниках 405
Задача о двух серединах 406
Решите сами следующие задачи . . . . —
Чем занимается алгебра — В. Г. Болтянский и Н. Я. Виленкин 408
Числа и действия . . . . . —
Необычная конференция . . . . . —
Фундамент алгебры 410
Сила букв 411
Кольца 412
Поля . . . . . —
Разложение на множители и решение уравнений 413
Разложение чисел на множители . . . 413
Удивительное разложение 414
Разложение многочленов на множители —
Разложение многочленов на множители и решение уравнений 415
Основная теорема алгебры многочленов 416
Решение уравнений в радикалах . . . . —
Циркуль и линейка 417
Группы 419
Умножение геометрических преобразований . . . . . —
Что такое равные фигуры 420
Группы геометрических преобразований 421
Разные геометрии 422
Группы симметрии . . . . . —
Задача о раскраске куба 423
Симметрия в природе . . . . . —
Группы алгебраических преобразований 424
Абстрактная теория групп 425
Заключение 426

Математика учит предсказывать и управлять

Электронные вычислительные машины — Ю. И. Соколовский. 427
Создать электронный арифмометр! 428
Двоичная нумерация 429
Считают лампы 430
Обязанности вычислителя 431
Возможен ли такой автомат? . . . . . —
Главные части машины 452
Инструкция для машины 434
Исполнение программы 435
Программа с преобразованиями 436
Универсальность машины 437
Автоматический перевод 438
Что такое кибернетика? — В. М. Глушков 441
Управляющие системы . . . . . —





Информация и кодирование 442
Алгоритмы и автоматы 442
Теория автоматов и «умные» машины . . 443
Машина самосовершенствуется 446
Разумная машина — верный помощник человека 447
Наука о случайном — Б. В. Гнеденко. 452
Обыденные представления . . . . . —
Примеры случайных событий 453
Зачем нужно изучать случайные явления 454
Зарождение науки о случае 455
Теоремы сложения и умножения вероятностей 457
Дополнительные исторические сведения 458
Закон больших чисел 459
Некоторые современные направления развития теории вероятностей 460
О математических методах теории надежности— Б. В. Гнеденко 461
Зачем нужна теория надежности . . . . —
Математика помогает конструктору . . . 462
Резервирование и надежность 463
Резервирование должно быть экономным 465
Теория игр — Е. С. Вентцель 466
Чем занимается теория игр . . . . . —
Парная игра с нулевой суммой. Цена игры —
Игра в нормальной форме. Матрица игры 467
Примеры конечных игр. Принцип минимакса 468
Седловая точка. Чистая цена игры . . . 470
Решение игры в смешанных стратегиях. Основная теорема теории игр 471

Выдающиеся математики

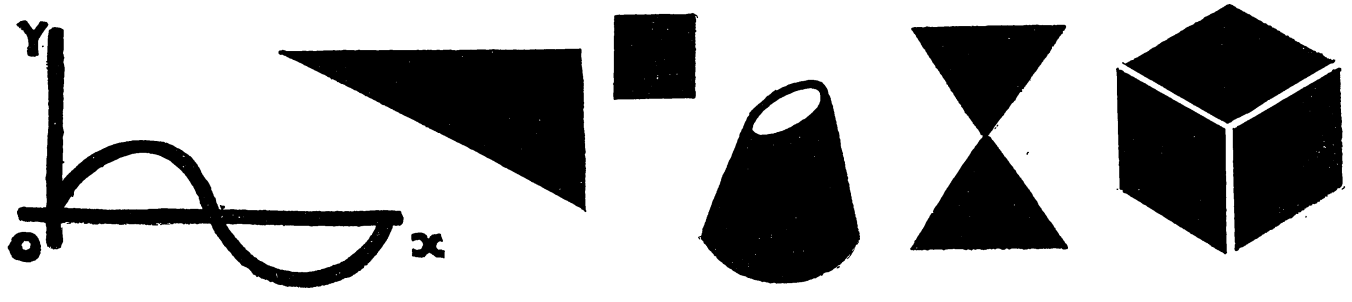
Архимед — И. Г. Башмакова. 472
Омар Хайям — А. П. Юшкевич. 474
Франсуа Виет — М. В. Чириков. 476
Рене Декарт —М. В. Чириков 478
Пьер Ферма́ — И. Г. Башмакова . . 481
Исаак Ньютон — И. Г. Башмакова . . 483
Готфрид Вильгельм Лейбниц — М. В. Чириков 485
Леонард Эйлер — А. П. Юшкевич 488
Карл Фридрих Гаусс — И. Г. Башмакова 490
Николай Иванович Лобачевский — И. Г. Башмакова 492
Эварист Галуа — И. Г. Бамшакова . . 494
Пафнутий Львович Чебышев — И. Г. Башмакова 496
Софья Васильевна Ковалевская — М. В. Чириков 498

Справочный отдел

Летопись знаменательных дат развития математики — И. Г. Башмакова и А. П. Юшкевич 501
Зарождение математики . . . . . —
Возникновение математики как науки. Построение первых математических теорий (математика древней Греции). . . . . —
Математика стран Дальнего, Среднего и Ближнего Востока 502
Математика европейского средневековья и эпохи Возрождения 503
Период математики переменных величин (XVII—XVIII вв.) . . . . . —
Период современной математики (XIX — XX вв.) 504
Математические олимпиады—И. С. Петраков 505
Что читать по математике — В. И. Битюцков 507
Словарь-указатель — В. И. Битюцков. . . 510

■

Занимательные задачи и вопросы—Б. А. Кордемский 290, 291, 294, 303, 307, 309, 310, 312, 321, 325, 326, 328, 329, 336, 353, 372, 373, 380, 382, 386, 395, 439,451, 452, 461, 465, 466, 471, 500



ИЛЛЮСТРАЦИИ НА ОТДЕЛЬНЫХ ЛИСТАХ

Газовая туманность в созвездии Ориона (*цветная фотография*) . . . . . 16—17

На обороте: Газовая туманность Рыбачья сеть в созвездии Лебедя (*цветная фотография*).

Николай Коперник (*художник Я. Матейка*) 32—33

На обороте: Тихо Браге (*художник Р. Ж. Авотин*).

Антенны радиотелескопа (*фотография*) . . 48—49

На обороте: Крупнейший в Европе телескоп-рефлектор (*фотография*).

Карта звездного неба (*картограф Е. Я. Марусов*) . . . . . 64—65

Полная Луна (*фотография*) . . . . . 72—73

На обороте: Горный хребет на Луне (*фотография*).

Условная схема, изображающая влияние на Землю солнечных явлений, сопровождающих вспышку (*художник Р. Ж. Авотин*). . . . . 76—77

На обороте: Схема строения Солнца (*художник Р. Ж. Авотин*).

Вид Солнца в лучах ионизированного кальция (*фотография*) . . . . . 80—81

На обороте: Вид солнечной короны в эпохи минимума и максимума солнечных пятен (*фотография*).

Полное солнечное затмение (*художник Р. Ж. Авотин*) . . . . . 88—89

На обороте: Граница дня и ночи (*цветная фотография*).

Планеты Марс и Сатурн (*художник А. С. Денисов*) . . . . . 96—97

На обороте: Комета Донати (*художник Н. М. Кольчицкий*).

Комета Брукса (*фотография*) . . . . . 104—105

На обороте: Изменение вида кометы Аренда — Ролана при ее приближении к Солнцу (*фотография*).

Полное солнечное затмение. (*сфотографировано с самолета*) . . . . . 108—109

На обороте: Фотография пролета яркого метеорита.

Падение Сихотэ-Алинского метеорита (*художник Р. Ж. Авотин*) . . . . . 112—113

На обороте: Звездный дождь в Ленинграде (*художник Р. Ж. Авотин*).

Большое Магелланово Облако (*фотография*) 116—117

На обороте: Туманность Конская голова (*фотография*).

Участок Млечного Пути (*фотография*) . . . 124—125

На обороте: Крабовидная туманность (*фотография*).

Спиральная галактика М 51 (*фотография*) 128—129

На обороте: Спиральная галактика в созвездии Андромеды (*фотография*).

Разрез земной атмосферы и высоты, достигнутые различными летательными аппаратами (*художник Р. Ж. Авотин*) . . . . . 164—165

На обороте: Первый космонавт Ю. А. Гагарин в кабине космического корабля (*цветная фотография*).

Взлет ракеты (*фотография*) . . . . . 168—169

На обороте: Ю. А. Гагарин перед подъемом в кабину космического корабля «Восток» (*фотография*).

Так можно представить себе орбитальную космическую станцию (*художник Р. Ж. Авотин*) . . . . . 176—177

На обороте: Удивительное зрелище увидят космонавты на спутнике Марса (*художник Р. Ж. Авотин*).

Здание Московского планетария (*фотография*) 232—233

На обороте: Аппарат «планетарий» (*фотография*).

Юный математик (*фотография*) . . . . . 260—261

На обороте: «Поединок» (*фотография*).

Задача о раскрое фанеры (*художник Ф. С. Борисов*). . . . . 280—281

На обороте: Фигуры, заполняющие всю плоскость (*художник В. А. Брюн*).

Геометрия вокруг нас (*художник Д. А. Лисичкин*) . . . . . 288—289

На обороте: Геометрические формы в строительных конструкциях (*художник Д. А. Лисичкин*).

Разнообразные формы геометрических фигур (*художник Д. А. Лисичкин*) . . . . . 292—293

На обороте: Полуправильные многогранники (*художник Д. А. Лисичкин*).

Симметрия — один из видов геометрического отображения (*художник Р. Ж. Авотин*) 304—305

На обороте: Конические сечения и циклоиды (*художник М. Д. Киселевич*).

Схема математического и физического моделирования (*художник Л. С. Вендров*) . . 352—353

На обороте: Функции в природе и технике (*художник Л. С. Вендров*).

Сложение и умножение множеств (*художник Б. А. Попов*). . . . . 396—397

На обороте: Орнаменты (*художник Д. А. Лисичкин*).

Симметрия (*художник Д. А. Лисичкин*). 424—425

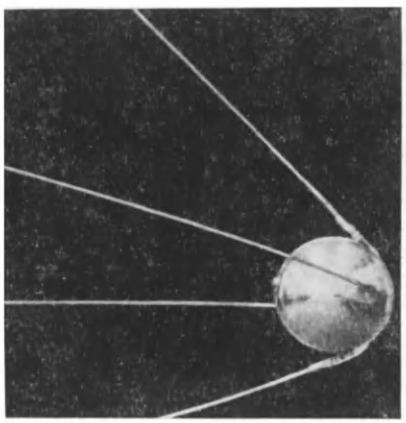
На обороте: Многообразие форм симметрии кристаллов (*художник Д. А. Лисичкин*).

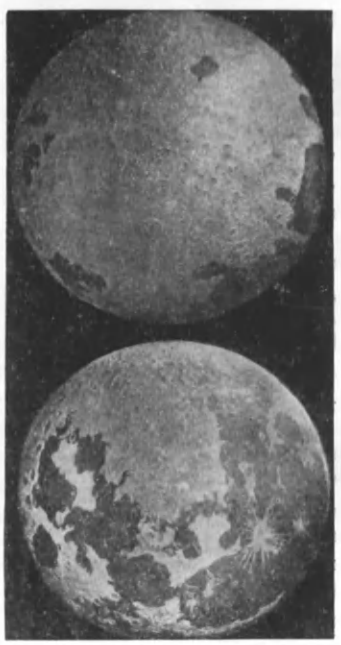
Принцип действия электронной вычислительной машины (*художник Ю. А. Макаренко*) 432—433

На обороте: Применение электронных вычислительных машин (*художник В. А. Брюн*).

Кибернетика (*художник Ю. А. Макаренко*) 468—469

На обороте: Игра «Осада и оборона города» (*художник А. А. Попов*).





МИР НЕБЕСНЫХ ТЕЛ

АСТРОНОМИЯ — НАУКА О ВСЕЛЕННОЙ

Из всех картин природы, развертывающихся перед нашими глазами, самая величественная — картина звездного неба.

Мы часто любуемся ею в ясные, безлунные ночи, и она будит наше воображение. А недавно советский человек получил возможность увидеть картину Вселенной с борта космического корабля.

«Вглядываюсь в черную темноту, что царит за стеклом иллюминатора. Невольно залюбовался ослепительным мерцающим блеском далеких звезд — так пишет летчик-космонавт Г. С. Титов. — Далекие, загадочные миры. Может быть, миллиарды лет назад вас населяли мыслящие существа. А может быть, там сейчас, в наш век, существует цивилизация? Кто разгадает вековые тайны твои, Вселенная? Кто? Трудно ответить на этот вопрос. Несомненно одно: разгадка близка».

Мы можем облететь или объехать весь земной шар, наш мир, в котором мы живем. Звездное же небо — это необозримое, бесконечное пространство, заполненное другими мирами. Каждая звездочка, даже еле заметно мерцающая в темном небе, представляет собой огромное светило, часто более величественное, более горячее и более яркое, чем Солнце. Но все звезды находятся от нас несравненно дальше Солнца и потому кажутся слабо светящимися точками.

Что это за миры, как далеки они от нас и как измеряются расстояния до них? Как произошли они, как устроены, что было с ними в прошлом и что произойдет в будущем?

Все эти вопросы изучает астрономия — наука о Вселенной.

Ученые смогли определить расстояния до звезд, узнать массу Солнца и его химический состав, предсказать будущие затмения Луны и Солнца, время появления хвостатых светил — комет. Но прошли многие века, прежде чем это удалось сделать.

Когда же и как зародилась наука о Вселенной?

Уже в глубокой древности люди следили за появлением Солнца над горизонтом, за движением его по небу, чтобы узнать, скоро ли оно опять опустится к горизонту и наступит ночь. По положению Солнца и звезд человек научился определять время суток.

Давно человек подметил на небе группы звезд, ориентируясь по которым можно найти верное направление на суше и на море. Эти знания были нужны людям при всяком передвижении их по Земле. По мере развития человеческого общества ориентировка на суше и на море по небесным светилам приобретала все большее значение.

Древнейшие народы считали Землю плоской, а небо полушарием, опрокинутым над Землей. Самое Землю они считали неподвижной и думали, что все небесные светила каждые сутки обходят Землю вокруг. Не умея объяснить различные явления природы, люди стали обожествлять силы природы. Весь мир казался им полным чудес, творимых сверхъестественными существами — богами.

Появились служители богов — жрецы, которые все небесные явления толковали как проявление воли богов. В те далекие времена еще не могло быть и речи о научном объяснении явлений природы. Но, наблюдая

небесные явления, люди постепенно накапливали все больше знаний о мире небесных светил. Они заметили на небе несколько особенно ярких светил, которые то передвигаются среди созвездий вперед и назад, то неподвижно стоят на месте. Эти блуждающие светила назвали планетами, в отличие от обычных звезд. Не понимая сложной картины явлений на небе, не зная истинных причин движения планет, люди пришли к ошибочным заключениям. Каждому из этих светил, в зависимости от его вида, цвета и особенностей движения, приписывались различные свойства. Планеты принимались за вестников богов, будто бы влияющих на земные события и на судьбы людей. Жрецы и прорицатели старались предсказывать разные события по расположению планет на небе. А господствующие классы общества вместе со жрецами пользовались суевериями в своих интересах, чтобы держать в страхе и покорности трудовой народ.

Шли века. Все точнее становились наблюдения над небесными явлениями, в том числе и над движением планет. Ученые, наблюдавшие звездное небо, подмечали закономерности в изменении расположения небесных светил. Они старались понять и объяснить причины видимого движения звезд, Луны, Солнца, планет. Становилось ясно, что объяснить эти явления невозможно, если считать Землю неподвижной. Но за такие мысли, противоречившие религиозным взглядам, ученых жестоко преследовали.

Как тяжким сном было сковано сознание человека, пока он не узнал истинного места Земли во Вселенной и не опроверг ошибочного представления о мире, центром которого якобы является Земля.

В XVI в. польский астроном Николай Коперник доказал, что земной шар — лишь одна из планет, обращающихся вокруг Солнца. Землю освещает Солнце, а она отражает солнечный свет в пространство. Все другие планеты также не имеют собственного света и тоже отражают лучи Солнца. Луна — ближайшее к нам небесное тело; она обращается вокруг Земли и является ее спутником. Такие же спутники позже были открыты и у многих других планет. Все планеты и Солнце представляют собой единую солнечную систему, в центре которой находится гигантское, самосветящееся Солнце. Бесчисленные звезды не укреплены на поверхности небесного купола, как думали в древности. Звезды находятся на различных расстояниях от Земли, далеко за пределами солнечной системы. Каждая звезда — это такое же солнце, как и наше.

Русский ученый В. Я. Струве около 130 лет назад впервые измерил расстояние до одной из ближайших звезд. Оно оказалось громадным. Об этом расстоянии можно составить представление, если взять самую большую в природе скорость — скорость света. Луч света проходит за секунду 300 тыс. *км*. От Солнца к нам он доходит за 8,5 минуты, а от ближайшей звезды — более чем за четыре года. Во Вселенной есть звезды, свет от которых идет к Земле миллионы, сотни миллионов и миллиарды лет!

Фотография газовой туманности в созвездии Ориона; иногда ее можно заметить невооруженным глазом. Это гигантское облако, состоящее из разреженного газа и космической пыли. Астрономы предполагают, что в таких облаках образуются звезды. →

На о б о р о т е: Фотография газовой туманности Рыбачья сеть в созвездии Лебедя.

Изучая небо, каждый может убедиться, что на нем происходят различные изменения. Вот вспыхнула новая звезда и на несколько дней затмила своим светом другие звезды. Какая мировая катастрофа породила вспышку ее блеска?

Вот появилось в пределах солнечной системы новое небесное тело — комета с большим, как бы огненным хвостом, охватившим полнеба. Пролетая быстро сквозь строй планет, комета плавно огибает Солнце и удаляется в неизвестность. А иная комета, кружась вокруг Солнца подобно планетам, рассыпается на рой мельчайших невидимых камешков. Камешки эти несутся с огромной скоростью и, влетая в атмосферу Земли, раскаляются и светятся. Тогда в темном небе сверкают «падающие звезды» — метеоры. По большей части они превращаются в пар, но некоторые, покрупнее, долетают до Земли.

Камень с неба! Это вестник далеких миров. Его можно увидеть в музейной витрине. Астрономы и любители астрономии заботливо собирают осколки упавших с неба камней. Маленький кусочек, упавший с неба, состоит из тех же веществ, что и наш земной шар. А это значит, что и вообще небесные тела по своему составу в принципе не отличаются от Земли. Но, конечно, те же вещества на других небесных телах могут находиться совсем в ином состоянии, чем на Земле.

Иногда на небе в зимнюю ночь, как лучи цветных прожекторов, ходят, перекрещиваясь, лучи полярных сияний. В это же время сильно колеблется магнитная стрелка, а радиоприемник начинает громко трещать. Какова причина этих явлений?

Ученые очень много сделали для выяснения всех этих и многих других грандиозных и сложных явлений, происходящих во Вселенной.

Постепенно человек все глубже познает Вселенную. После великого открытия Коперника непрерывно расширяются доступные для наблюдений пределы космического пространства. Передовые ученые разных стран делали и теперь делают выдающиеся открытия в науке о Вселенной.

Для развития астрономии много сделано и делается в нашей стране.

В самом конце XVII в. царь Петр I открыл в Москве в Сухаревой башне школу, где обучали астрономии. Позже в Петербурге открылась обсерватория при Академии наук. Благодаря трудам М. В. Ломоносова и других выдающихся ученых, его современников и продолжателей, астрономия в нашей стране давно уже достигла высокого уровня развития.

Составление карт страны требовало точного определения положения городов на Земле, а это можно сделать только по звездам. Для изучения расположения звезд на небе и исследований строения звездного мира в 1839 г. под Петербургом на Пулковских холмах была построена крупнейшая обсерватория, которую называли астрономической столицей мира. Сюда приезжали учиться точным наблюдениям астрономы из Западной Европы и Америки. Кроме Пулковской, у нас теперь есть много других обсерваторий. На них ведется изучение неба.

Советская астрономия занимает виднейшее место в мировой науке. 4 октября 1957 г. в СССР был произведен впервые в мире успешный за-

пуск искусственного спутника Земли. За первым спутником последовали многие другие, пролагая путь к межпланетным путешествиям, к осуществлению давнишней мечты человечества — проникнуть в глубины Вселенной. Советские космонавты Ю. А. Гагарин и Г. С. Титов первыми проникли в космос на космических кораблях. За ними полетели другие советские космонавты: А. Г. Николаев, П. Р. Попович, В. Ф. Быковский, В. В. Терешкова, В. М. Комаров, К. П. Феоктистов, Б. Б. Егоров.

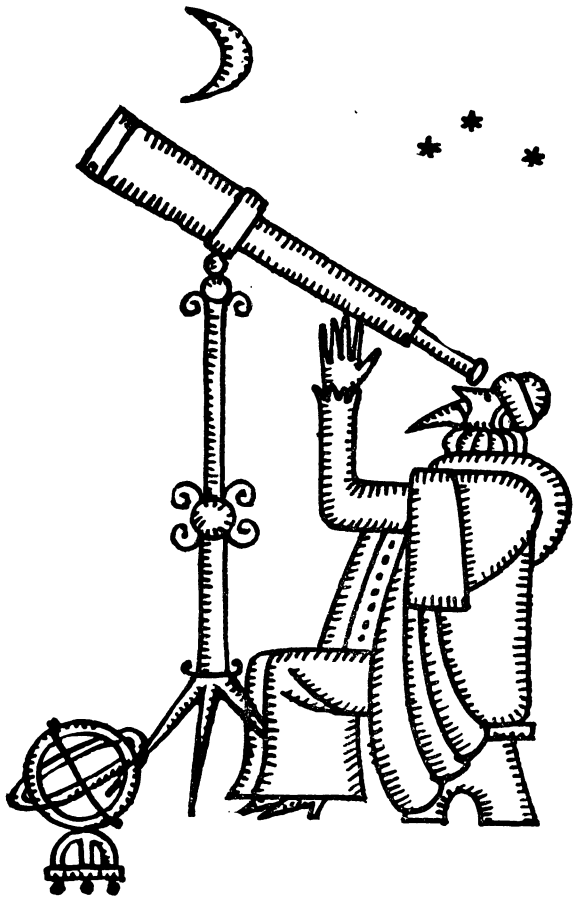
Теория запуска ракет и космических кораблей опирается в значительной степени на данные астрономии. Советские астрономы разрабатывают науку о Вселенной в сотрудничестве с передовыми учеными других стран. В капиталистических странах правящие круги стремятся использовать достижения науки, и в частности астрономии, в своих интересах. Некоторые буржуазные ученые, находясь в плену религиозных представлений, делают ошибочные выводы из своих исследований, неправильно толкуют научные открытия.

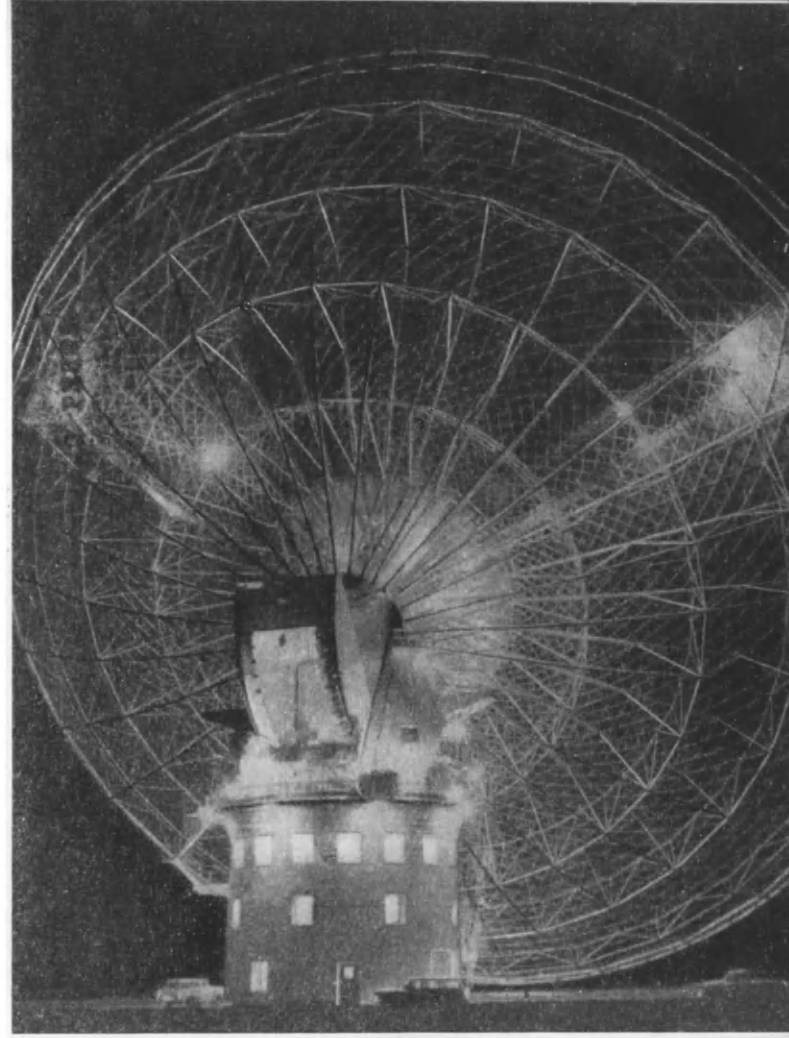
В августе 1958 г. в Москве состоялся Международный съезд астрономов, в котором приняли участие ученые почти 40 государств. На этом съезде особенно ярко подтвердилось значение достижений советской астрономии, ее передовая роль в мировой науке. На международных совещаниях и конференциях, ежегодно происходящих в разных странах, советские астрономы всегда выступают в качестве активных участников.

В октябре 1961 г. XXII съезд Коммунистической партии Советского Союза принял грандиозную, невиданную в истории программу построения коммунистического общества в нашей стране. В осуществлении этой программы большая роль принадлежит науке. Перед советскими астрономами стоят волнующие задачи в развитии знаний о Вселенной и освоении космоса в пределах солнечной системы.

Астрономия не только раскрывает тайны глубин Вселенной, но и помогает людям в их практической деятельности: в составлении точных карт поверхности Земли, правильном определении курса кораблей и самолетов, Службе точного времени и во многом другом.

Юные читатели «Детской энциклопедии»! Если вы захотите стать астрономами, то перед вами откроется безбрежное поле для творческой деятельности.





КАК РАЗВИВАЛАСЬ НАУКА О ВСЕЛЕННОЙ

АСТРОНОМИЯ В ДРЕВНОСТИ И В СРЕДНИЕ ВЕКА

Астрономия в древности

Астрономия — древнейшая наука. Она возникла, как указывал один из великих основоположников научного коммунизма—Фридрих Энгельс, в связи с практическими потребностями людей.

Основным занятием древнейших народов было скотоводство и земледелие. Поэтому им нужно было иметь представление о явлениях природы, об их связи с временами года. Люди знали, что смена дня и ночи обусловлена восходом и заходом Солнца. В древнейших государствах: Египте, Вавилонии, Индии и других— земледелие и скотоводство регулировались такими сезонными (т. е. повторяющимися в одни и те же времена года) явлениями природы, как разливы больших рек, наступление периода дождей, смена теплой и холодной погоды и т. д.

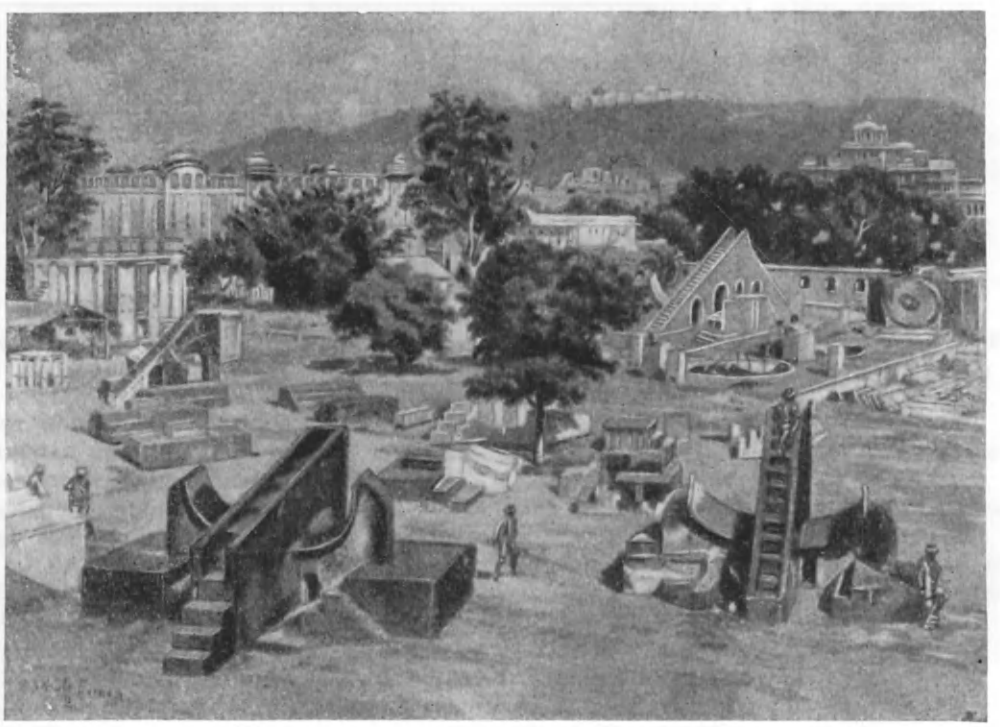
Давние наблюдения неба привели к открытию связи между сменой времен года и такими небесными явлениями, как изменение полуденной высоты Солнца в течение года, появление на небе с наступлением вечерней темноты ярких звезд.

Таким образом, еще в глубокой древности были заложены основы календаря, в котором основной мерой для счета времени стали сутки (смена дня и ночи), месяц (промежуток между двумя новолуниями) и год (время видимого полного оборота Солнца по небу среди звезд). Календарь был необходим в первую очередь для того, чтобы с известной точностью рассчитывать время начала полевых работ. Еще в седой древности была установлена приблизительная продолжительность года — 365 $^1/_4$ суток. На самом деле продолжительность года (т. е. периода обращения Земли вокруг Солнца) составляет 365 дней 5 часов 48 минут 46 секунд — на 11 минут 14 секунд меньше, чем 365 $^1/_4$ суток. Эта «приблизительность» давала себя знать тем, что с течением времени календарь расходился с природой; ожидаемые сезонные явления наступали несколько раньше, чем они должны были наступить по календарю. С каждым годом это расхождение увеличивалось, и нужны были наблюдения неба и земных явлений, чтобы постоянно уточнять календарь, «сближать» его с природой. Такие наблюдения и велись в некоторых странах Древнего Востока.

С течением времени было обнаружено, что, кроме Солнца и Луны, есть еще пять светил, которые постоянно перемещаются по небу среди звезд. Эти «блуждающие» светила — планеты — впоследствии были названы Меркурием, Венерой, Марсом, Юпитером и Сатурном. Наблюдения позволили также подметить на небе очертания наиболее характерных созвездий и установить периодичность наступления таких явлений, как солнечные и лунные затмения.

Наблюдая небесные явления на протяжении тысячелетий, люди еще не знали вызывающих их причин. Звезды и планеты они видели как светящиеся точки на небе, но об их действительной природе, так же как и о природе Солнца и Луны, им ничего не было известно. Не понимая природы небесных светил, не зная законов развития человеческого общества и истинной причины войн и болезней, люди обожествляли светила, приписывали им влияние на судьбы людей и народов. Так возникла лженаука астрология, пытавшаяся предсказывать судьбы людей по движениям небесных светил. Подлинная наука давно опровергла выдумки астрологии.

Наука и религия глубоко враждебны друг другу. Наука открывает законы природы и помогает людям на основе этих законов использовать природу в своих интересах. Религия, наоборот, всегда внушала людям чувство беспомощности и страха перед природой. Она всегда опиралась не на знания, а на суеверия



Старинная индийская обсерватория.

и предрассудки и мешала развитию науки. В древности, когда люди не знали законов природы, влияние религии и ее служителей — жрецов — на народ было особенно сильным. Так как жрецы играли большую роль в хозяйственной и политической жизни древневосточных государств, они были заинтересованы в астрономических наблюдениях и широко использовали их; эти наблюдения им были нужны и для установления дат религиозных праздников.

Однако хозяйственный уклад древних государств с их примитивным земледелием, скотоводством и ремеслом, основанным на ручном труде рабов, не требовал еще сколько-нибудь высокого развития науки и техники. Поэтому астрономические наблюдения, проводившиеся в государствах Древнего Востока — Египте, Вавилонии, Индии — на протяжении многовековой истории, не могли привести к созданию астрономии как науки, способной объяснить устройство Вселенной.

Однако уже тогда астрономы стран Древнего Востока достигли больших успехов в своих наблюдениях неба, научились предсказывать наступление затмений и настойчиво следили за движением планет.

Задолго до нашей эры астрономы составляли так называемые звездные каталоги — списки наиболее ярких звезд с указанием их положения на небе.

Астрономические знания, накопленные в Египте и Вавилоне особенно в VI—V вв. до н. э., заимствовали древние греки. В древней Греции имелись более благоприятные условия для развития науки.

Первые греческие ученые в это время пытались доказать, что Вселенная существует без участия божественных сил. Греческий философ Фалес в VI в. до н. э. учил, что все существующее в природе — и Земля и небо — возникло из одного «первоначального» элемента — воды. Другие ученые считали таким «первоначальным» элементом огонь или воздух. В VI в. до н. э. греческий философ Гераклит высказал гениальную мысль, что Вселенная никогда никем не была создана, она всегда была, есть и будет, что в ней нет ничего неизменного — все движется, изменяется, развивается. Эта замечательная мысль Гераклита впоследствии легла в основу подлинной науки, изучающей законы развития природы и человеческого общества.

Многие греческие ученые, однако, наивно полагали, что Земля — самое крупное тело во Вселенной и находится в ее центре. При этом они вначале считали Землю неподвижным плоским телом, вокруг которого обращаются Солнце, Луна и планеты. Позднее, систематически наблюдая природу, ученые пришли к выводу, что Вселенная и Земля, на которой мы живем, устроены гораздо сложнее, чем это представляется неискушенному наблюдателю. В конце VI в. до н. э. Пифагор впервые, а за ним в V в. Парменид высказали предположение, что Земля — тело не плоское, а шарообразное.

Аристотель — величайший ученый древней Греции.

Крупным достижением науки было учение греческих философов Левкиппа и Демокрита. Они утверждали, что все существующее состоит из мельчайших частиц материи — атомов и что все явления природы совершаются без какого-либо участия богов и других сверхъестественных сил.

Позднее, в IV в. до н. э., с изложением своих взглядов на устройство Вселенной выступил Аристотель — величайший из ученых и философов Греции. Аристотель занимался всеми науками, которые были известны в ту

эпоху,—физикой, минералогией, зоологией и др. Он много занимался также вопросами формы Земли и ее положения во Вселенной. При помощи остроумных соображений Аристотель доказал шарообразность Земли. Он утверждал, что лунные затмения происходят, когда Луна попадает в тень, отбрасываемую Землей. На диске Луны мы видим край земной тени всегда круглым. И сама Луна имеет выпуклую, скорее всего шарообразную форму.

Таким путем Аристотель пришел к выводу, что Земля, безусловно, шарообразна и что шарообразны, по-видимому, все небесные тела.

В то же время Аристотель считал Землю центром Вселенной, крупнейшим ее телом, вокруг которого обращаются все небесные тела. Вселенная, по мнению Аристотеля, имеет конечные размеры — ее как бы замыкает сфера звезд. Своим авторитетом, который и в древности, и в средние века считался непререкаемым, Аристотель закрепил на много веков ложное мнение, что Земля — неподвижный центр Вселенной. Это мнение разделяли и позднейшие греческие ученые. В дальнейшем его приняла как непреложную истину христианская церковь.

Впоследствии, уже в XVIII в., великий русский ученый М. В. Ломоносов, всю жизнь страстно боровшийся за торжество науки над суеверием, оглядываясь на прошлые века, писал, что в течение многих веков «идолопоклонническое суеверие держало астрономическую Землю в своих челюстях, не давая ей двигаться».

Однако и в Греции после Аристотеля некоторые передовые ученые высказывали смелые и правильные догадки об устройстве Вселенной.

Живший в III в. до н. э. Аристарх Самосский считал, что Земля обращается вокруг Солнца. Расстояние от Земли до Солнца он определил в 600 диаметров Земли. На самом деле это расстояние в 20 раз меньше действительного, но по тому времени и оно казалось невообразимо огромным. Однако это расстояние Аристарх считал ничтожным по сравнению с расстоянием от Земли до звезд. Эти гениальные мысли Аристарха, через много веков подтвержденные открытием Коперника, не были поняты современниками. Аристарха обвинили в безбожии и осудили на изгнание, а его правильные догадки были забыты.

В конце IV в. до н. э. после походов и завоеваний Александра Македонского греческая культура проникла во все страны Ближнего Востока. Возникший в Египте город Александрия стал крупнейшим культурным центром. В Александрийской академии, объединявшей ученых того времени, в течение нескольких веков велись астрономические наблюдения уже при помощи угломерных инструментов. Александрийские астрономы достигли большой точности в своих наблюдениях и внесли много нового в астрономию.

В III в. до н. э. александрийский ученый Эратосфен впервые определил размеры земного шара (см. том 1 ДЭ).

Во II в. до н. э. великий александрийский астроном Гиппарх, используя уже накопленные наблюдения, составил каталог более чем 1000 звезд с довольно точным определением их положения на небе. Гиппарх разделил звезды на группы и к каждой из них отнес звезды примерно одинакового блеска. Звезды с наибольшим блеском он назвал звездами первой величины, звезды с несколько меньшим блеском — звездами второй величины и т. д. Гиппарх ошибочно считал, что все звезды находятся от нас на одинаковом расстоянии и что разница в их блеске зависит от их размеров.

В действительности дело обстоит иначе: звезды находятся на различных расстояниях от нас. Поэтому звезда огромных размеров, но находящаяся на очень большом расстоянии от нас, будет по своему блеску казаться звездой далеко не первой величины. Наоборот, звезда первой величины может быть по своим размерам весьма скромной, но находиться сравнительно близко от нас. Однако гиппарховы «величины» как обозначение видимого блеска звезд сохранились до нашего времени.

Гиппарх правильно определил размеры Луны и ее расстояние от нас. Сопоставляя результаты личных наблюдений и наблюдений своих предшественников, он вывел продолжительность солнечного года с очень малой ошибкой (только на 6 минут).

Позднее, в I в. до н. э., александрийские астрономы участвовали в реформе календаря, предпринятой римским диктатором Юлием Цезарем. Этой реформой был введен календарь, действовавший в Западной Европе до XVI — XVIII вв., а в нашей стране — до Великой Октябрьской социалистической революции.

Гиппарх и другие астрономы его времени уделяли много внимания наблюдениям за движением планет. Эти движения представлялись им крайне запутанными. В самом деле, направление движения планет по небу как будто периодически меняется — планеты как бы описывают по небу петли. Эта кажущаяся сложность в движении планет вызывается движением Земли вокруг Солнца— ведь мы наблюдаем планеты с

Земли, которая сама движется. И когда Земля «догоняет» другую планету, то кажется, что планета как бы останавливается, а потом движется назад. Но древние астрономы, считавшие Землю неподвижной, думали, что планеты действительно совершают такие сложные движения вокруг Земли.

Во II в. н. э. александрийский астроном Птолемей выдвинул свою «систему мира». Он пытался объяснить устройство Вселенной с учетом видимой сложности движения планет.

Считая Землю шарообразной, а размеры ее ничтожными по сравнению с расстоянием до планет и тем более до звезд, Птолемей, однако, вслед за Аристотелем утверждал, что Земля — неподвижный центр Вселенной. Так как Птолемей считал Землю центром Вселенной, его система мира была названа геоцентрической [1].

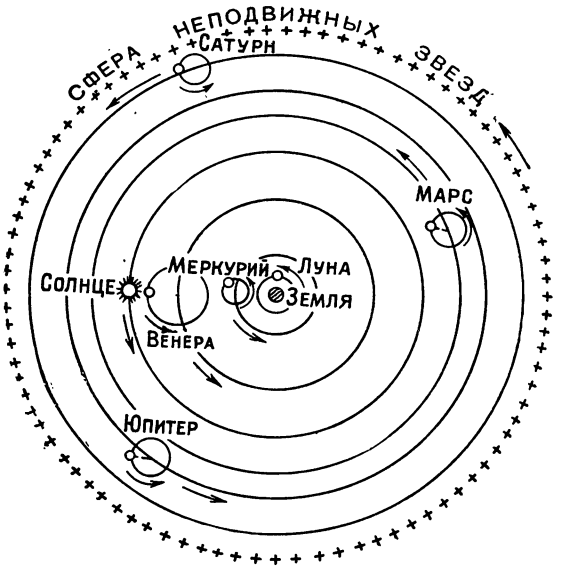
Вокруг Земли, по Птолемею, движутся (в порядке удаленности от Земли) Луна, Меркурий, Венера, Солнце, Марс, Юпитер, Сатурн, звезды. Но если движение Луны, Солнца, звезд правильное круговое, то движение планет гораздо сложнее. Каждая из планет, по мнению Птолемея, движется не вокруг Земли, а вокруг некоторой точки. Точка эта в свою очередь движется по кругу, в центре которого находится Земля. Круг, описываемый планетой вокруг движущейся точки, Птолемей назвал эпициклом, а круг, по которому движется точка около Земли,— деферентом.

Трудно представить себе, чтобы в природе могли совершаться такие запутанные движения, да еще вокруг воображаемых точек. Такое искусственное построение потребовалось Птолемею для того, чтобы, основываясь на ложном представлении о неподвижности Земли, расположенной в центре Вселенной, объяснить видимую сложность движения планет.

Птолемей был блестящим для своего времени математиком. Но он разделял взгляд Аристотеля, который считал, что Земля неподвижна и только она может быть центром Вселенной.

Система мира Аристотеля — Птолемея казалась современникам правдоподобной. Она давала возможность заранее вычислять движение планет на будущее время — это было необходимо для ориентировки в пути во время путешествий и для календаря. Эту ложную систему признавали почти полторы тысячи лет.

Геоцентрическая система мира Птолемея появилась в то время, когда и Египет и Греция



Система мира по Птолемею.

уже были завоеваны Римом. Потом пришла в упадок Римская империя, к которому ее привели изживший себя рабовладельческий строй, войны и нашествия других народов. Наряду с разрушением огромных городов истреблялись памятники греческой науки.

На смену рабовладельческому строю пришел феодальный строй. Христианская религия, распространившаяся к этому времени в странах Европы, признала геоцентрическую систему мира согласной со своим учением.

В основу своего миропонимания христианство положило библейскую легенду о сотворении мира богом за шесть дней. По этой легенде Земля является «средоточием» Вселенной, а небесные светила созданы для того, чтобы освещать Землю и украшать небесный свод. Всякое отступление от этих взглядов христианство беспощадно преследовало. Система мира Аристотеля—Птолемея, ставившая Землю в центр мироздания, как нельзя лучше отвечала христианскому вероучению, хотя многие «отцы церкви» отказывались признавать именно те положения этой системы мира, которые были верными, например положение о шарообразности Земли. В христианских странах получило признание и широко распространилось «учение» монаха Козьмы Индикоплова, считавшего Землю плоской, а небо как бы «крышкой» над ней. Это учение было возвращением к самым примитивным представлениям древнейших народов об устройстве Вселенной.

[1] Ге — по-гречески «земля».

Астрономия в средние века

В средние века восточные страны, значительно обогнали Европу в развитии науки. Так, в Индии и в основанном в VII—VIII вв. Арабском халифате астрономия сделала большие успехи и превзошла в отношении точности наблюдений уровень, достигнутый в свое время греческой астрономией. Арабские астрономы, среди которых самыми выдающимися были Аль-Баттани (858—929), Абу-ль-Вефа (940—998), Ибн-Юнус (вторая половина X в.) и др., неустанно вели астрономические наблюдения. Они обнаруживали в движениях Солнца, Луны и планет такие особенности, которые не согласовывались с системой мира Птолемея. Однако арабские астрономы не могли преодолеть ложного мнения о центральном положении Земли во Вселенной. Сталкиваясь с противоречиями в учении Птолемея, они не отвергали его, а вносили в него дополнения, делали его еще более сложным. Но в наблюдениях за положением небесных тел арабские ученые достигли большого совершенства. Они занимались также определением размеров земного шара теми же способами, что и Эратосфен, и тем самым оказали большую услугу географической науке.

Наибольшего развития в средние века астрономия достигла в странах Средней Азии и в Азербайджане. Среднеазиатские ученые Бируни, Омар Хайям и другие, а также азербайджанский астроном Насирэддин Туси были самыми крупными астрономами средневековья.

Народы Средней Азии, входящие ныне в Союз Советских Социалистических Республик, еще в глубокой древности создали высокую культуру. Среднеазиатские ученые развивали и двигали науку вперед в то время, когда в Западной Европе она находилась в упадке. Николай Коперник и другие ученые Европы, создавшие в XVI—XVII вв. новое учение об устройстве Вселенной, имели достойных предшественников в лице среднеазиатских ученых IX—XV вв.

Среднеазиатские народы вынуждены были постоянно в ожесточенной борьбе отстаивать свою независимость. Обширные области Средней Азии в первой половине IV в. до н. э. были завоеваны греками под предводительством Александра Македонского, а спустя тысячу лет — арабами. В начале XIII в. Среднюю Азию захватили монголы во главе с Чингисханом. Отсюда они распространили свои завоевания на Кавказ и Восточную Европу. Однако ни войны, ни временное господство чужеземных завоевателей не могли остановить развитие культуры среднеазиатских народов.

На протяжении многих веков в низовьях реки Аму-Дарьи процветала культура Хорезмского государства. Советским археологам удалось восстановить величественную культуру древнего Хорезма с ее замечательными памятниками архитектуры и искусства. Крупными культурными центрами Средней Азии были Бухара, а также Мерв и Самарканд (центр науки и просвещения, развивавшийся в условиях гнета монгольских завоевателей).

Среднеазиатские ученые, работавшие в древнем Хорезме, Бухаре, Мерве, Самарканде, далеко опередили ученых других народов и предвосхитили последующее развитие европейской науки. В особенности это относится к астрономий.

В первой половине IX в. в Хорезме жил и работал замечательный ученый Мухаммед, прозванный ал-Хорезми (из Хорезма), крупнейший математик своей эпохи, один из создателей алгебры. Ал-Хорезми был также крупным астрономом. Он значительно улучшил таблицы движений планет, составленные Птолемеем, и усовершенствовал астролябию — прибор, изобретенный Птолемеем и много веков применявшийся для определения широты и долготы мест на поверхности Земли.

В конце X и в первой половине XI в. протекала деятельность самого выдающегося хорезмского ученого—Бируни (973—1048). Живя в условиях господства мусульманской религии (которая относилась к науке столь же враждебно, как и христианская), Бируни смело и страстно выступал против религиозного мировоззрения. Он считал, что в природе все существует и изменяется по законам самой природы, а не по божественному велению. По мнению Бируни, вера в таинственные силы, будто бы существующие в природе и влияющие на судьбы людей, возникла из-за незнания законов природы. Постигнуть же эти законы люди могут только с помощью науки.

Бируни работал в различных областях науки: он был самым выдающимся астрономом своего времени и внес много нового в историю, географию и минералогию. Бируни решительно утверждал, что Земля имеет шарообразную форму. Он говорил, что если бы Земля не была шарообразным телом, то многие явления природы представлялись бы нам совсем иными, например продолжительность дней и ночей не менялась бы в различные времена года.

Бируни.

Исходя из правильного представления о форме Земли, Бируни определил размеры (длину окружности) Земли более точно, чем это сделали Эратосфен и арабские астрономы. Из наблюдений над понижением линии горизонта, рассматриваемой с возвышенного места, он высчитал, что длина окружности Земли составляет (в переводе на наши меры) 41 550 *км*. Действительная длина окружности Земли, установленная современной наукой путем более точных измерений и расчетов, очень мало отличается от вычисленной Бируни.

Бируни много занимался астрономическими наблюдениями и старался научно объяснить многие явления, которые были загадкой для современных ему астрономов. Он считал, что в астрономии, как и во всякой науке, никакие соображения не заслуживают доверия, если они не подтверждены наблюдением и опытом.

Бируни критически относился к учению Птолемея и допускал возможность движения Земли вокруг Солнца. Таким образом, за пятьсот лет до Коперника Бируни правильно представлял себе устройство солнечной системы. Как настоящий ученый, Бируни всегда боролся против вмешательства религии в дела науки. За свои передовые взгляды он постоянно подвергался преследованиям со стороны мусульманских фанатиков и три раза вынужден был покидать родину и жить в изгнании.

В XI и в начале XII в. протекала жизнь и деятельность Омара Хайяма (около 1040—1123 гг.) — великого таджикского поэта, ученого и философа. Омар Хайям был подлинным революционером в науке. Он считал, что Земля, как и другие небесные тела, движется в бесконечном пространстве Вселенной, вращаясь вокруг своей оси. Омар Хайям утверждал, что Вселенная никогда не была создана — она существует вечно. Как и Бируни, Омар Хайям учил, что только наука может открывать законы природы и заставлять природу служить человеку.

В Азербайджане в XIII в. прославился своими трудами астроном Мухаммед Насирэддин Туси (1201—1274), построивший великолепную обсерваторию в Мараге. Вместе с другими астрономами он составил таблицы положения планет и звезд, более точные, чем таблицы Гиппарха и Птолемея. Он ознакомил восточных ученых со всеми достижениями древнегреческой астрономии.

Великие ученые Средней Азии были не только выдающимися мыслителями, высказывавшими правильные, позднее подтвержденные наукой взгляды на устройство мира, но и замечательными наблюдателями. Особенно прославились своими наблюдениями самаркандские астрономы XV в. Джемшид ал-Каши (он был также и замечательным математиком), Казы-заде Ар-Руми, Али Кушчи. Их трудам всячески содействовал и принимал в них личное участие правитель Самарканда Улугбек (1394—1449).

Улугбек был внуком известного завоевателя Тимура, который во второй половине XIV в. покорил среднеазиатские народы и после успешных походов оказался во главе огромной империи, простиравшейся от Инда до Волги, от границ Китая до Малой Азии. Столицей государства Тимура был Самарканд. В этот город Тимур привлекал ученых, художников, строителей как из других городов Средней Азии,

Улугбек.

так и из завоеванных стран. Благодаря их трудам Самарканд украсился замечательными постройками, стал одним из красивейших городов мира.

После смерти Тимура его огромная империя распалась. Улугбек в молодые годы был наместником в Самарканде, а впоследствии объединил под своей властью значительную часть Средней Азии. Он был крупным ученым-астрономом, просвещенным государственным деятелем, неустанно заботившимся о развитии науки в своей стране. Привлекая в Самарканд ученых, Улугбек создавал наилучшие условия для их работы. Он выстроил для них в Самарканде грандиозную обсерваторию. Таких крупных и хорошо оборудованных обсерваторий не было нигде ни до Улугбека, ни много времени после него.

Огромное здание этой обсерватории, воздвигнутой на одном из холмов в Самарканде, поражало современников своими размерами и великолепием. Но еще более замечательным было ее оборудование. Она была оснащена лучшими по тому времени инструментами. Телескопов тогда еще не существовало. Астрономы вели свои наблюдения при помощи угломерных инструментов, служивших для определения положения светил на небе и расстояний между ними, выраженных в градусах и минутах дуги. Инструменты обсерватории Улугбека были самыми крупными и совершенными, какие только можно было тогда изготовить. Пользуясь ими, Джемшид, Али Кушчи, Улугбек и другие выдающиеся самаркандские астрономы достигли такой точности в своих наблюдениях, которая еще полтора века спустя оставалась непревзойденной.

Самым замечательным из трудов самаркандских астрономов были «Звездные таблицы» — каталог, содержавший точные положения на небе 1018 звезд. Он долго оставался самым полным и самым точным; европейские астрономы переиздавали его еще спустя два века. Не меньшей точностью отличались и самаркандские таблицы движений планет. Наблюдения астрономов Улугбек как правитель широко использовал для практической цели — определения географических координат различных мест в Средней Азии.

Улугбек очень враждебно относился к религии и много заботился о распространении просвещения в народе. В Самарканде и других городах он открывал учебные заведения, в которых преподавались светские науки. Понятно, что мусульманские фанатики ненавидели Улугбека — вольнодумца и вероотступника. В конце концов Улугбек был убит.

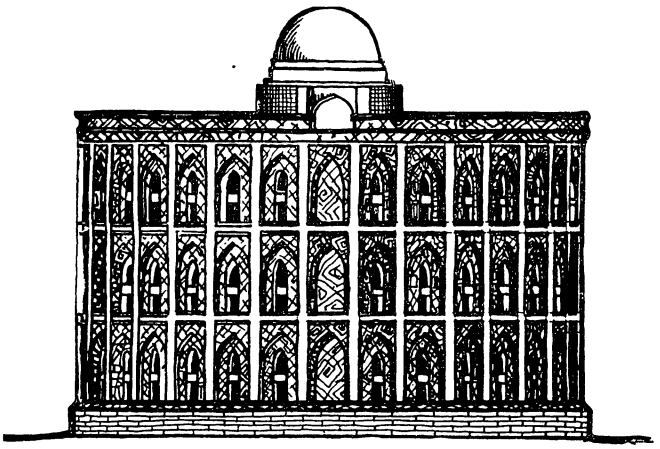
Так преждевременно закончилась жизнь Улугбека, а затем и деятельность объединившихся вокруг него ученых. После гибели Улугбека в стране началось гонение на науку и ученых, которые были вынуждены оставить страну. Вскоре мусульманские фанатики разрушили ненавистную им обсерваторию, и развалины ее с течением времени сровнялись с землей. Само местонахождение обсерватории было потом забыто. Только в недавнее время нашим ученым удалось обнаружить в земле ее остатки и составить представление об этом великолепном для своего времени сооружении.

Труды самаркандских астрономов были широко известны во всем мире и оказали большое влияние на развитие астрономии.

Наступление реакции во многих странах Средней Азии и усилившийся гнет мусульманской религии надолго задержали развитие науки и культуры народов Средней Азии. Они вновь расцвели лишь при Советской власти. Но гордостью этих народов и поныне остаются имена выдающихся ученых Мухаммеда из Хорезма, Бируни, Омара Хайяма, Джемшида, Али Кушчи,

Улугбека и др. Трудами этих ученых астрономия была поднята на такую высоту, какой она нигде не достигала до Коперника.

В своих научных исканиях ученые Средней Азии использовали достижения науки древней Греции, а также Индии, где различные науки, особенно математика, физика и астрономия, в IV—VIII вв. достигли высокого развития. Индийские астрономы Ариабхата (начало V в.) и Варахамихара считали, что Земля — шар и вращается вокруг своей оси. К сожалению, не сохранилось никаких сведений о том, какие доводы они приводили для обоснования своего



Предполагаемый вид обсерватории Улугбека.

мнения. Замечательный индийский мыслитель VII в. Брамагупта высказал предположение, что Земля притягивает к себе все другие тела. Таким образом, он приближался к мысли о существовании всемирного тяготения, хотя и не мог обосновать ее так, как спустя тысячу лет это сделал Ньютон. Развитию астрономии в Индии способствовали успехи индийской математики, которая потом оказала большое влияние на европейскую математику. В Индии была создана и распространилась на весь мир десятичная система счисления.

■

ОТ КОПЕРНИКА ДО НЬЮТОНА

24 мая (ст. ст.) 1543 г. тяжелая, гнетущая весть разнеслась среди жителей Фромборка — рыбачьего городка в устье Вислы, на севере Польши. Эта весть быстро распространилась по окрестным деревням и всей области и вызвала скорбь простых людей — крестьян, рыбаков, ремесленников: после долгой болезни скончался Николай Коперник.

Простые люди Вармии (так называлась самостоятельная церковная область в Польше, центром которой был Фромборк) знали, что доктор Коперник, самый образованный человек во всем государстве, всегда был их другом и защитником. Замечательный врач, он безвозмездно лечил бедняков и днем и ночью готов был спешить на помощь больному. Все знали, что, участвуя в управлении областью, Коперник защищал права простых людей. Многие помнили страшное время, когда наглые захватчики — тевтонские псы-рыцари — напали на страну. И тогда миролюбивый ученый, доктор Коперник, страстный патриот, возглавил оборону одного из городов.

Коперника знали не только его земляки и соотечественники, но и передовые ученые многих стран. Известие о его смерти было и для них тяжелым ударом. И только другая весть, пришедшая вслед за первой, смягчила тяжесть утраты: стало известно, что Коперник успел закончить и напечатать свою бессмертную книгу «О вращении небесных сфер». В этой книге он доказал, что Вселенная устроена совсем не так, как много веков утверждала религия.

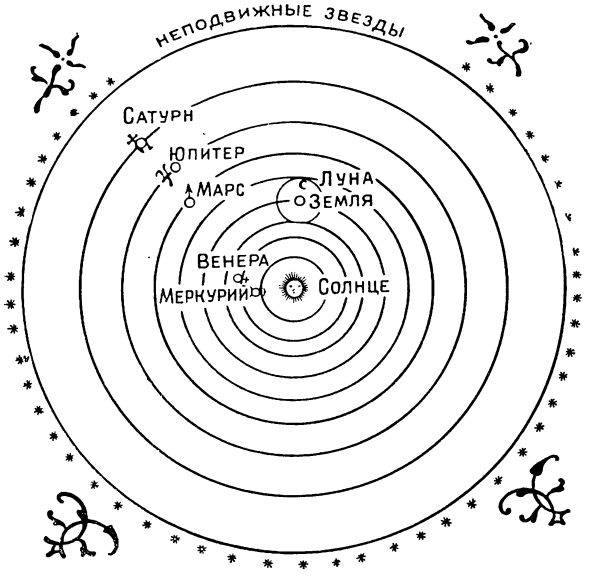
Во всех странах почти полтора тысячелетия владело умами людей ложное учение Птолемея, который утверждал, что Земля неподвижно покоится в центре Вселенной. Последователи Птолемея в угоду церкви придумывали все новые «разъяснения» и «доказательства» движения планет вокруг Земли, чтобы охранить «истинность» и «святость» его ложного учения. Но от этого система Птолемея становилась еще более надуманной и искусственной.

Задолго до Птолемея греческий ученый Аристарх утверждал, что Земля движется вокруг Солнца. Позже, в средние века, передовые ученые разделяли точку зрения Аристарха о строении мира и отвергали ложное учение Птолемея. Незадолго до Коперника великие итальянские ученые Николай Кузанский и Леонардо да Винчи утверждали, что Земля движется, что она вовсе не находится в центре Вселенной и не занимает в ней исключительного положения.

Почему же, несмотря на это, система Птолемея продолжала господствовать? Потому, что она опиралась на всесильную церковную власть, которая подавляла свободную мысль, мешала развитию науки. Кроме того, ученые, отвергавшие учение Птолемея и высказывавшие правиль-

ные взгляды на устройство Вселенной, не могли еще их убедительно обосновать.

Это удалось сделать только Николаю Копернику. После тридцати лет упорнейшего труда, долгих размышлений и сложных математических расчетов он показал, что Земля — только одна из планет, а все планеты обращаются вокруг Солнца.



Система мира по Копернику.
(Рисунок из сочинений Коперника.)

Своей книгой он бросил вызов церковным авторитетам, разоблачая их полное невежество в вопросах устройства Вселенной.

Коперник не дожил до того времени, когда его книга распространилась по всему свету, открывая людям правду о Вселенной. Он был при смерти, когда друзья принесли и вложили в его холодеющие руки первый экземпляр книги, отпечатанной в Нюрнберге, далеком городе на чужбине (тогда книгопечатание только входило в обиход и лишь в немногих городах Западной Европы были типографии).

Коперник родился в 1473 г. в польском городе Торуни. Он жил в трудное время, когда Польша и ее сосед — Русское государство — продолжали вековую борьбу с захватчиками — тевтонскими рыцарями и татаро-монголами, стремившимися поработить славянские народы.

Коперник рано лишился родителей. Его воспитал дядя по матери Лукаш Ватцельроде — выдающийся общественно-политический деятель того времени.

Жажда знаний владела Коперником с детства. Сначала он учился у себя на родине. Потом продолжал образование в итальянских университетах. Конечно, астрономия там излагалась по Птолемею, но Коперник тщательно изучал и все сохранившиеся труды великих математиков и астрономов древности. У него уже тогда возникли мысли о правоте догадок Аристарха, о ложности системы Птолемея. Но не одной астрономией занимался Коперник. Он изучал философию, право, медицину и вернулся на родину всесторонне образованным для своего времени человеком.

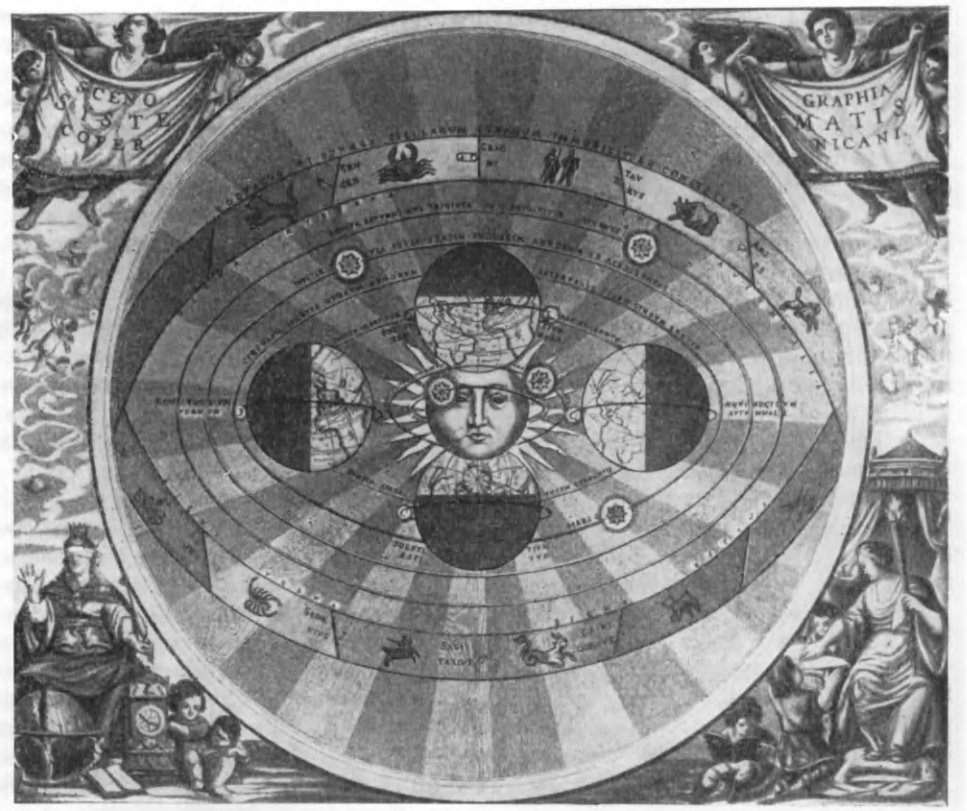
По возвращении из Италии Коперник поселился в Вармии — сначала в г. Лидцбарке, потом в Фромборке. Деятельность его была необычайно разнообразна. Он принимал самое активное участие в управлении областью: ведал ее финансовыми, хозяйственными и другими делами. В то же время Коперник неустанно размышлял над истинным устройством солнечной системы и постепенно пришел к своему великому открытию.

Что же заключает в себе книга Коперника «О вращении небесных сфер» и почему она нанесла такой сокрушительный удар по системе Птолемея, которая со всеми своими изъянами и «заплатами» держалась четырнадцать веков под покровительством всесильной в ту эпоху церковной власти? В этой книге Николай Коперник утверждал, что Земля и другие планеты — спутники Солнца. Он показал, что именно движением Земли вокруг Солнца и ее суточным вращением вокруг своей оси объясняется видимое движение Солнца, странная запутанность в движении планет и видимое вращение небесного свода.

Гениально просто Коперник объяснял, что мы воспринимаем движение далеких небесных тел так же, как и перемещение различных предметов на Земле, когда сами находимся в движении.

Мы скользим в лодке по спокойно текущей реке, и нам кажется, что лодка и мы в ней неподвижны, а берега «плывут» в обратном направлении. На поезде мы обогнали идущего пешехода, а нам кажется, что пешеход движется в обратном направлении. Точно так же нам только кажется, что Солнце движется вокруг Земли. А на самом деле Земля со всем, что на ней находится, движется вокруг Солнца и в течение года совершает полный оборот по своей орбите.

И точно так же, когда Земля в своем движении вокруг Солнца обгоняет другую планету,



Старинное изображение системы мира по Копернику.

нам кажется, что планета движется назад, описывая петлю на небе. В действительности планеты движутся вокруг Солнца по орбитам правильной, хотя и не идеально круговой формы, не делая никаких петель. Коперник, как и древнегреческие ученые, ошибочно полагал, что орбиты, по которым движутся планеты, могут быть только круговыми.

Спустя три четверти века немецкий астроном Иоганн Кеплер, продолжатель дела Коперника, доказал, что орбиты всех планет представляют собой вытянутые окружности — эллипсы.

Звезды Коперник считал неподвижными. Сторонники Птолемея, настаивая на неподвижности Земли, утверждали, что если бы Земля двигалась в пространстве, то при наблюдении неба в разное время нам должно было бы казаться, что звезды смещаются, меняют свое положение на небе. Но таких смещений звезд за много веков не заметил ни один астроном. Именно в этом сторонники учения Птолемея хотели видеть доказательство неподвижности Земли.

Однако Коперник утверждал, что звезды находятся от нас на невообразимо огромных расстояниях. Поэтому ничтожные смещения их не могли быть замечены. Действительно, расстояния от нас даже до ближайших звезд оказались настолько большими, что еще спустя три века после Коперника они не поддавались точному определению. Только в 1837 г. русский астроном Василий Яковлевич Струве положил начало точному определению расстояний до звезд.

Понятно, какое потрясающее впечатление должна была произвести книга, в которой Коперник объяснял мир, не считаясь с религией и даже отвергая всякий авторитет церкви в делах науки. Деятели церкви не сразу поняли, какой удар по религии наносит научный труд Коперника, в котором он низвел Землю на положение одной из планет. Некоторое время книга свободно распространялась среди ученых. Прошло немного лет, и революционное значение великой книги проявилось в полной мере. Выдвинулись другие крупные ученые — продолжатели дела Коперника. Они развили и распространили идею бесконечности Вселенной, в которой Земля — как бы песчинка, а миров — бесчисленное множество. С этого времени цер-

ковь начала ожесточенное преследование сторонников учения Коперника.

Новое учение о солнечной системе (гелиоцентрическое, как его называют) утверждалось в жесточайшей борьбе со злейшим врагом науки — религией. Учение Коперника подрывало самые основы религиозного мировоззрения и открывало широкий путь к материалистическому, подлинно научному познанию явлений природы.

Во второй половине XVI в. учение Коперника нашло своих сторонников среди передовых ученых разных стран. Выдвинулись и такие ученые, которые не только пропагандировали учение Коперника, но углубляли и расширяли его.

Коперник полагал, что Вселенная ограничена сферой неподвижных звезд, которые расположены на невообразимо огромных, но все-таки конечных расстояниях от нас и от Солнца. В учении Коперника утверждалась огромность Вселенной, но еще не утверждалась бесконечность ее.

В 70-х годах XVI в. английский ученый Т. Диггес высказал мнение, что Вселенная бесконечна, а звезды не располагаются на одной сфере, т. е. на одинаковых расстояниях от Солнца, а рассеяны повсюду в бесконечной Вселенной.

Особенно смело развил и углубил эту идею в последней четверти XVI в. великий итальянский мыслитель Джордано Бруно (1548—1600).

Вся жизнь Бруно — это жизнь борца за научную истину, против религии и церкви, против всякого суеверия и мракобесия.

Бруно родился на юге Италии в религиозной семье. В юности его отдали в монастырь, где ему предстояло стать верным слугой церкви. Но свободолюбивый юноша не мог мириться с монастырскими порядками. Им владели жажда знаний и желание передавать знания людям.

Упорно овладевая знаниями, Бруно познакомился и с учением Коперника. Он стал ревностным сторонником этого учения, чем возбудил против себя ненависть монастырского начальства.

Бруно оставил монастырь и уехал из Италии. К этому времени он был уже сложившимся мыслителем и в своих взглядах на строение Вселенной шел дальше Коперника.

Долгие годы Бруно провел в разных странах Западной Европы. Преследования церкви заставляли его переезжать из Швейцарии во Францию, потом в Англию и Германию. Везде он развивал кипучую деятельность: читал лекции, издавал свои книги, выступал на публич-

Джордано Бруно выступает в защиту учения Коперника в Оксфордском университете. (Барельеф на памятнике в Риме.)

ных диспутах против сторонников системы мира Птолемея. Бруно учил, что Вселенная бесконечна, что у нее не может быть никакого «центра». Огромное Солнце — всего только одна из звезд. Каждая звезда — такое же Солнце. Этих солнц бесчисленное множество, они окружены планетами, на которых может быть жизнь. Бруно утверждал, что и Солнце, и звезды вращаются вокруг своих осей, а в солнечной системе, кроме известных уже планет, существуют и другие, пока еще не открытые.

Свои гениальные догадки Бруно не мог подтвердить результатами наблюдений. В его время не было телескопов. Однако предвидения Бруно потом подтвердились наукой. Со временем были открыты Уран, Нептун, Плутон — дальние планеты солнечной системы. Было доказано, что Солнце — рядовая звезда в гигантской звездной системе Млечного Пути, а эта система — одна из бесчисленных во Вселенной. Что Солнце вращается вокруг своей оси, было установлено вскоре после смерти Бруно, а доказательство вращения звезд — одно из недавних завоеваний науки.

В 1592 г. служителям римской церкви удалось при помощи обмана и предательства схватить Бруно. Более семи лет они продержали его в тюремных застенках. Слишком велика была его слава, и церкви хотелось во что бы то ни стало заставить его отречься от своих взглядов.

Бруно не сдался. Когда его приговорили к сожжению на костре, он произнес слова, оставшиеся в веках: «Сжечь не значит опровергнуть».

17 февраля (ст. ст.) 1600 г. Джордано Бруно был сожжен на одной из площадей Рима. Ученый трагически погиб, но никакой костер не мог опровергнуть его бессмертные идеи. Высказывая их, Бруно опережал свою эпоху на целые столетия, хотя наблюдения без телескопов и не могли подтвердить его правоту. Но прошло только десятилетие после гибели Бруно, и человечество получило в свое распоряжение новое средство наблюдения, при помощи которого были сделаны открытия, подтвердившие и учение Коперника, и предположения Бруно. Таким средством наблюдения был телескоп. Первые телескопы появились в самом начале XVII в. Неизвестно, кто был их изобретателем. Трудно сказать, кто первый начал и систематические наблюдения неба в телескоп. Но первые, притом выдающиеся астрономические открытия при помощи телескопа сделал соотечественник Бруно, итальянский ученый Галилей (1564—1642).

Джордано Бруно.

Имя Галилея было хорошо известно ученым еще при жизни Бруно: Галилей сделал важнейшие открытия в области физики и механики и нашел новые пути для развития этих наук.

В отличие от ученых — последователей Аристотеля, Галилей считал, что основой изучения природы являются наблюдение и опыт. Астрономия также должна развиваться на основе наблюдений, только необходимо совершенствовать их. Галилей сам строил зрительные трубы и использовал их для наблюдений неба.

Какими крохотными были эти трубы по сравнению с мощными современными телескопами, увеличивающими изображения в тысячи раз! Первая труба, с которой Галилей начал свои наблюдения, увеличивала в три раза. Позднейшая, самая совершенная труба Галилея увеличивала только в тридцать раз. И тем не менее при помощи этих самодельных инструментов Галилей сделал открытия, которые буквально потрясли его современников. Наблюдая Луну, Галилей обнаружил, что на ней есть горы, долины и глубокие впадины, т. е. поверхность Луны по своему рельефу похожа на поверхность Земли. Галилей открыл четыре спутника Юпитера,

Галилео Галилей.
(Репродукция картины художника Тинторетто.)

обращающиеся вокруг планеты, а это означало, что не только Земля и не только Солнце могут быть центрами обращения небесных тел. Вместе с тем оказывалось, что в солнечной системе, кроме уже известных небесных тел, существуют и многие другие, видные только в телескоп. Наблюдая солнечные пятна, Галилей установил, что они перемещаются по поверхности Солнца всегда в одном направлении, и сделал правильный вывод: Солнце вращается вокруг своей оси. Очевидно, что вращение присуще не только Земле, как установлено Коперником, но и вообще всем небесным телам.

Особенно поразительно было то, что при наблюдениях в телескоп обнаруживалось огромное количество звезд, не видимых простым глазом. Сплошное сияние Млечного Пути оказалось — как это предполагал в древности Демокрит — гигантским скоплением звезд.

Все эти открытия Галилея, опубликованные им в книге «Звездный вестник», получившей широкое распространение, подтверждали учение Коперника и догадки Бруно. Поэтому они вызвали особенно бешеную злобу со стороны церкви. Теперь уже не умозрения, а прямое наблюдение неба опровергало учение церкви о Земле как о центре Вселенной.

В 1616 г. римская церковь официально признала учение Коперника безбожным, не совместимым с «истинной верой» и запретила всякую его пропаганду. Однако Галилей не прекратил борьбы за распространение учения Коперника и за популяризацию своих открытий. Много лет он работал над большой книгой «Диалог о двух главнейших системах мира, Птолемеевой и Коперниковой», где убедительно доказывал правильность учения Коперника и полную несостоятельность учения Птолемея. Эту книгу Галилей с большим трудом издал в 1632 г.

Римская церковь привлекла Галилея за книгу к суду инквизиции. Суд над Галилеем — одна из позорнейших страниц в многовековой борьбе религии против науки. Галилея силой заставили отречься от учения о движении и вращении Земли. Вплоть до самой смерти он жил под надзором инквизиции, но открытия его были уже известны всему миру; по мере своих сил Галилей продолжал заниматься наукой, главным образом механикой. В Италии его книги даже не могли печататься, но их издавали в других странах, где влияние церкви уже не было таким сильным.

Одновременно с Галилеем выдающиеся открытия в области строения солнечной системы и движения тел в ней сделал австрийский ученый Иоганн Кеплер (1571—1630). Учение Коперника требовало математического уточнения. Вскоре после смерти Коперника астрономы составили на основе его системы мира новые таблицы движения планет. И хотя эти таблицы лучше согласовывались с наблюдениями, чем прежние таблицы, составлявшиеся еще по Птолемею, в них потом обнаружились расхождения с данными наблюдений. Необходимо было глубже исследовать и уточнить законы движения планет. Именно эту задачу и решил Кеплер.

Кеплер жил в неспокойное время, когда значительная часть Центральной Европы была раздроблена на множество мелких государств, а религиозные войны между католиками и протестантами препятствовали развитию науки и просвещения. Поступив в Тюбингенский университет, Кеплер с увлечением занимался математикой и астрономией. Преподававший эти науки проф. Местлин (1550—1631), вынужденный в аудитории излагать астрономию по Птолемею, был последователем учения Коперника и дома знакомил с этим учением своих слушателей. Кеплер вскоре стал последователем Коперника, но, в отличие от Местлина, он не скрывал своих взглядов, а открыто пропагандировал их.

Судьба Кеплера сложилась трагически. Преследуемый за свои взгляды богословами, как

Николай Коперник. Репродукция с картины художника *Я. Матейка*

На обороте: Тихо Браге.

католическими, так и протестантскими, он вынужден был после окончания университета скитаться по разным городам и заниматься случайными работами. Но и тогда ученый неустанно размышлял над увлекшим его вопросом: какая геометрическая форма планетных орбит лучше объясняет особенности движения планет. Философы древней Греции были убеждены, что круг — это идеальная геометрическая форма и только по кругу могут двигаться небесные тела. Даже в системе мира Коперника еще сохранилось это представление. Кеплер пришел к выводу, что оно ошибочно. Планетные орбиты имеют не правильно круговую, а иную геометрическую форму. Но какую? В первые годы своей деятельности Кеплер еще не смог решить эту задачу. Но уже тогда он приобрел известность как замечательный математик-вычислитель. Это обстоятельство сыграло большую роль в дальнейшей судьбе ученого.

В 1600 г. в Прагу переехал датский астроном Тихо Браге. Он оставил свою родину — Данию после того, как ее король лишил его средств на содержание построенной им замечательной по тому времени обсерватории. Тихо Браге был выдающимся наблюдателем неба, но в вопросе о строении Вселенной придерживался отсталых взглядов и учения Коперника не признавал. В Праге Тихо Браге решил продолжить свои наблюдения, а в качестве помощника для вычислений пригласил Кеплера. Совместная работа двух ученых, из которых один отвергал учение Коперника, а другой был его ревностным сторонником, продолжалась недолго. Вскоре Тихо Браге умер (1601), и богатейшие материалы его наблюдений перешли в распоряжение Кеплера. Среди них особенное значение имели материалы долголетних наблюдений Марса. Изучая эти материалы, Кеплер сделал замечательное открытие: он установил, что Марс движется вокруг Солнца не по правильному кругу, а по вытянутому кругу — эллипсу. Потом оказалось, что так движется вокруг Солнца не только Марс, но и все планеты солнечной системы; по эллипсу движется и Луна вокруг Земли. Продолжая свои исследования, Кеплер установил три закона движения тел в солнечной системе.

Первый закон Кеплера: планеты движутся по эллипсам. Солнце расположено не в центре эллипса, а в точке, находящейся на некотором расстоянии от центра и называемой фокусом. Но из этого следует, что расстояние планеты от Солнца не всегда одинаковое, а поэтому и скорость движения планеты вокруг Солнца также не всегда одинакова: чем ближе от Солнца находится планета, тем быстрее она движется, и, наоборот, чем дальше она от Солнца, тем ее движение медленнее. Эта особенность в движении планет составляет второй закон Кеплера. В третьем законе Кеплера устанавливается уже точная связь между расстояниями планет от Солнца и временами их обращения: оказывается, что квадраты времен обращений планет относятся между собой как кубы их средних расстояний от Солнца.

Это можно легко показать на примере любых двух планет. Например, среднее расстояние Юпитера от Солнца в 5,2 раза превышает расстояние Земли от Солнца, а время обращения Юпитера — 11,86 земного года. Простое вычисление покажет, что куб первого числа равен квадрату второго. При вычислении получается небольшое отклонение от точного равенства; оно объясняется тем, что расстояние и время обращения Юпитера здесь взяты приближенно; для полной точности вычисления в эти значения нужно внести еще несколько десятичных знаков, а это затруднило бы для читателя вычисления.

Галилео Галилей.

Иоганн Кеплер.

Эти три закона с тех пор так и называются законами Кеплера, а самого Кеплера последующие поколения астрономов прозвали «законодателем неба». Он вошел в историю как один из великих продолжателей дела Коперника. Но жизнь Кеплера и после такого важного открытия протекала в исключительно тяжелых условиях— его продолжали преследовать за пропаганду учения Коперника, которой он посвятил целый ряд книг. Эти книги неоднократно запрещались и сжигались на кострах, а жизни Кеплера не раз угрожала опасность со стороны церкви и ее приспешников.

Итак, в начале XVII в. развитию астрономии на основе учения Коперника мешало упорное сопротивление церкви. Однако на протяжении XVII в. условия для развития астрономии, как и для развития науки вообще, во многих странах резко изменились. Астрономия становилась наукой все более необходимой для географии и мореплавания, для определения точного времени и других нужд. В ряде государств Европы влияние церкви ослабело, и учение Коперника получило всеобщее признание. В разных странах появились выдающиеся астрономы, а успехи оптики давали возможность изготовлять телескопы гораздо более крупные и совершенные, чем те, которые были в распоряжении Галилея.

Важные открытия сделал замечательный польский астроном Ян Гевелий (1611—1687). Свой талант ученого Гевелий совмещал с необычайными способностями и умением в области оптики, механики, рисования. Он сам изготовлял себе телескопы и угломерные инструменты. В 1641 г. Гевелий построил в своем родном городе Гданьске великолепную обсерваторию. Особенное внимание Гевелий уделял изучению Луны. Он тщательно наблюдал и зарисовывал все детали обращенной к Земле стороны Луны и на основе этих наблюдений создал первый атлас Луны. Гевелий дал названия горам, кратерам и долинам на Луне, многие из этих названий сохраняются и теперь. Этот лунный атлас он опубликовал в книге «Селенография» (1647). Гевелий составил обзор всех комет, появлявшихся на исторической памяти человечества, ему же принадлежит и обширный звездный каталог, более точный, чем все предшествующие.

Выдающимся наблюдателем неба был Джованни Доменико Кассини (1625—1712) — итальянский астроном, потом переехавший во Францию. Здесь он стал первым директором Парижской обсерватории. Кассини выяснил, что Марс и Юпитер вращаются вокруг своих осей подобно Земле и Солнцу, и открыл четыре спутника Сатурна.

Два курьеза

В замечательном произведении Д. Свифта «Путешествия Гулливера» (третья часть) рассказывается о стране Лапуте (летающем острове). Астрономам этой страны были известны два спутника Марса.

Книга «Путешествия Гулливера» вышла в свет в 1726 г.— за полтора века до открытия американским астрономом А. Холлом спутников Марса Фобоса и Деймоса. Указанные Свифтом расстояния от планеты и время обращения ее спутников почти совпали с теми, какие оказались у настоящих спутников Марса.

Как мог Свифт предугадать количество спутников, расстояния до них и периоды их обращения?

Еще Кеплер полагал, что если у Земли один спутник — Луна, а у Юпитера —четыре (те, которые к тому времени открыл Галилей), то у Марса, обращающегося между Землей и Юпитером, должно быть два спутника, а у Сатурна — восемь. Свифт, конечно, был знаком с трудами Кеплера. А совпадение расстояний и времен обращений спутников Марса в книге Свифта — любопытный курьез.

С этим курьезом связан и другой. С 1877 г. (год открытия настоящих спутников Марса) было известно, что у Земли—один спутник, у Марса — два, у Юпитера — четыре, у Сатурна — восемь спутников. В точности по Кеплеру. Но эта «гармония» продержалась только 15 лет. В 1892 г. был открыт пятый спутник Юпитера, а потом и новые спутники у планеты гигантов.

«Гармония» рассыпалась!

В свое время Коперник довольно точно определил расстояния от Солнца до планет в единицах расстояния Земли от Солнца. Но расстояние от Земли до Солнца в абсолютных числовых величинах оставалось неизвестным, хотя попытки вычислить его делались неоднократно. Только в 1672 г. Кассини и другой французский астроном — Ш. Рише провели наблюдения одновременно в Париже и Южной Америке и определили, что Земля отстоит от Солнца на 140 млн. *км* (на самом деле от Земли до Солнца 149,5 млн. *км*). Таким образом, стали известны, хотя и не совсем точно, размеры солнечной системы, в которой самой далекой планетой оставался Сатурн.

Наблюдения привели астрономов во второй половине XVII в. к выводу, что не существует никакой сферы звезд, что звезды находятся на самых различных расстояниях от Земли, а пространство, заполненное звездами, безмерно огромно и, скорее всего, бесконечно. При этом предполагалось, что самые яркие звезды являются и самыми близкими. Однако попытки определить хотя бы приближенно расстояния даже до самых ярких звезд оставались безуспешными. Ясно было только, что даже ближайшие звезды находятся от Земли во много тысяч раз дальше, чем Солнце.

Много сделал для астрономии и выдающийся голландский физик Христиан Гюйгенс (1629—1695). Еще Галилей, наблюдая планеты, обнаружил какие-то странные «придатки» у диска Сатурна, но подробнее рассмотреть их в свой телескоп он не смог. Гюйгенс установил, что Сатурн окружен необычным образованием в виде кольца, которого нет у других планет. Гюйгенс открыл также Титан — самый крупный из спутников Сатурна.

В конце своей жизни Гюйгенс написал сочинение, озаглавленное «Космотеорос» («Обозрение Вселенной»). В этом сочинении, изданном уже после его смерти, Гюйгенс изложил для широкого круга читателей достижения астрономии того времени. Он высказал свое убеждение, что Вселенная бесконечна, а планеты, обращающиеся вокруг бесчисленных звезд, обитаемы. Книга Гюйгенса вскоре была переведена на русский язык и в эпоху Петра I сыграла выдающуюся роль в распространении астрономических знаний в нашей стране. В этой же книге Гюйгенс изложил свою попытку определить расстояние до Сириуса, самой яркой звезды неба, которая из-за яркости считалась самой близкой. Гюйгенс пришел к заключению, что Сириус отстоит от Земли в 28 000 раз дальше, чем Солнце. Тогда это расстояние казалось чудовищно огромным. В действительности от Сириуса до Земли почти в двадцать раз дальше. Правда, Сириус не самая близкая звезда. Но и самая близкая звезда альфа Центавра, как теперь известно, всего только вдвое ближе к Земле, чем Сириус.

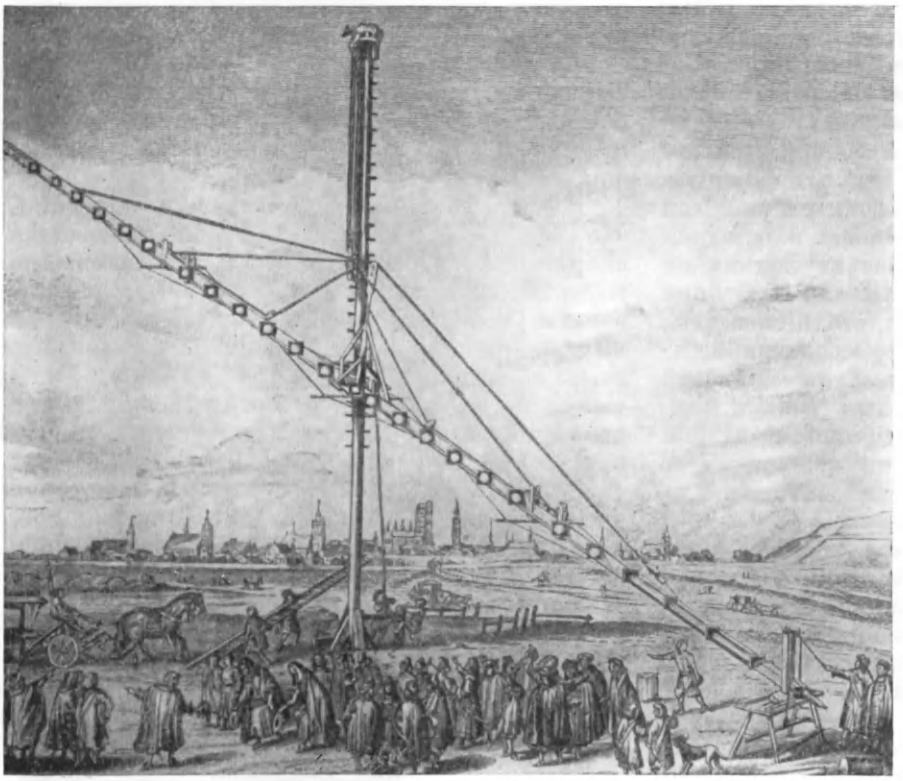
В своем великом труде Коперник объяснил, что Земля — одна из планет, обращающихся вокруг Солнца. Кеплер установил законы, по которым планеты совершают свое движение вокруг Солнца. Оставалось, однако, неизвестным, какая сила заставляет планеты совершать такие обращения, не падая на Солнце и не улетая от него. Понятно, что это относилось и к движению Луны: почему Луна обращается вокруг Земли, не улетая от нее и не падая на нее?

Ответить на этот вопрос пытались некоторые ученые второй половины XVII в. Но их попытки обнаружить силу, управляющую движением небесных тел, не увенчались успехом. Сделал это английский ученый Исаак Ньютон спустя почти полтора столетия после выхода в свет

Ян Гевелий.

труда Коперника и через три четверти века после открытий Кеплера и Галилея. Многое изменилось за это время. Развивавшийся уже в ряде стран, в особенности в Голландии и Англии, капитализм предъявлял все большие требования к точным наукам и к технике. И церковь в этих странах, при всей своей враждебности к передовой науке, уже не могла препятствовать ее развитию. Ньютону и ученым его поколения не угрожала судьба Бруно, Галилея и Кеплера.

Ньютон родился в 1643 г. В детстве он не проявлял склонности к науке и даже не показывал особых успехов в учении. Но в юности



Большой телескоп Гевелия в Гданьске.

у него обнаружились необычайные математические способности. В 1661—1665 гг. Ньютон учился в Кембриджском университете — одном из старейших и лучших университетов Англии. С 1669 по 1696 г. он был профессором математики в этом университете. Именно в этот период Ньютон и сделал свои выдающиеся научные открытия. В 1696 г. он переехал в Лондон и здесь занимал крупные общественные и государственные должности. Скончался Ньютон в 1727 г., на 85-м году жизни, всемирно известным ученым.

Ньютон обогатил своими открытиями и математику, и физику, и астрономию. И прежде астрономия не могла развиваться без помощи математики. Теперь же развитие астрономии, наряду с развитием физики и техники, предъявляло особенные требования к математике.

Ньютон почти одновременно с немецким ученым Лейбницем и независимо от него создал важнейшие разделы математики — дифференциальное и интегральное исчисления. Во времена Коперника и Кеплера вершиной математических знаний являлась тригонометрия. Теперь была заложена математическая основа для изучения таких сложных особенностей движений небесных тел, которые были недоступны для элементарной математики.

Ньютон внес важнейший вклад в физику. Он открыл сложный состав белого цвета. Путем наблюдения и опыта Ньютон выяснил, что белый солнечный луч — это как бы «смесь» многих цветов. Оказалось, что белый цвет можно разложить на составляющие его цвета, а потом вновь собрать их в единый белый цвет. Это открытие легло впоследствии в основу спектрального анализа, который оказал и продолжает оказывать неоценимые услуги астрономии. Изучая спектры далеких небесных тел, т.е. цветовой состав их лучей, можно узнать химический состав и физическую природу этих тел.

Ньютон построил отражательный телескоп, или рефлектор. В нем, в отличие от трубы Галилея, лучи света от наблюдаемого небесного тела собираются при помощи зеркала, а не линзы. И в нашу эпоху телескопы-рефлекторы (теперь они имеют гигантские размеры) являются лучшими инструментами для проникновения в глубины Вселенной. Вообще Ньютон очень много сделал для развития оптики — важнейшего отдела физики, занимающегося изучением световых явлений.

Однако самым замечательным из всех открытий Ньютона было открытие закона всемирного тяготения, управляющего движением небесных тел.

Ньютон много лет размышлял над вопросом: почему Луна все время обращается по своей орбите вокруг Земли, не падая на нее и не улетая куда-то в сторону? Почему планеты, в том числе Земля, обращаются вокруг Солнца и также никуда не улетают?

Ньютон пришел к выводу, что и в том и в другом случае действует одна и та же сила — взаимное притяжение тел, или тяготение. Древние и средневековые ученые ошибочно полагали, что все тела стремятся к Земле как к самому тяжелому телу во Вселенной. Они не понимали, что сама Земля также притягивается другими телами; они не знали, что Земля — не самое тяжелое тело, а только одна из планет, что масса ее ничтожна по сравнению не только с массой Солнца, но и с массой Юпитера и Сатурна. Теперь, в свете выводов Ньютона, оказывалось, что все тела притягивают друг друга. Мало того, сила притяжения тел подчиняется определенным количественным закономерностям, а именно: сила притяжения (тяготения) прямо пропорциональна массам притягивающих тел и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

Исаак Ньютон.

Ньютону не сразу удалось вывести количественные закономерности силы притяжения. Это потребовало от него многих лет упорных размышлений и вычислений. Но когда все эти вычисления были произведены, стало понятно, что Луна удерживается на своей орбите силой земного притяжения, а планеты, в том числе и Землю, держит на их орбитах могучая сила солнечного притяжения. И всегда тяготение действует так, как показал Ньютон,— в зависимости от массы тел и от расстояния между ними. Во всяком случае, Ньютон установил закон тяготения для солнечной системы. Тогда еще не было возможности выяснить, действует ли этот закон в глубинах мирового пространства, далеко за пределами солнечной системы. Это стало возможно позднее, когда были открыты двойные звезды — системы из двух (а иногда из трех, четырех и более) звезд, из которых одна, более массивная, является «главной», а другая (или другие) — ее спутником. Изучение движения «главных» звезд и их спутников позволило установить, что и в звездном мире действует закон тяготения. Таким образом, он вполне заслужил присвоенное ему наименование закона всемирного тяготения.

Младшим современником Ньютона был его соотечественник Эдмунд Галлей (1656—1742). Он обогатил астрономию рядом выдающихся открытий. Еще совсем молодым ученым Галлей отправился на остров Св. Елены для наблюдения звезд. Это были первые систематические наблюдения звездного неба в южном полушарии Земли.

Позднее, изучая по летописям и другим историческим документам появления комет в прошлые века, Галлей обнаружил, что кометы, появлявшиеся в 1456, 1531, 1607 и 1682 гг., приближались к Солнцу и потом удалялись от него по одним и тем же путям. Галлей сделал вывод, что во всех этих случаях появлялась одна и та же комета и что она обращается вокруг Солнца, совершая полный оборот за 75—76 лет.

До этого считалось, что кометы приходят из далеких глубин мирового пространства и потом исчезают в нем. В свете открытия Галлея впервые стало выясняться, что кометы — такие же члены солнечной системы, спутники Солнца, как и планеты. В отношении кометы Галлея (так стала называться комета, движение которой он изучал) открытие было подтверждено очередным появлением ее в 1759 г., согласно предсказанию Галлея. Для многих других комет открытие Галлея подтвердилось позднее.

В 1718 г. Галлей сделал важнейшее из своих открытий. Изучая звездные каталоги Гиппарха и Тихо Браге и сравнивая указанные в них положения на небе отдельных звезд с данными

современных ему наблюдений, Галлей обнаружил, что положения этих звезд изменились, причем эти изменения нельзя было объяснить ошибками прежних наблюдений. Галлей пришел к единственно правильному выводу, что звезды не покоятся неподвижно в пространстве, а движутся в нем. Правда, Галлею удалось установить это движение только для трех звезд—

Эдмунд Галлей.

Сириуса, Арктура и Альдебарана. Но потом оно было установлено и для других звезд, в том числе и для Солнца.

Таким образом, в XVII и в начале XVIII в. уже были достигнуты выдающиеся успехи в астрономии. Было раскрыто строение солнечной системы и открыты законы движения входящих в нее небесных тел. Стало несомненным, что Солнце — только одна из звезд в бесконечной звездной Вселенной. Но изучение звездного мира еще только начиналось.

ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ

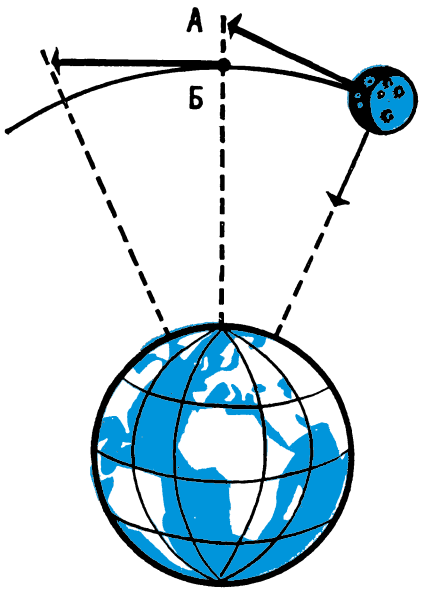
В начале XVII в. немецкий ученый Иоганн Кеплер дал общую картину движения планет и установил форму их орбит. Но для него оставалось загадкой, какая сила определяет такое движение планет.

Кеплер сравнивал Солнце с гигантским магнитом и склонялся к мысли, что планеты движутся по своим орбитам под влиянием магнитного действия Солнца. По этому поводу различные предположения высказывали и другие ученые. Выяснение силы, управляющей движением планет, принадлежит Ньютону. Он это сделал, использовав закон инерции и законы Кеплера (см. стр. 33).

По закону инерции всякое тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, пока какая-то сила не выведет его из этого состояния. После продолжительных исследований Ньютон пришел к выводу, что движением планет управляет сила тяготения, действующая обратно пропорционально квадрату расстояния. Это значит, что если бы, например, расстояние между Землей и Луной увеличилось в два раза, то сила тяготения между ними уменьшилась бы в два в квадрате раза ($2^2=2\times2$), т. е. в четыре раза; с увеличением расстояния в три раза сила тяготения уменьшилась бы в три в квадрате раза ($3^2=3\times3$), т. е. в девять раз, и т. д.

Это положение Ньютон обосновал не только путем теоретических расчетов, но и посредством сравнений с результатами опытов. Известно, что свободно падающее тело (например, тело, падающее в длинной стеклянной трубке, из которой выкачан воздух) у самой земной поверхности за первую секунду проходит 4,9 *м*. Луна, как было уже известно Ньютону, находится от центра земного шара на расстоянии 60 земных радиусов, т. е. в 60 раз дальше, чем тело, находящееся на земной поверхности. Поэтому, свободно падая по направлению к Земле, Луна должна проходить в первую секунду не 4,9 *м*, а в шестьдесят в квадрате раз ($60^2=3600$) меньшее расстояние, т. е. 1,36 *мм*. Следовательно, Луна, по теории Ньютона, должна была бы падать по направлению к Земле, проходя в первую секунду путь, равный приблизительно 1,36 *мм*.

Таким образом, Ньютон нашел, что сила земного притяжения действительно смещает Луну с ее прямолинейного пути (пути движения по инерции) за каждую секунду на 1,36 *мм*. Он нашел, что эти два движения (одно — под действием силы тяготения к Земле, другое — по инерции) складываются и в результате дают криволинейное движение Луны вокруг Земли. Луна, пишет Ньютон, тяготеет к Земле и силой тяготения постоянно отклоняется от прямолинейного движения, удерживаясь на своей орбите. Оказалось, что закон тяготения определяет



Если бы Земля не притягивала Луну, то последняя улетела бы в мировое пространство в направлении точки *А*. Но вследствие притяжения Земли Луна отклоняется от прямолинейного пути и движется по некоторой дуге в направлении точки *Б*.

не только движение Луны, но и движение всех небесных тел в солнечной системе.

Это исследование протекало у Ньютона не совсем гладко. Так как планеты представляют собой гигантские шарообразные тела, то очень трудно было определить, как они притягиваются между собой. В конце концов Ньютону удалось доказать, что шарообразные тела взаимно притягиваются так, как если бы вся их масса была сосредоточена в их центрах.

Но для того чтобы найти соотношение расстояний от центра земного шара до тел, находящихся на земной поверхности; и до Луны, требовалось точно знать длину радиуса Земли. Размеры же Земли тогда еще не были точно определены, и для своих вычислений Ньютон воспользовался неточной, как потом выяснилось, величиной радиуса земного шара, данной голландским ученым Снеллиусом. Получив неверный результат, Ньютон с горечью отложил эту работу.

Спустя много лет ученый опять возвратился к своим вычислениям. Поводом к этому послужило сообщение в Лондонском Королевском обществе [1] известного французского астронома Пикара о более точном определении им величины земного радиуса. Использовав данные Пикара, Ньютон проделал всю работу заново и доказал правильность своего предположения.

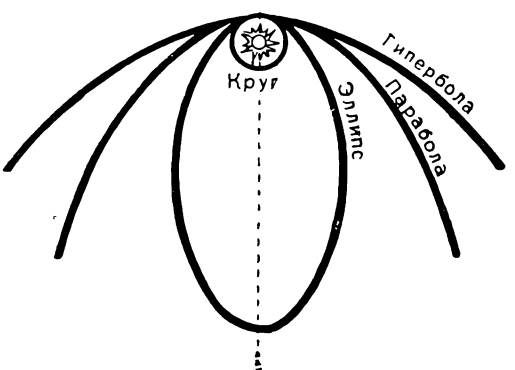
Но и после этого Ньютон долго не опубликовывал своего выдающегося открытия. Он старался всесторонне его проверить, применяя выведенный им закон к движению планет вокруг Солнца и к движению спутников Юпитера и Сатурна. И всюду данные этих наблюдений совпадали с теорией.

Ньютон применил этот закон к движению комет и доказал, что теоретически возможны параболические движения. Он высказал предположение, что кометы движутся или по очень вытянутым эллипсам, или по разомкнутым кривым — параболам.

Основываясь на законе тяготения, Ньютон сравнил массы Солнца, Земли и планет и дополнил этот закон новым положением: сила тяготения двух тел зависит не только от расстояния между ними, но и от их масс. Он доказал, что сила тяготения двух тел прямо пропорциональна их массам, т. е. она тем больше, чем больше массы взаимно притягивающихся тел.

Земные тела также взаимно притягивают друг друга. Это обнаруживается при очень точных опытах.

Притягиваются между собой и люди. Известно, что два человека, отстоящие друг от друга на один метр, взаимно притягиваются с силой, равной приблизительно одной сороковой доле миллиграмма. Человек, находящийся



Кометы движутся по орбитам, имеющим форму эллипсов, парабол и гипербол.

на поверхности Земли, притягивает ее с силой, равной его весу.

Открытие Ньютона привело к созданию новой картины мира, а именно: в солнечной системе с громадными скоростями движутся планеты, они находятся друг от друга на колоссальных

[1] Лондонское Королевское общество — Английская Академия наук.

расстояниях, но вместе с тем, благодаря силе взаимного притяжения, связаны в одну систему. Открытый Ньютоном закон получил название закона всемирного тяготения. Это великий и

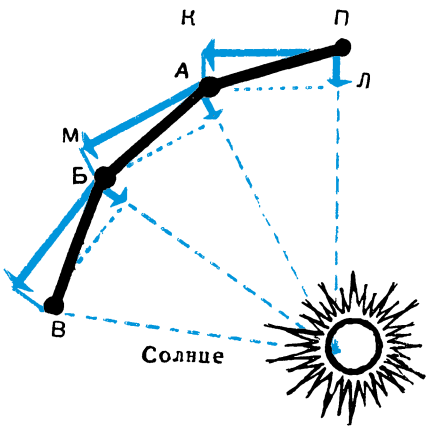


Схема движения планеты под действием притяжения Солнца.

вечный закон природы. В окончательном виде его можно сформулировать так: всякое тело притягивает другое тело с силой, прямо пропорциональной массам этих тел и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними.

Математически закон тяготения выражается такой формулой:

$$F = f\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

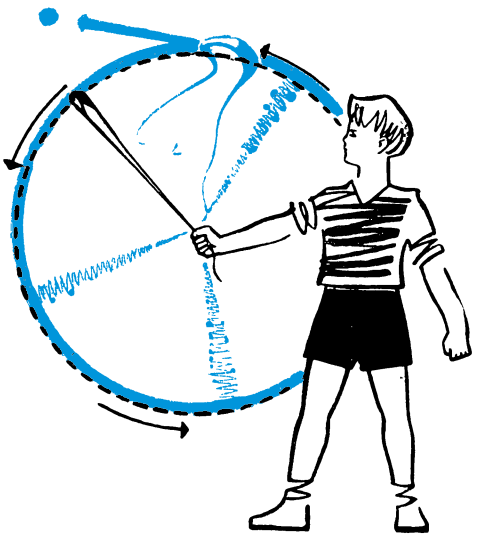
где f — постоянная тяготения, m_1 и m_2 — массы двух тел, r — расстояние между ними.

Солнце удерживает планеты на их орбитах своим притяжением. Если бы этого не было, то планета $П$ (см. рис.), двигающаяся, например, в направлении $ПК$, двигалась бы прямолинейно и равномерно (по закону инерции). В первую секунду она переместилась бы из точки $П$ в точку $К$ и наконец покинула бы нашу солнечную систему. Наоборот, если бы планета не имела собственной скорости и испытывала только притяжение к Солнцу, то она в первую секунду переместилась бы из точки $П$ в точку $Л$. Но так как планета одновременно и притягивается к Солнцу, и движется, то она будет перемещаться по направлению $ПА$. Следовательно, планета в конце первой секунды не будет ни в точке $К$, ни в точке $Л$, а переместится по диагонали в точку $А$.

Рассуждая подобным образом, мы придем к выводу, что планета во вторую секунду переместится в точку $Б$, в третью — в точку $В$ и т. д.

Вот, оказывается, какая сила удерживает планеты, в том числе Землю, на своих орбитах и заставляет их двигаться вокруг Солнца.

Многим, вероятно, приходилось держать в руке один конец шнурка, к другому концу которого привязан камешек, и заставлять камешек вращаться. При вращении шнурок все время находится в состоянии натяжения, но если он вдруг вырвется из рук, то сейчас же вместе с камешком улетит прочь. Нечто подобное произошло бы и с планетами, в том числе и с Землей, если бы Солнце вдруг перестало их притягивать. Но этого не может случиться, так как притяжение — неотъемлемое свойство всех тел. Поэтому притяжение Солнца не может быть приостановлено. Оно действует непрерывно, постоянно, и, следовательно, планетам не могут угрожать подобные катастрофы. Солнце своей силой притяжения все время удерживает планеты в среднем на одном и том же расстоянии,



Если вращать шнур с грузом на конце, то шнур натянется и будет держать груз. Но стоит отпустить шнур, как груз улетит прочь. То же самое произошло бы и с Землей, если бы сила тяготения Солнца перестала действовать.

подобно тому как натяжение шнурка удерживает камешек.

Открытием закона всемирного тяготения было заложено начало небесной механики, изучающей движение планет.

Свои основные выводы Ньютон изложил в большом труде, который был опубликован в 1687 г. под названием «Математические начала натуральной философии». Этот выдающийся

труд Ньютона был издан у нас в 1915 г. в переводе акад. А. Н. Крылова. Развитие астрономии показало, что закон всемирного тяготения Ньютона регулирует движение не только планет, комет и других тел солнечной системы, но и звезд, рассеянных в далеких глубинах Млечного Пути.

Когда в конце XVIII в. обнаружились неправильности в движении незадолго перед тем открытой планеты Уран, было высказано предположение, что они вызываются притяжением неизвестной, еще более далекой от Солнца планеты. Встала задача: найти эту планету при помощи математических расчетов, исходя из закона всемирного тяготения.

За решение этой задачи взялись французский астроном Урбен Леверье (1811—1877) и английский ученый, тогда только что окончивший университет, Джон Адамс (1819—1892). В результате сложных вычислений оба они указали, где на небе в данное время искать неизвестную планету.

Адамс передал сделанные им вычисления своему профессору, но тот не придал им должного значения и оставил их без внимания. Леверье же сразу сообщил свои вычисления немецкому астроному Галле. В сентябре 1846 г. Галле получил письмо от Леверье и в тот же вечер при помощи телескопа открыл новую планету Нептун, почти в том месте, на которое указывали вычисления Леверье.

Открытие Нептуна служит ярким примером обоснованности научных предвидений. И здесь уместно вспомнить слова В. И. Ленина: «Чудесное пророчество есть сказка. Но научное пророчество есть факт».

Почему Луна не отрывается от Земли и не падает на Солнце

Луна в 400 раз ближе к Земле, чем к Солнцу. Если бы масса Солнца равнялась массе Земли, то Земля притягивала бы Луну в 400^2, или в 160 тыс. раз сильнее Солнца. Но масса Солнца в 333 тыс. раз больше массы Земли. Следовательно, Солнце притягивает Луну в два с лишним раза сильнее, чем притягивает ее Земля.

Почему же в таком случае Луна не падает на Солнце, не отрывается от Земли, а обращается вокруг нее? Да потому, что Солнце притягивает не только Луну, но и Землю, и Луна, таким образом, движется вокруг Солнца вместе с Землей, подчиняясь одновременно и земному и солнечному притяжению.

ПРИЛИВЫ И ОТЛИВЫ

Жители многих населенных пунктов на побережьях морей и океанов ежедневно наблюдают очень интересное явление природы — периодические повышения и понижения воды у берегов.

Такие периодические колебания воды в океанах и морях называются п р и л и в а м и и о т л и в а м и.

Заметнее всего приливы и отливы у берегов океанов или открытых морей. Здесь обычно наблюдается такая картина. В течение суток, точнее 24 часов 50 минут, уровень воды у берегов дважды повышается и дважды понижается.

Повышение от наименьшего уровня воды до наибольшего происходит постепенно и сначала медленно, а затем все быстрее и быстрее. Оно длится в среднем около 6 часов 12,5 минуты. После этого начинается понижение уровня воды. Понижение продолжается в среднем также 6 часов 12,5 минуты.

Один из двух приливов в течение суток в данной местности наступает вскоре после того, как Луна достигнет самого высокого положения на небе (верхней кульминации). Основываясь на этом и на совпадении удвоенного периода приливов (24 часа 50 минут) с периодом видимого обращения Луны вокруг Земли, еще в древние времена люди связывали приливы и отливы с Луной.

И действительно, основная причина приливов, как впервые указал Исаак Ньютон,— это притяжение Земли Луной, точнее говоря, разность между притяжением Луной всей Земли в целом, с одной стороны, и водной оболочки ее — с другой.

В общих чертах теория Ньютона объясняет приливы и отливы так.

Притяжение Земли Луной складывается из притяжения Луной отдельных частиц Земли. Частицы, которые находятся в данный момент ближе к Луне, притягиваются ею сильнее, а более далекие — слабее. Если бы Земля была абсолютно твердой, то это различие в силе притяжения ее частиц не играло бы никакой роли. Но Земля не абсолютно твердое небесное тело. Кроме того, она покрыта океанами и морями, которые занимают 71% ее поверхности. Поэтому разное притяжение частиц, находящихся вблизи поверхности Земли и вблизи ее центра (эту разность называют приливообразующей силой), смещает эти частицы друг относительно друга, и Земля, прежде всего ее водная оболочка, изменяет свою форму, деформируется.

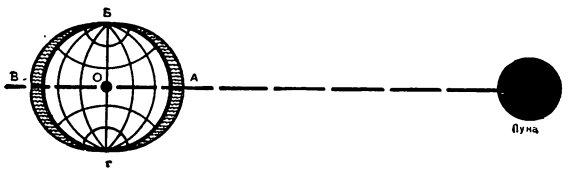


Рис. 1. Схема прилива.

Рассмотрим рисунок 1. Частицы воды, наиболее близкие к Луне в данный момент (на рисунке вблизи точки *А*), притягиваются Луной сильнее, а частицы, наиболее далекие от нее (вблизи точки *В*),— слабее, чем частицы, находящиеся в центре Земли. Поэтому частицы воды вблизи точки *А* смещаются по направлению к Луне больше, а частицы вблизи точки *В* — меньше, чем частицы в центре Земли, и водная оболочка Земли деформируется — она вытягивается в направлении Луны.

Деформируется и вытягивается к Луне вообще все твердое тело Земли, но гораздо меньше, так как оно состоит из вещества, гораздо более вязкого, чем вода.

Таким образом, на стороне Земли, обращенной к Луне, и на противоположной ее стороне (вблизи точек *А* и *В*) вода поднимается, образуются так называемые приливные выступы и накопляется излишек воды. Вблизи же точек *Б* и *Г* уровень воды снижается, оттуда вода стекает, и здесь наступает отлив.

Приливные выступы вблизи *А* и *В* стремятся сохранить по отношению к Луне одно и то же положение. И если бы Земля не вращалась, а Луна была неподвижной по отношению к Земле, то Земля вместе со своей водной оболочкой всегда сохраняла бы одну и ту же форму, вытянутую по направлению к Луне, и никаких приливов и отливов не было бы. Однако Земля вращается, а Луна для земного наблюдателя движется по небу с запада на восток и за сутки делает как бы полный оборот вокруг Земли. Поэтому приливные выступы как бы следуют за Луной и перемещаются по поверхности океанов и морей. Образуется так называемая приливная волна (точнее, две волны в противоположных точках земного шара). Она движется в океанах и морях с запада на восток навстречу направлению вращения Земли со скоростью около 1800 *км/час*. Над каждым пунктом в океане приливная волна, поднимающая уровень воды, проходит дважды в сутки.

В открытом океане уровень воды при прохождении приливной волны поднимается незначительно, в среднем на несколько десятков сантиметров, и естественно, что это остается незаметным, например, для плывущих на корабле людей. Но у берегов даже такой подъем уровня воды уже заметен. Кроме того, у берегов, особенно в узких заливах или бухтах, уровень воды поднимается гораздо выше, чем в открытом океане, так как берег материка препятствует движению приливной волны и вода здесь накапливается в течение всего времени между отливом и приливом. Поэтому около берегов приливы (точнее говоря, разность между уровнями воды при приливе и отливе) достигают в среднем 4—5 *м*. Самый большой прилив — около 18 *м* — наблюдается в одной из бухт побережья Канады.

В СССР наибольшие приливы — около 13 *м* — наблюдаются в Гижигинской и Пенжинской губах на Охотском море.

Во внутренних морях, например в Балтийском и Черном, приливы и отливы очень малы и почти незаметны. Это происходит потому, что через узкие проливы, соединяющие такие моря с океанами, за время от отлива до прилива не успевают проникнуть в моря сколько-нибудь значительные массы воды, перемещающиеся вместе с океанской приливной волной. Правда, в каждом закрытом море или даже озере возникают самостоятельные приливные волны и перемещения масс воды внутри этих морей и озер. Но чем меньше море или озеро, тем меньше воды перемещается в нем от одного берега к другому и тем меньше приливы и отливы. Например, в Средиземном море приливы достигают 1—2 *м*, а в Черном море — 10 *см*.

Такова в общих чертах картина приливов и отливов и причина их возникновения.

При более детальном изучении приливов и отливов наблюдаются такие очень интересные и очень сложные явления.

Момент полной воды в данной местности не совпадает с кульминацией Луны, а всегда запаздывает. Это происходит потому, что трение воды о дно океанов и внутреннее трение воды несколько задерживают движение приливной волны и она не поспевает, так сказать, за Луной. Приливная волна достигает данного пункта в океане лишь через некоторый промежуток времени после кульминации Луны, так что прямая линия, проведенная через приливные выступы на противоположных сторонах земного шара, проходит восточнее направления из центра Земли на Луну (рис. 2).

Величина запаздывания приливов в данной местности по сравнению с моментом кульминации Луны называется «прикладным часом».

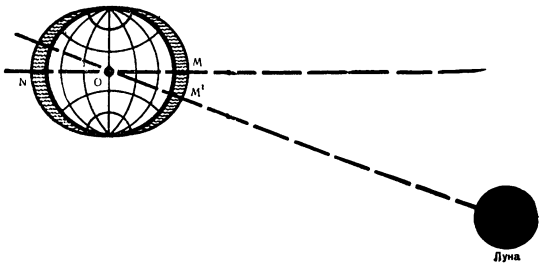


Рис. 2. Для наблюдателя в *M'* Луна кульминирует. Гребни приливной волны находятся в это время на линии *NM*.

В разных местностях «прикладной час» разный, так как он зависит от особенностей рельефа дна и берегов. Например, в Остенде (Бельгия) «прикладной час» равен в среднем 25 минутам, в Гибралтаре — 1 часу 47 минутам, в Бресте (Франция) — 3 часам 46 минутам, в некоторых заливах Белого моря — 5 часам и т. д.

В одной и той же местности высота приливов изо дня в день меняется. Это связано прежде всего с тем, что расстояние от Луны до Земли и высота Луны над горизонтом в данной местности в момент кульминации все время изменяются. Изменяется в связи с этим и величина действующей приливообразующей силы. Существует такая формула для приливообразующей силы, действующей на единицу массы на поверхности Земли в момент кульминации Луны:

$$F = 2f\frac{MR}{r^3}\sqrt{1-\frac{3}{4}\cos^2 h}\,,$$

где f — постоянная тяготения, M — масса Луны, R — радиус Земли, r— расстояние от Луны до Земли, h — высота Луны над горизонтом в момент кульминации.

В течение месяца расстояние от Луны до Земли изменяется приблизительно от $r = 365$ тыс. *км* до $r = 405$ тыс. *км*, а приливообразующая сила изменяется примерно в 1,4 раза. Высота Луны над горизонтом в момент кульминации изменяется в течение месяца в среднем на 47°, причем эта амплитуда изменений колеблется с периодом около 19 лет от 37 до 57°; это приводит как к месячным колебаниям высоты приливов и отливов, так и к колебаниям с периодом около 19 лет.

Заметное приливное действие оказывает на Землю и Солнце, и по той же причине, что и Луна. Хотя Солнце находится от Земли значительно дальше, чем Луна (в среднем в 389 раз), но его масса намного больше массы Луны (в 27 млн. раз), поэтому и влияние его также велико.

В моменты сизигий (т. е. когда Земля, Луна и Солнце располагаются на прямой линии) солнечная и лунная приливные волны складываются друг с другом, а в моменты квадратур (когда направления с Земли на Луну и Солнце отличаются друг от друга на 90°) солнечная приливная волна несколько повышает уровень отлива и несколько понижает уровень прилива. Поэтому высота приливов во время сизигий бывает примерно в 2,7 раза больше, чем во время квадратур.

Кроме указанных основных причин колебания высоты приливов и отливов, существуют и более мелкие. Они связаны главным образом с особенностями движения Луны вокруг Земли и Земли вокруг Солнца.

Теоретически приливное действие оказывают также и планеты, но оно слишком мало, чтобы его можно было обнаружить.

Под действием приливообразующих сил деформируется не только водная оболочка, но и все твердое тело Земли. Таким образом, приливные волны возникают и на твердой поверхности Земли. Их бы не было совсем, если бы Земля была абсолютно твердой. И наоборот, они были бы наибольшими, если бы Земля была жидкой. Наблюдения приливных волн на твердой поверхности Земли позволяют судить об упругости вещества Земли. Эти наблюдения показывают, что Земля по своей упругости обладает свойствами стального шара.

Приливообразующие силы вызывают также деформации воздушной оболочки Земли. Они выражаются прежде всего в периодических колебаниях атмосферного давления. Обнаруживаются также периодические изменения свойств различных слоев атмосферы.

Приливы и отливы перемещают большие массы воды, и люди давно стали задумываться над тем, как бы заставить эти массы воды вращать колеса турбин, вырабатывающих электроэнергию. В последние годы вопрос этот уже практически решен, и в ближайшем будущем человек широко будет использовать энергию приливов и отливов.

Принцип работы приливной гидроэлектростанции простой. В заливе, где наблюдаются более или менее значительные приливы и отливы, строится плотина, отделяющая часть залива от океана. Во время прилива или отлива образуется разность уровней воды между океаном и отделенной частью залива. Вода по специальному каналу устремляется сквозь плотину сверху вниз и приводит в движение установленные там турбины.

На приливной электростанции удобны так называемые реверсивные турбины. Они вращаются то в одну (во время прилива), то в другую (во время отлива) сторону.

Приливные гидроэлектростанции проектируются во Франции, США, Англии и во многих других странах. В СССР начато строительство опытной приливной гидроэлектростанции в Кислой губе на побережье Кольского полуострова.

КАК ИЗМЕРЯЮТ РАССТОЯНИЕ ДО НЕБЕСНЫХ СВЕТИЛ

Расстояние до небесных светил астрономы определяют подобно тому, как артиллеристы определяют расстояние до цели. Конечно, расстояние до цели, как и любые расстояния на Земле, ничтожно по сравнению с удаленностью небесных светил, и астрономы пользуются иными приборами, чем артиллеристы, но суть дела одна и та же.

Предмет, расстояние до которого надо определить, рассматривают одновременно с двух мест, откуда он виден по разным направлениям. Если два человека, стоящие на расстоянии 10 *м* друг от друга, будут целиться из ружей в один и тот же предмет, удаленный от них на 100 *м*, то их ружья не будут параллельны друг другу, как параллельны друг другу рельсы железных дорог. Ружья обоих стрелков образуют между собой угол, который будет тем меньше, чем дальше от стрелков находится цель.

Зная расстояние между наблюдателями и угол между направлениями, под которым они видят цель, легко можно высчитать расстояние до нее. Это делается при помощи тригонометрии.

Ученые тоже «целятся» на звезды, но не из ружей, а при помощи телескопов. Угол между направлениями двух телескопов на звезду определяют по специальным приборам с точностью до 1/100 доли секунды дуги. При отсчетах таких мельчайших частей дуги астрономы пользуются микроскопами.

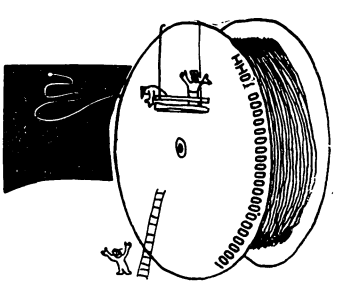
Можно вычислить расстояние до мишени, если известны расстояние между стрелками и угол, под которым они видят мишень. Подобным же способом астрономы определяют расстояния до близких небесных светил.

Небесные светила находятся очень далеко от Земли. Чтобы заметить различие в направлениях, по которым видно светило, ученые должны находиться на расстоянии многих тысяч километров друг от друга, иначе угол между направлениями будет так мал, что его невозможно измерить. Например, делают так: один астроном наблюдает светило на севере Евро-

Расстояния, потрясающие воображение

Перед нами сравнительно тонкая стальная проволока площадью сечения 1 *мм*². Километр такой проволоки весит 8 *кГ*. Чтобы протянуть такую проволоку от Москвы до Ленинграда, ее потребуется 5,2 *Т*.

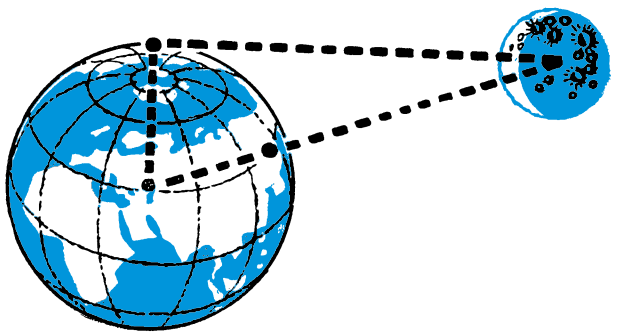
Такая же проволока, протянутая от Земли до Луны, будет весить (конечно, на земных весах) 3000 *Т*, от Земли до Солнца — 1200 тыс. *Т*, а до ближайшей звезды — 336 млрд. *Т*.



В самое последнее время радиоастрономические наблюдения позволили уловить очень далекий источник радиоизлучения. Расстояние до него определяют в 13 млрд. световых лет, т. е. он находится в 3 млрд. раз дальше ближайшей звезды. Если до этого источника света протянуть нашу проволоку, то она будет весить приблизительно один секстильон тонн (секстильон — это единица с 21 нулем, т. е. это миллиард триллионов).

пы, а другой в то же время наблюдает его в Южной Африке.

Производя наблюдения с двух отдаленных точек земного шара, астрономы определили расстояние до наиболее близких к нам небесных светил: Луны, Солнца и планет.



Расстояние до наиболее близких к нам небесных светил (Солнца, Луны, планет) определяется наблюдением их с двух отдаленных друг от друга точек земного шара.

Но даже при самых тщательных попытках таким способом нельзя определить расстояние до звезд, так как диаметр земного шара слишком мал по сравнению с расстояниями до ближайших звезд, и, наблюдая с противоположных концов его, нельзя заметить различие в направлениях на звезды. Следовательно, надо было наблюдать звезду с концов такой прямой линии, которая по длине превышает диаметр земного шара в 28 600 тыс. раз.

Где же астрономы могли взять такую прямую линию, которая на земном шаре никак не уместится? Оказывается, такая линия в природе есть — это диаметр земной орбиты. Чтобы проехать вдоль диаметра земной орбиты, который равняется 300 млн. *км*, на курьерском поезде, идущем со скоростью 100 *км/час*, пришлось бы затратить более 340 лет!

Но этого не нужно делать. За полгода сам земной шар переносит нас на другую сторону от Солнца, на противоположную точку диаметра земной орбиты. Лишь наблюдая таким путем, можно заметить ничтожно малое различие в направлениях, по которым видны ближайшие звезды. Правда, наблюдения при этом приходится производить не одновременно, а в моменты, отделенные друг от друга промежутком в полгода. За это время изучаемая звезда переместится в пространстве на огромное расстояние вследствие своего движения. Но это расстояние ничтожно мало в сравнении с расстоянием от нас до звезды, и его можно не принимать во внимание. Точно так же для артиллериста, вычисляющего многокилометровое расстояние до позиции неприятеля, не имеет значения передвижение кого-нибудь во вражеском стане на шаг вперед или назад. Его вычисления будут достаточно точны без учета длины этого шага.

Однако даже и наблюдения с противоположных сторон диаметра земной орбиты долгое время не давали необходимых результатов. Слишком малы углы между направлениями, и для их измерения требовалась огромная точность. И в XVIII и в начале XIX в. астрономы еще не могли достигнуть такой точности. Астрономам было ясно, что расстояния до звезд огромны, а точно определить их никому не удавалось.

Только в 30-х годах XIX в. русский ученый В. Я. Струве определил расстояние до звезды Вега (самая яркая звезда из созвездия Лиры) и тем самым положил начало точному определению звездных расстояний. Вскоре были определены расстояния до целого ряда звезд.

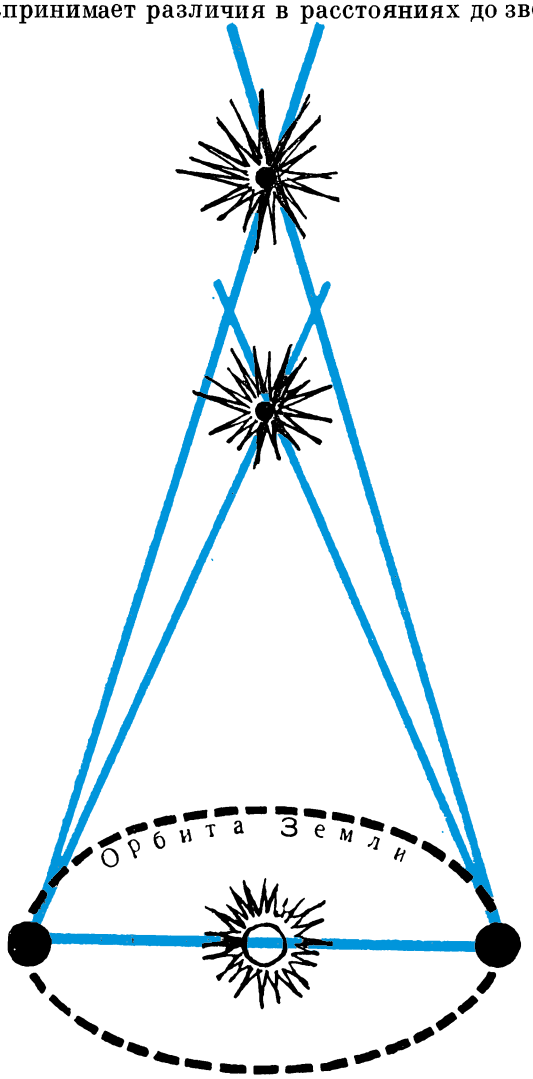
Оказалось, что даже ближайшие к Земле звезды в тысячи раз дальше самой далекой планеты — Плутона. Такие расстояния выражать в километрах трудно. Поэтому их выражают в единицах времени, которое нужно свету, чтобы пройти это расстояние. Свет движется очень быстро и за 1 секунду распространяется на 300 тыс. *км*. Когда сверкает молния, то свет ее доходит до нас за ничтожно малую долю секунды. От Луны до Земли свет идет $1^1/_4$ секунды, от Солнца — 8 минут, от самой далекой планеты — Плутона — около 5 часов, а от ближайшей звезды — более 4 лет! Курьерский поезд, идя без остановки со скоростью 100 *км/час*, добрался бы до ближайшей звезды, называемой альфой Центавра, только через 46 млн. лет; за 3—4 млн. лет до нее долетел бы современный самолет. А ведь альфа Центавра — самая близкая к нам звезда! Расстояние от Земли до нее ничтожно мало по сравнению с расстоянием до дальних звезд Млечного Пути.

Описанный способ определения расстояний до звезд применим только для сравнительно близких к солнечной системе звезд. Для звезд, более далеких, он не годится — слишком мал диаметр земной орбиты по сравнению с расстояниями в тысячи и более световых лет. Астрономы имеют теперь в своем распоряжении другие методы определения расстояний до очень далеких звезд и туманностей.

Некоторых людей пугает громадность звезд-

ных расстояний, но надо помнить о том, как велико могущество человеческого разума, если он смог измерить такие расстояния. Для человеческого разума нет пределов. Он может неограниченно познавать мир, законы природы и использовать эти знания себе на пользу.

Измерения расстояний до звезд окончательно доказали, что все звезды находятся от нас на разных расстояниях и вовсе не расположены на поверхности круглого купола, каким нам кажется звездное ночное небо. Оно нам кажется куполом, опрокинутым над Землей, или шаром, окружающим со всех сторон нашу планету, только потому, что невооруженный глаз не воспринимает различия в расстояниях до звезд.



Расстояние до более далеких небесных светил (звезд) определяется наблюдениями с противоположных точек земной орбиты.

Если бы какая-нибудь планета, даже намного большая, чем Юпитер, находилась от Земли на расстоянии ближайшей звезды, то для нас она была бы совершенно невидима. На таком огромном расстоянии Солнце освещало бы ее слишком слабо, да и на обратном пути к нам отраженный ею свет ослабевал бы слишком сильно. Звезды же светят своим собственным, чрезвычайно ярким светом, т. е. являются самосветящимися солнцами. Таким образом мы можем разделить Вселенную на солнечную систему (ближайшие к нам окрестности) и бесконечный мир, лежащий за ее пределами. Этот мир состоит из бесчисленного количества звезд, подобных нашему Солнцу.

КАК РАБОТАЮТ АСТРОНОМЫ

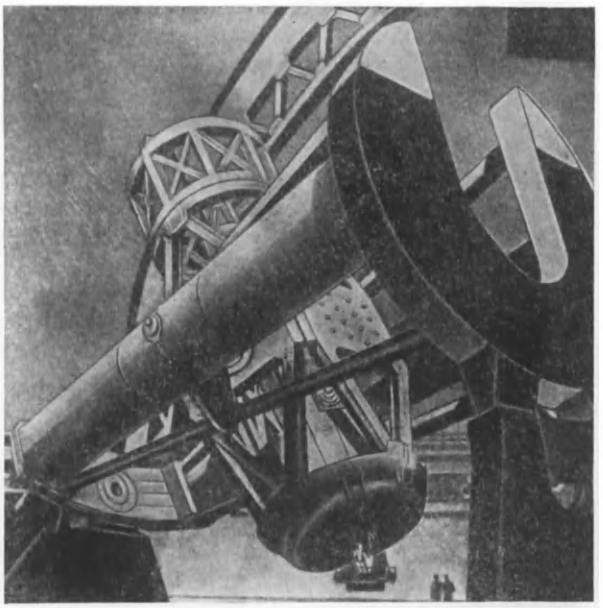
Наблюдения в телескоп

Темная ночь. Высоко в небе сияют звезды, и при их слабом свете едва видны очертания круглого купола башни астрономической обсерватории. Время от времени купол медленно поворачивается и мы видим на нем темную прорезь, или люк, в котором на мгновение может сверкнуть стеклянный глаз телескопа.

Поднимемся в темноте по узенькой лестнице башни и войдем под купол. Там на середине круглой площадки мы видим чугунную колонну, на которой укреплена легко поворачивающаяся во все стороны длинная труба телескопа. На переднем ее конце, обращенном к небу, укреплено большое двояковыпуклое стекло — линза, или объектив. Объективом свет собирается в фокальной плоскости, где и получается изображение рассматриваемого светила. Это изображение, получаемое у нижнего конца телескопа, рассматривается в окуляр. Окуляр — это особое увеличительное стекло; оно представляет собой систему линз. В него непосредственно и смотрит наблюдатель.

Чтобы наблюдениям не мешали городской свет, дым и пыль, заполняющие нижние слои атмосферы, обсерватории обычно строят за городом и даже на горах. Ведь чем выше над землей, тем разреженнее, спокойнее, чище и прозрачнее воздух, тем лучше наблюдать небесные светила. Но даже над горами воздух часто бывает недостаточно спокойным, и лучи света

Схема телескопа-рефлектора. Слева — вогнутое зеркало; оно собирает лучи, а малое плоское зеркало дает отражение их вбок, где находится глаз наблюдателя.



Рефлектор с зеркалом диаметром 5 *м*.

от небесных тел, проходя сквозь воздушные струйки, постоянно отклоняются ими. Вот почему звездочка, видимая в телескоп, иногда дрожит и колеблется, а маленькие изображения далеких планет, на которых так хочется что-либо рассмотреть, превращаются как бы в размытые световые пятна. Воздушные струйки — враги астронома. Они резко ограничивают увеличение, даваемое телескопом. Чем сильнее увеличивает телескоп, тем более заметны волнения воздуха. Поэтому планеты рассматривают с увеличением не больше чем в 500—600 раз, хотя современные крупные телескопы могли бы увеличивать в десятки тысяч раз.

Приложите глаз к окуляру — астроном показывает вам Луну. Но почему же виден только маленький участок ее, а не вся она? Потому что чем сильнее увеличение, тем меньший «уголок» неба виден в телескоп.

Что это? Почему-то Луна быстро уходит из поля зрения — из того уголка неба, который виден в телескоп. Происходит это потому, что за время нашего наблюдения земной шар, вращаясь вокруг своей оси, успел немного повернуться, а вам кажется, что вертится небо и Луна уходит со своего места. В телескопе благодаря увеличению этот поворот Земли кажется еще более быстрым.

Но вот Луна перестала уходить из поля зрения — это астроном включил часовой механизм, который стал поворачивать телескоп с той же скоростью, с какой вращается земной шар, только в направлении, противоположном вращению Земли. Таким образом астроном как бы погасил вращение Земли.

С каждым часом Луна все ближе к горизонту, все выше поднимается нижний конец направленного на нее телескопа. Вот уже не дотянуться до окуляра и на цыпочках. Приходится пользоваться специальной лестницей. В больших обсерваториях пол сделан так, что он при помощи механических устройств может плавно подниматься или опускаться. Для этого наблюдателю достаточно нажать кнопку. Делаются также подвижные механизированные платформы для наблюдателя: они поднимают или опускают его. При помощи механизмов передвигается и купол башни. В маленьких башнях купол поворачивают рукой.

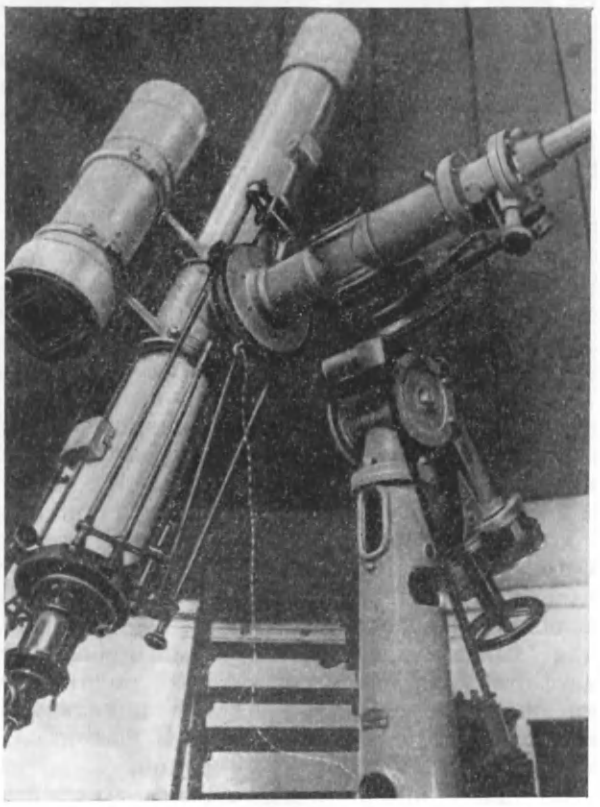
Не сразу, не в один день придуманы все эти приспособления, облегчающие работу астрономов. Техника современной обсерватории создана трудом многих поколений астрономов, инженеров, архитекторов.

В истории астрономии наряду с именами выдающихся астрономов сохраняются и произносятся с уважением имена замечательных мастеров, создававших астрономические инструменты и строивших обсерватории.

Обсерватории строились уже в глубокой древности. Правда, тогда не было еще телескопов, но уже имелись большие довольно разнообразные инструменты для определения положения звезд на небе.

На территории нашей страны, около Самарканда, сохранились остатки замечательной обсерватории XV в., построенной выдающимся узбекским астрономом и математиком первой половины XV в. Улугбеком. По ним можно представить, какие задачи ставили самаркандские исследователи неба, как развивались методы исследования небесных светил.

Потом, уже после изобретения телескопа, люди затратили много труда на то, чтобы научиться отливать большие и прозрачные стекла нужного сорта и придавать им ту точную форму,



Телескоп-рефрактор с фотокамерой.

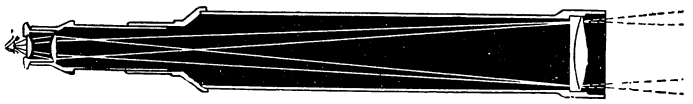


Схема телескопа-рефрактора. Справа — линзы объектива, собирающие лучи; слева — система линз— окуляр.

которая требуется для получения отчетливых изображений небесных светил.

Телескоп был изобретен в начале XVII в., но и сейчас еще не научились изготовлять телескоп с передним стеклом — объективом— больше одного метра в поперечнике. В такой телескоп с объективом — рефрактор — из-за особого свойства стекла светила видны окруженными слабой цветной каймой, которая очень мешает наблюдениям. Чтобы избежать этого, создали другой вид телескопа — рефлектор, в котором свет собирается не выпуклым стеклом, а вогнутым зеркалом. Рефлектор изобрел английский ученый Исаак Ньютон (см. стр. 36). В рефлекторе зеркало помещают в нижнем конце телескопа, оно отражает лучи и собирает их у верхнего конца трубы, где и помещается наблюдатель. Обычно при помощи дополнительного маленького зеркала эти сходящиеся лучи отражают вбок или даже назад. В последнем случае лучи выходят из трубы сквозь отверстие в большом зеркале. При таком устройстве наблюдатель находится ближе к полу и не загораживает своей головой свет, идущий в телескоп.

Рефлектор имеет недостаток: в него отчетливо виден лишь небольшой участок неба. Наибольший телескоп такого рода, установленный в Калифорнии, имеет зеркало 5 *м* в поперечнике. При помощи его можно фотографировать звезды до 23-й звездной величины.

В Советском Союзе построен и работает на Крымской астрофизической обсерватории третий в мире по величине рефлектор с зеркалом диаметром 2,6 *м*.

В годы Великой Отечественной войны советский конструктор телескопов Д. Д. Максутов разрешил задачу, над которой долго думали изобретатели многих стран: он сконструировал телескоп, который соединяет в себе достоинства рефрактора и рефлектора и в то же время не имеет их недостатков. Максутов на верхнем конце трубы перед вогнутым зеркалом поставил выпукло-вогнутое тонкое стекло, называемое мениском (часто стекла для очков делаются в форме подобных менисков).

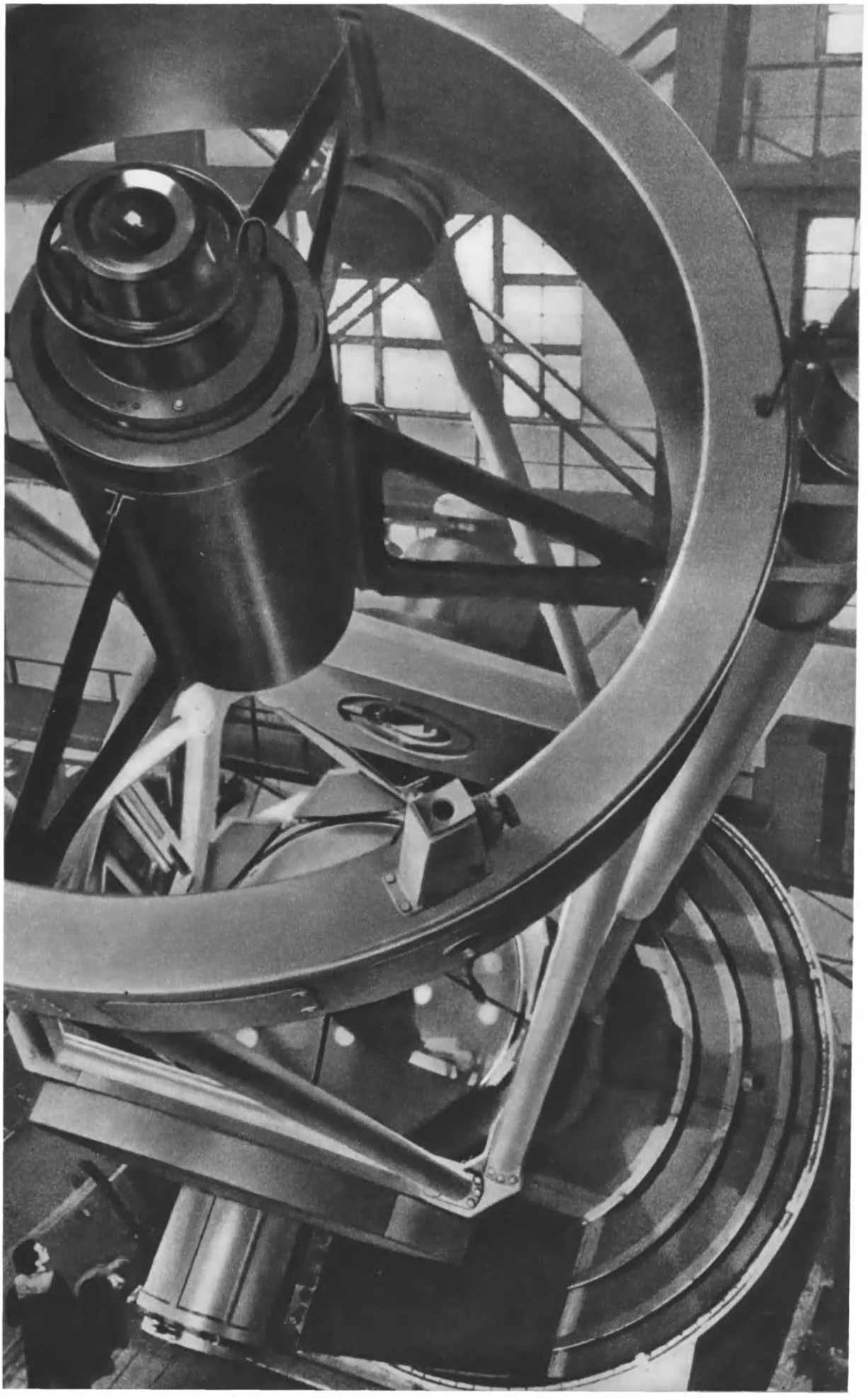
Каждый телескоп, в котором недостаток рефлектора устранен, требует зе́ркала и стекла́ особой формы. Для менискового телескопа изготовление и тех и других легче, так как поверхности их сферические.

По системе Максутова на советских заводах изготовлены также школьные телескопы. Они небольшого размера, но дают такое же увеличение, как рефрактор длиной почти в метр, и увеличивают наблюдаемый предмет до 70 раз, тогда как бинокли обычно имеют увеличение лишь от 2 до 8 раз.

Много различных новых астрономических приборов придумано и изготовлено как у нас,

Фотография антенн одного радиотелескопа, установленного на высоте 1700 *м* в районе Бюраканской астрофизической обсерватории Академии наук Армянской ССР. Радиотелескоп предназначен для исследования источников радиоизлучений небесных тел и звездных систем. Площадь зеркала телескопа 4500 *м*².

На обороте: Крупнейший в Европе телескоп-рефлектор. Диаметр зеркала телескопа — 2,6 *м*, вес зеркала — 4 *т*, длина трубы — 10 *м*. Установлен на Крымской астрофизической обсерватории Академии наук СССР.



так и за рубежом. Изготовляют, например, особые плоские зеркала для отражения солнечных лучей. Они автоматически поворачиваются вслед за Солнцем и всегда направляют его лучи в неподвижный телескоп. Изготовляют большие телескопы разных систем и много других вспомогательных приборов для наблюдений за небесными телами.

Фотографирование звезд

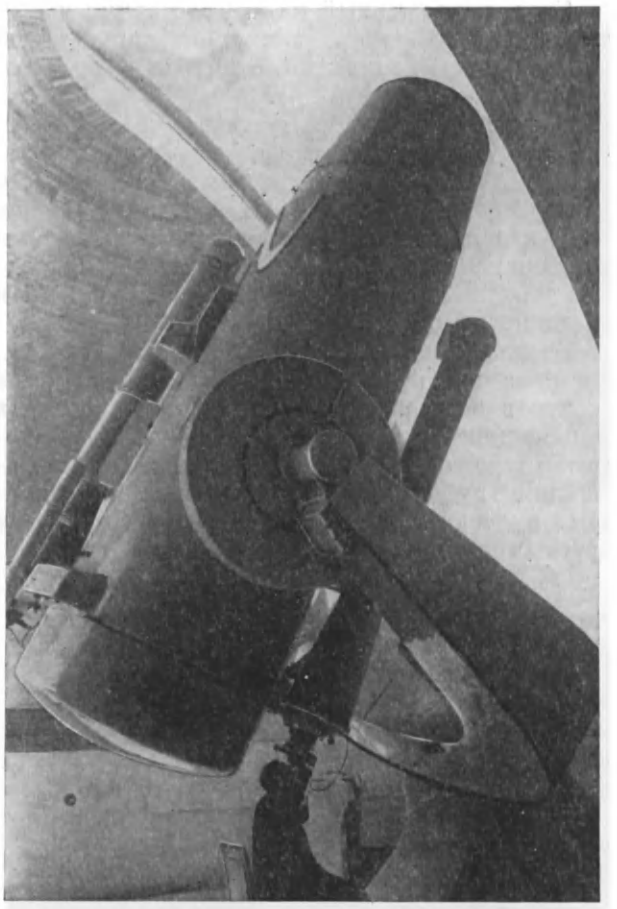
Если вам удастся побывать на астрономической обсерватории, то вы, вероятно, удивитесь, узнав, что в большинство телескопов смотреть не нужно. Глаз наблюдателя там давно заменила фотографическая пластинка. На ней получают «портреты» небесных светил и целых участков неба. На одном снимке можно сразу увидеть десятки тысяч звезд. Вместо того чтобы тратить много часов на изучение каждой из этих звезд по очереди, сидя, например, зимой на морозе в башне, астрономы изучают снимки в теплой комнате и сравнивают фотографии, снятые в разное время. Так астрономы узнают об изменениях, происходящих в расположении звезд, их яркости, движении в пространстве. С помощью фотографических снимков определяют расстояние до звезд и выясняют причины изменения блеска некоторых из них.

Для удобства сравнения снимков их рассматривают попарно в приборе, похожем на стереоскоп, или в других приборах, где снимки видны поочередно, быстро, один за другим. На обсерваториях целые шкафы заполнены снимками звезд, полученными за многие годы.

Чтобы установить движение какой-либо далекой звезды, несущейся со скоростью в несколько десятков километров в секунду, надо сравнить ее снимки, сделанные с промежутком времени в несколько десятилетий. На двух таких снимках положение звезды, изучаемое под микроскопом, будет различаться на несколько сотых или даже тысячных долей миллиметра.

Вот какие крохотные величины измеряют астрономы, чтобы определить огромные скорости движения далеких небесных тел.

Но результаты таких измерений нужно еще подсчитать. Для этого служат специальные машины — арифмометры; они сами умножают и делят большие числа, если нажать на этих машинах нужные кнопки. Несравненно быстрее вычисления выполняются на счетно-аналитических и электронных машинах.



Большой телескоп системы Шмита. Установлен на астрофизической обсерватории Академии наук Армянской ССР.

Есть на обсерваториях приборы, которыми точно измеряют силу света звезд и даже получаемое от них тепло. Какая это сложная и требующая огромной точности работа, можно себе представить по такому примеру. От гигантской звезды Бетельгейзе в созвездии Ориона до Земли доходит так мало тепла, что если собирать его в течение года при помощи вогнутого зеркала диаметрам в 2,5 *м*, то им можно нагреть наперсток воды всего лишь на 1°. И все же приборы улавливают и такое незначительное тепло.

Спектральный анализ

Когда солнечный луч проходит через стеклянную трехгранную призму, он разбивается на составные части—лучи всех цветов радуги.

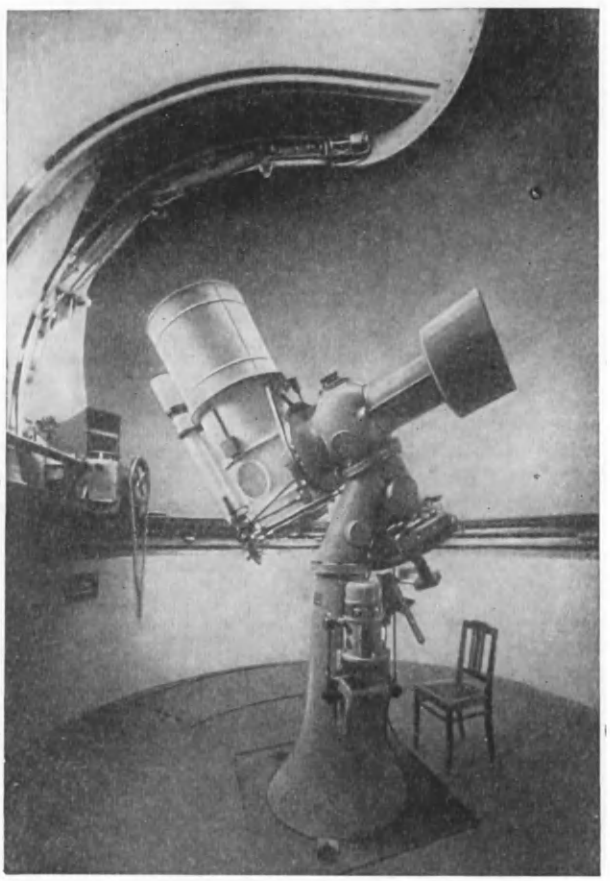
Свет, разложенный на его составные части, называется спектром, а прибор для получения и рассматривания спектров — спектроскопом.

Радуга, сверкающая после дождя на небе, это и есть спектр Солнца, образованный капельками воды, находящимися в воздухе. Но спектроскоп дает спектр Солнца чище. Кроме того, в нем на фоне радужной полоски видны пересекающие ее в разных местах многочисленные темные линии. Они говорят о многом. Их значение вы сейчас поймете.

Раскаленная нить электрической лампочки, пламя свечи и расплавленный металл тоже дают спектр в виде радужной полоски, но в таких полосках спектра темных линий не видно. Спектры разреженных газов, например светящихся в трубках, которыми теперь стали украшать вывески и витрины магазинов, имеют вид цветных линий на темном фоне.

Ученые установили, что каждое вещество, находящееся в состоянии светящихся паров или газов, дает в спектре свои собственные, всегда одни и те же цветные линии.

Например, пары металла натрия всегда дают в спектре одну и ту же яркую желтую линию, т. е. свет натрия состоит из одних лишь желтых лучей. Натрий входит в состав поваренной соли. Внесите на кончике перочинного ножика крупинки соли в пламя свечи, и оно окрасится в желтый цвет. Спектры других веществ состоят из большого числа иных линий разного цвета. По положению таких линий в спектре сложного вещества можно узнать его состав. Если составные части этого вещества, превратившись в пар, засветятся, то каждое из них заявит о себе в спектре определенными цветными линиями. Так по спектру выясняют химический состав газов.



Менисковый телескоп системы Д. Д. Максутова. Находится на Пулковской обсерватории.

Определение химического состава небесных тел

С помощью спектрального анализа ученые точно узнали химический состав звезд, комет и туманностей — все они состоят из известных на Земле химических элементов.

Это открытие ученых было торжеством материалистической науки. Оно доказало ошибочность утверждений некоторых философов прошлого века, что человеческое познание ограниченно и люди никогда не смогут узнать химический состав небесных светил.

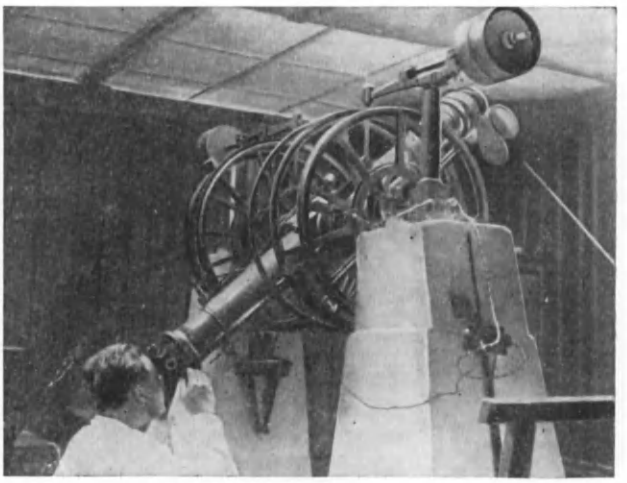
Однако вернемся к спектру Солнца, перерезанному темными линиями, и к похожим на него в этом отношении спектрам звезд. Тайна этих темных линий выяснилась, когда между спектроскопом и пламенем свечи, дающей спектр в виде радужной полоски без линий, поместили газ, более холодный, чем пламя. В радужной полоске спектра появились темные линии, причем в тех самых частях спектра, где этот газ сам по себе давал бы в спектре цветные линии. Оказалось, что газ поглощает из состава спектра более горячего источника света (в данном опыте — свечи) те самые лучи, которые он сам излучает в раскаленном состоянии. Отсюда ученые сделали вывод, что раскаленные поверхности Солнца и звезд дают спектры в виде радужных полосок, но эти поверхности окружены разреженными и менее раскаленными газами, которые и вызывают появление в спектре темных линий. Эти газы образуют

вокруг Солнца и звезд атмосферы, химический состав которых можно узнать по темным линиям спектра. Заметим, что поверхности Солнца и звезд хотя и дают такой же спектр, как жидкие и твердые раскаленные тела, но состоят из раскаленных наэлектризованных газов, более плотных, чем окружающие их атмосферы.

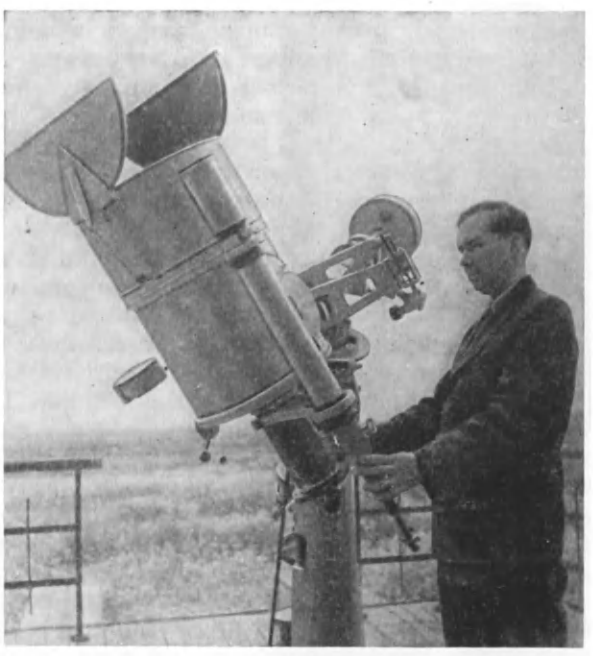
Спектры светил говорят нам не только о химическом составе светил. В них можно «прочитать» еще многое, если изучить «спектральную грамоту». Например, у сравнительно холодного тела самой яркой оказывается красная часть спектра. Чем горячее тело, тем менее ярки красные лучи в его спектре по сравнению с остальными и тем белее цвет тела. Так ученые определяют температуру звезд по их цвету или спектру.

Уже давно ученые высказали предположение, что, когда источник света движется относительно наблюдателя, линии в его спектре должны немного смещаться: при приближении источника света в сторону фиолетового конца спектра, и тем больше, чем больше скорость движения источника света, при удалении — к красному концу спектра.

Русский ученый, акад. А. А. Белопольский (см. стр. 201) при помощи сложных и точных опытов подтвердил, что линии спектра действительно смещаются именно таким образом. После этого стало возможным уверенно определять по спектру скорости и направления движения небесных тел, а в связи с этим было сделано много и других интересных открытий. О них рассказывается во многих статьях этого тома.



Меридианный круг — инструмент для определения точных положений звезд.



Зеркально-линзовый телескоп системы Г. Г. Слюсарева для фотографирования звезд и туманностей. Установлен на Пулковской обсерватории.

Хотя на фотографиях спектры не получаются цветными, ученые теперь достаточно хорошо знают, какому именно цвету соответствует то или другое место на черно-белой фотографии спектра.

Прежде чем астроном из своих наблюдений сделает тот или иной вывод, ему обычно приходится производить много разных измерений и вычислений.

Определение точного времени и координат светил

На обсерваториях есть инструменты, при помощи которых определяют точнейшим образом время — проверяют часы. Без такого точного учета времени астрономические наблюдения теряют свою ценность. Время устанавливают по положению, которое занимают светила над горизонтом. Часы обсерватории помещают в глубокие подвалы, для того чтобы они шли как можно точнее и равномернее в промежутке между вечерами, когда их проверяют по положению звезд. В таких подвалах круглый год сохраняется по-

стоянная температура. Это очень важно, так как изменения температуры влияют на ход часов.

За последние годы для хранения времени вместо часов с маятником стали все чаще применять гораздо более точные кварцевые часы. Кварцевые часы — это кристалл кварца, в котором электромагнитные колебания, когда они в нем возбуждены, поддерживают свою частоту с гораздо большим постоянством, чем колебания маятника в самых лучших часах при самых лучших условиях.

Для передачи сигналов точного времени по радио на обсерватории имеется специальная сложная часовая, электрическая и радиоаппаратура. Передаваемые из Москвы сигналы точного времени— одни из самых точных в мире. Определение точного времени по звездам, хранение времени при помощи точных часов и передача его по радио составляют Службу времени.

На обсерваториях при помощи специальных телескопов определяют так же положение светил на небе — их координаты. Эта работа выполняется с огромной точностью.

Радиоастрономия

До недавнего времени астрономы изучали свет, излучаемый небесными светилами, при помощи телескопов. Свет — это электромагнитная энергия, распространяющаяся волнами такой длины, при которой лучи света воспринимаются глазом. При помощи особых приборов и фотографии можно воспринимать и изучать недоступные глазу ультрафиолетовые и инфракрасные лучи.

Ультрафиолетовые лучи имеют длину волны меньшую, чем видимые лучи. Еще меньше она у рентгеновских лучей, но такие коротковолновые лучи от светил через земную атмосферу не проходят. Однако подъем некоторых приборов в верхние слои атмосферы и за ее пределы на геофизических ракетах и на искусственных спутниках Земли позволяет улавливать и изучать коротковолновое излучение небесных светил.

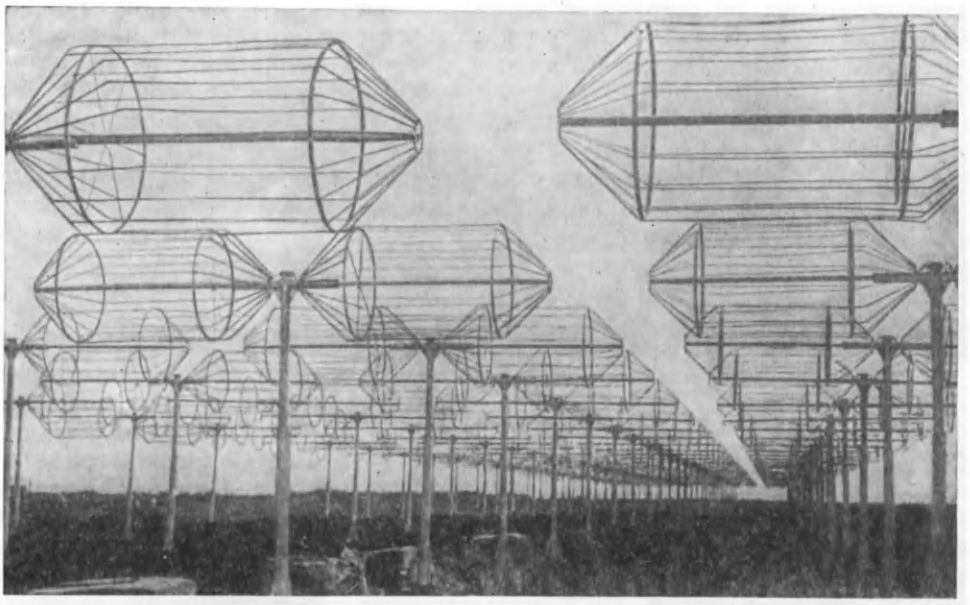
У инфракрасных лучей, наоборот, длина волны больше, чем у видимых лучей. За ними в направлении увеличения длины волны идут тепловые лучи. Они также воспринимаются специальными приборами. Еще дальше начинается область радиоволн. Многие радиоволны, идущие, как выяснилось, от небесных светил, задерживаются земной атмосферой. Но атмосфера свободно пропускает волны от нескольких миллиметров и сантиметров до нескольких метров. Это выяснилось в сороковых годах 20 в., когда впервые было уловлено радиоизлучение, идущее из глубин космического пространства. Тогда и стали изготовлять радиотелескопы. Они собирают радиоизлучение небесных светил.

Радиотелескопы бывают двух видов. Это либо вогнутое металлическое, иногда решетчатое зеркало, либо рама, на которой параллельно друг другу установлены металлические стержни; в них и возникают электромагнитные колебания. Законы отражения лучей таковы: чем больше длина волны, тем менее точно может быть изготовлена форма отражающей поверхности. Поэтому требования к точности при изготовлении зеркал для радиотелескопов гораздо меньшие, чем при изготовлении собирающих свет оптических телескопов-рефлекторов. Это дает возможность строить радиотелескопы с зеркалами гораздо большего размера, чем у оптических телескопов. Их диаметры достигают десятков, а у некоторых радиотелескопов и сотен метров. Это позволяет улавливать очень слабое радиоизлучение от очень далеких космических источников.

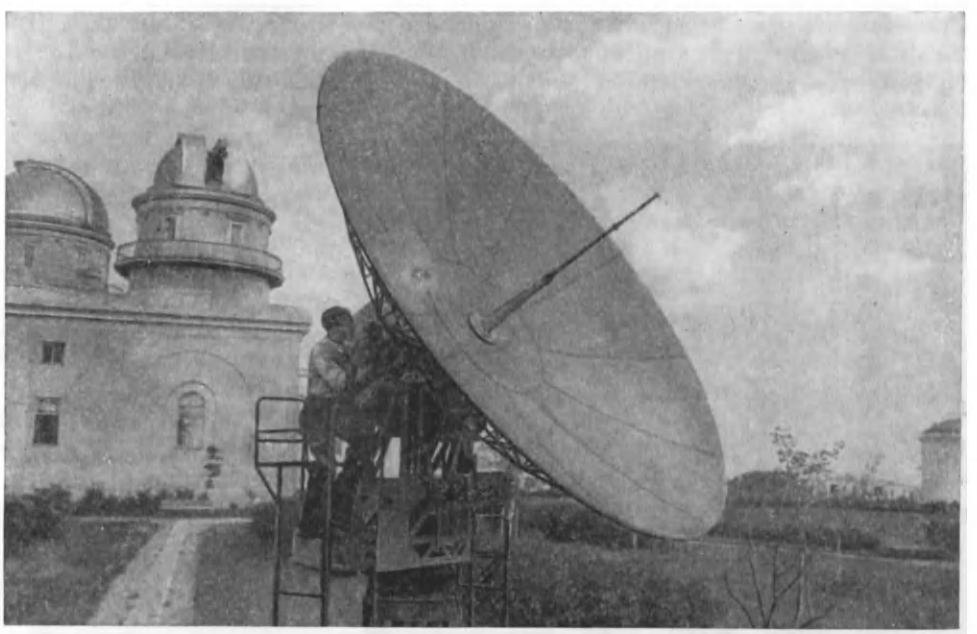
Радиоизлучение, приходящее к нам от небесных тел, бывает двух видов — тепловое и нетепловое. Раскаленное тело всегда посылает электромагнитное излучение всех видов, в частности и радиоволны. Это тепловое радиоизлучение. Его интенсивность зависит от температуры тела и его свойств. Нетепловое радиоизлучение, иногда и очень мощное, может возникать при различных физических процессах, в частности при торможении магнитным полем электронов, летящих со скоростью, близкой к скорости света.

Установлено, что различные оболочки Солнца посылают радиоизлучение. Мощность его колеблется в колоссальных пределах, отражая происходящие на Солнце сложнейшие физические процессы. Радиоволны излучаются также в атмосферах планет Венеры и Юпитера. Их интенсивно излучают газовые туманности — массы разреженного и наэлектризованного, а также нейтрального газа. Наконец, многие гигантские звездные системы также являются источниками радиоизлучения и некоторые из них испускают радиоволны с колоссальной силой.

Изучение радиоизлучения небесных тел и причин, его вызывающих, чрезвычайно расширяет наши представления о небесных телах, их системах, о строении и поведении их вещества и об электромагнитном излучении вообще.



Часть мощного радиотелескопа, установленного на радиоастрономической обсерватории Института радиофизики и электроники Академии наук Украинской ССР. Радиотелескоп может принимать радиоизлучение очень далеких от нас небесных тел.



Радиотелескоп, установленный на Пулковской обсерватории.

Радиоастрономия — новая увлекательная наука. Кроме радиотелескопа, она располагает еще другим интересным инструментом — радиолокатором. Радиолокатор посылает с Земли короткие радиоволны узким направленным пучком, так что их энергия почти не рассеивается. Радиоволны, посланные радиолокатором, отражаются многими предметами и наэлектризованными газами. По времени прохождения импульса радиоволн от радиолокатора и обратно, после их отражения от предмета, можно определить расстояние до предмета и скорость его движения, так как скорость распространения радиоволн известна.

Радиолокация, применявшаяся сначала в военном деле, стала новым очень точным мето-

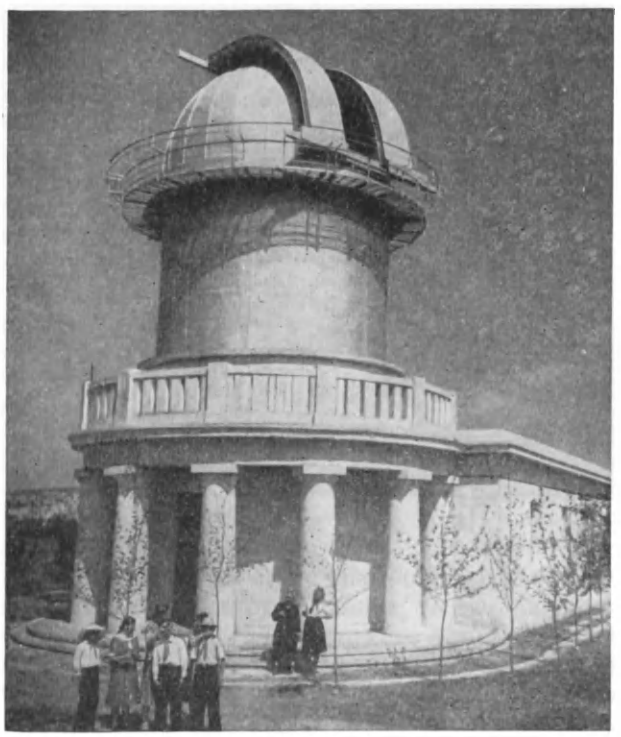
дом определения расстояния от Земли до Луны и до многих планет. При ее помощи с достаточной точностью определяют высоту следов, оставляемых «падающими звездами» — метеорами, и скорость частиц вещества, которые их производят, когда влетают из межпланетного пространства в земную атмосферу.

Радиолокация открывает широкие перспективы, в частности она со временем даст возможность «прощупывать» рельеф поверхности планет, окутанных густыми облаками, сквозь которые в обычный телескоп мы эту поверхность не видим.

Где работают астрономы

Научную работу астрономы ведут на обсерваториях и в астрономических институтах. В институтах занимаются преимущественно теоретическими исследованиями.

В дореволюционной России были основаны крупнейшая тогда в мире Пулковская обсерватория (1839) и ряд других обсерваторий, главным образом при университетах.



Башня большого солнечного телескопа Крымской астрофизической обсерватории Академии наук СССР.

В советскую эпоху в нашей стране созданы Институт теоретической астрономии в Ленинграде, большие астрофизические обсерватории в Крыму, Армении, Грузии, новая астрономическая обсерватория близ Киева и ряд других обсерваторий.

Скромная ранее Московская обсерватория преобразована в Астрономический институт им. П. К. Штернберга при Московском государственном университете.

На всех обсерваториях ведется научная работа по согласованному плану.

Много астрономических обсерваторий имеется и в других странах. Из них наиболее известны старейшие из существующих — Парижская и Гринвичская, от меридиана которой ведется счет географических долгот на земном шаре. Недавно Гринвичская обсерватория перенесена на новое место, дальше от Лондона, где много помех для ночных наблюдений неба. Самые крупные в мире телескопы установлены в Калифорнии (Соединенные Штаты Америки) на обсерваториях Маунт-Паломар, Маунт-Вильсон и Ликской и на Крымской астрофизической обсерватории Академии наук СССР. Ликская обсерватория построена в конце XIX в., а остальные — уже в XX в.

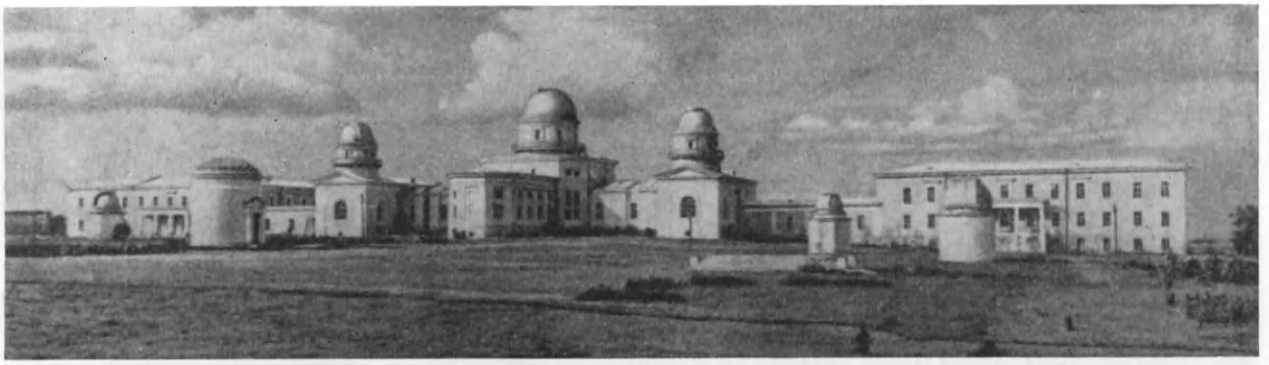
Готовят астрономов в СССР в университетах на механико-математических или физико-математических факультетах.

ПО ОТЕЧЕСТВЕННЫМ ОБСЕРВАТОРИЯМ

В конце XIX и начале XX в. астрономические обсерватории в России были при восьми университетах (а всего их было десять). На них работали по 2—3 ученых, редко больше. Свою исследовательскую, в частности и ночную, наблюдательскую работу они вели наряду с учебными занятиями. Только одна Пулковская обсерватория (см. стр. 197), сооруженная под Петербургом, имела в своем штате 10—15 астрономов, которые были заняты исключительно научной работой.

С установлением Советской власти в нашей стране началось бурное развитие науки, в частности и астрономии. Старые обсерватории стали расширяться и улучшаться, возник ряд новых астрономических учреждений.

Вероломное нападение фашистов на нашу Родину нанесло тяжелые раны и отечественной



Пулковская обсерватория.

астрономии. Фашистские варвары разрушили дотла знаменитую Пулковскую обсерваторию и ее отделение в Симеизе (Крым). Однако в короткий срок благодаря заботе партии и правительства о развитии науки и самоотверженному труду ученых разрушенные обсерватории были восстановлены и стали еще прекраснее и обширнее. Созданная мощная оптическая промышленность обеспечила их первоклассными телескопами и другими астрономическими инструментами и приборами. Если раньше телескопы и всякие приспособления к ним приходилось заказывать за рубежом, то теперь мы изготовляем все это не только для себя, но и для многих других стран.

Параллельно с ростом наших технических возможностей развивалась и конструкторская мысль. Наиболее значительным было изобретение в Советском Союзе Д. Д. Максутовым менисковых телескопов. Менисковые телескопы значительных размеров установлены на ряде отечественных и зарубежных обсерваторий.

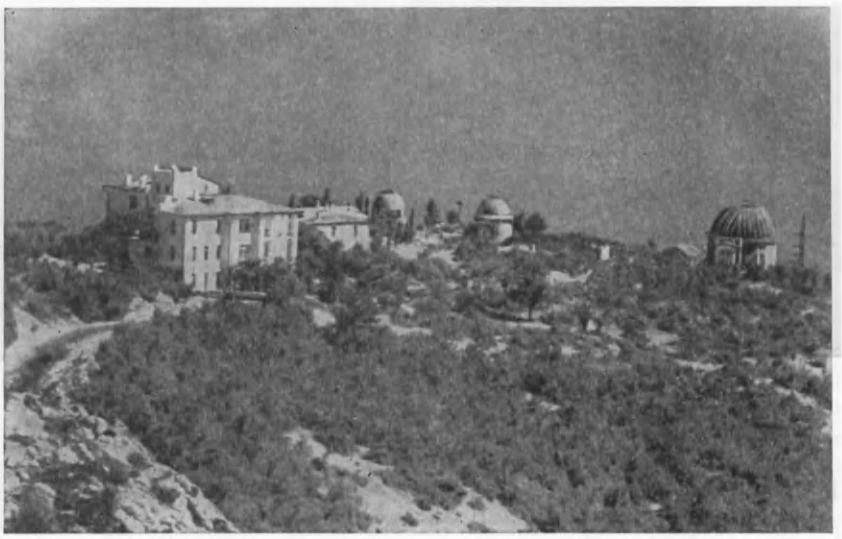
Большое значение не только для отечественной, но и для мировой науки имеет то обстоятельство, что многие новые обсерватории построены на юге Советского Союза, где воздух прозрачнее, чаще бывает безоблачное небо, а летом нет «белых ночей». Наши новые обсерватории, открытые в различных местах страны, позволяют теперь астрономам непрерывно следить за разными небесными явлениями.

Известная во всем мире Пулковская обсерватория продолжает свои славные традиции по точнейшему определению положения звезд на небе и их движений. Для более полного охвата наблюдениями всего неба экспедиция обсерватории уже несколько лет ведет определение положений звезд в Чили (Южная Америка). Видное место в работах Пулковской обсерватории занимает также и изучение физической природы небесных тел — астрофизика, в особенности изучение Солнца. В Пулкове работают выдающиеся астрономы А. А. Михайлов, М. С. Зверев и другие. Здесь разрабатываются все отделы астрономии, в частности радиоастрономия. В Пулкове находится один из самых крупных радиотелескопов. При его помощи изучено радиоизлучение ядра нашей звездной системы.

Вместе с тем уже давно стали развиваться обсерватории с более узкими задачами. Так, например, для изучения движения полюсов по поверхности Земли в России в конце XIX и в начале XX в. на одинаковой широте, но на разных географических долготах были установлены небольшие, так называемые широтные станции. В СССР сейчас созданы дополнительно новые станции. Колебания широт, т. е. движения полюса, изучаются у нас во многих местах, например в Полтаве, Москве, Пулкове, Горьком, Иркутске.

Самая крупная астрофизическая обсерватория Советского Союза — Крымская. Кроме огромного телескопа с зеркалом диаметром 2,6 *м*, там имеется рефлектор с зеркалом 1,25 *м*. Для непрерывного изучения Солнца установлены специальные башенные и другие телескопы. В них следят за разными явлениями на Солнце, фотографируют Солнце и его спектр, снимают кинофильмы.

Особенно успешно астрономы А. Б. Северный и Э. Р. Мустель изучали здесь вспышки горячих газов на Солнце. Эти вспышки и другие явления на Солнце они объяснили существованием в солнечной атмосфере переменного



Симеизская обсерватория (отделение Крымской астрофизической обсерватории Академии наук СССР).

магнитного поля. На Крымской обсерватории Н. А. Козырев наблюдал выделение вулканических газов на Луне. Видное место в работе обсерватории занимает изучение блеска и цвета множества звезд и исследование на этой основе поглощения света и распределения звезд в пространстве. Многие работы ведутся при помощи точнейших электрофотометрических методов, разработанных В. Б. Никоновым. Особенно интенсивно изучаются здесь спектры звезд. По ним определяется количественный химический состав звезд и строение их атмосфер.

Крымскую обсерваторию создал покойный академик Г. А. Шайн (см. стр. 208). Со своими сотрудниками он открыл новым способом много газовых туманностей и изучил их формы и физическую природу. Телескоп обсерватории с диаметром зеркала 2,6 *м* носит имя Г. А. Шайна.

По соседству с Крымской обсерваторией недавно разместилось новое более скромное научное учреждение — Крымская станция Государственного астрономического института им. П. К. Штернберга. Так как этот институт находится в Москве на Ленинских горах и многие астрономические наблюдения в условиях большого города проводить невозможно, астрономы института приезжают вести наблюдения в Крым или на горную станцию вблизи Алма-Аты.

На Крымской станции изучают инфракрасные спектры планет и звезд, и особенно звездные скопления, переменные звезды и звездные системы — галактики.

Изучением переменных звезд Московская обсерватория, ныне Институт имени П. К. Штернберга, прославилась уже давно, поэтому не удивительно, что в этом институте по поручению международного Астрономического союза еще много лет назад под руководством П. П. Паренаго и Б. В. Кукаркина ведется каталогизация переменных звезд. Их известны уже тысячи, сведения о них ежегодно пополняются, и все это надо держать на учете. Для этого в институте заведены тысячи карточек, куда вносятся все данные о переменных звездах. Здесь изучают также движения звезд и структуру звездных скоплений и галактик, выпускают много разных каталогов.

На кафедре астрофизики института особенно больших успехов добился И. С. Шкловский в области анализа наблюдений, получаемых радиотелескопами. Например, им была предсказана возможность обнаружения радиоизлучения нейтрального водорода, объяснена причина аномального радиоизлучения некоторых небесных тел.

В отделе планет института по фотографиям обратной стороны Луны, полученным советской межпланетной автоматической станцией, создан первый глобус Луны. На кафедре небесной механики изучается, в частности, теория движения искусственных небесных тел; здесь есть счетная станция с электронными машинами. Более мощная современная вычислительная станция имеется в Ленинграде в Институте теоретической астрономии, где также изучают траектории искусственных спутников Земли, а также ведут важнейшую работу по составлению астрономических ежегодников (календарей), по вычислению орбит небесных тел и разрабатывают методы небесной механики. Возглавляет институт М. Ф. Субботин.

На лесистом горном хребте, над курортом Абастумани, расположилась большая обсерватория Грузинской Академии наук. Здесь благодаря заботам ее основателя Е. К. Харадзе установлены самый крупный — диаметром 70 *см* — менисковый телескоп, рефрактор диаметром 40 *см* и другие приборы. Эта обсерватория астро-

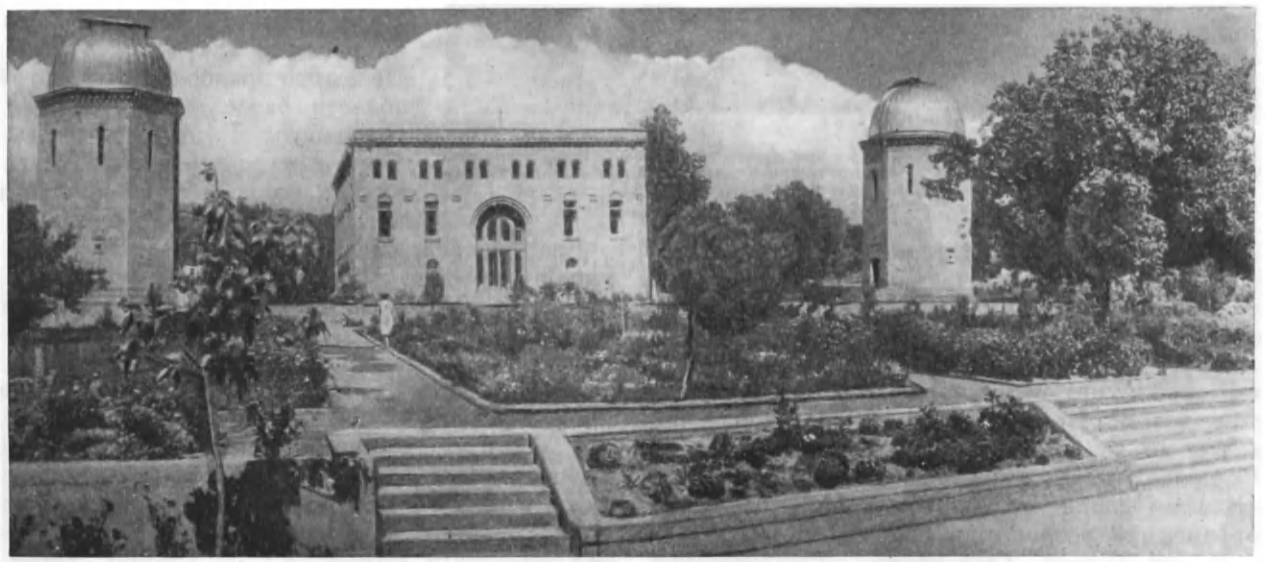
Башни телескопов Института астрофизики Академии наук Казахской ССР.

физическая. На ней изучают Солнце, исследуют поглощение света в пространстве, и ведут массовую классификацию звездных спектров. Гостеприимные двери обсерватории часто открываются для советских и иностранных астрономов, мечтающих вести наблюдения под южным небом Грузии.

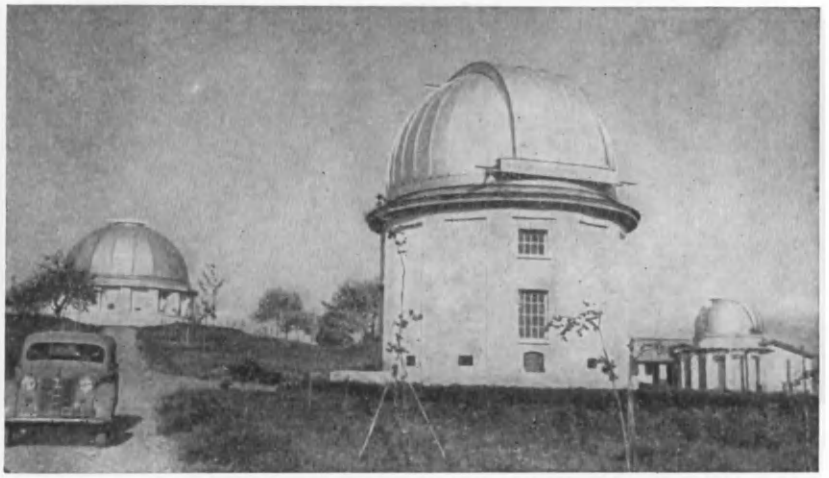
Армянская Академия наук после войны построила мощную звездно-астрономическую обсерваторию на склоне горы Алагез (Арагац) вблизи Еревана. Ее основатель и директор — один из крупнейших астрофизиков мира, академик В. А. Амбарцумян — создал в СССР первую школу теоретической астрофизики. Амбарцумян впервые выяснил многие законы свечения газовых туманностей, создал теорию свечения Млечного Пути, теорию прохождения света в мутных средах и др. За последние годы особое внимание ученых привлекли его исследования происхождения и развития звезд и звездных систем.

В. А. Амбарцумян обнаружил рассеянные группы звезд, имеющих сходную физическую природу. Он назвал их ассоциациями и привел доводы в пользу того, что это молодые, сравнительно недавно возникшие звезды. Таким образом оказалось, что звезды непрерывно образуются и в наше время.

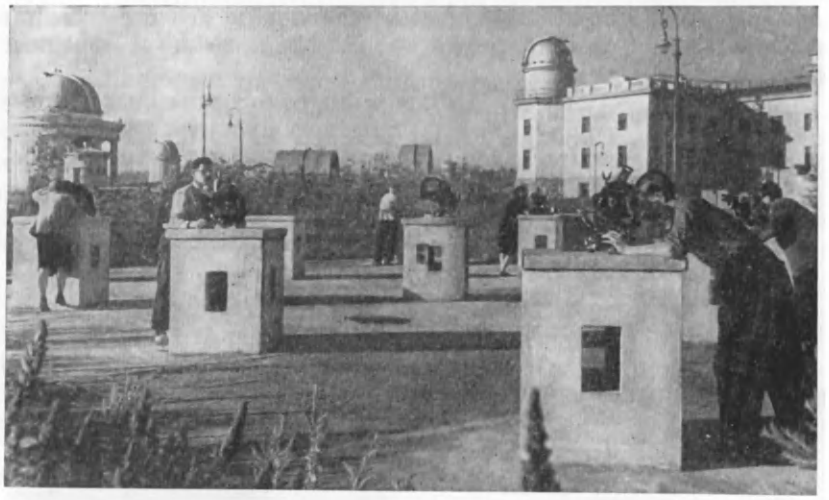
В. А. Амбарцумян считает, что звезды возникают из еще неизвестного нам сверхплот-



Главный корпус и башни телескопов астрофизической обсерватории Академии наук Армянской ССР.



Башни телескопов Крымской астрофизической обсерватории.



Студенты Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова на практических занятиях в Государственном астрономическом институте им. П. К. Штернберга.

ного, дозвездного вещества путем его дробления. И в этом заключается особенность его взглядов. Идя дальше по этому пути, он защищает гипотезу, что и гигантские звездные системы — галактики — также возникают путем дробления сверхплотного вещества. При этом возникают группы галактик, разлетающихся во все стороны с большой скоростью. Обсуждение этих воззрений и их проверка являются одной из актуальнейших проблем современной астрономии.

В предгорьях Тянь-Шаня, спускающихся к Алма-Ате, раскинулась построенная после войны обсерватория Казахской Академии наук. Она основана академиком В. Г. Фесенковым. На ней установлен первый большой менисковый телескоп. При его помощи составлен прекрасный атлас газовых и пылевых туманностей в полосе Млечного Пути. В. Г. Фесенков широко известен работами во многих областях астрономии: он изучал зодиакальный свет, падение Сихотэ-Алинского метеорита, отражение света Луной, движения и цвет звезд, цепочки звезд в Млечном Пути. Первым в нашей стране он разрабатывал вопросы происхождения солнечной системы, физической природы звезд, рассеяния света в земной атмосфере и многие другие.

На небольшой обсерватории в самой Алма-Ате Г. А. Тихов положил начало астробиологии. После войны этот виднейший пулковский астрофизик, один из первых исследователей точного цвета звезд и солнечной короны, остался в Алма-Ате, куда эвакуировался во время войны. Здесь он впервые стал изучать спектр света, отраженного растениями, и, сравнивая его со светом, отраженным от Марса, пытался выяснить, есть ли растения на этой планете. Не все его предположения в этой области разделяются учеными. Но работы Г. А. Тихова вызвали у астрономов большой интерес к вопросу о возможности жизни на других планетах.

Две обсерватории есть в Киеве: старая — университетская и новая — Украинской Академии наук. Первая невелика; на ней работает видный астроном С. К. Всехсвятский. Он доказал быстрое истощение комет с коротким периодом обращения и изучил изменения блеска многих из них. С. К. Всехсвятский полагает, что кометы возникают путем вулканических извержений с поверхности планет-гигантов или их спутников. Взгляд этот, впрочем, имеет мало сторонников. С. К. Всехсвятский — ученик известного астронома С. В. Орлова, преемника знаменитого Ф. А. Бредихина в области

изучения комет. Трудами С. В. Орлова завершилась разработка теории, объясняющей формы комет законами механики. Теперь эта теория развивается дальше уже на физической основе.

Молодая обсерватория Академии наук Украинской ССР оснащена довольно хорошо. Она ведет работы по определению положений, блеска и цвета светил при помощи фотографии. Ее основал А. Я. Орлов, известный своими исследованиями колебаний земной оси, приливов в твердом тэле Земли и изучением силы тяжести.

В последние годы благодаря заботам В. П. Цесевича широко развернула работу Одесская университетская обсерватория. В ней ведутся исключительно обширные работы по исследованию переменных звезд и метеоров. Такой же профиль работы имеет и обсерватория в Душанбе (Таджикская ССР).

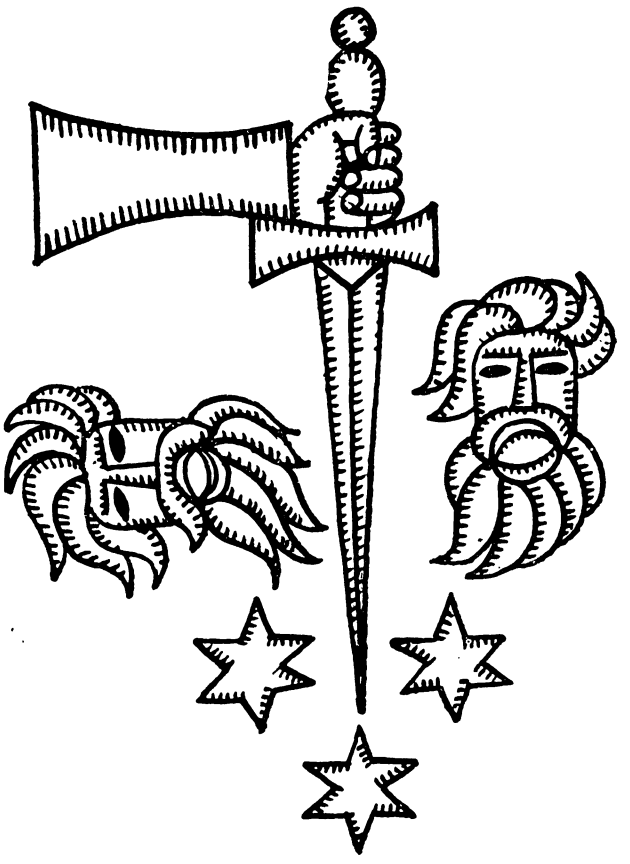
Переменными звездами в прошлом довольно много занималась и университетская обсерватория им. В. П. Энгельгардта под Казанью. Д. Я. Мартынов изучил на ней ряд особенно интересных звезд, периодически затмевающих друг друга. Там же систематически следят за всеми новооткрытыми кометами и изучают покачивание Луны вокруг ее оси (либрацию).

Ташкентская обсерватория сравнительно старая. Она известна больше всего изучением движений звезд в скоплениях, исследованиями Солнца и переменных звезд.

Менее крупные, но в настоящее время быстро растущие обсерватории имеются в Тарту, Риге, Вильнюсе, Ростове, Харькове, в районе Новосибирска, в Свердловске, Николаеве, под Кисловодском и в других местах.

Строится новая большая обсерватория на горе Пиркули в районе Шемахи (Азербайджанская ССР).

В кратком обзоре невозможно дать полное представление о большой и интересной работе советских обсерваторий и ученых. Но и из изложенного видно, как велика сеть наших отечественных обсерваторий и какую разнообразную работу они ведут.



ЧТО МЫ ЗНАЕМ О ВСЕЛЕННОЙ

ЗВЕЗДНОЕ НЕБО

Не будет ошибкой сказать, что если бы звездное небо было видно только с какого-нибудь одного места Земли, то к этому месту непрерывно шли бы толпы людей, чтобы полюбоваться великолепным зрелищем.

Для нас, людей XX в., звездное небо представляется особенно величественным потому, что мы знаем природу звезд; ведь каждая из них — это солнце, т. е. гигантский раскаленный газовый шар.

Звезд на небе в темную ночь видно так много, что, кажется, и сосчитать их нельзя. Но астрономы задолго до изобретения телескопа сосчитали все звезды, которые видны на небе простым, или, как говорят, невооруженным, глазом. Оказалось, что на небе (включая и небо южного полушария) в ясную безлунную ночь можно увидеть при нормальном зрении около 6000 звезд.

Если внимательно поглядеть на звездное небо, то нетрудно заметить, что звезды на нем различны по своей яркости, или, как говорят

астрономы, по своему видимому блеску. Наиболее яркие звезды условились называть звездами 1-й звездной величины (название «звездная величина» характеризует не размеры звезд, а только их видимый блеск). Звезды, которые по своему блеску в 2,5 раза (точнее, в 2,512 раза) слабее звезд 1-й величины, получили наименование звезд 2-й звездной величины. К звездам 3-й звездной величины отнесли звезды, которые слабее звезд 2-й величины также в 2,5 раза (опять-таки если говорить точно, то в 2,512 раза) и т. д. Самые слабые по блеску звезды, доступные невооруженному глазу, были причислены к звездам 6-й звездной величины — они слабее звезд 1-й звездной величины в 100 раз.

Всего на небе наблюдается 20 наиболее ярких звезд, о которых обычно говорят, что это звезды 1-й величины. Но это не значит, что они имеют одинаковый блеск. На самом деле одни из них несколько ярче 1-й величины, другие несколько слабее и только одна звезда почти в точности 1-й величины. Такое же положение и со звездами 2-й, 3-й и последующих величин. Поэтому для точного обозначения блеска той или иной звезды приходится прибегать к дробям. Так, например, те звезды, которые по своему блеску находятся посредине между звездами 1-й и 2-й звездной величины, считают звездами 1,5 звездной величины. Есть звезды, имеющие звездные величины 1,6; 2,3; 3,4; 5,6 и т. д.

Из 20 звезд, причисляемых к звездам 1-й величины, выделяется несколько особенно ярких звезд. Они гораздо ярче других звезд, причисленных к 1-й величине. Для точного обозначения их видимого блеска ввели нулевую и отрицательные звездные величины. Так, например, самая яркая звезда северного полушария неба — Вега — имеет блеск 0,1 звездной величины, а самая яркая звезда всего неба — Сириус — имеет блеск минус 1,6 звездной величины. (Это звезда южного неба, но она видна и в большей части северного полушария Земли.) У всех звезд, которые мы видим невооруженным глазом, и у очень многих более слабых, которые видны только в телескоп, точно измерена их звездная величина.

Если на какой-либо участок звездного неба посмотреть в бинокль, то уже можно увидеть много слабосветящихся звездочек, не видимых невооруженным глазом. В обычный театральный бинокль видны звезды до 7-й звездной величины, а в призменный полевой бинокль — звезды до 8 — 9-й звездной величины. В телескопы же видно множество еще более слабосветящихся звезд. Так, например, в сравнительно небольшой телескоп (с поперечником объектива 80 *мм*) видны звезды до 12-й звездной величины. В более мощные современные телескопы можно наблюдать звезды до 18-й звездной величины. На фотографиях, снятых при помощи крупнейших телескопов, можно увидеть звезды до 23-й звездной величины. По блеску они в 6 млн. раз слабее самых слабосветящихся звезд, которые мы видим невооруженным глазом.

Невооруженному глазу, как уже было сказано, на небе доступно около 6000 звезд, а в самые мощные современные телескопы можно наблюдать миллиарды звезд.

На звездном небе можно заметить яркие и близко расположенные друг к другу звезды. Если они напоминают собой какую-либо фигуру, их легко запомнить. Такие группы звезд еще в древности назвали созвездиями и каждому из них дали свое название (см. карту звездного неба, стр. 64—65).

Созвездия на небе были выделены по признаку видимой близости звезд. Но эта близость — явление чисто перспективное. В действительности же звезды одного и того же созвездия могут быть удалены от нас на весьма различные расстояния.

Звезды не стоят на небе неподвижно. Они движутся в мировом пространстве. Но они очень далеки от нас, и их перемещения в пространстве (так называемые собственные движения звезд) незаметны для глаза. Поэтому люди из поколения в поколение видят те же созвездия, в которых взаимное расположение звезд остается неизменным.

Очень интересно созвездие Большой Медведицы. По расположению своих семи наиболее ярких звезд оно напоминает ковш или кастрюлю. Большую Медведицу легко отыскать на небе во всякое время ночи, только в разное время ночи и в разное время года это созвездие бывает видно то низко (в начале вечера осенью), то высоко (летом), то в восточной стороне небосвода (весной), то в западной (в конце лета). По этому созвездию можно отыскать Полярную звезду. Для этого надо через две крайние звезды в передней стенке ковша провести прямую линию. Эта линия и укажет Полярную звезду. Под Полярной звездой на горизонте всегда находится точка севера. Если смотреть на Полярную звезду, то лицо обращено будет к северу, за спиной будет юг, направо — восток, налево — запад.

Созвездие Цефея.

Созвездие Большой Медведицы не ограничивается только семью звездами. Ковш и ручка ковша — это только часть туловища и хвост воображаемой фигуры Большой Медведицы, которую прежде рисовали на звездных картах. Передняя часть туловища и голова медведицы находятся справа от ковша, когда ручка ковша обращена влево. Они, как и лапы Большой Медведицы, образованы множеством слабых звезд 3-й, 4-й и 5-й звездной величины.

Созвездие Большой Медведицы нужно знать не только для отыскания на горизонте точки севера, но и для начала поисков всех других созвездий. Ориентируясь на уже знакомые очертания Большой Медведицы, легче разобраться в окружающих звездных «узорах».

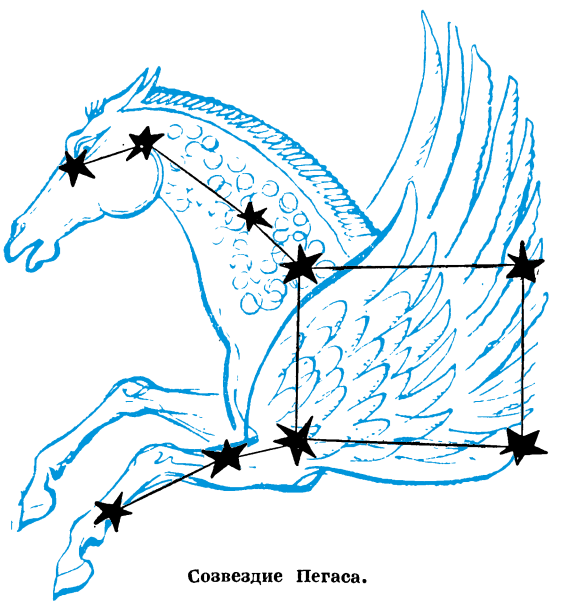
В каждом созвездии яркие звезды обозначаются буквами греческого алфавита: α (альфа), β (бета), γ (гамма), δ (дельта), ε (эпсилон), ζ (дзета), η (эта), ϑ (тета), ι (йота), ϰ (каппа), λ (ламбда), μ (ми), ν (ни), ξ (кси), ο (омикрон), π (пи), ρ (ро), σ (сигма), τ (тау), υ (ипсилон), φ (фи), χ (хи), ψ (пси), ω (омега).

Если звезд в созвездии много и букв алфавита недостаточно, то прибегают к числовым обозначениям, например: звезда 61 в созвездии Лебедя. Наиболее ярким звездам с древних времен присвоены собственные имена: Сириус, Вега и др.

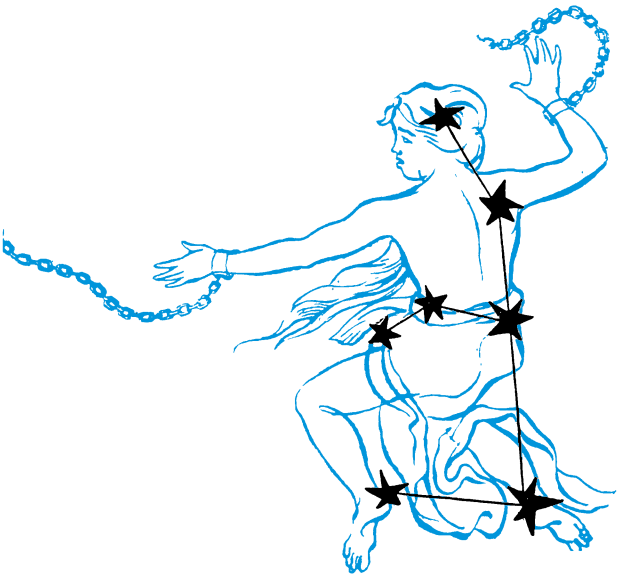
Звезды ковша Большой Медведицы также имеют буквенные обозначения, они указаны на карте звездного неба. Все эти звезды, кроме δ (дельты), 2-й звездной величины; δ (дельта) — 3-й величины. Из них особенно интересна средняя звезда в ручке ковша. Кроме буквенного обозначения, она носит и особое имя — Мицар. Рядом с ней невооруженным глазом можно заметить слабенькую звездочку 5-й величины — Алькор. Мицар и Алькор — наиболее легко наблюдаемая двойная звезда. Она была известна еще средневековым арабским астрономам, которые и присвоили звездам эти имена. В переводе с арабского языка эти имена означают «конь» (Мицар) и «всадник» (Алькор).

Откуда же взялись такие странные названия созвездий, например Большая Медведица?

Когда люди в древности наблюдали звездное небо, они обратили внимание на отдельные группы ярких звезд. Фантазия помогла в расположении звезд увидеть очертания сказочных героев или животных. Поэтому почти с каждым созвездием связаны какая-нибудь древняя легенда или миф. Так, например, у древних греков существовала легенда, что всемогущий бог Зевс решил взять себе в жены прекраснейшую нимфу Каллисто, одну из служанок богини Афродиты, вопреки желанию последней. Чтобы избавить Каллисто от преследований богини, Зевс обратил Каллисто в медведицу и взял к себе на небо. О Малой Медведице древние греки рассказывали, что это якобы любимая собака Каллисто, обращенная в медведицу вместе со своей хозяйкой. Позднее,



Созвездие Пегаса.



Созвездие Андромеды.

уже независимо от этой легенды, именем Каллисто астрономы назвали одного из спутников планеты Юпитер.

О созвездиях Кассиопеи, Цефея, Андромеды, Пегаса и Персея сложилась другая легенда. Когда-то, в незапамятные времена, у мифического царя эфиопов Цефея была красавица жена — царица Кассиопея. Однажды Кассиопея имела неосторожность похвастать своей красотой в присутствии нереид — мифических жительниц моря. Обидевшись, завистливые нереиды пожаловались богу моря Посейдону, и он напустил на берега Эфиопии страшное чудовище — кита. Чтобы откупиться от кита, опустошавшего страну, Цефей, по совету оракула, вынужден был отдать на съедение чудовищу свою любимую дочь Андромеду. Он приковал ее к прибрежной скале, и каждую минуту Андромеда ожидала, что из морской пучины вынырнет кит и проглотит ее.

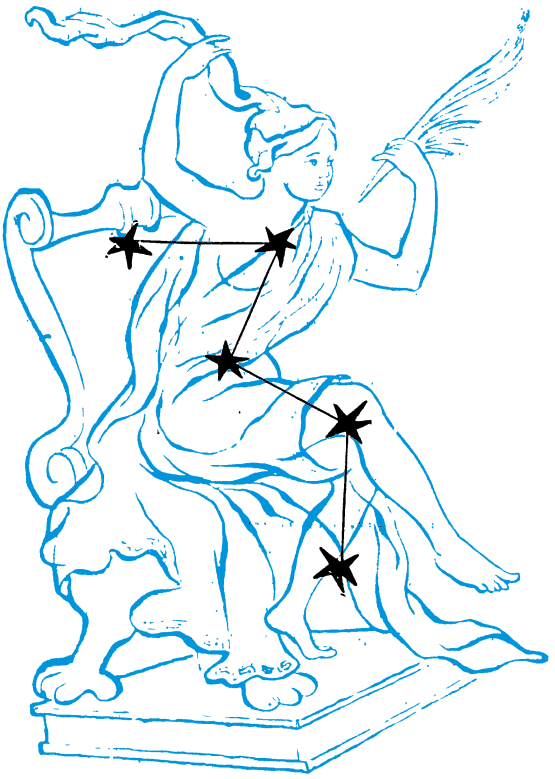
В это время мифический герой древней Греции Персей совершал один из своих подвигов: он проник на уединенный остров на краю света, где обитали три страшные женщины — горгоны с клубками змей на голове вместо волос. Взгляд горгоны превращал в камень все живое. Воспользовавшись сном горгон, Персей отсек голову одной из них по имени Медуза, и из разрубленного тела ее выпорхнул крылатый конь Пегас. Две другие горгоны, проснувшись, хотели броситься на Персея, но он вскочил на крылатого Пегаса и, держа в руках драгоценную добычу — голову Медузы, полетел домой. Пролетая над Эфиопией, Персей заметил прикованную к скале Андромеду. К ней уже направлялся кит, вынырнувший из морских пучин. Персей вступил в смертельный бой с чудовищем. Ему удалось одолеть кита лишь после того, как он направил на него леденящий взгляд мертвой головы Медузы. Кит окаменел и превратился в небольшой остров, а Персей, расковав Андромеду, привел ее к Цефею и женился на ней. Главных героев этого мифа фантазия древних греков поместила на небо. Так появились сохраняющиеся и теперь названия созвездий Цефея, Кассиопеи, Андромеды, Пегаса, Персея.

Вращение звездного неба

Днем по небосводу движется Солнце. Оно восходит, поднимается все выше и выше, потом начинает опускаться и заходит. Нетрудно убедиться, что и звезды тоже перемещаются по небосводу.

Выберите для наблюдения такое место, откуда небо хорошо видно, и заметьте с него,

Созвездие Персея.



Созвездие Кассиопеи.

над какими предметами, видимыми на горизонте (домами или деревьями), Солнце видно утром, в полдень и вечером. Придите на это место после захода Солнца, заметьте наиболее яркие звезды в тех же сторонах неба и отметьте время наблюдения по часам. Если вы придете на то же место через час или два, то убедитесь, что все замеченные вами звезды переместились слева направо. Так, звезда, которая находилась в стороне утреннего Солнца, поднялась на небосводе, а звезда, которая была в стороне вечернего Солнца, опустилась.

Все ли звезды движутся по небосводу? Оказывается, все, и притом одновременно. Можно сказать, что все небо с находящимися на нем звездами как бы вращается каждые сутки вокруг нас.

Ту сторону неба, где Солнце видно в полдень, называют южной, противоположную — северной. Понаблюдайте в северной стороне неба сначала над звездами, близкими к горизонту, а потом над более высокими. Вы увидите, что чем выше от горизонта звезды, тем менее заметно их передвижение. На небе можно найти и такую звезду, передвижение которой в течение всей ночи почти незаметно, и чем ближе к этой звезде другие звезды, тем менее заметно их движение. Эту звезду назвали П о л я р н о й, мы уже знаем, как найти ее по звездам Большой Медведицы.

Когда мы смотрим на Полярную звезду, точнее, на неподвижную точку рядом с ней — н а с е в е р н ы й п о л ю с м и р а, направление нашего взгляда совпадает с направлением оси звездного неба. Сама ось вращения звездного неба называется о с ь ю м и р а.

Вращение неба вокруг Земли — явление кажущееся. Причина его заключается во вращении Земли. Подобно тому как человеку, кружащемуся по комнате, представляется, будто вся комната кружится вокруг него, так и нам, находящимся на вращающейся Земле, кажется, что вращается небо. В древности, наблюдая суточное вращение неба, люди сделали глубоко ошибочный вывод, что звезды, Солнце и планеты ежесуточно обращаются вокруг Земли. На самом же деле, как это установил в XVI в. Коперник, видимое вращение звездного неба — только отражение суточного вращения Земли вокруг своей оси. Однако звезды все же движутся. Не так давно астрономы установили, что все звезды нашей Галактики движутся с разной скоростью вокруг ее центра (о Галактике рассказано в статье «Звезды и глубины Вселенной»).

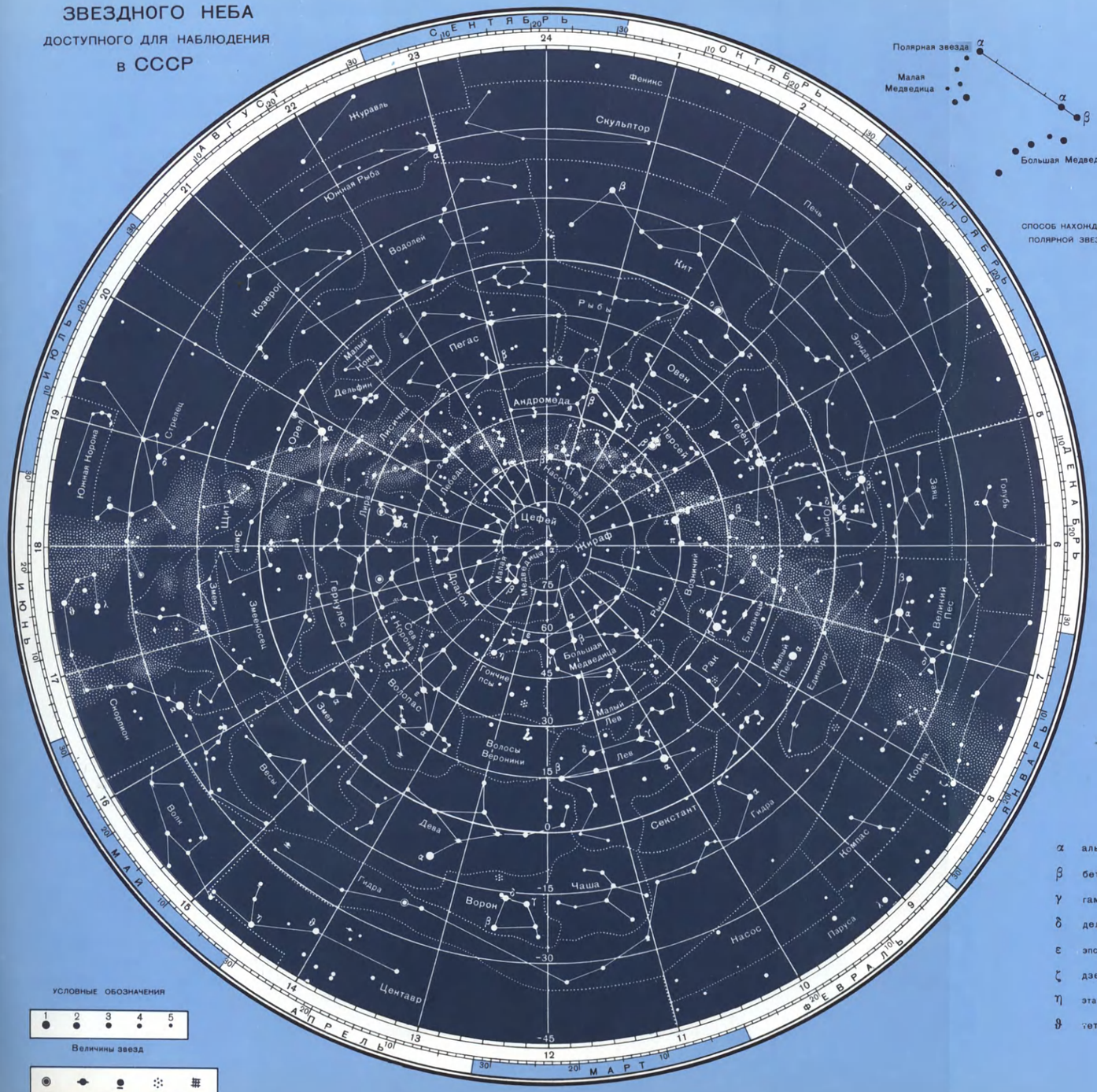
Воображаемая ось, вокруг которой вращается земной шар, пересекает поверхность Земли в двух точках. Эти точки — Северный и Южный географические полюсы. Если продолжить направление земной оси, она пройдет вблизи Полярной звезды. Вот почему Полярная звезда кажется нам почти неподвижной.

На южном звездном небе, которое в нашем северном полушарии из-за шарообразной формы Земли видно лишь частично, находится вторая неподвижная точка неба — ю ж н ы й п о л ю с м и р а. Вокруг этой точки вращаются звезды южного полушария.

Познакомимся более подробно с кажущимся суточным движением звезд. Повернитесь лицом к южной стороне горизонта и наблюдайте за движением звезд. Для того чтобы наблюдения было удобнее проводить, представьте себе полуокружность, которая проходит через з е н и т (точка прямо над головой) и п о л ю с м и р а. Эта полуокружность (небесный меридиан) пересечется с горизонтом в точке севера (под Полярной звездой) и в противоположной ей точке юга. Она делит небосвод на восточную

КАРТА ЗВЕЗДНОГО НЕБА

ДОСТУПНОГО ДЛЯ НАБЛЮДЕНИЯ В СССР



Полярная звезда

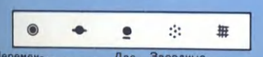
Малая Медведица

Большая Медведица

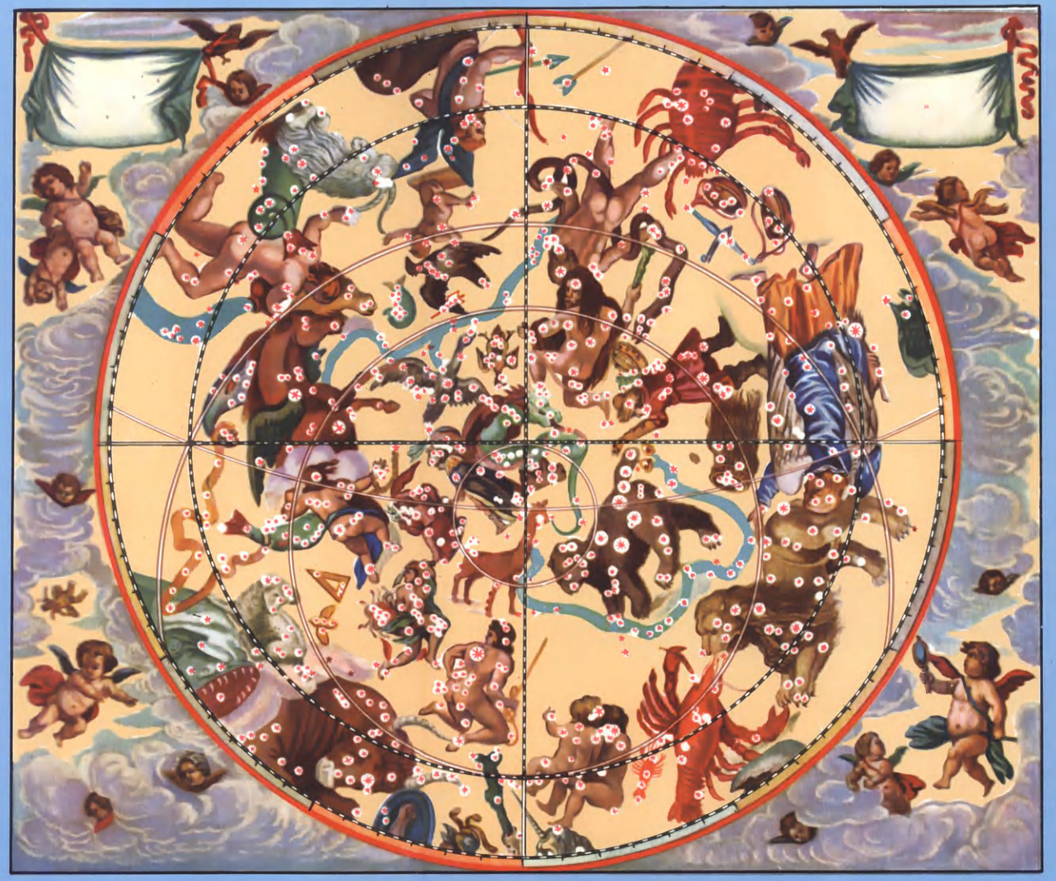
СПОСОБ НАХОЖДЕНИЯ ПОЛЯРНОЙ ЗВЕЗДЫ

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Величины звезд



Перемен-ные звезды | Двойные звезды | Две близкие звезды | Звездные скопле-ния | Туман-ности



СТАРИННАЯ ЗВЕЗДНАЯ КАРТА С ИЗОБРАЖЕНИЕМ ФИГУР СОЗВЕЗДИЙ

ГРЕЧЕСКИЙ АЛФАВИТ

α	альфа	ι	йота	ρ	ро
β	бета	χ	каппа	σ	сигма
γ	гамма	λ	ламбда	τ	тау
δ	дельта	μ	ми	υ	ипсилон
ε	эпсилон	ν	ни	φ	фи
ζ	дзета	ξ	кси	χ	хи
η	эта	ο	омикрон	ψ	пси
ϑ	тета	π	пи	ω	омега

ФОТОГРАФИЯ ДВИЖЕНИЯ ЗВЕЗД ВОКРУГ ПОЛЯРНОЙ ЗВЕЗДЫ, ПОЛУЧЕННАЯ НЕПОДВИЖНЫМ ФОТОАППАРАТОМ

и западную половины. Наблюдая за движением звезд в южной части неба, мы заметим, что звезды, расположенные слева от небесного меридиана (т. е. в восточной части неба), поднимаются над горизонтом. Пройдя через небесный меридиан и попав в западную часть неба, они начинают опускаться к горизонту. Значит, когда звезды проходят через небесный меридиан, они достигают своей наибольшей высоты над горизонтом. Астрономы называют прохождение звезды через наивысшее положение над горизонтом верхней кульминацией данной звезды.

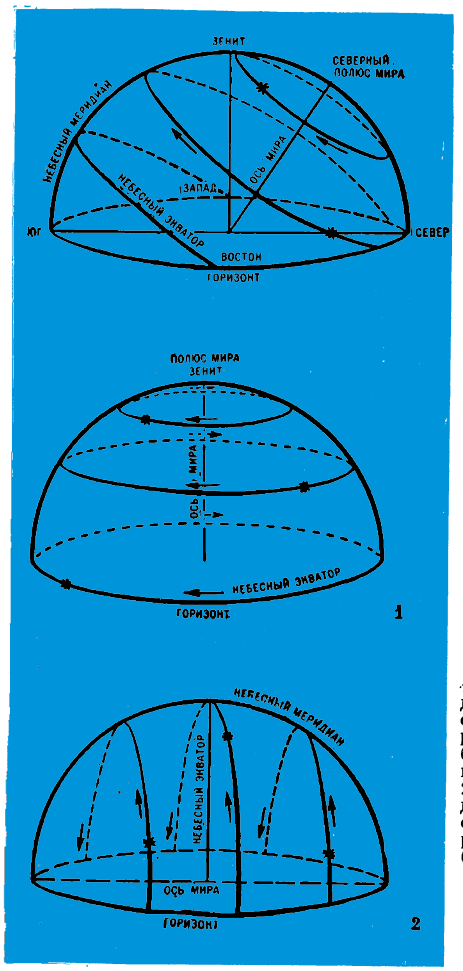


Схема видимого движения звезд относительно горизонта для наблюдателя в средних широтах.

1. Схема видимого движения звезд относительно горизонта для наблюдателя на полюсе Земли. 2. Схема видимого движения звезд относительно горизонта для наблюдателя на экваторе Земли.

Если вы повернетесь лицом к северу и станете наблюдать за движениями звезд в северной части неба, то заметите, что звезды, проходящие через небесный меридиан ниже Полярной звезды, в этот момент занимают наиболее низкое положение над горизонтом. Двигаясь слева направо, они, пройдя небесный меридиан, начинают подниматься. Когда звезда проходит через наинизшее из возможных положений над горизонтом, астрономы говорят, что звезда находится в нижней кульминации.

Среди созвездий, видимых в нашей стране, есть такие, которые, двигаясь вокруг полюса мира, никогда не заходят за горизонт. Это нетрудно проверить наблюдениями: в зимние месяцы созвездие Большой Медведицы в момент наинизшего положения в течение суток видно над горизонтом.

Но не только Большая Медведица оказывается незаходящим созвездием для жителей СССР. Звезды Малой Медведицы, Кассиопеи, Дракона, Цефея, близко расположенные к северному полюсу мира, также никогда не заходят, например, за московский горизонт. Это незаходящие звезды.

Наряду с незаходящими звездами есть и такие, которые никогда не восходят над нашей страной. К ним относятся многие звезды южного полушария неба.

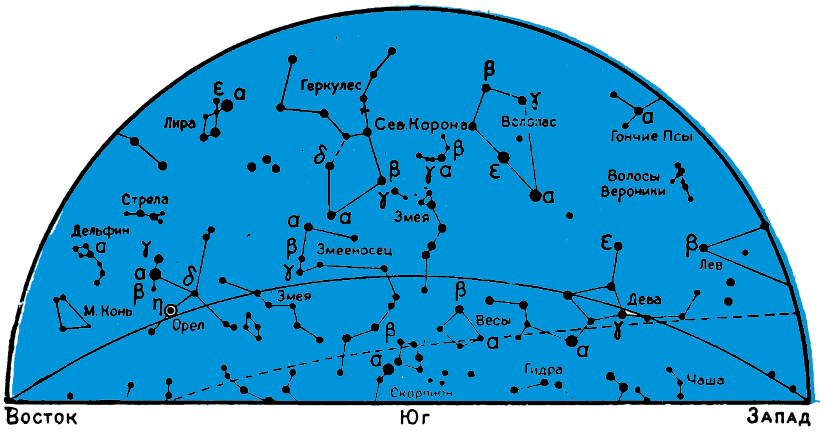
Небо, подобно земному шару, мысленно делится на два полушария воображаемой окружностью, все точки которой отстоят от полюсов мира на одинаковом расстоянии. Эта окружность называется небесным экватором. Она пересекает линию горизонта в точках востока и запада.

Все звезды в течение суток описывают пути, параллельные небесному экватору. То полушарие неба, в котором находится Полярная звезда, называется северным, а другое полушарие — южным.

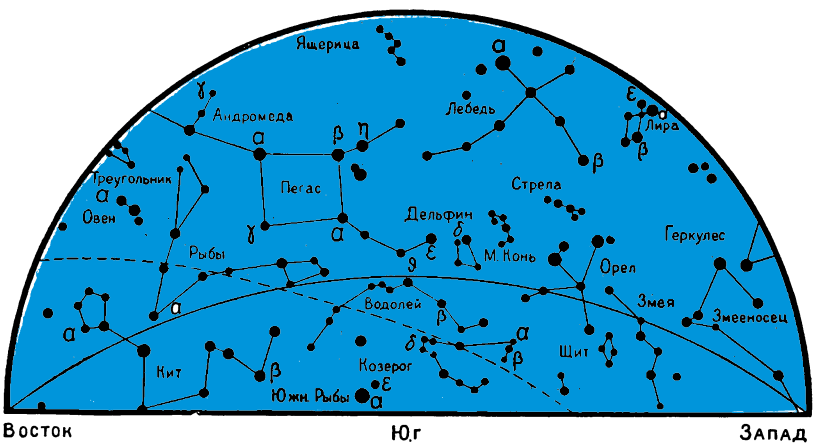
Вид звездного неба в разных местах Земли

В разных местах земного шара небо выглядит различно. Оказывается, вид звездного неба зависит от того, на какой параллели находится наблюдатель, иначе говоря, какова географическая широта места наблюдения. Угловое возвышение полюса мира (или, приближенно, Полярной звезды) над горизонтом всегда равно географической широте места.

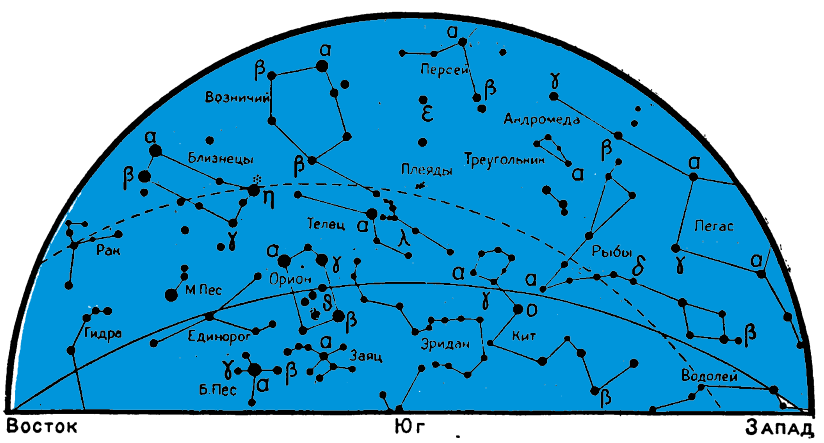
Если из Москвы вы отправитесь в путешествие на Северный полюс, то по мере продвижения заметите, что Полярная звезда (или полюс мира) становится все выше и выше над горизонтом. Поэтому все большее и большее количество звезд оказывается незаходящими.



Созвездия, видимые в средних широтах в южной половине неба летом.



Созвездия, видимые в средних широтах в южной половине неба осенью.



Созвездия, видимые в средних широтах в южной половине неба зимой.

Вот, наконец, вы прибыли на Северный полюс. Здесь расположение звезд совсем не такое, как на московском небе.

Географическая широта Северного полюса земного шара равна 90°. Значит, полюс мира (и Полярная звезда) будет находиться прямо над головой — в зените. Нетрудно сообразить, что небесный экватор будет здесь, на Северном полюсе, совпадать с линией горизонта. Благодаря этому на Северном полюсе вы увидите необычную картину движения звезд: перемещаясь всегда по путям, параллельным небесному экватору, звезды движутся параллельно горизонту. Здесь все звезды северного полушария неба будут н е з а х о д я щ и м и, а южного — н е в о с х о д я щ и м и.

Если теперь вы мысленно перенесетесь с Северного полюса на земной экватор, то увидите совершенно иную картину.

По мере вашего продвижения на юг широта места и, следовательно, высота полюса мира (и Полярной звезды) начнут уменьшаться, т. е. Полярная звезда будет приближаться к горизонту.

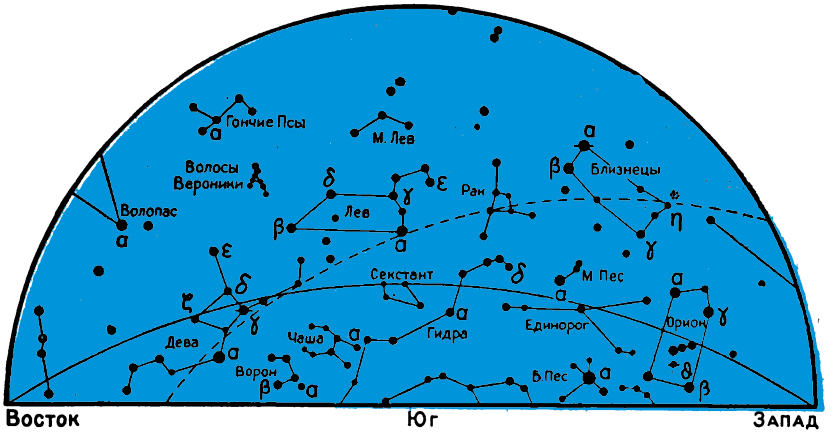
Когда вы окажетесь на земном экваторе, географическая широта любой точки которого равна нулю, увидите такую картину: северный полюс мира очутится в точке севера, а небесный экватор станет перпендикулярным к горизонту. В точке юга будет находиться южный полюс мира, расположенный в созвездии Октанта.

Все звезды на земном экваторе в течение суток описывают пути, перпендикулярные горизонту. Если бы не было Солнца, из-за которого нельзя видеть звезды днем, то в течение суток на земном экваторе можно было бы наблюдать все звезды обоих полушарий неба.

Изменение вида звездного неба в течение года

В разные времена года по вечерам можно наблюдать разные созвездия. Отчего это происходит?

Чтобы уяснить это, проведите некоторые наблюдения. Вскоре после захода Солнца заметьте в западной части неба низко над горизонтом какую-нибудь звезду и запомните ее положение по отношению к горизонту. Если приблизительно через неделю в тот же час суток вы попробуете отыскать эту звезду, то заметите, что она теперь стала ближе к горизонту и почти скрывается в лучах вечерней зари. Это произошло потому, что Солнце приблизилось к данной звезде. А через несколько недель звезда совершенно скроется в солнечных лучах и ее нельзя будет наблюдать по вечерам. Когда пройдет еще 2—3 недели, то та же самая звезда станет видна по утрам, незадолго до восхода Солнца, в восточной части неба. Теперь уже Солнце, продолжая свое движение с запада на восток, окажется восточнее этой звезды.



Созвездия, видимые в средних широтах в южной половине неба весной.

Такие наблюдения показывают, что Солнце не только движется вместе со всеми звездами, в течение суток восходя на востоке и заходя на западе, но еще и медленно перемещается среди звезд в обратном направлении (т. е. с запада на восток), переходя из созвездия в созвездие.

Разумеется, то созвездие, в котором в данный момент находится Солнце, вы наблюдать не сможете, так как оно восходит вместе с Солнцем и движется по небу днем, т. е. тогда, когда звезды не видны. Солнце своими лучами гасит звезды не только того созвездия, где оно находится, но и все другие. Поэтому наблюдать их нельзя.

Путь, по которому Солнце перемещается среди звезд в течение года, называется эклиптикой. Он проходит по двенадцати так называемым зодиакальным созвездиям, в каждом из которых Солнце ежегодно бывает приблизительно по одному месяцу. Называются зодиакальные созвездия так: Рыбы (март), Овен (апрель), Телец (май), Близнецы (июнь), Рак (июль), Лев (август), Дева (сентябрь), Весы (октябрь), Скорпион (ноябрь), Стрелец (декабрь), Козерог (январь), Водолей (февраль). В скобках указаны месяцы, когда в этих созвездиях находится Солнце.

Годичное движение Солнца среди звезд кажущееся. На самом деле движется сам наблюдатель вместе с Землей вокруг Солнца. Если в течение года по вечерам мы будем наблюдать звезды, то обнаружим постепенное изменение звездного неба и познакомимся со всеми созвездиями, которые видны в различное время года.

ЛУНА

Наш естественный спутник

Луна — природный спутник Земли. Люди видели ее на небе с незапамятных времен, и еще древние ученые совершенно правильно полагали, что она обращается вокруг Земли и делает полный оборот вокруг нее приблизительно за один месяц. Но ученые древности не объясняли, почему Луна, непрерывно вращаясь вокруг Земли, не падает на нее и не улетает прочь в мировое пространство.

Только много веков спустя ответ на этот вопрос дал английский ученый Ньютон. Он установил, что движением всех небесных тел управляет сила притяжения (см. стр. 38). Например, Земля движется по своей орбите под влиянием притяжения Солнца, а Луна — под действием притяжения Земли.

Теперь движение Луны изучено достаточно хорошо, и можно очень точно вычислять на много лет вперед положение ее на небе в любой час любого дня. Точно определены также расстояние Луны от Земли, размеры Луны, ее масса.

Луна интересна для нас прежде всего тем, что она самое близкое к нам небесное тело (искусственные спутники, как тела недолговечные, здесь, конечно, в счет не идут). Расстояние до нее в среднем составляет 384 400 *км*. По сравнению с теми расстояниями, к которым мы привыкли на Земле, это, конечно, много, но по сравнению с удаленностью других космических тел — Солнца и планет (не говоря уже о звездах) — почти рядом. Скорый поезд проехал бы расстояние от Земли до Луны примерно за пять месяцев, до Солнца — за 165 лет, а наши космические ракеты — «Луна-1», «Луна-2», «Луна-3» — долетели до Луны за двое суток.

Часто спрашивают: почему многие искусственные спутники после нескольких месяцев движения вокруг Земли обязательно падают и сгорают, а Луна кружится вокруг Земли уже не один миллиард лет и будет продолжать свое движение еще очень долго?

Ответ прост: все дело в расстоянии от Земли. Земной шар окружен атмосферой, и чем дальше от земной поверхности, тем меньше плотность воздуха. На тех высотах, где движутся искусственные спутники, плотность воздуха очень мала, но все же сколько-то воздуха там есть. Воздух тормозит движение спутника, от этого энергия, сообщенная спутнику зарядом ракеты, теряется, и в конце концов он падает на Землю.

Другое дело Луна. Ее орбита расположена на таком расстоянии от Земли, где никакого воздуха уже нет. Поэтому движение Луны ничто не тормозит и ее обращение вокруг Земли благодаря инерции будет продолжаться очень и очень долго.

Луна видна на небе в виде кружка, диска. Если не считать изредка появляющихся больших комет, то только два светила — Солнце и Луна — для невооруженного глаза имеют вид дисков. Все остальные представляются нашему взору как светлые точки.

Если измерить видимый поперечник лунного диска (он приблизительно составляет половину градуса) и знать расстояние до Луны, то можно вычислить истинный поперечник Луны. Оказывается, он почти в 4 раза меньше поперечника Земли и равен 3473 *км*. Это значит, что площадь поверхности Луны составляет всего 7,5% от площади земной поверхности (она несколько меньше площади Азии и почти равна общей площади Северной и Южной Америки), а объем лунного шара в 50 раз меньше объема земного шара. Из нашей Земли можно было бы «изготовить» 50 шаров, каждый размером с Луну. Масса Луны в 82 раза меньше массы Земли — значит, плотность Луны значительно меньше плотности Земли. Если бы из вещества Земли были сделаны 82 одинаковых шара, то каждый из них имел бы вес одной Луны, но был бы меньше ее по объему.

Масса определяет ту силу, с которой данное небесное тело притягивает все предметы. Расчет показывает, что сила тяжести на поверхности Луны в 6 раз слабее, чем на поверхности Земли. Это значит, что любой предмет, перенесенный с Земли на Луну, будет там в 6 раз легче, чем на Земле. Однако так будет на пружинных весах; если же взвешивать на Луне грузы на обычных весах с гирями, то они покажут тот же вес, что и на Земле, потому что и грузы, и гири станут легче в одинаковое число раз.

Хотя Луна и невелика, но ее притяжение заметно и на Земле. Это особенно сказывается в явлении приливов на земных океанах и морях (см. стр. 41).

Происхождение лунного света

В отличие от Солнца, Луна бывает круглой (или полной) примерно один раз в месяц. В остальное время мы ее видим «с ущербом», причем с каждым днем ее видимая часть меняется, либо возрастая, либо убывая. Эти всем знакомые перемены видимого облика Луны называют сменой лунных фаз. Отчего они происходят?

Когда-то на этот вопрос люди отвечали сказками, легендами. Например, говорили, что Луна — это живое существо, которое каждый месяц нарождается и постепенно растет. А когда она возрастет до полного круга, то ее начинает преследовать злой дух и каждый день отрезает от нее по ломтику. Или что «от старой» Луны каждый день отламывают по кусочку, который потом крошат на звезды. Но уже древние ученые знали, в чем действительная причина перемен вида Луны. Дело в том, что Луна своего собственного света не излучает. Она сияет на небе, так сказать, за чужой счет, отражая к нам лучи Солнца.

Луна появляется не только ночью, но зачастую и днем. Тогда она представляется беловатым пятнышком на голубом фоне неба, и сразу становится понятно, что она не светлее обычных предметов, например земных камней или скал. Ночью Луна кажется очень яркой только потому, что вокруг темно, а ее поверхность залита сильным солнечным светом.

Но Солнце освещает только одну половину лунного шара — ту, которая к нему обращена. На этом полушарии Луны день. На другую половину лунного шара солнечные лучи не попадают, там ночь, темно, и потому эту неосвещенную часть диска нам не видно.

Таким образом, изменение формы Луны — явление кажущееся. На самом деле Луна, конечно, всегда шар, всегда круглая. Меняется только расположение света и темноты на обращенном к нам полушарии Луны. Это видно, когда Луна имеет вид узкого серпа. В таких условиях удается рассмотреть и остальную, темную часть диска. Она слабо светится на фоне неба за счет так называемого пепельного света. Откуда этот свет там берется? От Земли. Ведь наша планета, получая солнечный свет и отражая его от себя, при известных условиях довольно сильно освещает ночную сторону лунного шара.

Из всего сказанного следует, что у серпа «молодой» Луны одна его сторона — выпуклая — действительный край лунного полушария, а другая сторона — вогнутая — вовсе не граница полушария, а только граница его освещенной и неосвещенной частей. Этой границе, или линии, разделяющей освещенную и неосвещенную часть Луны, дали название т е р м и н а т о р. Для тех мест на Луне, по которым проходит терминатор, Солнце либо восходит, либо заходит, и, значит, день там или начинается, или заканчивается. Терминатор постепенно перемещается по диску Луны. В этом и состоит явление смены лунных фаз.

Луна светит отраженным солнечным светом, и если бы Солнце вдруг перестало светить, то погасла бы и Луна. Однако Солнце светит всегда, а Луна иногда гаснет, что бывает во время лунных затмений (см. стр. 87).

На Луне не всё меньше земного

Луна гораздо меньше Земли — ее диаметр 3473 *км*, а площадь обоих полушарий несколько меньше площади Азии и примерно равна площади всей Америки. Самые большие лунные «моря» меньше земных морей средней величины. Но это не значит, что на Луне нет ничего грандиозного в нашем, земном масштабе. Например, некоторые «цирки» на Луне имеют диаметр 150—200 *км*. Этого нет на Земле. Самые высокие горы на Луне достигают 8 *км*. Они почти такие же высокие, как высочайшие горы на Земле. А это значит, что лунные горы по сравнению с размерами самой Луны гораздо выше земных гор, если их сравнивать с размерами Земли. Чтобы при таком сравнении высочайшие земные горы соответствовали самым высоким лунным, они должны подниматься на 32—33 *км*.

Лунные фазы и лунные месяцы

Остановимся на фазах Луны более подробно. Для этого посмотрим на рисунок, на котором изображены Земля, лунная орбита и различные положения Луны на орбите; предполагается, что Солнце светит сверху.

В положении I Луна располагается приблизительно между Землей и Солнцем. Она повернута к нам своим темным полушарием, и на небе ее совсем не видно. Эту фазу называют новолунием — кажется, что взамен прежней Луны нарождается новая.

Двигаясь по орбите в направлении, показанном стрелкой, Луна отходит от Солнца влево, и нам становится видна небольшая часть дневной, т. е. светлой, стороны ее шара. Она выглядит очень узким серпом, который мы называем «молодая луна». Он бывает виден с вечера, сразу после заката Солнца.

С каждым днем Луна отодвигается от Солнца все дальше влево и ширина серпа постепенно увеличивается. В положении II направления Земля—Луна и Земля—Солнце образуют прямой угол. Такое положение называют «первая четверть». В это время освещена ровно половина видимого с Земли полушария, а терминатор делит диск пополам.

Между II и III положениями освещено уже больше половины диска Луны, и она выглядит как бы одутловатой. Положение III называется полнолунием. Луна в этом положении располагается в стороне неба, противоположной Солнцу, диск ее освещен весь и потому дает наиболее сильный свет. Полная Луна восходит во время заката Солнца и заходит с его восходом, так что она светит всю ночь.

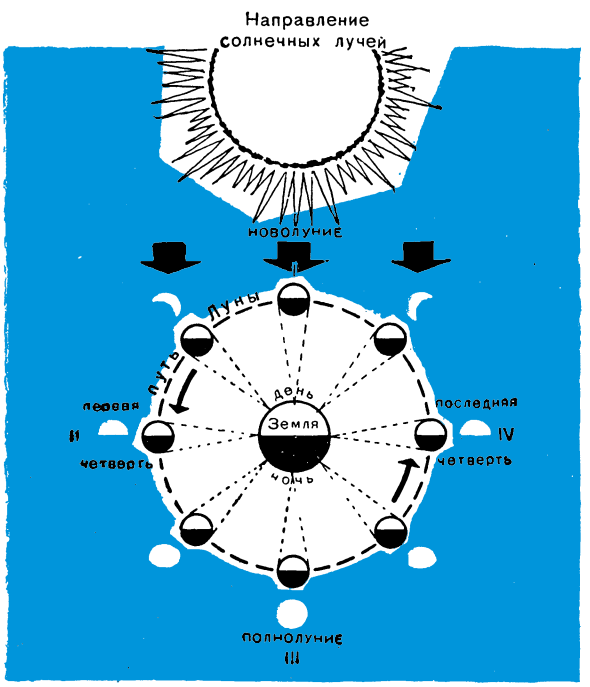
После полнолуния Луна проходит часть своего пути между точками III и IV. С вечера ее не видно, она восходит ближе к полуночи и опять освещена не полностью, причем с каждым днем ее светлая часть убывает. В положе-

нии IV, которое называется «последняя четверть», светлой остается только половина диска. Приближаясь к Солнцу на участке IV—I, Луна снова обращается в серп. Только теперь он повернут горбиком не вправо (как это было при «молодой» Луне), а влево, и появляется такой серп не с вечера, а под утро, на рассвете.

Через $29^1/_2$ суток Луна снова приходит в положение I и наступает очередное новолуние. Таким образом, новолуния (а также и полнолуния) повторяются через определенное время, которое, если его написать более точно, составляет в среднем 29 суток 12 часов 44 минуты 2,8 секунды и называется лунным или синодическим месяцем.

Лунные «моря»

Луна к нам так близка, что даже невооруженным глазом на ней можно различить некоторые подробности. Каждый видел на ее светлом лике узор из сероватых пятен. Глядя на эти пятна, люди задумывались, что же это такое. По этому поводу придумано немало сказок,



Фазы Луны. Вид Луны изменяется потому, что во время движения Луны вокруг Земли меняются условия освещения Луны.

мифов, но уже давно были высказаны и различные научные предположения. Одно из них сводилось к тому, что на Луне, как и на Земле, есть моря и океаны. Они будто бы и составляют темный рисунок на лунном диске.

Такое предположение казалось правдоподобным, и составители первых лунных карт назвали темные местности на Луне «морями». Для каждого из этих пятен придумали собственные имена. Так на лунных картах появились: Море Ясности, Море Дождей, Море Изобилия. Ответвления морей называли «заливами», обособленные небольшие темные пятна — «озерами», а самое обширное пятно, расположенное в левой половине лунного диска, получило наименование Океана Бурь. Светлому фону, на котором располагаются все эти «моря», дали общее наименование «материки».

Все это как будто означало, что Луна по своей природе очень похожа на Землю, поверхность которой тоже состоит из океанов и суши. Но только у нас суши меньше, чем воды, а на Луне, наоборот, площадь светлых «материков» оказывалась больше площади темных «морей».

Но правда ли, что эти лунные «моря» настоящие водоемы?

Ответ на этот вопрос впервые дал Галилей. Наблюдая Луну в построенный им телескоп, Галилей убедился, что поверхность «морей» и «океанов» на Луне совсем не такая ровная, какой должна быть водная гладь океана. На «морях» легко можно заметить различные неровности, отдельные холмы или пологие возвышенности вроде невысоких валов и гряд. Из этого Галилей сделал вывод, что темные местности на Луне — совсем не вода, а тоже суша. Это как бы равнины или низменности, расположенные среди гористых светлых областей — «материков».

Но есть ли на Луне настоящие моря или хотя бы озера, речки? Нет, на Луне воды не имеется. Вся лунная поверхность — сплошная суша.

Лунные горы

Светлые области на Луне, условно называемые «материками», гористы. Лунные горы хорошо видны даже в маленький телескоп, например в телескоп школьного типа. Только смотреть их надо не во время полнолуния, а когда Луна освещена примерно наполовину, потому что горы и прочие неровности отчетливо выступают только у границы дневной и ночной

сторон лунного шара, у терминатора. Солнечные лучи там скользят вдоль поверхности, и потому всякая неровность дает длинную черную тень. Эти тени и позволяют хорошо рассмотреть весь рельеф поверхности, они сразу показывают, где высокая гора, а где глубокая долина. По мере того как Луна движется по своей орбите, линия терминатора перемещается по лунной поверхности и потому все новые местности попадают в зону косого освещения. Завтра терминатор будет проходить не там, где он был сегодня, и потому на нем окажутся уже другие горы и иные равнины. Наблюдая Луну каждую ночь, можно шаг за шагом за две недели изучить все ее горные местности.

Наблюдения такого рода очень увлекательны. Вот терминатор пересекает равнину лунного «моря», крупных неровностей на нем нет. Посмотришь снова через час или два и вдруг видишь, что на темной части диска зажглась яркая светлая точка, как бы звездочка. Что это? А это вершина высокой горы, которую осветило Солнце, хотя окружающая местность пока тонет во мраке. Еще немного — и появятся новые светлые точки, которые вместе с первой образуют целую цепочку. Это ряд вершин, венчающих горный хребет. Через некоторое время точки сливаются в светлую линию — гребень хребта, пока еще отделенную от терминатора темной долиной. Завтра терминатор дойдет до хребта и перейдет за него. Склон хребта сольется с залитой солнечными лучами долиной, и в сторону передвинувшегося терминатора ляжет зубчатая тень.

Ученые давно изучают форму и строение лунных гор и по длине тени определяют их высоту. Оказалось, что на Луне есть горы того же типа, который мы видим и на Земле, как, например, отдельные остроконечные вершины или вытянутые горные хребты и цепи. Самые высокие горы на Луне возвышаются на восемь километров — почти как и высочайшие вершины на Земле. Но, кроме известных нам горных образований, на Луне есть и такие, каких у нас нет. Это — круглые горы, вернее, горы, имеющие форму кольца. Такие горы называют цирками и кратерами.

Цирк — это горный хребет, который образует правильное кольцо, составляющее вал. Этот вал окружает совершенно ровную и гладкую круглую площадку, которую называют дном цирка.

Кратер отличается от цирка тем, что в его центре возвышается огромная коническая гора.

Фотография Луны в первой четверти. Темные пятна — «моря», светлые — материки. На фотографии хорошо видны горы и кратеры.

Цирков и кратеров на Луне очень много, светлая поверхность материков местами сплошь усеяна ими, так что кольцевые валы громоздятся друг на друга.

Астрономы условились называть лунные кратеры и цирки именами великих ученых. Так, один из самых крупных и красивых кратеров называется Коперник, другой — Кеплер, третий — Ньютон и т. д.

Как образовались на Луне кольцевые горы, еще неизвестно. Некоторые ученые считают, что кратеры — это особого рода вулканы, которые с огромной силой действовали и на Луне, и на Земле вскоре после их возникновения. На Земле они потом были разрушены действием воды и воздуха, а на Луне сохранились до наших дней. Другие ученые предполагают, что цирки и кратеры возникли в результате падения на Луну огромных метеоритов. Такой небесный камень падал на лунную поверхность

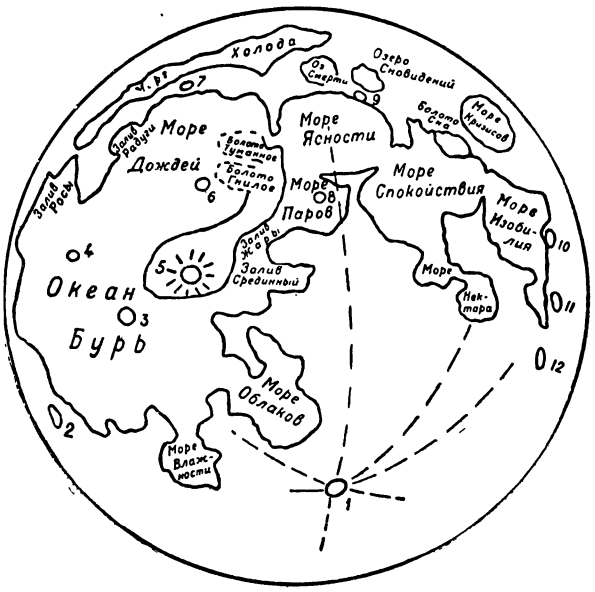


Схема видимого с Земли полушария Луны.

Наиболее заметные кратеры: *1*—Тихо, *2*— Гримальди, *3*— Кеплер, *4*— Аристарх, *5*— Коперник, *6*— Архимед, *7*—Платон, *8*— Манилий, *9* — Посидоний, *10* — Лангрен, *11* — Петавий, *12* — Фурнерий.

Невидимая с Земли сторона Луны. Сфотографирована советской автоматической межпланетной станцией 4 октября 1959 г.

с огромной скоростью, составляющей десятки километров в секунду. При падении получался удар очень большой силы, сопровождавшийся мощным взрывом.

Крупные метеориты иногда падают и на Землю. В этом случае на месте их падения получаются огромные воронки, по форме напоминающие лунные кратеры. Но на Земле они постепенно разрушаются действием воды и воздуха, в то время как на Луне всякий след от метеоритного удара сохраняется. За несколько миллиардов лет, на протяжении которых существует Луна, их могло накопиться много.

Будущие исследователи покажут, какая из этих двух гипотез правильно объясняет происхождение лунных гор.

Видимая и невидимая стороны Луны

Узор, который серые пятна «морей» образуют на лунном диске, легко запоминается, тем более что он придает полной Луне некоторое сходство с улыбающейся физиономией. Но вот что удивительно: когда бы мы ни посмотрели на Луну — ночью или днем, зимой или летом, в полнолуние или при другой фазе, — мы всегда увидим на ней все те же столь хорошо известные нам очертания темных пятен. Было бы естественно, чтобы Луна, вращаясь вокруг своей оси, была обращена к нам то одной, то другой стороной. Но этого нет. Почему? Из-за особенностей движения Луны.

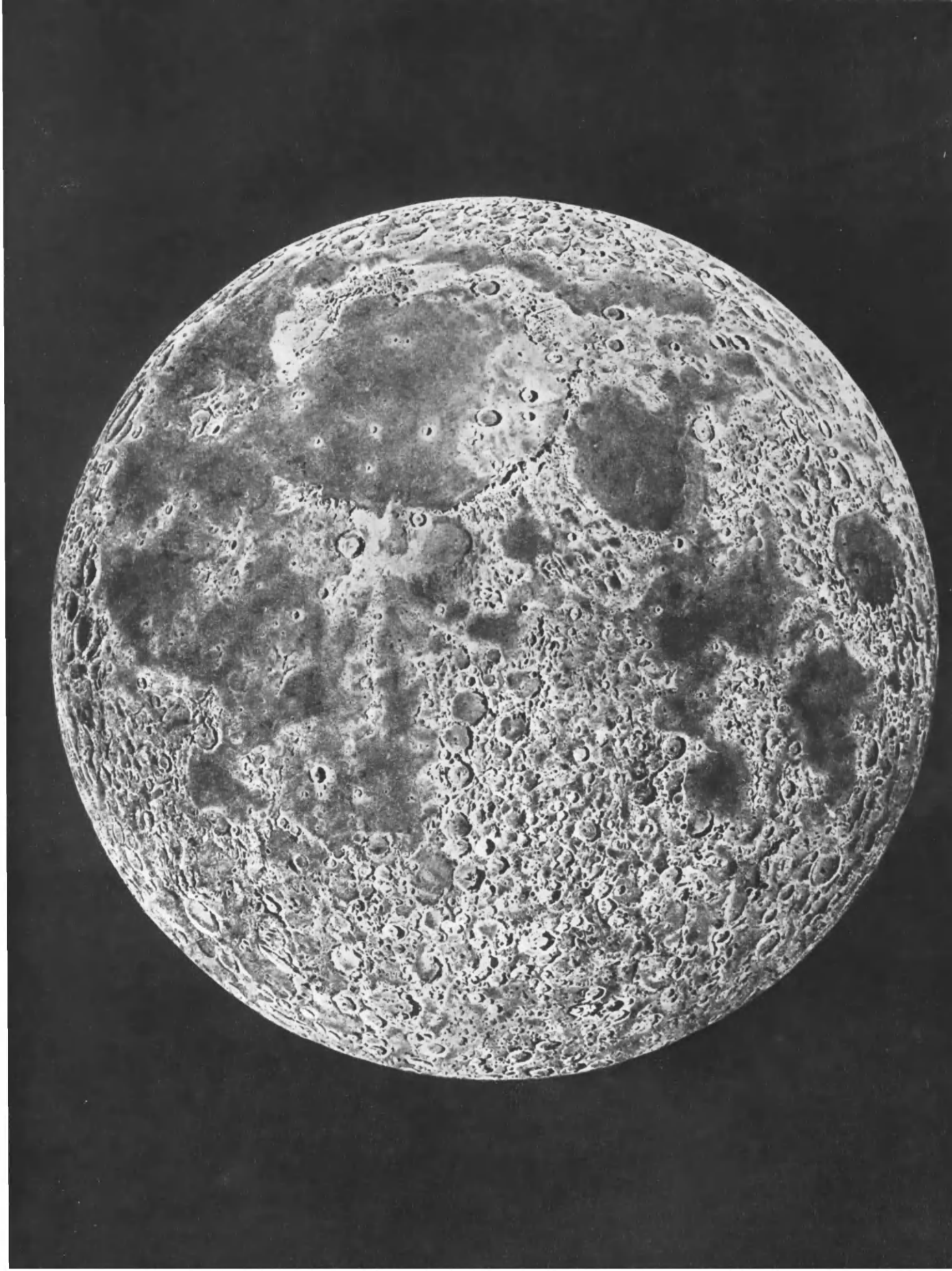
Луна движется по своей орбите вокруг Земли и вместе с тем вращается вокруг своей оси. Но вокруг оси она вращается так, что всегда остается повернутой к нам одной и той же стороной. Поэтому одна половина лунного шара с Земли всегда видна, а другая никогда не видна.

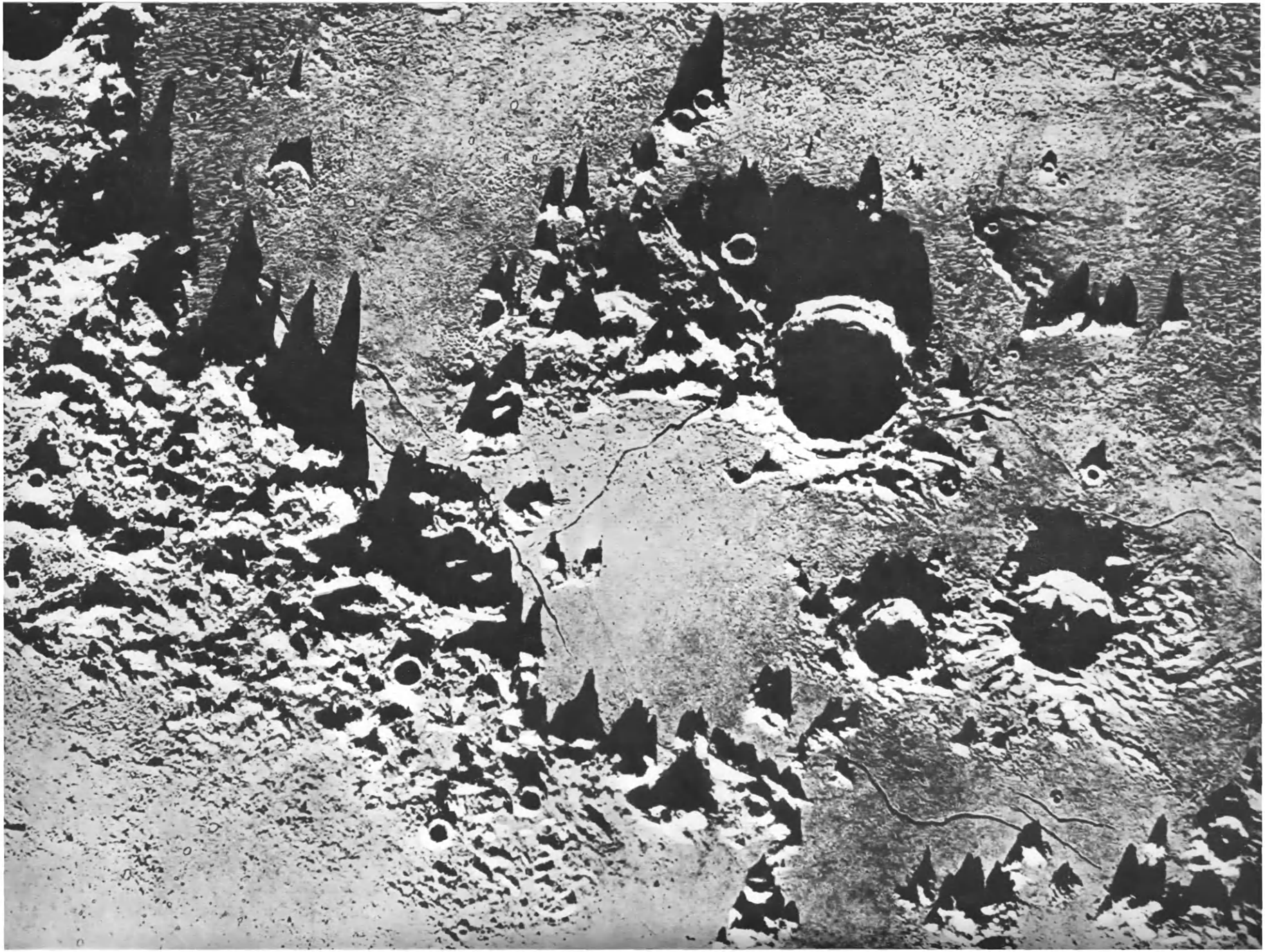
Легче всего представить движение Луны вокруг своей оси, если вспомнить хоровод. В нем участники, взявшись за руки, кружатся вокруг того, кто стоит в центре круга, и при этом все время обращены к нему лицом. А по отношению к окружающим предметам, например к окну или двери, каждый поворачивается то спиной, то лицом.

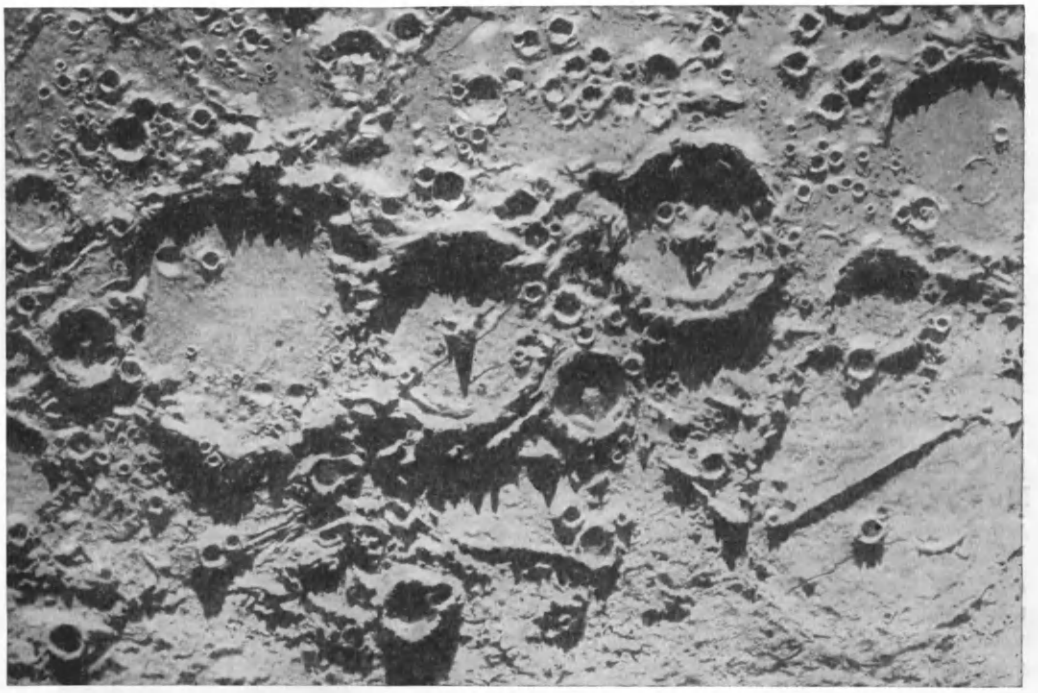
Выражаясь более строго, можно сказать: эта замечательная особенность движения Луны состоит в том, что время, за которое Луна обхо-

Фотография полной Луны.

На обороте: Горный хребет на Луне. →







Лунные кратеры.

дит вокруг земного шара, в точности равно тому времени, за которое Луна делает полный оборот вокруг своей оси.

Конечно, такое точное равенство не может быть случайным. Предполагают, что когда-то очень давно, быть может, миллиарды лет назад Луна вращалась вокруг своей оси быстрее. Но действие земного притяжения тормозило это вращение до тех пор, пока его период не стал равным периоду оборота Луны вокруг Земли.

Для изучения природы Луны такое положение вещей порождает большие затруднения. Ученые точно измеряют широту и долготу разных деталей на Луне, находят высоту лунных гор и глубину впадин, определяют яркость и цвет отдельных пятен, издают подробные карты и атласы лунной поверхности. Но все это относится только к одной, видимой с Земли стороне лунного шара.

Другое, невидимое с Земли полушарие Луны до последнего времени оставалось сплошной загадкой.

Для того чтобы изучить это невидимое, или обратное, полушарие, надо посмотреть на Луну, так сказать, сзади. А для этого нужно совершить космический рейс вокруг Луны.

Долгое время такой облет Луны был только фантастической мечтой. Но эта мечта стала явью в октябре 1959 г., когда в СССР была запущена в сторону Луны третья космическая ракета. От этой ракеты отделилась автоматическая межпланетная станция, снабженная специальной аппаратурой.

Двигаясь по сложной орбите, эта станция обогнула Луну.

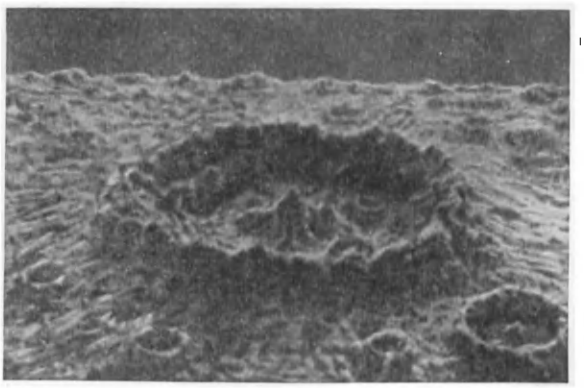
В тот момент, когда станция находилась над обратной стороной Луны, с помощью специальных устройств расположенные на станции фотоаппараты были наведены на Луну и начали съемку. Заснятая пленка тут же, на станции, была автоматически проявлена, отфиксирована и высушена. А когда станция стала двигаться обратно к Земле, были включены расположенные на ней приборы, которые передали земным станциям полученные в космосе снимки теми же способами, что и на телевидении. Но земные телевизионные станции передают изображения на сотни километров. А тут снимки были переданы с расстояний в сотни тысяч километров. Обычная станция телецентра — это огромное сооружение, а вся аппаратура автоматической межпланетной станции была очень маленькой и легкой. Можно себе представить, сколько изобретательности, труда и знаний понадобилось, чтобы создать такие приборы.

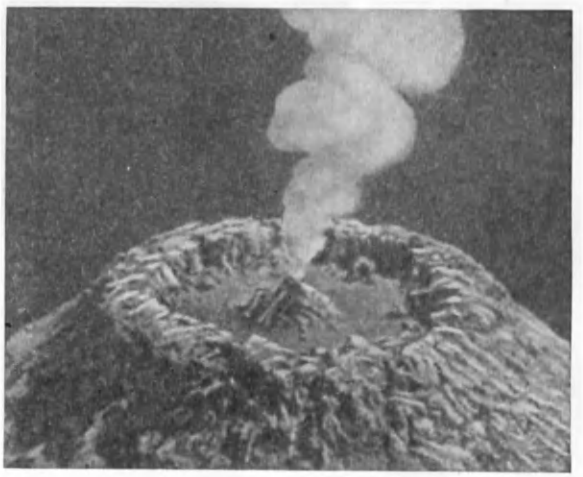
Что же дали эти первые снимки обратной стороны Луны?

Они показали, что на невидимом полушарии Луны тоже есть усеянные кратерами «материки» и темные равнины «морей». Только «морей» там не так много, как на видимой стороне, по размерам они гораздо меньше.

На основе этих снимков советские ученые создали атлас обратной стороны Луны и лунный глобус.

«Морям» и кратерам, открытым на обратной стороне Луны, дали названия. Так, небольшое «море» в середине обратного полушария назвали Морем Москвы. Новые кратеры назвали именами Ломоносова, Циолковского, Жолио Кюри и других великих ученых.





Верхний снимок — типичный лунный кратер, нижний — кратер вулкана Везувия, каким он был в 1851 г.

Мир Луны

Луна сейчас интересует не только астрономов. Есть все основания полагать, что, стремясь к завоеванию космоса, люди прежде всего побывают на Луне. Возможно, что с Луны будут совершаться полеты на планеты. На Луне сила тяжести меньше, и с нее легче взять старт в дальний космический рейс.

Но прежде чем приступить к осуществлению этого и многих других грандиозных проектов, надо узнать, что делается на Луне, что найдет там человек и чего там нет.

О том, что на Луне есть горы, долины, скалы, камни и нет воды, мы уже знаем. Там везде расстилается безводная пустыня, никогда не бывает ни дождей, ни росы, ни тумана.

Мы знаем, что нет на Луне и атмосферы. Уже давно отмечено, что на Луне в телескоп никогда не видно облаков. Тени гор там совершенно черные, а этого не могло бы быть, если бы там был воздух, который при солнечном освещении как бы светится, создавая всем знакомую голубую воздушную дымку.

Из всего этого уже давно сделан вывод, что сколько-нибудь высокой и плотной атмосферы на Луне нет. Но, может быть, немного газа там все же имеется? Этот вопрос был окончательно решен лишь в последнее время благодаря применению новых способов исследования. Они показали, что плотность газа у лунной поверхности по крайней мере в миллион миллионов раз (это будет число с 12 нулями) меньше, чем у земной поверхности. Практически это означает, что вокруг Луны безвоздушное пространство.

Вывод этот был блестяще подтвержден во время полета на Луну космической ракеты «Луна-2», которая доставила на лунную поверхность вымпел с изображением герба Советского Союза.

Из-за отсутствия атмосферы на Луне нет ветра и вообще никаких явлений, которые составляют нашу земную погоду. Нет и звука в том смысле, в каком мы его знаем на Земле, так как звук передается к нашим ушам чаще всего через воздух.

Небо на Луне черное не только ночью, но и днем. Яркий голубой небесный свод, который мы видим над своей головой днем, — это толща воздуха, пронизанная солнечными лучами. Поскольку атмосферы на Луне нет, звезды там можно видеть и днем, одновременно с Солнцем.

Не защищенная атмосферой и не обдуваемая ветрами поверхность Луны за день сильно накаляется Солнцем. А дни на Луне длинные,

там сутки длятся $29^1/_2$ наших земных суток и день продолжается больше двух недель. За это время поверхность на Луне в некоторых местах успевает накалиться до 100—130°. Зато за столь же долгую ночь она охлаждается до —150°. В таких условиях жизнь на Луне невозможна.

А что представляет собой поверхность Луны, на которую придется садиться космическим кораблям и по которой будут ходить прибывшие на Луну космонавты?

Химический состав вещества, образующего поверхность Луны, нам пока неизвестен. Узнать его мы не можем потому, что Луна светит не своим, а отраженным светом и к ней нельзя применить основной метод изучения состава небесных светил — спектроскопию.

Известно только, что устилающее Луну вещество очень темное и что это не камень, так как камень хорошо проводит тепло, а покров лунной поверхности, напротив, тепло не пропускает, подобно шубе.

Что же это может быть?

Наиболее правдоподобно, что поверхность лунных гор и равнин везде покрыта сильно пористым и ноздреватым материалом, напоминающим губку, но только не ту, которой мы моемся, а каменную. Вещество такого типа образуется на поверхности потоков лавы, вытекающей из земных вулканов. Это как бы застывшая каменная пена, которую называют вулканическим шлаком.

Некоторые ученые считают, что на Луне и сейчас происходят вулканические извержения, выливается лава, образуются шлаки и вулканический пепел.

Но более правдоподобно другое. На Луну, как мы уже говорили, непрерывно падают метеориты и не только такие большие, какие, может быть, порождают цирки и кратеры (подобные метеориты большая редкость, хотя за миллиарды лет существования Луны их могло упасть очень много), а в основном мелкие и мельчайшие. Но даже самая маленькая метеорная частичка— камешек, крупинка, песчинка,— ударяясь о поверхность Луны, дает небольшой взрывчик. Получается очень сильный жар, вещество поверхности вокруг места удара плавится, вскипает и превращается в темный шлак. Только это будет не вулканический шлак, а метеорный.

Так ли это на самом деле, нам расскажут участники первой экспедиции на Луну.

СОЛНЦЕ

Спокойное Солнце

Возможна ли жизнь на Земле без Солнца? Чтобы ответить на этот вопрос, представим себе то, чего на самом деле быть не может. Вообразим, что Солнце вдруг исчезло или что какая-то огромная заслонка преградила путь его лучам к нашей планете. Тогда Земля внезапно погрузится во мрак. Луна и планеты, отражающие солнечные лучи, также перестанут светить. Лишь тусклый свет далеких звезд будет освещать Землю. Зеленые растения погибнут, так как они могут усваивать углерод из воздуха только под воздействием солнечных лучей. Животным нечем будет питаться, и они начнут вымирать от голода. Помимо этого, все живое станет замерзать от страшного холода, который быстро распространится по Земле. Воздух, океаны и суша очень скоро отдадут мировому пространству ту энергию, которую они постоянно получают от Солнца. Перестанут дуть ветры, и замерзнут все водоемы. Начнет сжижаться воздух, и на Землю польется дождь из жидкого кислорода и азота. В результате наша планета покроется слоем льда из твердого воздуха. Сможет ли в таких условиях существовать жизнь? Конечно, нет.

К счастью, ничего этого быть не может и каждый день Солнце посылает на Землю свои животворные лучи, нагревая сушу, воды и воздух,

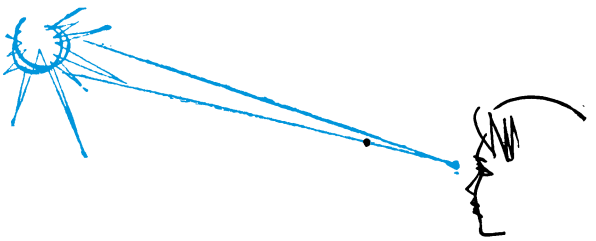
Вода испаряется под действием солнечных лучей. Поднимаясь вверх, пары конденсируются в облака.

заставляя испаряться водоемы, приводя к образованию облаков и ветров, способствуя выпадению осадков, давая тепло и свет животным и растениям.

Энергия Солнца огромна. Даже та ничтожная ее доля, которая попадает на Землю, оказывается очень большой. Энергия солнечных

лучей, падающих на квадратный метр земной поверхности, может заставить работать двигатель мощностью около двух лошадиных сил, а вся Земля в целом получает от Солнца в десятки тысяч раз больше энергии, чем могли бы выработать все электростанции мира, если бы они работали на полную мощность.

С Земли Солнце кажется нам сравнительно небольшим. Его легко заслонить горошиной на расстоянии вытянутой руки. Если подобный опыт выполнить с большой точностью, то можно рассчитать, что расстояние до Солнца в 107 раз превышает его диаметр. А поперечник у Солнца очень велик, он в 109 раз больше диаметра Земли, который, как известно, составляет около 13 тыс. *км*. Теперь легко высчитать размеры Солнца и величину расстояния до него в километрах.



Зная расстояние до Солнца и количество энергии, которое доходит от него к нам, можно определить количество энергии, излучаемое его поверхностью. Чем ближе мы подходим к источнику света, тем более концентрированным оказывается его излучение. Если бы Земля была к Солнцу вдвое ближе, то она получала бы от него в 4 раза больше энергии, чем сейчас.

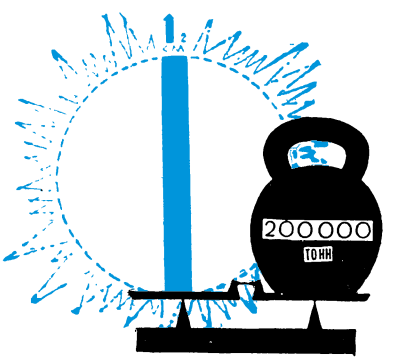
Таким же путем, если подойти вплотную к поверхности Солнца, можно найти, что мощность излучения возрастет в 46 тыс. раз.

Представьте себе, что каждая площадочка на Солнце величиной с клеточку в школьной тетради подогревается двумя обычными электроплитками, и вы получите примерное представление о мощности излучения поверхности Солнца. Из физики известно, что такую мощность излучения имеет тело, нагретое до температуры около 6000°. Следовательно, такова температура поверхности Солнца. Поэтому 1 $см^2$ поверхности Солнца излучает больше 6 *квт* энергии.

По массе Солнце в 333 тыс. раз больше Земли, а по объему оно больше в 1 млн. 301 тыс. раз. Поэтому плотность Солнца меньше плотности Земли. В среднем Солнце раза в полтора плотнее воды. Но это только в среднем. Внутри Солнца вещество сильно сжато давлением вышележащих слоев и раз в десять плотнее свинца. Зато наружные слои Солнца в сотни раз разреженнее воздуха у поверхности Земли.

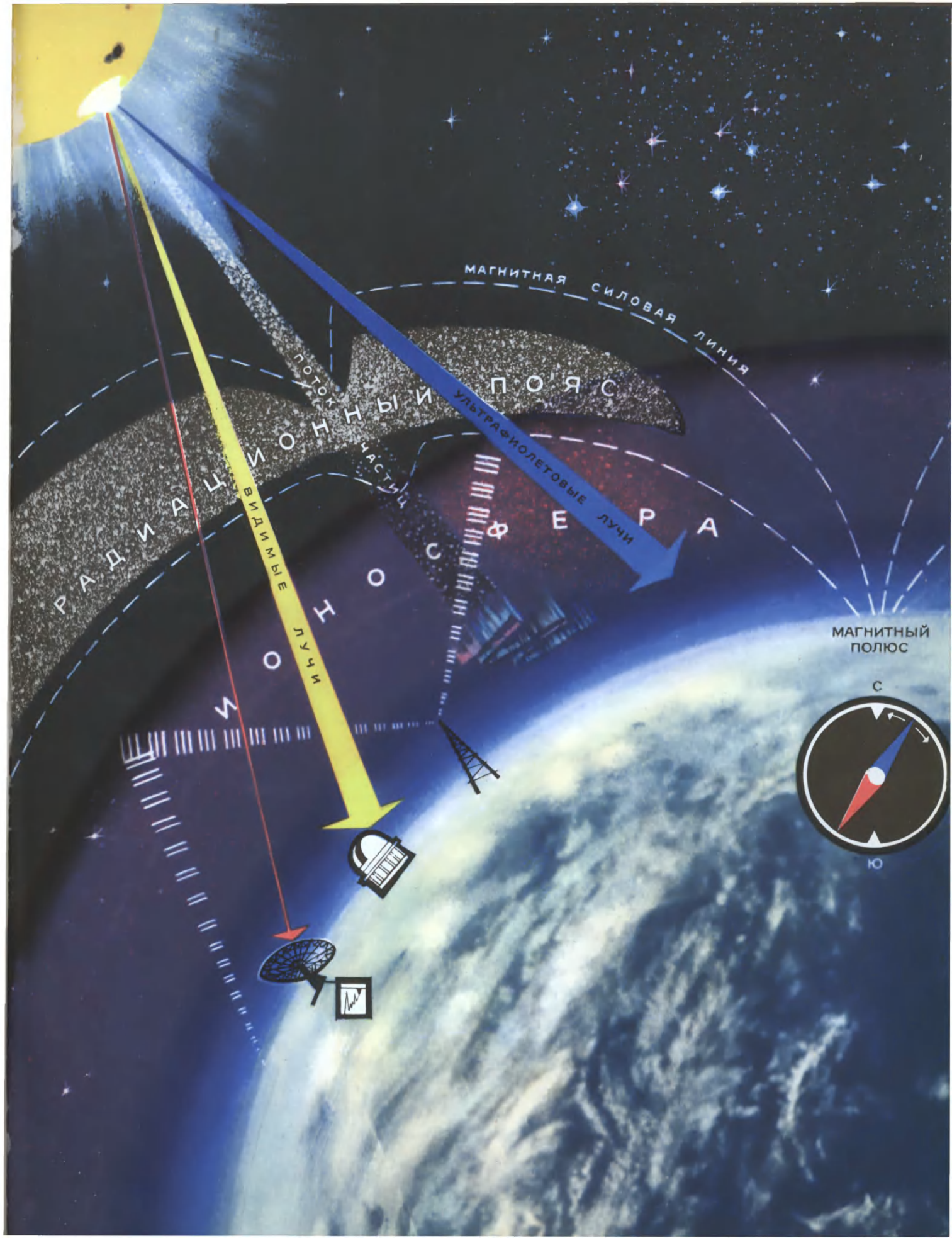
Давление — это вес всех слоев, расположенных над площадкой в один квадратный сантиметр. Если из Солнца вырезать вдоль диаметра столбик вещества сечением в 1 $см^2$ и взвесить его с помощью воображаемых весов, как это показано на рисунке, то потребуется гиря с массой в двести тысяч тонн! В недрах Солнца, где сила тяжести во много раз больше, чем на Земле, такая гиря будет в тысячи раз тяжелее. Поэтому давление в недрах Солнца превышает 100 млрд. атмосфер.

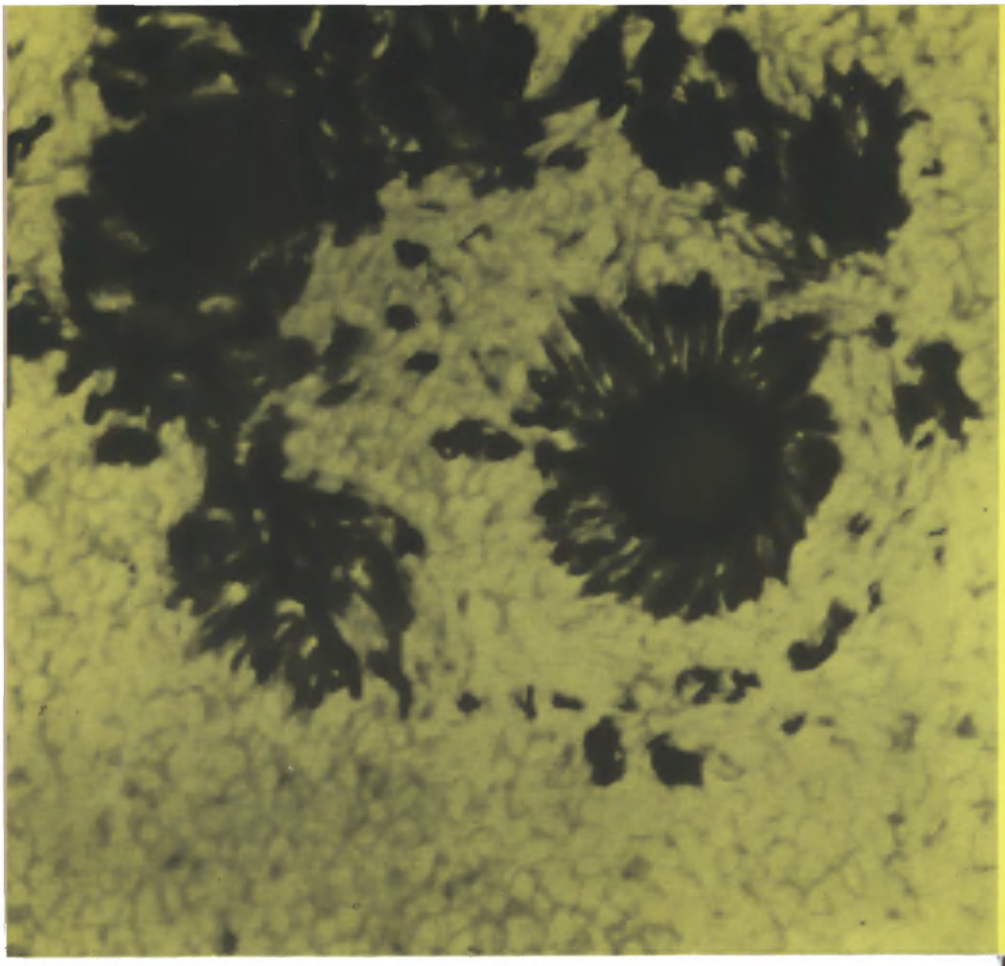
При таком огромном давлении температура возрастает до значения, превышающего 10 млн. градусов! Оказывается, что в этих условиях вещество находится в газообразном состоянии. Однако по своим свойствам этот газ сильно отличается от обычных знакомых нам газов, например воздуха. Дело в том, что в нем почти



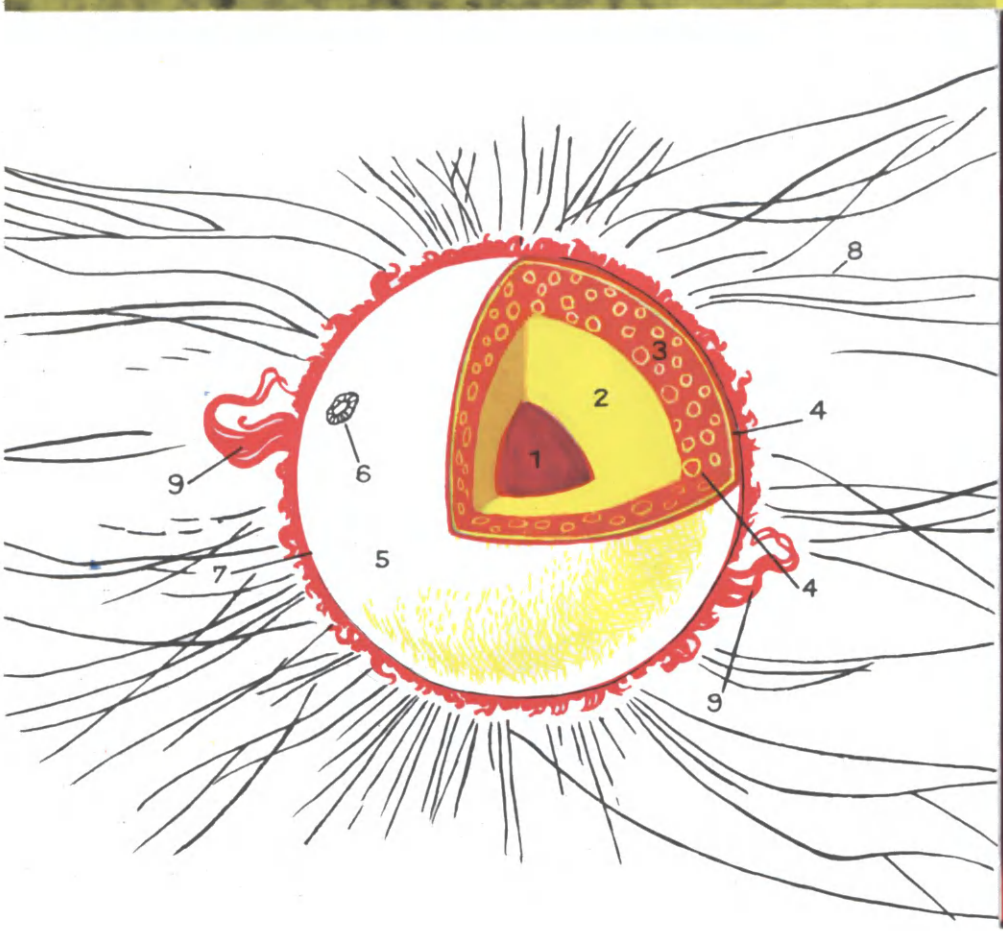
все атомы полностью теряют свои электроны и превращаются в голые атомные ядра. Свободные электроны, оторвавшиеся от атомов, становятся составной частью газа, называемого в этих условиях плазмой.

Условная схема, изображающая влияние на Землю солнечных явлений, сопровождающих вспышку. Вспышка — белый выступ на Солнце, изображенном в левом верхнем углу (размер вспышки сильно преувеличен). Стрелки, идущие от вспышки к Земле, соответствуют различным излучениям вспышки: желтая — видимое излучение вспышки, голубая — рентгеновское и ультрафиолетовое излучение (оно усиливает ионизацию в ионосфере, что отмечено увеличением густоты красных точек). Это усиление ионизации приводит к поглощению радиоволн. Белые точки, идущие от вспышки, — поток частиц (корпускул), приводящих к возникновению полярного сияния. Белые пунктирные линии — силовые линии магнитного поля; между ними — радиационный пояс. Искривление силовых линий магнитного поля, вызываемое потоком частиц, — причина магнитной бури. Тонкая красная стрелка — радиоизлучение вспышки.

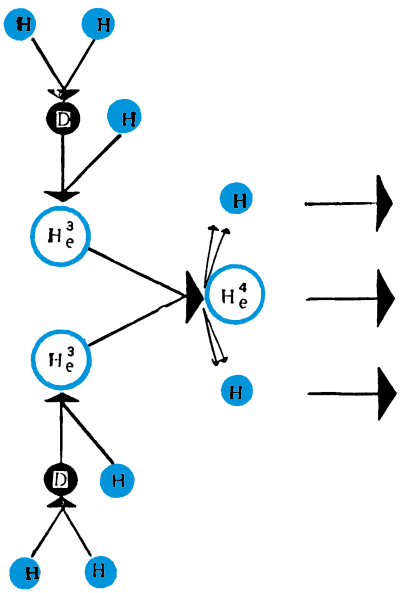

МАГНИТНАЯ СИЛОВАЯ ЛИНИЯ
ПОТОК ЧАСТИЦ
РАДИАЦИОННЫЙ ПОЯС
УЛЬТРАФИОЛЕТОВЫЕ ЛУЧИ
ВИДИМЫЕ ЛУЧИ
ИОНОСФЕРА
МАГНИТНЫЙ ПОЛЮС
С
Ю



Вверху — участок солнечной атмосферы с группой солнечных пятен; вокруг правого пятна хорошо заметна полутень; «ячейки» в фотосфере — гранулы. *Внизу* слева — схема строения Солнца и его атмосферы: *1* — ядро, где выделяется ядерная энергия; *2* — область лучистого переноса энергии; *3* — конвективная зона; *4* — элемент конвекции; *5* — фотосфера; *6* — пятно; *7* — хромосфера; *8* — корона; *9* — протуберанец. *Внизу* справа — протуберанец.



Частицы плазмы, нагретой до 10 млн. градусов, движутся с огромными скоростями в сотни и тысячи километров в секунду! При этом вследствие чрезмерного давления частицы сильно сближаются, а отдельные ядра атомов иногда даже проникают друг в друга. В моменты такого проникновения происходят ядерные реакции,



Атом гелия имеет чуть меньшую массу, чем четыре атома водорода, которые пошли на его образование. Этот дефект массы и выделяется в недрах Солнца в виде энергии.

являющиеся источником неиссякаемой энергии Солнца.

На этой странице схематически изображено, как происходит одна из таких реакций. Она приводит к превращению водорода в гелий, причем на промежуточных этапах этой реакции образуются ядра тяжелого водорода — дейтерия, обозначенные латинской буквой *D*, а также изотопа атома гелия, отличающегося от обычного гелия тем, что его масса не в четыре, а только в три раза превышает массу атома водорода.

В основном Солнце состоит из тех же самых химических элементов, что и Земля. Однако водорода на Солнце несравненно больше, чем на Земле. Можно сказать, что Солнце почти целиком состоит из водорода, в то время как всех остальных элементов значительно меньше. Поэтому водород является основным источником энергии, излучаемой Солнцем за счет ядерных реакций.

За все время своего существования, которое, по-видимому, составляет не менее 6 млрд. лет, Солнце не израсходовало еще и половины своих запасов водородного ядерного топлива. В течение почти всего этого времени излучение Солнца примерно такое же, как и теперь. Так оно будет светить еще много миллиардов лет — до тех пор, пока в недрах Солнца весь водород не превратится в гелий.

Как же выделяется ядерная энергия внутри Солнца?

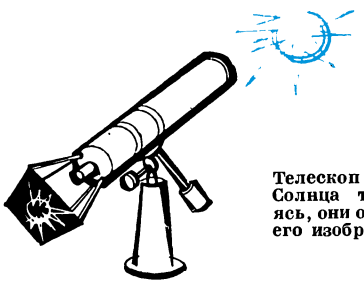
Когда ядра одного элемента (например, водорода), соединяясь, образуют ядра другого (например, гелия), возникают особые гамма-лучи, обладающие огромной энергией. Всякие лучи испускаются атомами в виде отдельных порций, называемых квантами. Энергия квантов гамма-лучей очень велика. Атомы вещества в недрах Солнца обладают свойством жадно поглощать всякое излучение. При этом, как правило, поглощая квант с очень большой энергией, атом излучает два или несколько квантов с меньшей энергией. Пока порожденные ядерными реакциями гамма-лучи дойдут до поверхности Солнца, произойдет очень много таких дроблений квантов первоначальных гамма-лучей. В результате с поверхности Солнца уже будут испускаться преимущественно лучи со значительно меньшей энергией: ультрафиолетовые, видимые и инфракрасные.

Схематический цветной рисунок (стр. 76—77) дает представление о том, как «устроено» Солнце. Для того чтобы «увидеть» внутренние слои Солнца, художник «вырезал» из него шаровой сектор. Самая внутренняя часть, закрашенная в темно-красный цвет (ядро), соответствует области, где происходят ядерные реакции и выделяется энергия. Диаметр ядра составляет примерно 1/3 диаметра самого Солнца. В ядре сосредоточена наибольшая часть солнечного вещества.

К ядру примыкает самый протяженный слой Солнца, на схеме закрашенный в яркий желтый цвет. Здесь в результате поглощения квантов, их дробления и переизлучения энергия изнутри переносится наружу. Выше находится слой протяженностью около 1/10 солнечного радиуса, называемый конвективной зоной. Эта зона уже заметно холоднее. Она переходит в самые внешние слои Солнца — его атмосферу. Вследствие своей более низкой температуры конвективная зона не может обеспечить перенос всей энергии, поступающей снизу, только путем поглощения и переизлучения. Поэтому в конвективной зоне в переносе излучения принимает участие само вещество: из глубины поднимаются вверх отдельные потоки более горя-

чих газов, передающих свою энергию непосредственно внешним слоям. На цветном рисунке эти потоки (или отдельные сгустки газа) изображены желтыми кружочками, заполняющими область конвективной зоны.

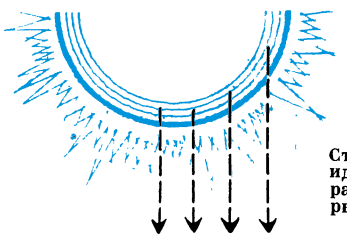
Солнечная атмосфера также состоит из нескольких весьма различных слоев. Самый глубокий и тонкий из них называется фотосферой, что по-русски означает «сфера света». Здесь возникает подавляющее количество световых и тепловых лучей, посылаемых Солнцем в мировое пространство.



Телескоп собирает лучи Солнца так, что, пересекаясь, они образуют на экране его изображение.

Фотосфера — это та самая поверхность Солнца, которую можно наблюдать в телескоп, предварительно снабженный специальным темным светофильтром. Если этого не сделать, то наблюдатель неминуемо ослепнет. Очень удобно спроектировать изображение Солнца на экран, как это показано на рисунке.

Толщина фотосферы всего лишь 200—300 *км*, так что на нашей цветной схеме ее пришлось условно изобразить тонкой линией. Более глубоких слоев Солнца мы уже совсем не видим. Это происходит потому, что вещество фотосферы непрозрачно, подобно густому туману.



Стрелки изображают лучи, идущие к наблюдателю от различных слоев атмосферы Солнца.

Чем глубже слои фотосферы, тем они горячее. Когда мы смотрим на центр солнечного диска, то видим наиболее глубокие слои фотосферы. Это происходит по той же причине, по какой земная атмосфера в зените всегда заметно прозрачнее, чем у горизонта. Когда мы смотрим на край Солнца, мы видим не такие глубокие слои, как в центре. Поскольку эти слои холоднее и дают меньше света, на краю диск Солнца кажется темнее, а сам край его очень резким.

С помощью большого телескопа можно изучить характерную структуру фотосферы, хорошо заметную на фотографии, помещенной на вклейке.

Чередование маленьких (на самом деле размером около 1000 *км*) светлых пятнышек, окруженных темными промежутками, создает впечатление, что на поверхности Солнца рассыпаны рисовые зерна. Эти пятнышки называются гранулами. Они представляют собой отдельные элементы конвекции, поднявшиеся из конвективной зоны. Они горячее, а следовательно, и ярче окружающей фотосферы. Темные промежутки между ними — потоки опускающихся более холодных газов.

От движения гранул в солнечной атмосфере возникают волны, очень похожие на те, которые появляются в земной атмосфере при полете реактивного самолета. Распространяясь вверх в солнечной атмосфере, эти волны поглощаются, а их энергия переходит в теплоту. Поэтому в солнечной атмосфере над фотосферой температура начинает повышаться, и чем дальше от фотосферы, тем больше. В сравнительно тонком слое, называемом хромосферой, она поднимается до нескольких десятков тысяч градусов. А в наиболее разреженной, самой внешней оболочке Солнца, в короне, температура достигает миллиона градусов!

Хромосферу и корону можно видеть в редкие моменты полных солнечных затмений. Такое явление изображено на цветной вклейке. Когда Луна целиком закрывает ослепительно яркую фотосферу, вокруг ее диска, который кажется черным, внезапно вспыхивает серебристо-жемчужное сияние в виде венца, часто имеющего длинные лучи. Это и есть солнечная корона — чрезвычайно разреженная газовая оболочка. Она простирается от Солнца на расстояние многих его радиусов. Форма короны сильно меняется со временем, о чем можно судить, сравнивая различные ее фотографии. Непосредственно вокруг черного диска Луны во время затмения видна блестящая тонкая розовая кайма. Это и есть хромосфера Солнца, слой раскаленных газов толщиной 10—15 тыс. *км*.

Хромосфера значительно прозрачнее фотосферы. Она имеет линейчатый спектр, испускаемый раскаленными парами водорода, гелия, кальция и других элементов. Поэтому хромосферу можно наблюдать, если с помощью спе-

циальных приборов выделить излучаемые этими элементами лучи. На цветной вклейке показано Солнце в лучах, испускаемых ионизованным кальцием. На ней видно, как выглядит солнечная хромосфера.

В фотосфере много нейтральных атомов. В хромосфере вследствие высокой температуры атомы водорода и гелия начинают переходить в ионизованное состояние. Это значит, что они теряют свои электроны и становятся электрически заряженными, а их электроны начинают двигаться как свободные частицы. В короне, где температура несравненно больше, ионизация вещества настолько сильна, что все легкие химические элементы полностью лишаются своих электронов, а у тяжелых атомов их недостает более десятка. Это происходит потому, что при температуре в миллион градусов отдельные частицы движутся так быстро и с такой силой сталкиваются, что, образно говоря, от них «щепки летят». Таким образом, атмосфера Солнца, как и его недра, состоит из плазмы.

В короне плазма очень сильно разрежена. В каждом ее кубическом сантиметре содержится не более 100 млн. «ободранных» атомов и оторванных от них свободных электронов. Это в 100 млрд. раз меньше, чем молекул в воздухе. Если бы всю корону, простирающуюся на много солнечных радиусов, сжать до плотности воздуха на Земле, то получился бы ничтожный слой толщиной в несколько сантиметров, окружающий Солнце.

Вследствие столь большой разреженности корона еще прозрачнее для видимого света, чем хромосфера. По той же причине и количество излучаемого ею света ничтожно: яркость короны в миллион раз меньше яркости фотосферы. Именно поэтому в обычное время она незаметна на ярком фоне дневного неба и видна только во время полных солнечных затмений. Таким образом, хотя самые внешние слои солнечной атмосферы имеют температуру миллион градусов, их излучение составляет ничтожную долю от общей энергии, испускаемой Солнцем. Почти всю эту энергию излучает фотосфера, имеющая температуру около 6000°. Поэтому такую температуру приписывают Солнцу в целом. Значение температуры миллион градусов, установленное в короне, говорит только о том, что ее частицы движутся с огромными скоростями, доходящими до сотен и тысяч километров в секунду.

Однако как же узнали, что температура солнечной короны так велика, если она излучает так мало? Дело в том, что наряду с другими лучами Солнце испускает относительно много радиоволн, во всяком случае гораздо больше, чем должно давать тело, нагретое до 6000°. Солнечная корона очень сильно поглощает радиоволны. Поэтому доходящее до нас радиоизлучение Солнца в основном возникает не в фотосфере, а в короне. Измерения при помощи специальных радиотелескопов мощности этого радиоизлучения позволили определить температуру короны.

Солнечная активность

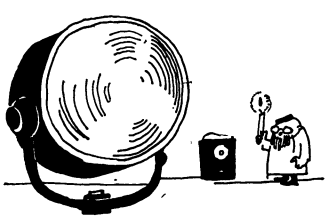
Время от времени в солнечной атмосфере появляются так называемые активные области, количество которых регулярно повторяется с периодом в среднем около 11 лет.

Наиболее существенным проявлением активной области являются наблюдаемые в фотосфере солнечные пятна. Они возникают в виде маленьких черных точек (*пор*). За несколько дней поры развиваются в крупные темные образования. Обычно пятно окружено менее темной полутенью, состоящей из радиально вытянутых прожилок. Оно кажется как бы «дыркой» на поверхности Солнца, такой большой, что в нее свободно можно закинуть «мячик» размером с Землю.

Если наблюдать Солнце изо дня в день, то по перемещению пятен можно убедиться, что оно вращается вокруг своей оси и примерно

Намного ли больше света дает Земле Солнце по сравнению с Луной и Сириусом?

Количество света, приходящее к нам от небесных светил, измеряется в звездных величинах. Самые слабые звезды, видимые простым глазом, имеют звездную величину около +6. Чем больше света дает светило, тем меньшей считается его звездная величина. У Солнца она отрицательная: — 26,8. У полной Луны —12,6. Увеличение звездной величины на единицу соответствует уменьшению количества света примерно в 2,5 раза.



Зная это, легко рассчитать, что Солнце излучает на Землю в 450 тыс. раз больше света, чем Луна в полнолуние, и в 10 млрд. раз больше, чем Сириус — самая яркая звезда всего неба.

через 27 дней то или иное пятно снова проходит через центральный меридиан. Интересно, что на разных широтах скорость вращения Солнца различна: вблизи экватора вращение быстрее, а у полюсов оно медленнее.

За некоторое время до возникновения пятен на небольшом участке фотосферы появляется яркая область. По форме она напоминает сильно размазанную лужу причудливых очертаний с бесчисленными прожилками и яркими точками. Эти яркие области называются факелами. Они на несколько сотен градусов горячее фотосферы. Атмосфера над факелами также горячее и несколько плотнее. Факелы всегда окружают пятна.

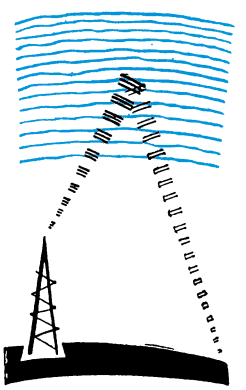
По мере разрастания факела в активной области постепенно усиливается магнитное поле, особенно на некотором малом участке, где в дальнейшем может образоваться пятно. Такие пятна обладают сильным магнитным полем, останавливающим всякие движения и течения ионизованного газа, от чего в области пятна под фотосферой останавливаются конвективные движения и тем самым прекращается дополнительный перенос энергии из более глубоких слоев наружу. Поэтому температура пятна оказывается примерно на 1000° ниже, чем в окружающей фотосфере, на фоне которой оно кажется темным. Появление факела также объясняется магнитным полем. Когда оно еще слабое и неспособно остановить конвекцию, тормозится только беспорядочный характер движений поднимающихся струй газа в конвективной зоне. Поэтому в факеле горячим газам легче подняться из глубины, вследствие чего он кажется ярче окружающей его фотосферы.

В хромосфере и короне над активной областью наблюдается много интереснейших явлений. К ним относятся хромосферные вспышки и протуберанцы.

Вспышки — один из самых быстрых процессов на Солнце. На фотографии, помещенной справа, видно, как менялось такое явление в течение 25 минут. Обычно вспышка начинается с того, что за несколько минут яркость некоторой точки активной области сильно возрастает. Бывали даже такие сильные вспышки, которые по яркости превышали ослепительную фотосферу. После возгорания несколько десятков минут длится постепенное ослабление свечения, вплоть до исходного состояния. Вспышки возникают вследствие особых изменений магнитных полей, приводящих к внезапному сжатию вещества хромосферы. Происходит нечто подобное взрыву, в результате которого образуется направленный поток очень быстрых заряженных частиц и космических лучей. Этот поток, проходя через корону, увлекает с собой частицы плазмы. Как струны скрипки, колеблемые гигантским смычком, эти частицы приходят в колебание и испускают при этом радиоволны.

Небольшая область, занятая вспышкой (всего лишь несколько сотен тысяч квадратных километров), создает очень мощное излучение. Оно состоит из рентгеновских, ультрафиолетовых и видимых лучей, радиоволн, быстро движущихся частиц (корпускул) и космических лучей. Все виды этого излучения оказывают сильное воздействие на явления, происходящие в земной атмосфере.

Ультрафиолетовые и рентгеновские лучи быстрее всего достигают Земли, прежде всего ее ионосферы — верхних, ионизированных слоев атмосферы. От состояния земной ионосферы зависит распространение радиоволн и слышимость радиопередач. Под воздействием солнечных ультрафиолетовых и рентгеновских лучей увеличивается ионизация ионосферы. Вследствие этого в нижних ее слоях начинают сильно поглощаться короткие радиоволны. Из-за этого

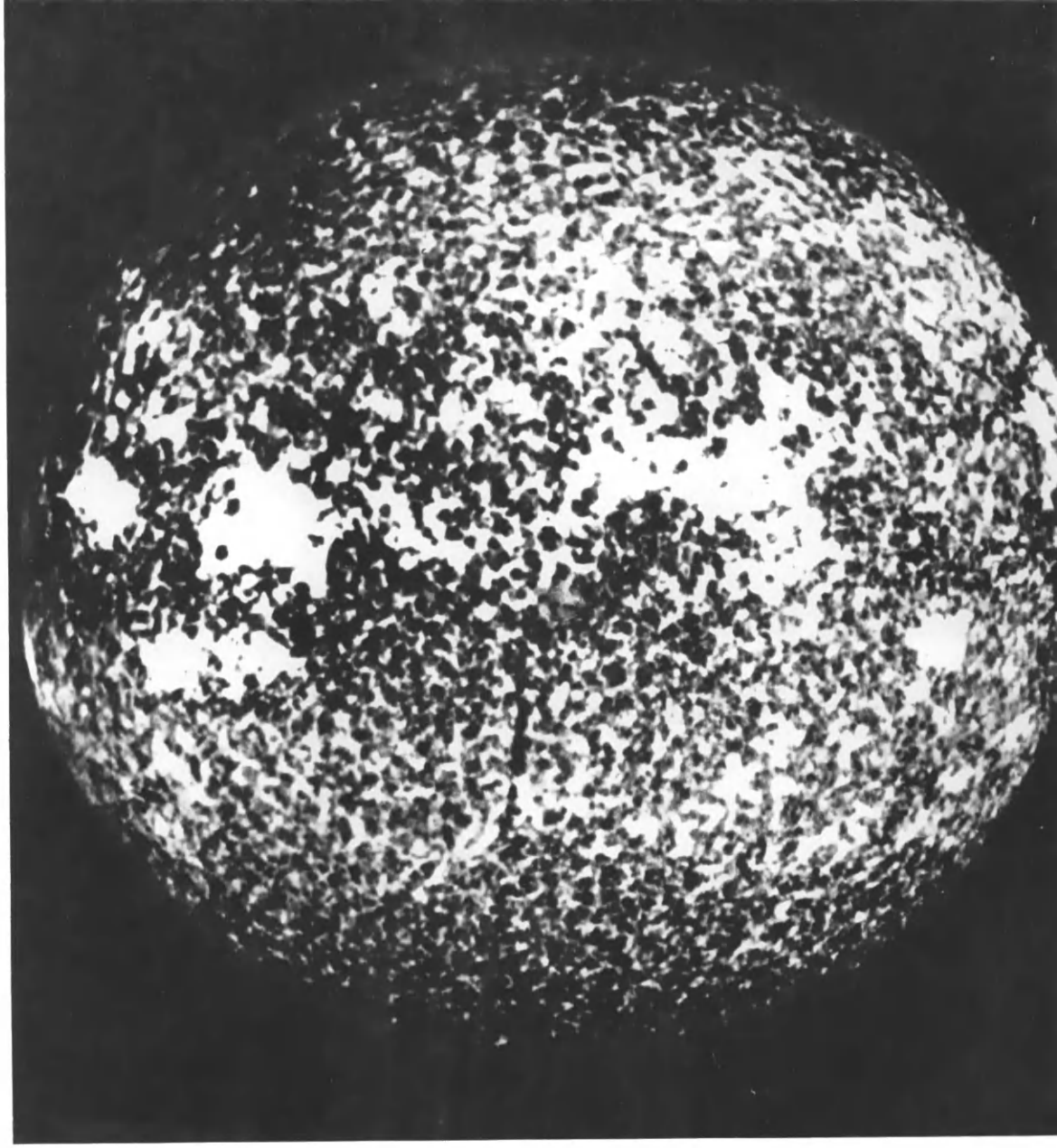


Ионосферные слои отражают короткие радиоволны и частично поглощают их.

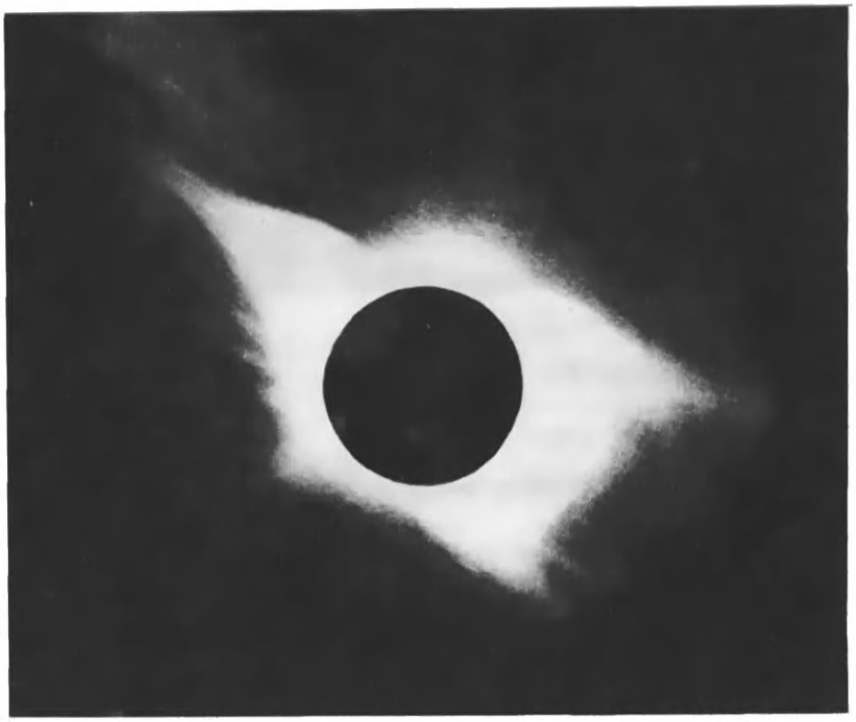
происходит замирание слышимости радиопередач на коротких волнах. Одновременно ионосфера приобретает способность лучше отражать длинные радиоволны. Поэтому во время вспышки на Солнце можно обнаружить внезапное усиление слышимости далекой радиостанции, работающей на длинной волне.

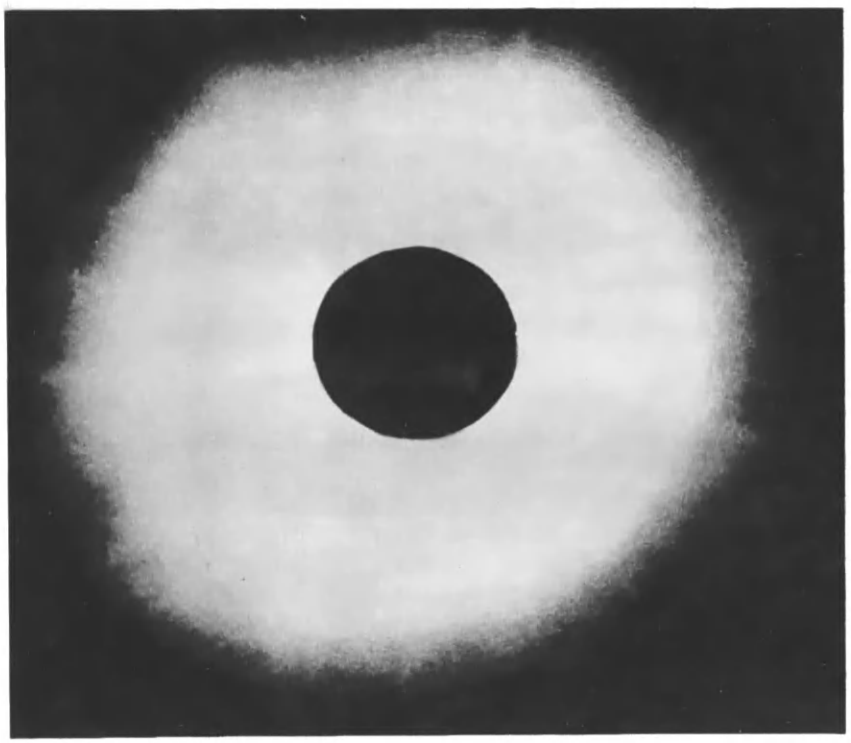
Поток частиц (корпускул) достигает Земли примерно только через сутки после того, как на Солнце произошла вспышка. «Продираясь» через солнечную корону, корпускулярный поток вытягивает ее вещество в длинные, характерные для ее структуры лучи.

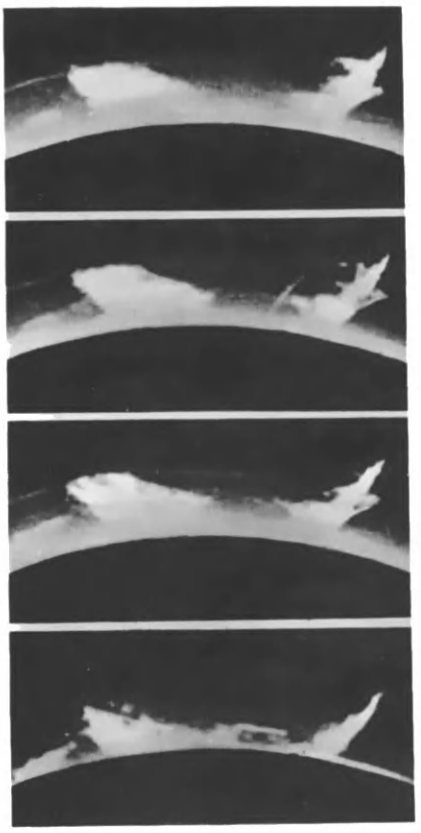
Вблизи Земли поток корпускул встречается с магнитным полем Земли, которое не про-



В в е р х у — вид Солнца в лучах ионизированного кальция (хромосфера).
В н и з у — три стадии развития хромосферной вспышки за 25 минут .







Вид солнечной короны в период минимума солнечных пятен (в в е р х у) и максимума солнечных пятен (в н и з у).

С п р а в а — кадр кинофильма, показывающий движение вещества солнечного протуберанца.

пускает заряженных частиц. Однако трудно остановить частицы, мчащиеся со скоростью, всего лишь в несколько сот раз меньшей скорости света. Они прорывают преграду и как бы вдавливают магнитные силовые линии, окружающие земной шар. От этого на Земле происходит так называемая магнитная буря, заключающаяся в быстрых и неправильных изменениях магнитного поля. Во время магнитных бурь стрелка компаса совершает беспорядочные колебания и пользоваться этим прибором становится совершенно невозможно.

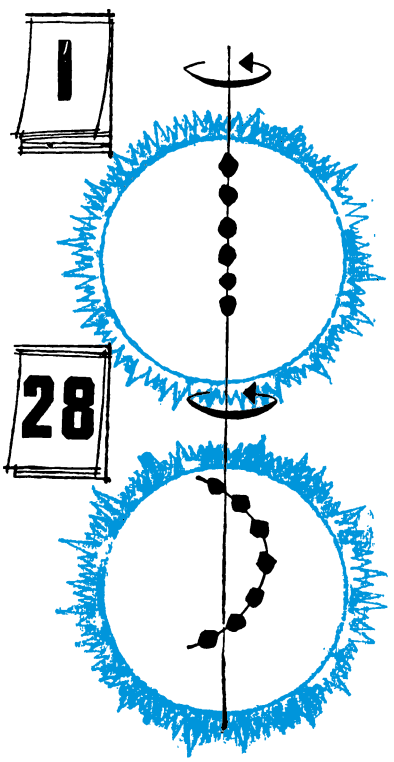
Подходя к Земле, поток солнечных частиц врывается в окружающие Землю слои очень быстрых заряженных частиц, образующих так называемые радиационные пояса. Пройдя эти пояса, некоторые частицы прорываются глубже в верхние слои атмосферы и вызывают очень красивые свечения воздуха, наблюдаемые большей частью в полярных широтах Земли. Эти переливающиеся различными цветами радуги свечения, то принимающие вид лучей, то как бы висящие подобно занавесям, называются полярными сияниями. Таким образом, вспышки на Солнце приводят к важным последствиям и тесно связаны с различными явлениями, происходящими на Земле. На цветном рисунке (стр. 76—77) схематически изображено воздействие на Землю солнечных явлений, сопровождающих вспышку.

В короне над активной областью также происходят грандиозные явления. Порой вещество короны начинает ярко светиться и можно видеть, как его потоки устремляются в хромосферу. Эти гигантские облака раскаленных газов, в десятки раз превышающие земной шар, называются протуберанцами. Протуберанцы поражают бесконечным разнообразием своих форм, богатой структурой, сложными движениями отдельных узлов и внезапными изменениями, которые сменяются длительными периодами спокойного существования. На вклейке приведены фотографии последовательных стадий развития одного из больших протуберанцев.

Протуберанцы холоднее и плотнее окружающей их короны и обладают примерно такой же температурой, как и хромосфера.

На движение и возникновение протуберанцев, как и на другие активные образования в солнечной атмосфере, сильное влияние оказывают магнитные поля. По-видимому, эти поля являются основной причиной всех активных явлений, происходящих в солнечной атмосфере.

С магнитными полями связана также периодичность солнечной активности — пожалуй, наиболее интересная из всех особенностей солнечных явлений. Эту периодичность можно проследить по всем явлениям, но особенно легко ее заметить, если день за днем подсчитывать количество имеющихся на Солнце пятен. Период, когда пятен совсем нет, называется минимумом. Вскоре после минимума пятна начинают появляться на большом расстоянии от солнечного экватора. Потом постепенно их число увеличивается и они возникают все ближе и ближе к экватору. Через 3—4 года наступает максимум солнечных пятен, отличающийся наибольшим количеством активных образований на Солнце. Затем солнечная активность постепенно спадает, и примерно через 11 лет снова наступает минимум.



Возможно, «секрет» солнечной активности связан с удивительным характером вращения Солнца: на экваторе вращение быстрее, чем у полюсов. Через 1 оборот Солнца (около 27 дней) детали, располагавшиеся на одном меридиане, снова пройдут через него неодновременно.

Периодичность солнечной активности пока еще остается увлекательной загадкой Солнца. Только в последние годы удалось приблизиться к ее решению. По-видимому, причина солнечной активности связана со сложным взаимодействием между ионизованным веществом Солнца и его общим магнитным полем. Результат этого взаимодействия — периодическое усиление магнитных полей.

СОЛНЕЧНЫЕ И ЛУННЫЕ ЗАТМЕНИЯ

Затмения Солнца относятся к таким явлениям природы, о дне наступления которых заранее известно. Астрономы всегда тщательно готовятся к наблюдениям затмений, а в места, где они видны, снаряжаются специальные экспедиции.

...Наступает день затмения.

Природа живет своей обычной жизнью. В синем небе ярко сияет Солнце. Ничто не предвещает грядущего события. Но вот на правом краю Солнца появляется ущерб. Он медленно увеличивается, и солнечный диск принимает форму серпа, обращенного выпуклостью влево. Солнечный свет постепенно ослабевает. Становится прохладнее. Серп делается совсем тоненьким, и вдруг эта узенькая дуга распадается на две, и наконец за черным диском исчезают последние яркие точки. На всю окружающую местность ложится полумрак. Небо принимает ночной вид, на нем вспыхивают яркие звезды. Вдоль горизонта появляется кольцо оранжевого оттенка.

Это наступило полное солнечное затмение. На месте погасшего светила виден черный диск, окруженный серебристо-жемчужным сиянием.

Напуганные внезапно наступившей темнотой звери и птицы замолкают и спешат укрыться на ночной покой, многие растения свертывают листья; 2, 3, иногда 5 минут длится необычная темнота, и вновь вспыхивают яркие солнечные лучи. В тот же миг исчезает серебристо-жемчужное сияние, гаснут звезды. Словно на заре, поют петухи, возвещая о наступлении дня. Вся природа опять оживает.

Солнце снова принимает вид серпа, но теперь уже повернутого выпуклостью в другую сторону, как серп «молодой» Луны. Серп увеличивается, и уже через час в небе все как обычно.

Солнечное затмение — очень величественное и красивое явление природы. Никакого вреда растениям, животным и человеку оно, конечно, причинить не может.

Но не так думали люди в далеком прошлом.

Солнечное затмение знакомо человеку с глубочайшей древности. Но люди не знали, отчего оно происходит. Панический страх вызывало у людей неожиданное, таинственное исчезновение лучезарного светила. В угасании Солнца среди бела дня они видели проявление неведомых, сверхъестественных сил. У восточных народов существовало поверье, что во время затмения некое злое чудовище пожирает Солнце.

Отголоски этих древних представлений человека встречались и в сравнительно недавнее время. Так, в Турции во время затмения 1877 г. перепуганные жители стреляли из ружей в Солнце, желая прогнать шайтана (злого духа), пожиравшего, по их мнению, Солнце.

В русских летописях мы находим многочисленные упоминания о затмениях. В Ипатьевской летописи, например, говорится о затмении, упоминаемом в «Слове о полку Игореве».

Это затмение Солнца произошло в 1185 г. оно было полным в Новгороде и Ярославле. Князь Игорь со своей дружиной был в это время на р. Донце, где затмение было неполным (была закрыта лишь часть солнечного диска). Летописец высказывает убеждение, что это затмение оказалось причиной поражения Игоря в битве с половцами.

И даже тогда, когда действительная причина солнечных затмений была уже известна ученым, затмение все-таки часто вызывало у населения страх. Люди считали, что затмение послано богом и предвещает конец мира, голод, несчастье. Эти суеверные представления сеяли среди народа служители религиозных культов, чтобы держать народные массы в повиновении.

Передовые люди разных времен старались развеять у народа страх, вызываемый затмениями. Например, Петр I обращался к ученым и должностным лицам с просьбой принять участие в распространении правильного объяснения ожидавшегося 1 мая 1706 г. солнечного затмения. Известно его письмо к адмиралу Головину, в котором он писал: «Господин адмирал. Будущего месяца в первый день будет великое солнечное затмение. Того ради изволь сие поразгласить в наших людях, что когда оное будет, дабы за чудо не поставили. Понеже, когда люди про то ведают преже, то не есть уже чудо».

В нашей Советской стране правильное научное объяснение различных явлений природы дошло до самых отдаленных уголков. И теперь у нас едва ли найдется такой человек, у которого солнечное и лунное затмения вызывали бы страх.

Что же такое солнечное затмение?

Нам часто приходится наблюдать, как в ясный, солнечный день тень от облака, подгоняемого ветром, пробегает по земле и достигает того места, где мы находимся. Облако скрывает от нас Солнце. Между тем другие места, находящиеся вне этой тени, остаются освещенными Солнцем.

Во время солнечного затмения между нами

Затмение Солнца по представлению некоторых народов в древности. Дракон пожирает Солнце (со старинного рисунка).

и Солнцем проходит Луна и скрывает его от нас. Рассмотрим подробнее условия, при которых может наступить затмение Солнца.

Наша планета Земля, вращаясь в течение суток вокруг своей оси, одновременно движется вокруг Солнца и за год делает полный оборот. У Земли есть спутник — Луна. Луна движется вокруг Земли и полный оборот совершает за $29^1/_2$ суток.

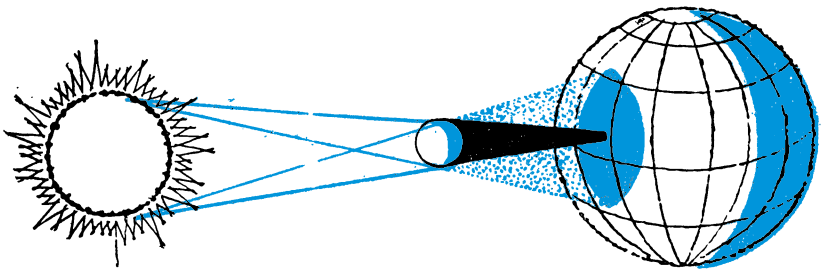
Взаимное расположение этих трех небесных тел все время меняется. При своем движении вокруг Земли Луна в определенные периоды времени оказывается между Землей и Солнцем. Но Луна — темный, непрозрачный твердый шар. Оказавшись между Землей и Солнцем, она, словно громадная заслонка, закрывает собой Солнце. В это время та сторона Луны, которая обращена к Земле, оказывается темной, неосвещенной. Следовательно, солнечное затмение может произойти только во время новолуния. В полнолуние Луна проходит от Земли в стороне, противоположной Солнцу, и может попасть в тень, отбрасываемую земным шаром. Тогда мы будем наблюдать лунное затмение.

Среднее расстояние от Земли до Солнца составляет 149,5 млн. *км*, а среднее расстояние от Земли до Луны — 384 тыс. *км*.

Чем ближе предмет, тем бóльшим он нам кажется. Луна по сравнению с Солнцем ближе к нам почти в 400 раз, и в то же время ее диаметр меньше диаметра Солнца также приблизительно в 400 раз. Поэтому видимые размеры Луны и Солнца почти одинаковы. Луна, таким образом, может закрыть от нас Солнце.

Однако расстояния Солнца и Луны от Земли не остаются постоянными, а слегка изменяются. Происходит это потому, что путь Земли вокруг Солнца и путь Луны вокруг Земли — не окружности, а эллипсы. С изменением расстояний между этими телами изменяются и их видимые размеры.

Если в момент солнечного затмения Луна находится в наименьшем удалении от Земли, то лунный диск будет несколько больше солнечного. Луна целиком закроет собой Солнце, и затмение будет полным. Если же во время затмения Луна находится в наибольшем удалении от Земли, то она будет иметь несколько меньшие видимые размеры и закрыть Солнце целиком не сможет. Останется незакрытым светлый ободок Солнца, который во время затмения будет виден как яркое тоненькое кольцо вокруг черного диска Луны. Такое затмение называют кольцеобразным.

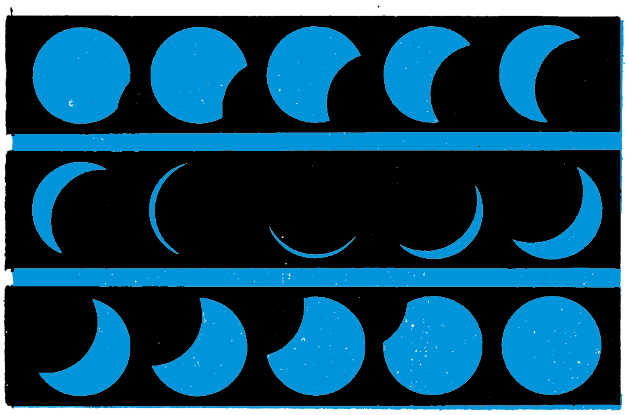


Взаимное расположение Солнца, Земли и Луны во время солнечного затмения. Луна находится между Солнцем и Землей. В том месте, где тень Луны падает на Землю, Солнце затмевается Луной.

Казалось бы, солнечные затмения должны случаться ежемесячно, каждое новолуние. Однако этого не происходит. Если бы Земля и Луна двигались в одной плоскости, то в каждое новолуние Луна действительно оказывалась бы точно на прямой линии, соединяющей Землю и Солнце, и происходило бы затмение. На самом деле Земля движется вокруг Солнца в одной плоскости, а Луна вокруг Земли — в другой. Эти плоскости не совпадают. Поэтому часто во время новолуний Луна проходит либо выше Солнца, либо ниже.

Видимый путь Луны на небе не совпадает с тем путем, по которому движется Солнце. Эти пути пересекаются в двух противоположных точках, которые называются у з л а м и л у н н о й о р б и т ы. Вблизи этих точек пути Солнца и Луны близко подходят друг к другу. И только в том случае, когда новолуние происходит вблизи узла, оно сопровождается затмением.

Затмение будет полным или кольцеобразным, если в новолуние Солнце и Луна будут находиться почти в узле. Если же Солнце в момент новолуния окажется на некотором расстоянии от узла, то центры лунного и солнечного дисков не совпадут и Луна закроет Солнце лишь частично. Такое затмение называется частным.



Фазы частного солнечного затмения, наблюдавшегося в Москве 9 июля 1945 г.

Луна перемещается среди звезд с запада на восток. Поэтому закрытие Солнца Луной начинается с его западного, т. е. правого, края. Степень закрытия называется у астрономов фазой затмения.

Ежегодно бывает не менее двух солнечных затмений. Так было, например, в 1952 г.: 25 февраля — полное (наблюдалось в Африке, Иране, СССР) и 20 августа — кольцеобразное (наблюдалось в Южной Америке). А вот в 1935 г. было пять солнечных затмений. Это наибольшее число затмений, которое может быть в течение одного года.

Трудно представить себе, что солнечные затмения происходят так часто: ведь каждому из нас наблюдать затмения приходится чрезвычайно редко. Объясняется это тем, что во время солнечного затмения тень от Луны падает не на всю Землю. Упавшая тень имеет форму почти круглого пятна, поперечник которого может достигать самое большее 270 *км*. Это пятно покроет лишь ничтожно малую долю земной поверхности. В данный момент только на этой части Земли и будет видно полное солнечное затмение.

Луна движется по своей орбите со скоростью около 1 *км/сек*, т. е. быстрее ружейной пули. Следовательно, ее тень с большой скоростью движется по земной поверхности и не может надолго закрыть какое-то одно место на земном шаре. Поэтому полное солнечное затмение никогда не может продолжаться более 8 минут.

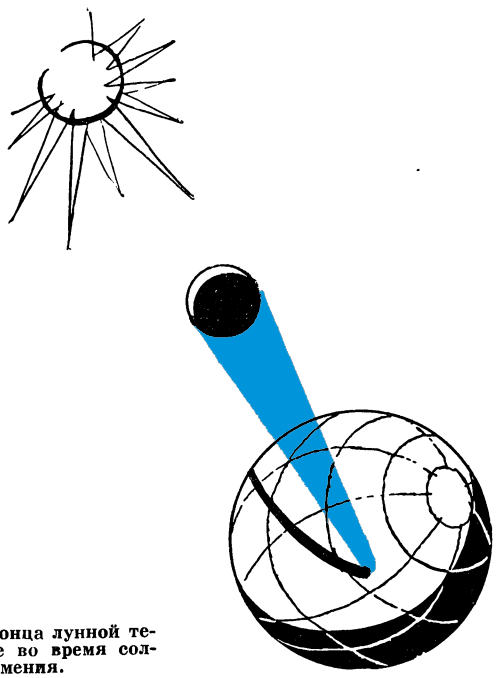
В нынешнем столетии наибольшая продолжительность затмений была в 1955 г. и будет в 1973 г. (не более 7 минут).

Таким образом, лунная тень, двигаясь по Земле, описывает узкую, но длинную полосу, на которой последовательно наблюдается полное солнечное затмение. Протяженность полосы полного солнечного затмения достигает нескольких тысяч километров. И все же площадь, покрываемая тенью, оказывается незна-

чительной по сравнению со всей поверхностью Земли. Кроме того, в полосе полного затмения часто оказываются океаны, пустыни и малонаселенные районы Земли.

Вокруг пятна лунной тени располагается область полутени, здесь затмение бывает частным. Поперечник области полутени составляет около 6—7 тыс. *км*. Для наблюдателя, который будет находиться вблизи края этой области, лишь незначительная доля солнечного диска покроется Луной. Такое затмение может вообще пройти незамеченным.

Можно ли точно предсказать наступление затмения? Ученые еще в древности установили, что через 6585 дней 8 часов, что составляет 18 лет 11 дней 8 часов, затмения повторяются. Происходит это потому, что именно через такой промежуток времени расположение в пространстве Луны, Земли и Солнца повторяется. Этот промежуток был назван с а р о с о м, что значит повторение.



Движение конца лунной тени по Земле во время солнечного затмения.

В течение одного сароса в среднем бывает 43 солнечных затмения, из них 15 частных, 15 кольцеобразных и 13 полных. Прибавляя к к датам затмений, наблюдавшихся в течение одного сароса, 18 лет 11 дней и 8 часов, мы сможем предсказать наступление затмений и в будущем. Например, 25 февраля 1952 г. произошло солнечное затмение. Оно повторится 7 марта 1970 г., затем 18 марта 1988 г. и т. д.

Однако в саросе содержится не целое число дней, а 6585 дней и 8 часов. За эти 8 часов Земля повернется на треть оборота и будет обращена к Солнцу уже другой частью своей поверхности. Поэтому следующее затмение будет наблюдаться в другом районе Земли. Так, полоса затмения 1952 г. прошла через Центральную Африку, Аравию, Иран, СССР. Затмение же 1970 г. будет наблюдаться как полное только жителями Мексики и Флориды.

В одном и том же месте Земли полное солнечное затмение наблюдается один раз в 250—300 лет.

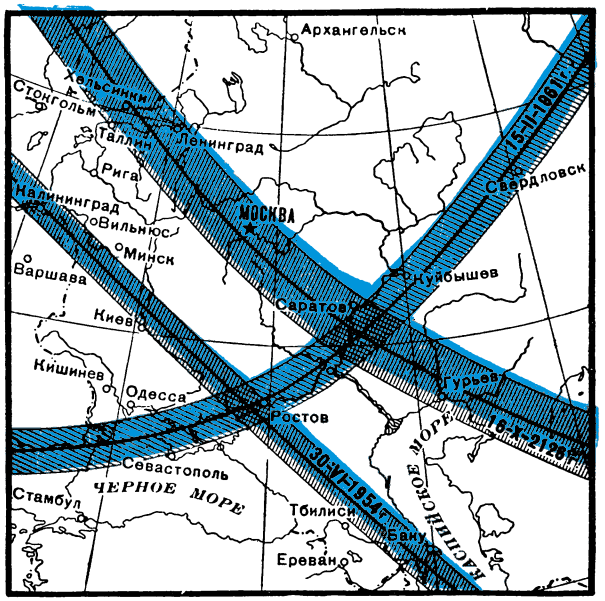
Как видите, предсказать день затмения очень легко. Предсказание же точного времени его наступления и условий его видимости — трудная задача; чтобы решить ее, астрономы в течение нескольких столетий изучали движение Земли и Луны. В настоящее время затмения предсказывают очень точно. Ошибка в предсказании момента наступления затмения не превосходит 2—4 секунд.

Крупнейший в мире специалист по теории затмений — директор Пулковской обсерватории, акад. А. А. Михайлов.

Точным вычислением можно восстановить время и условия видимости какого-нибудь затмения, наблюдавшегося в той или другой местности в древние времена. Если затмение это сопоставлено в летописи с каким-нибудь историческим событием, то мы можем точно определить дату этого события. Древнегреческий историк Геродот указывал, что во время битвы между лидийцами и мидянами произошло (неполное) солнечное затмение. Оно так поразило сражавшихся, что положило конец войне. Историки колебались относительно времени этого события, они относили его ко времени между 626 и 583 гг. до н. э.; астрономическое же вычисление точно показывает, что затмение, а следовательно, и битва происходили 28 мая 585 г. до н. э. Установление точной даты этой битвы пролило свет и на хронологию некоторых других исторических событий. Так астрономы оказали большую помощь историкам.

Астрономы вычислили условия видимости солнечных затмений на много лет вперед.

Последнее затмение, доступное для наблюдений в европейской части СССР, было 15 февраля 1961 г. Следующее затмение будет наблюдаться здесь только в 2126 г. До этого, правда, будет 4 полных солнечных затмения, но полоса видимости их пройдет в пределах СССР



Карта видимости некоторых солнечных затмений.

лишь через труднодоступные районы Сибири и Арктики.

Без Солнца невозможна жизнь на нашей планете, поэтому детальное изучение его строения представляет очень важную задачу. Во время полного солнечного затмения ведутся наблюдения внешних слоев солнечной атмосферы — хромосферы и короны. Солнечная корона — это чудесное серебристо-жемчужное лучистое сияние, которое видно, когда черный диск Луны закрывает собой ослепительно яркую поверхность Солнца. В обычное время яркий солнечный свет мешает наблюдать слабое сияние короны. Внутренняя часть короны — более яркая, внешняя — менее яркая, отдельные ее лучи прослеживаются на расстоянии 3 млн. *км* и более от Солнца.

Затмение — лучший момент для определения плотности вещества в короне и изучения происходящих в ней атомных процессов. Поскольку вещество короны, как установили советские астрономы во время наблюдения затмения 1947 г., способно излучать радиоволны дециметрового и метрового диапазонов, в полосе видимости полного затмения устанавливают в числе других приборов радиотелескопы и с их помощью слушают «радиоголос» Солнца. Во время затмения следят за изменениями в радиоизлучении Солнца. Радиотелескопы — очень чувствительные приборы, именно они позволили во время полной фазы затмения установить, что солнечная корона простирается на миллионы километров. Задача определения точных границ короны, очевидно, будет решена при наблюдении очередных затмений Солнца.

Солнечная корона излучает также электрически заряженные частицы. Влетая в нашу атмосферу, они изменяют ее физическое состояние и вызывают помехи в радиосвязи. Поэтому во время затмений ведутся наблюдения за верхними слоями нашей атмосферы— за ионосферой.

Во время полного и частного затмения очень важно точно отмечать начало и конец его. Эти данные позволят сравнить предварительно вычисленные начало и конец затмения с действительным и помогут уточнить теорию движения Луны. В местах, близких к границе тени и полутени, отметки начала и конца затмения помогут также проверить и уточнить теорию предвычислений затмений.

Для наблюдений затмений Солнца астрономам подчас приходится отправляться в далекие экспедиции. Так, например, в 1947 г. экспедиция советских астрономов и физиков ездила в Бразилию. А в полосу видимости кольцеобразного затмения 31 июля 1962 г. группе советских астрономов пришлось пробираться на вездеходах сквозь африканские джунгли в далекой Республике Мали.

Затмение продолжается всего несколько минут. Чтобы лучше использовать их, астрономы широко используют фотографию. Во время затмения 1936 г. был применен способ «удлинения» времени полной фазы затмения. В наблюдении этого затмения участвовали 28 экспедиций. Полоса полной фазы затмения пролегала от берегов Черного моря до Дальнего Востока. Лунная тень прошла это расстояние за 2 часа. Экспедиции были размещены вдоль полосы затмения. Это позволило сфотографировать все изменения, которые произошли за это время в короне Солнца. Чтобы удобнее было сравнивать фотоснимки, полученные в разное время, использовались совершенно однотипные приборы, стандартные короно графы — фотографические камеры, с помощью которых получают снимки Солнца и короны в большом масштабе.

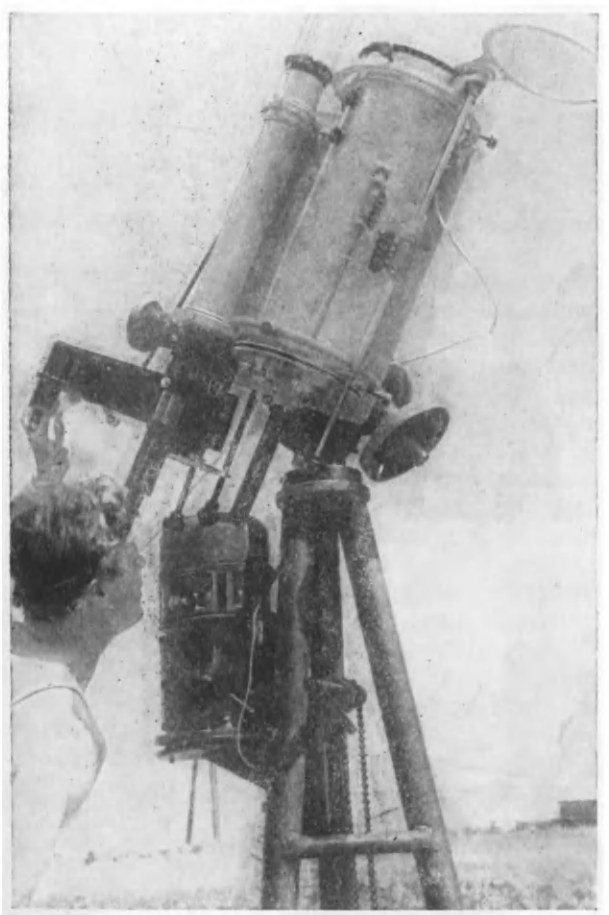
Этот способ «удлинения» времени полной фазы оказался удачным и в дальнейшем применялся в наблюдениях всех затмений, полоса видимости которых проходила по территории СССР.

Но теперь есть и другой путь увеличения продолжительности полной фазы затмения: использование реактивной авиации. На самоле-

те ТУ-104 была оборудована «летающая обсерватория», и в день затмения 15 февраля 1961 г. самолет поднялся выше облаков и помчался вслед за тенью Луны. Так было продлено время наблюдения полной фазы на 75 секунд.

Любоваться картиной затмения самим участникам экспедиций не удается. Они всецело поглощены работой у своих инструментов: производят все операции с фотоаппаратами, сменяют светофильтры, записывают показания приборов и часто не имеют возможности даже взглянуть на небо.

А между тем вокруг раскрывается необыкновенная по своей красоте картина. Она оставляет неизгладимое впечатление. Солнечное затмение сопровождается рядом очень любопытных явлений в окружающей природе. По мере уменьшения светящегося серпа Солнца тени от разных предметов делаются более резкими. Когда Солнце будет иметь вид узкого серпа, у предметов, расположенных параллельно этому серпу, тени станут особенно резки, а полутеней почти не будет. При других положениях предметов относительно серпа Солнца тени будут несимметричными (это легко заметить по тени от растопыренных пальцев руки).



Подготовка к наблюдению солнечного затмения.

За несколько десятков секунд до момента полного затмения, а также после его окончания по поверхности Земли проносятся волнообразные, так называемые «бегущие» тени. Они напоминают рябь на воде. Это струйки воздуха, освещенные тонким, но ярким пучком солнечных лучей.

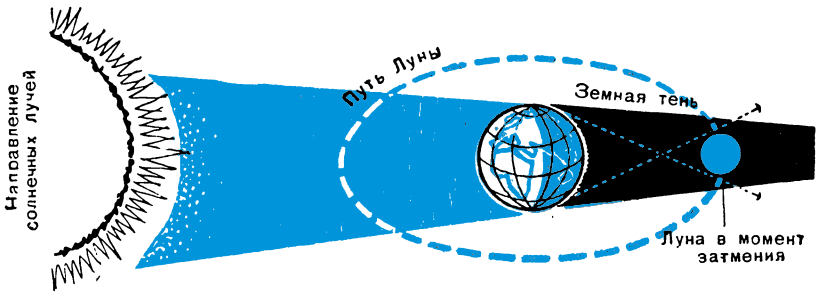
В самый момент затмения кругом по горизонту наблюдается красновато-оранжевое сияние — заревое кольцо.

Во время затмения очень интересно наблюдать за животными: они ведут себя необычно — проявляют беспокойство. Например, во время затмения 1936 г. полевые мыши, вместо того чтобы скрываться от приближающегося человека, в смятении направлялись к нему как бы в поисках защиты.

Солнечное затмение может дать богатый материал для наблюдений юным любителям природы. Учащимся совсем нетрудно организовать очень интересные наблюдения за атмосферными явлениями, сопровождающими затмение. В частности, можно вести наблюдения за изменениями температуры воздуха, влажности, атмосферного давления, окраски облаков. Фотолюбители смогут получить снимки частных фаз, полной фазы и окружающего ландшафта. С программой возможных наблюдений подробно можно ознакомиться в «Постоянной части» Астрономического календаря ВАГО (Физматгиз, 1962).

Если вам когда-нибудь представится случай наблюдать полное солнечное затмение, не пропустите его. Только помните: смотреть на Солнце во время частной фазы простым глазом или в бинокль нельзя, можно испортить зрение. Смотреть надо через закопченное стекло или проявленную на полном свету фотографическую пластинку. На солнечную же корону можно смотреть без всяких стекол, но ее лучше видно в бинокль.

К числу «необыкновенных» небесных явлений относятся также лунные затмения. Происходят они так. Полный светлый круг Луны начинает темнеть у своего левого края, на лунном диске появляется круглая бурая тень, она продвигается все дальше и дальше и примерно через час покрывает всю Луну. Луна меркнет и становится красно-бурого цвета.



Взаимное расположение Солнца, Земли и Луны во время лунного затмения. Земля находится между Солнцем и Луной, и Луна скрывается в тени Земли.

Лунные затмения, как мы уже говорили, происходят потому, что во время полнолуния между Луной и Солнцем находится Земля, которая перехватывает солнечные лучи, и на Луну они не попадают.

Диаметр Земли больше диаметра Луны почти в 4 раза, а тень от Земли даже на расстоянии Луны от Земли более чем в 2½ раза превосходит размеры Луны. Поэтому Луна может целиком погрузиться в земную тень. Полное лунное затмение гораздо продолжительнее солнечного: оно может длиться 1 час 40 минут.

По той же причине, по которой солнечные затмения бывают не каждое новолуние, лунные затмения происходят не каждое полнолуние. Наибольшее число лунных затмений в году — 3, но бывают годы совсем без затмений; таким был, например, 1951 год.

Лунные затмения повторяются через тот же промежуток времени, что и солнечные. В течение этого промежутка, в 18 лет 11 дней 8 часов (сарос), бывает 28 лунных затмений, из них 15 частных и 13 полных. Как видите, число лунных затмений в саросе значительно меньше солнечных, и все же лунные затмения можно наблюдать чаще солнечных. Это объясняется тем, что Луна, погружаясь в тень Земли, перестает быть видимой на всей не освещенной Солнцем половине Земли. Значит, каждое лунное затмение видно на значительно большей территории, чем любое солнечное.

Затмившаяся Луна не исчезает совершенно, как Солнце во время солнечного затмения, а бывает слабо видимой. Происходит это потому, что часть солнечных лучей проходит сквозь земную атмосферу, преломляется в ней, входит внутрь земной тени и попадает на Луну. Так как красные лучи спектра менее всего рассеиваются и ослабляются в атмосфере, Луна во время затмения приобретает медно-красный или бурый оттенок.

ПЛАНЕТЫ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

Далекие «земли»

С древнейших времен люди знали на небе светила, которые назвали планетами. По внешнему виду они похожи на звезды, но отличаются от них тем, что непрерывно движутся по небу, перемещаясь из одного созвездия в другое. Пути их сложны. Если нарисовать на звездной карте путь какой-нибудь планеты, то получится линия с какими-то неправильными петлями и изгибами. Планета движется сначала справа налево все вперед и вперед. Потом останавливается и, помедлив, поворачивает назад. Пройдя немного в обратную сторону, она снова направляется вперед и движется все быстрее и быстрее до новой остановки. Древние ученые настойчиво стремились разгадать такое странное движение планет, но не смогли этого сделать, так как ошибочно считали, что планеты движутся вокруг Земли. Движение планет на небе кажется причудливым потому, что, смотря на них, мы в то же время сами движемся вместе с Землей.

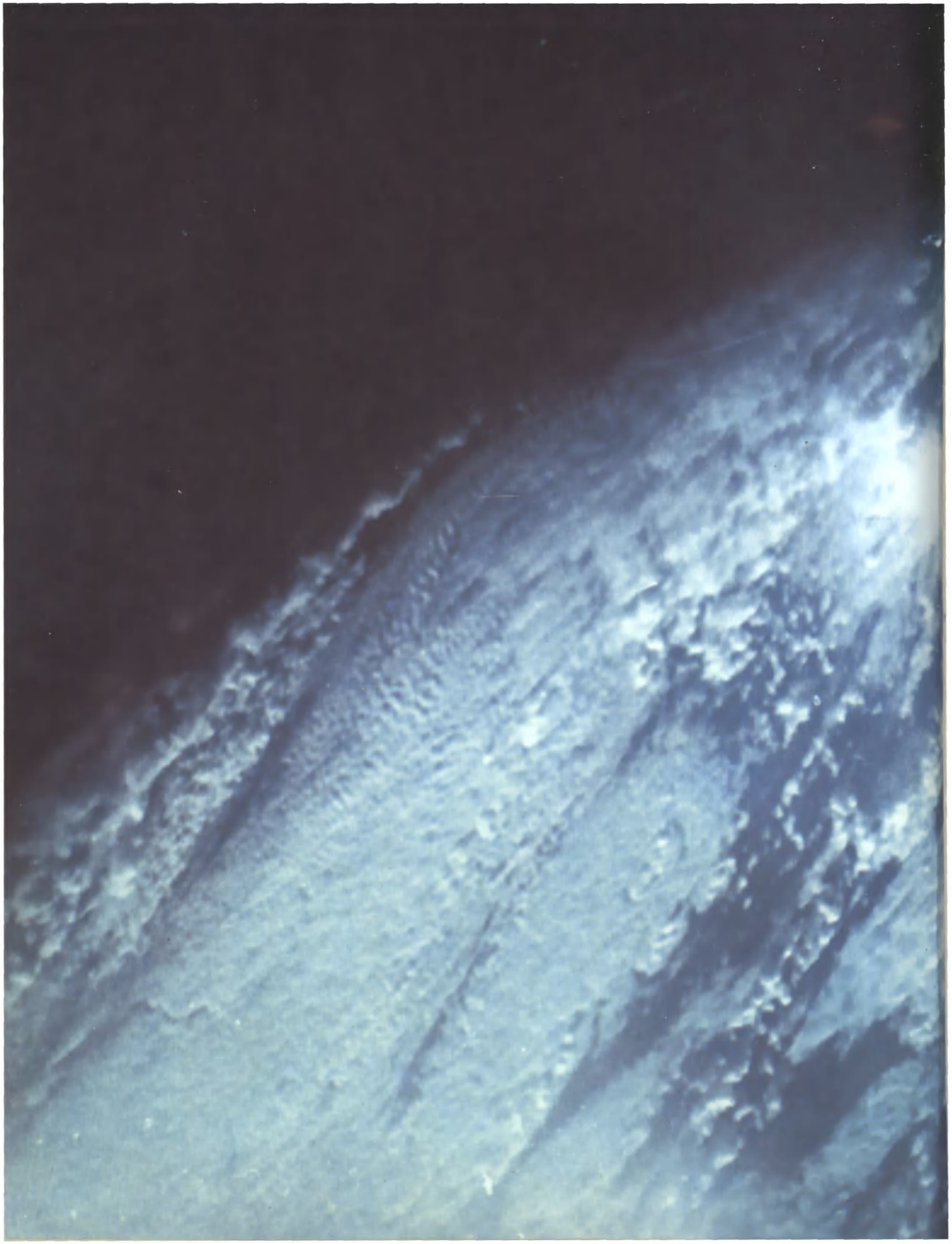
Солнце вместе с планетами и многочисленными спутниками планет составляет солнечную, или планетную, систему. Путь каждой планеты — приблизительно окружность, по которой эта планета обходит Солнце. У каждой планеты есть свой путь, или своя орбита.

Чем ближе планета к Солнцу, тем меньше ее орбита, тем короче тот путь, который ей приходится пробегать; кроме того, более близ-

Картина полного солнечного затмения.

На обороте: Планета Земля.

Граница дня и ночи. Снимок сделан с борта космического корабля «Восток-2» космонавтом Г. С. Титовым. →



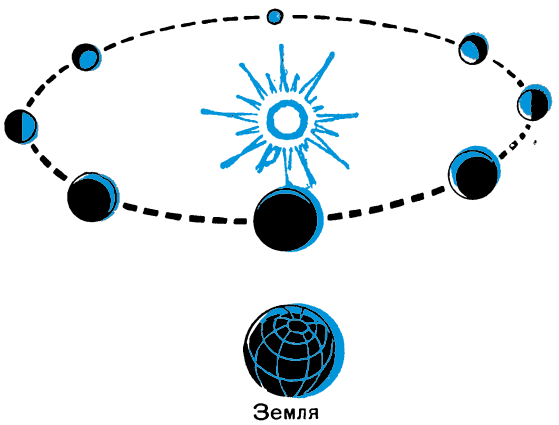
кая к Солнцу планета движется по своему пути быстрее, чем более далекая; поэтому и время оборота планеты вокруг Солнца тем короче, чем ближе она к Солнцу.

Заметив планеты очень давно, люди дали им названия, которые сохранились до наших дней. Не понимая действительной причины движений планет, люди объяснили их движения желаниями и капризами богов, которым сами в то время поклонялись, и дали планетам имена богов и богинь. Так попали на страницы современных научных книг по астрономии такие имена древнеримских богов, как Меркурий — бог торговли, Венера — богиня красоты, Марс — бог войны и др.

Меркурий — мир жары и холода

Рассказ о планетах мы начнем с той из них, которая находится ближе всего к Солнцу. Ее называют Меркурий. Свою короткую орбиту Меркурий обегает за 88 земных суток. Значит, год на нем короче наших трех месяцев.

Меркурий — яркое светило, но увидеть его не так просто. Дело в том, что, находясь на небе вблизи Солнца, Меркурий всегда виден нам недалеко от солнечного диска; он отходит от него то влево (к востоку), то вправо (к западу) лишь на небольшое расстояние, которое не превосходит 28°. Поэтому его можно увидеть только в те дни года, когда он отходит от Солнца на самое большое расстояние.



Фазы Меркурия.

Пусть, например, Меркурий отодвинулся от Солнца влево. Солнце и все светила в своем суточном движении плывут по небу слева направо. Поэтому сначала заходит Солнце, а через час с небольшим заходит и Меркурий. Вот в течение этого часа, который проходит между закатом Солнца и заходом Меркурия, и надо искать эту планету низко над западным горизонтом. Плохо то, что небо в это время на западе светлое — на нем заря. Поэтому на севере СССР, например в Ленинграде, где заря пылает часа два, найти Меркурий удается очень редко. Другое дело на юге: там сумерки короткие, заря гаснет быстро, и Меркурий часто удается увидеть на потемневшем небе.

Если рассматривать Меркурий в телескоп, то он будет выглядеть, как маленькая Луна, с очертаниями либо узкого серпика, либо неполного круга. Меркурий — темный шар, собственного света он не дает и сияет на небе за счет отражения солнечных лучей. На той половине Меркурия, которая повернута к Солнцу,— день, на другой — ночь. Мы видим только освещенную часть планеты. Диаметр Меркурия в $2^1/_2$ раза меньше диаметра Земли и в $1^1/_2$ раза больше диаметра Луны.

В сильный телескоп на Меркурии можно заметить темные пятна. Они имеют примерно такой же вид, как «моря» на Луне для невооруженного глаза. Наблюдая за этими пятнами, ученые установили одну важную особенность. Двигаясь по своему пути вокруг Солнца, Меркурий вращается вокруг своей оси так, что к Солнцу обращена всегда одна и та же его половина. Это значит, что на одной стороне Меркурия всегда день, а на другой — всегда ночь.

Измерения яркости света показывают, что поверхность Меркурия покрыта какими-то темными, очень неровными каменными породами коричневатого оттенка.

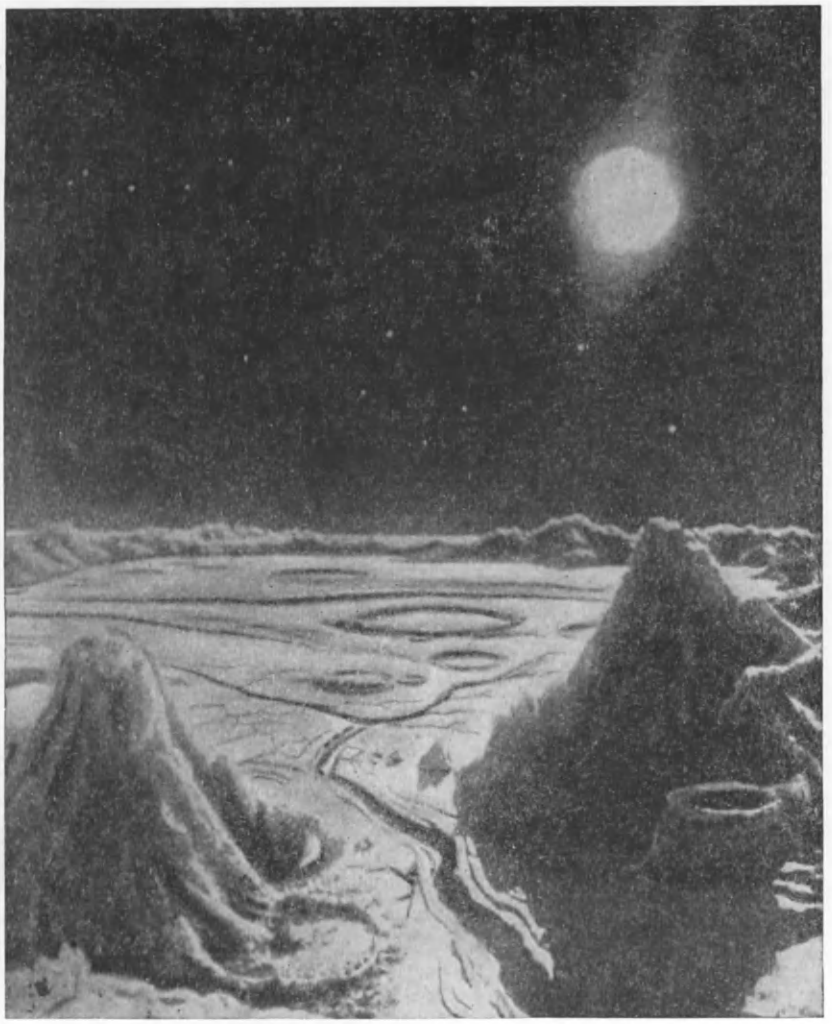
Меркурий гораздо ближе к Солнцу, чем Земля, поэтому Солнце на нем светит и греет в 7 раз сильнее, чем у нас.

Измерения показывают, что температура на дневной стороне Меркурия поднимается до 400° выше нуля. Зато на ночной стороне должен быть всегда сильный мороз, который, вероятно, доходит до 200° и даже до 250° ниже нуля.

На такой планете не может быть ни океанов, ни атмосферы, ни органической жизни. Меркурий — это царство пустынь.

«Вечерняя звезда» — Венера

Вторая по удаленности от Солнца планета — Венера. В противоположность Меркурию найти ее на небе очень легко. Каждому случалось



Предполагаемый вид на поверхности Меркурия.

видеть, как иной раз вечером на совсем еще светлом небе загорается «вечерняя звезда». По мере того как гаснет заря, Венера становится все ярче и ярче, а когда совсем стемнеет и появятся другие звезды, она резко выделяется среди них своим сильным светом. Но светит Венера недолго. Проходит час-другой, и она заходит. В середине ночи она не появляется никогда, но зато бывает время, когда ее можно видеть по утрам, перед рассветом, в роли «утренней звезды». Уже совсем рассветет, исчезнут все звезды, а Венера все еще светит и светит на ярком фоне утренней зари.

Люди знали Венеру с незапямятных времен. С ней было связано множество легенд и поверий. В древности думали, что это два разных светила: одно появляется по вечерам, другое—по утрам. Потом догадались, что это одно и то же светило, красавица неба, «вечерняя и утренняя звезда»—Венера. «Вечерняя звезда» не раз была воспета поэтами и композиторами, описана в произведениях великих писателей, изображена на картинах знаменитых художников.

По силе блеска Венера — третье светило неба, если первым считать Солнце, а вторым—Луну. Не удивительно, что ее иногда можно увидеть и днем в виде белой точки на небе.

Орбита Венеры лежит внутри земной орбиты; и планета совершает свой бег вокруг Солнца за 225 суток, или за 7½ земных месяцев. Подобно Меркурию, Венера может отойти от Солнца только на определенное расстояние: оно не превышает 50°. Поэтому она заходит не позднее, чем через 3—4 часа после заката Солнца, и восходит не раньше, чем за 3—4 часа до его восхода.

Даже в самый слабый телескоп видно, что Венера не точка, а шар, одна сторона которого освещается Солнцем, в то время как другая погружена во мрак. Следя за Венерой изо дня в день, можно заметить, что она, подобно Луне и Меркурию, проходит всю смену фаз.

Фазы Венеры можно иногда разглядеть в полевой бинокль. Встречаются люди с таким острым зрением, что видят серпик Венеры даже невооруженным глазом. Это самое близкое к нам небесное тело после Луны. Бывают такие моменты, когда Венера подходит к Земле на расстояние 40 млн. *км*., но рассмотреть поверхность ее в телескоп все же не удается.

В сильный телескоп Венера кажется очень большой, гораздо больше, чем Луна для невооруженного глаза. Казалось бы, на ней должны быть видны, например, горы, долины, моря, реки. Но сколько ни разглядывали астрономы Венеру, их всегда постигало разочарование: видимая поверхность этой планеты всегда белая, однообразная и на ней ничего не видно,

Венера на вечернем небе

кроме неопределенных тусклых пятен. В чем причина этого?

Венера ближе к Солнцу, чем Земля. Поэтому иногда она проходит между Землей и Солнцем, и тогда ее можно увидеть на фоне ослепительного солнечного диска в виде черной точки. Правда, это бывает очень редко. В последний раз Венера проходила между Землей и Солнцем в 1882 г., а в следующий раз это будет в 2004 г.

Прохождение Венеры перед Солнцем в 1761 г. наблюдал в числе многих других ученых М. В. Ломоносов. Внимательно следя в телескоп за тем, как темный кружок Венеры появляется на огненном фоне солнечной поверхности, он заметил новое, до того никому не известное явление. Когда Венера вступила на диск Солнца больше чем на половину своего поперечника, вокруг остальной ее части, находившейся еще на темном фоне неба, вдруг появился огненный ободок, тонкий, как волос. То же самое было видно и тогда, когда Венера сходила с солнечного диска. Ломоносов пришел к выводу, что все дело в атмосфере — слое газа, который окружает Венеру. В этом газе солнечные лучи преломляются, огибают непрозрачный шар планеты и появляются для наблюдателя в виде огненного ободка. Подводя итоги своим наблюдениям, Ломоносов писал: «Планета Венера окружена знатною воздушною атмосферою...»

Это было очень важное научное открытие. Коперник доказал, что планеты подобны Земле по своему движению. Галилей первыми наблюдениями в телескоп установил, что планеты — это темные, холодные шары, на которых бывает день и ночь. Ломоносов доказал, что на планетах, как и на Земле, может быть воздушный океан — атмосфера.

Воздушный океан Венеры во многом отличается от нашей, земной атмосферы. В нем, во всяком случае в верхних его слоях, почти нет таких важных составных частей, как кислород и водяной пар, но зато много углекислого газа. У нас бывают пасмурные дни, когда в воздухе плавает сплошной непрозрачный покров туч, но бывает и ясная погода, когда сквозь прозрачный воздух днем светит Солнце, а ночью видны тысячи звезд. На Венере же всегда пасмурно. Ее атмосфера все время затянута белым облачным покровом. Его мы и видим, когда рассматриваем Венеру в телескоп. Поверхность же планеты оказывается недоступной для наблюдений: она скрывается за плотной облачной атмосферой. Облачный покров не дает возможности подметить какие-либо детали на поверхности Венеры и по быстроте их перемещения установить продолжительность вращения этой планеты вокруг своей оси.

Но так обстоит дело, если вести наблюдения Венеры оптическим путем, например глазом или при помощи фотографии. Теперь в распоряжении ученых есть новый способ изучения небесных светил — радиоастрономический.

Оказывается, Венера сама испускает радиоволны, которые изучают и измеряют при помощи современных больших радиотелескопов. Если эти волны идут к нам от твердой поверхности Венеры, то это означает, что поверхность

планеты очень горячая, что температура на ней все время — и днем и ночью — держится на уровне около 300°. Если это так, то на всей Венере под слоем туч и облаков расстилается жаркая пустыня, примерно такая же, как и на обращенной к Солнцу стороне Меркурия. Но возможно и другое. Радиоволны могут зарождаться в верхних слоях атмосферы Венеры, и тогда судить по ним о температуре поверхности планеты нельзя.

Есть еще один способ использовать радио для изучения светил. Это — радиолокация.

Наблюдения Венеры при помощи радиолокации были проведены весной 1961 г. Академией наук СССР. Они показали, что поверхность Венеры отражает радиоволны в одних местах сильнее, а в других — слабее. Это значит, что природа поверхности Венеры не везде одинакова. При помощи радиоастрономических наблюдений удалось установить, что продолжительность оборота Венеры вокруг оси составляет не менее 200 суток.

Исследование планет при помощи радиоволн — дело еще новое. Несомненно, что со временем оно позволит подробно изучить мир Венеры. Пока же мы не знаем, какие физические условия существуют на Венере, может ли там существовать жизнь, не знаем и еще многого об этой интересной планете.

Земля

После Венеры по степени отдаленности от Солнца идет Земля. На этой планете живем мы с вами, и для ее изучения не нужно прибегать к телескопам. Поэтому природа Земли изучается и описывается не астрономами, а географами. Тем не менее Земля — тоже небесное светило. Какой же она выглядела бы для наблюдателя, находящегося на другом небесном теле?

Если смотреть с Луны, Земля будет казаться большим диском, который по поперечнику будет почти в 4 раза больше лунного диска, рассматриваемого с Земли. Ведь действительный, или линейный, диаметр Земли почти в 4 раза больше диаметра Луны.

Земля для лунного наблюдателя проходит такую же смену фаз, какую мы знаем для Луны. Иначе и быть не может, поскольку ночная сторона земного шара темная, а дневная— светлая. По времени «земные фазы» точно противоположны лунным. Когда мы любуемся полной Луной, к Луне бывает обращена темная половина Земли, т. е. наступает момент «новоземелия». Когда у нас новолуние, на Луне наступает «полноземелие», и Земля с Луны видна как полностью освещенный диск. Когда освещенная Солнцем часть Луны видна нам как узкий серп, остальная часть лунного диска также слегка светится. Это называется пепельным светом. Свет полной Земли на Луне приблизительно в 100 раз сильнее, чем лунный свет у нас. В том, что это так, можно убедиться, измеряя яркость пепельного света на Луне, который как раз и получается за счет освещения Землей темной стороны лунного шара.

Такая сила земного освещения обусловлена двумя причинами: во-первых, Земля крупнее и потому ее диск по площади в 14 раз больше лунного; во-вторых, Земля лучше отражает солнечные лучи, так как имеет более светлую окраску. Это в свою очередь происходит оттого, что на Земле есть воздух, и притом с белыми облаками, а на Луне нет никакой атмосферы.

Если смотреть на Землю с Луны, то она будет совсем не похожа на те глобусы, к которым мы привыкли в школе. Вместо очертаний материков и океанов, которые так пестро раскрашены на глобусах, больше половины диска Земли будет занято причудливым и изменчивым узором каких-то белых пятен. Эти пятна не что иное, как облака и тучи, закрывающие от постороннего взора расположенную под ними поверхность. В промежутках между ними можно разглядеть очертания берегов океанов, контуры пустынь, лесов и особенно снегов, однако все это будет видно не очень ясно из-за голубой воздушной дымки. Эта дымка хорошо известна всем, кто с возвышенности любовался далями, кому случалось летать на больших высотах. Вот это воздушно-облачное одеяние и является причиной того, что Земля отражает в пространство 40—50% падающих на нее солнечных лучей, в то время как Луна отражает их менее 7%.

На Луне пока никто еще не побывал и на Землю с нее не смотрел. Поэтому и вид земного шара с Луны ученые определяют на основании разных косвенных данных. Однако эти данные оказываются совершенно правильными: когда первый космонавт — Юрий Гагарин, совершая свой первый в истории космический рейс, посмотрел на Землю с космического корабля, то он увидел ее именно такой, как предполагали ученые. А второй космонавт — Герман Титов привез из своего космического путешествия замечательные цветные снимки. По ним

можно представить себе, как выглядит наша планета из космического пространства.

Если смотреть на Землю с Венеры или Марса, то она будет казаться очень яркой звездой чуть-чуть голубоватого оттенка. Недалеко от нее невооруженным глазом можно будет разглядеть (в виде слабой звездочки) Луну.

«Красная звезда» — Марс

Ближайший сосед Земли со стороны, противоположной Солнцу, замечателен своим красным цветом, напоминающим огонь. Вероятно, за этот цвет древние римляне и дали планете имя бога войны Марса.

Марс удален от Солнца на 227,7 млн. *км*. Весь свой путь вокруг Солнца Марс проходит за 687 суток, или за 1 земной год и $10^1/_2$ месяцев. Поскольку Марс и Земля движутся в одну и ту же сторону, Земля через каждые 2 года и 50 дней обгоняет Марс; в это время Марс и Земля находятся по одну сторону от Солнца, приблизительно на одной прямой линии. Такое положение Марса по отношению к Земле астрономы называют противостоянием.

Планеты движутся вокруг Солнца не по окружностям, а по эллипсам. Поэтому расстояние между путями Марса и Земли не везде одинаково. Если противостояние случается там, где эти пути сходятся всего ближе, то от Земли до Марса в это время всего 55 млн. *км*. Такое противостояние называется великим: оно повторяется каждые 15—17 лет. Во время противостояния Марс сияет на небе всю ночь в виде очень яркой звезды огненного цвета. Тогда он наиболее удобен для наблюдений.

По удаленности от Земли Марс занимает третье место после Луны и Венеры.

Когда Марс бывает от Земли сравнительно недалеко, его хорошо можно рассмотреть в телескоп. Правда, диаметр Марса невелик, почти вдвое меньше диаметра Земли, но в телескоп он выглядит довольно крупным диском. Бóльшая часть поверхности Марса покрыта пятнами желтого или красноватого цвета. Такие пятна на Марсе называют материками. На фоне материков легко можно заметить узор из каких-то темных пятен, которые когда-то называли морями. Правда, потом выяснилось, что на самом деле это совсем не моря: воды в них нет. Но названия «моря» и «заливы» на картах Марса остались, только их теперь понимают так же условно, как и «моря» на Луне.

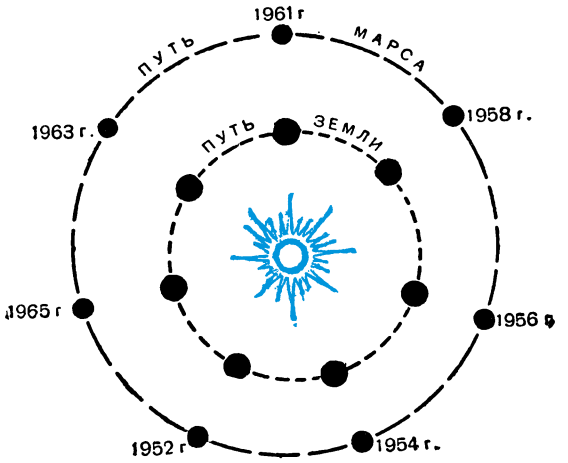


Схема расположения Земли и Марса при различных противостояниях.

Если следить за Марсом всю ночь, то будет видно, как темные пятна «морей» на одной стороне появляются из-за края диска, а на другой скрываются за его краем. Это значит, что Марс вращается вокруг своей оси, совсем как наш земной шар. Значит, на нем, как и у нас, бывает смена дня и ночи. Даже продолжительность суток на Марсе почти такая же, как и на Земле: 24 часа 37 минут.

Наклон оси Марса такой же, как и у земной оси. Из-за наклона земной оси у нас бывает смена времен года. Значит, на Марсе тоже бывают весна, лето, осень, зима.

Можем ли мы увидеть на Марсе что-нибудь такое, что подтверждало бы эту смену тепла и холода?

Да, можем.

На Марсе, как и на Земле, два полюса: северный и южный. Когда на одном полюсе лето, то на другом зима. Если смотреть даже в небольшой телескоп на тот полюс Марса, на котором зима, то будет видно, что вся местность там занята каким-то белым покровом.

Но вот наступает весна. И тут на наших глазах белый покров начинает разрушаться, как бы таять. Края его быстро подвигаются к полюсу, освобождая скрытую под ним темную поверхность. Это разрушение белого покрова продолжается все лето, и к осени его остается совсем немного, у самого полюса. А с осени белый покров опять разрастается и надвигается на окружающие местности.

Что же это за светлое вещество, которое появляется с осенними холодами и уничтожается весенним теплом? Очень может быть, что

это снег. Ведь и на Земле белый снеговой покров каждую осень распространяется все дальше к экватору, а весной тает и уменьшается. Правда, на Марсе холоднее, чем на Земле: Марс от Солнца дальше, и потому солнечные лучи там светят и греют в $2^1/_2$ раза слабее, чем у нас. Поэтому даже на экваторе, в самой жаркой зоне Марса, в полдень почва нагревается только до 10—20° тепла, а по ночам всегда бывают очень сильные морозы.

Зимой на Марсе температура доходит до 60—70° ниже нуля. Но там, где Солнце летом совсем не заходит и царит непрерывный летний день, подолгу бывает тепло, температура колеблется от 0 до 10° тепла.

Если верно, что на Марсе появляется и пропадает снег, то из этого следует, что на нем есть вода и атмосфера. В последней водяные пары переносятся в разные стороны и осаждаются в виде снега и инея. Однако несомненно, что воды на Марсе очень немного, не больше, чем в Ладожском озере. И атмосфера на Марсе совсем не такая, как у нас. Над каждым участком его поверхности воздуха во много раз меньше, чем на Земле, и потому воздух там очень разреженный, примерно такой, как в нашей атмосфере на больших высотах.

Кроме того, в атмосфере Марса, несмотря на самые тщательные поиски, не удалось обнаружить никаких признаков присутствия водяного пара и кислорода во сколько-нибудь значительных количествах. Установлено, что если эти газы и имеются на Марсе, то их там должно быть по крайней мере в 1000 раз меньше, чем в земной атмосфере. Поэтому многие ученые считают, что полярные шапки — вовсе не снег, а покровы из тумана и облаков, заволакивающие полярные области на Марсе во время холодной зимы.

Зато в атмосфере Марса обнаружен углекислый газ. Вероятно, атмосфера Марса в основном состоит из смеси углекислого газа и азота.

На Земле почти повсюду есть жизнь. С тех пор как Коперник доказал, что планеты — это далекие «земли», ученых не переставал волновать вопрос: есть ли на них какая-нибудь жизнь? Ведь законы природы везде одни и те же. Поэтому раз на Земле возникли живые существа, то и на других планетах они тоже могли возникнуть, если только там имеются для этого подходящие условия: атмосфера, содержащая кислород, вода, подходящая температура, т. е. должно быть не слишком жарко и не слишком холодно.

На Луне жить нельзя, потому что там нет ни воздуха, ни воды. По той же причине не может быть жизни и на Меркурии. О природе Венеры мы еще слишком мало знаем.

Другое дело — Марс. Мы видим многое из того, что на нем делается, и нам известно, что на нем есть и вода, и воздух и временами бывает достаточно тепло. Правда, ни люди, ни наши звери не могли бы там жить: они задохнулись бы в разреженной, лишенной кислорода, атмосфере. Вряд ли могли бы там расти и наши земные растения. Но это не значит, что на Марсе совсем не может быть жизни. Ведь живые существа приспособляются к существующим условиям. На Земле они приспособлены к плотной, теплой и влажной атмосфере. На Марсе, возможно, существуют какие-то свои виды растений, которые столь же хорошо приспособлены к разреженной, прохладной и сухой атмосфере.

Все эти соображения, конечно, правильны. Но можно ли их подтвердить практически наблюдениями Марса?

Вид и цвет тех темных пространств на Марсе, которые когда-то по ошибке называли «морями», значительно меняются с временами года. Весной они темнеют и из рыжеватых становятся темно-коричневыми или серыми, а осенью опять светлеют. Эти изменения окраски многие ученые объясняют появлением и исчезновением какой-то растительности, например мхов или лишайников, способных переносить особенности сурового климата Марса.

— И это все?— разочарованно спросит читатель. — Трава, мох, лишайники — мы ждали не этого. Мы слышали про каналы, города и про разумных обитателей на Марсе. Где же это?

Да, действительно, на Марсе видны какие-то узкие длинные полосы, они очень ровные и правильные. Поэтому прежде, когда еще не были известны ни климат Марса, ни состав его атмосферы, некоторые ученые высказывали предположение, что это какие-то искусственные сооружения, нечто вроде грандиозных оросительных каналов, построенных разумными жителями Марса. Полагали также, что это широкие полосы растительности, которые тянутся по берегам невидимого нам узкого канала.

Однако в настоящее время ученые считают, что никаких разумных существ на Марсе нет, а каналы, если они существуют, вовсе не искусственные сооружения.

Существует мнение, что никаких каналов на Марсе вообще нет, а есть лишь цепочки

из темных пятен, которые при наблюдении сливаются и производят впечатление прямолинейных каналов. Пока еще природа Марса и вопрос о возможности жизни на нем изучены недостаточно.

Мы знаем, что у Земли есть спутник — Луна. У Меркурия и Венеры спутников нет. Зато у Марса целых две «луны»— два крошечных спутника. Их назвали Фобос и Деймос, что по-гречески значит «страх» и «ужас». Один из них имеет поперечник 16 *км*, другой — лишь 8 *км*. От Фобоса до Марса всего только 9500 *км*, а от Деймоса — 23 500 *км*. Время оборота Фобоса вокруг Марса — 7 часов 39 минут. Этот спутник, наперекор всем другим светилам, восходит на западе и движется по небосводу к востоку, подобно искусственным спутникам Земли. Это объясняется тем, что он обращается вокруг Марса быстрее, чем сам Марс совершает оборот вокруг своей оси. Деймос обращается вокруг Марса за 16 часов. Несколько лет назад было высказано мнение, что спутники Марса — искусственные небесные тела, запущенные несколько сот миллионов лет назад, когда природа Марса была иной и там жили высокоразумные существа. Ученые не согласились с этим мнением, так как никакими научными соображениями оно не подтверждается.

Планета-гигант — Юпитер

Юпитер — самая крупная из всех планет солнечной системы. Он находится от Солнца на расстоянии 777,6 млн. *км*, или более чем в 5 раз дальше, чем Земля.

Свой путь вокруг Солнца Юпитер проходит почти за 12 земных лет.

Диаметр Юпитера в 11 раз больше диаметра Земли, а по объему из Юпитера можно было бы сделать 1312 таких шаров, как Земля. Но, обладая такими огромными размерами, Юпитер по массе только в 317 раз больше Земли. Это значит, что Юпитер состоит совсем не из такого вещества, как Земля. Наш земной шар сложен из тяжелых каменных пород, а в его центре некоторые ученые предполагают ядро из еще более тяжелых веществ — металлов. Юпитер имеет другое строение: в среднем его вещество немногим тяжелее воды.

В те месяцы, когда Юпитер бывает виден, его легко найти на небе, потому что он светит ярче всех других звезд и планет, кроме Венеры. По блеску Юпитер занимает на небе четвертое место — после Солнца, Луны и Венеры. Только Марс способен давать такой же сильный свет, но лишь в редкие дни наибольших сближений его с Землей.

Если посмотреть на Юпитер в небольшую зрительную трубу, то можно увидеть замечательную картину: возле яркого шара планеты видны четыре звездочки. Это самые большие спутники Юпитера. Они каждый день бывают расположены по-разному: то два справа, два слева; то три с одной стороны, а один — с другой; то все четыре расположатся цепочкой по одну сторону от Юпитера. А бывает и так, что какой-нибудь из спутников спрячется за шар Юпитера, или станет перед ним и исчезнет на его фоне, либо попадет в тень от Юпитера — произойдет затмение данного спутника Юпитера. Во всех этих случаях спутник становится невидимым.

Эти четыре спутника Юпитера очень крупные, их диаметры составляют от 3000 до 5070 *км*, два из них размером больше, чем Меркурий, но несколько меньше его по массе. Кроме того, у Юпитера есть еще 8 мелких спутников, которые можно увидеть только в сильные телескопы. Таким образом, всего у Юпитера 12 спутников и все это обширное семейство движется вместе с самим Юпитером вокруг Солнца.

Но что же представляет собой сам Юпитер? Если рассматривать его в телескоп, то сразу бросается в глаза некруглая форма этой планеты. Другие небесные тела — Меркурий, Венера, Земля, Луна — имеют малое сжатие

Юпитер со своими крупными спутниками.

у полюсов. У Юпитера сжатие, или сплюснутость, у полюсов значительно больше.

Легко разглядеть еще, что Юпитер полосатый; на его округлом, но заметно растянутом диске виден ряд чередующихся светлых и темных полос, которые каждый год располагаются по-разному. Значит, это не горы, не океаны и не суша, а всего-навсего длинные ряды облаков и туч разной окраски. В этом отношении Юпитер похож на Венеру: все, что мы видим на нем, — это сплошной воздушно-облачный покров, который скрывает от нашего взора то, что находится под ним. Разница в том, что на Венере этот покров гладкий, ровный, однородный, а на Юпитере он пятнистый, разноцветный.

Движение облаков позволяет легко и просто установить, как и с какой скоростью вращается Юпитер. Каждое пятно, каждое облачко на его диске постепенно передвигается от одного края к другому. Это значит, что Юпитер вращается вокруг своей оси. Вращение его очень быстрое. Установлено, что сутки на нем длятся всего 9 часов 50 минут. Таким быстрым вращением объясняется большое полярное сжатие Юпитера.

Ученых давно занимал вопрос о химическом составе клубящейся тучами и облаками мощной атмосферы Юпитера. Оказалось, что в ней нет ни кислорода, ни водяных паров, ни углекислоты — словом, ничего того, что входит в состав нашей земной атмосферы. Зато там оказалось большое количество газа, называемого метаном. Это тот газ, который весело горит синими огоньками в наших газовых плитах. Кроме того, там есть аммиак, многим знакомый по резкому запаху нашатырного спирта. Из-за огромного расстояния Юпитера от Солнца температура его атмосферы около 140° ниже нуля.

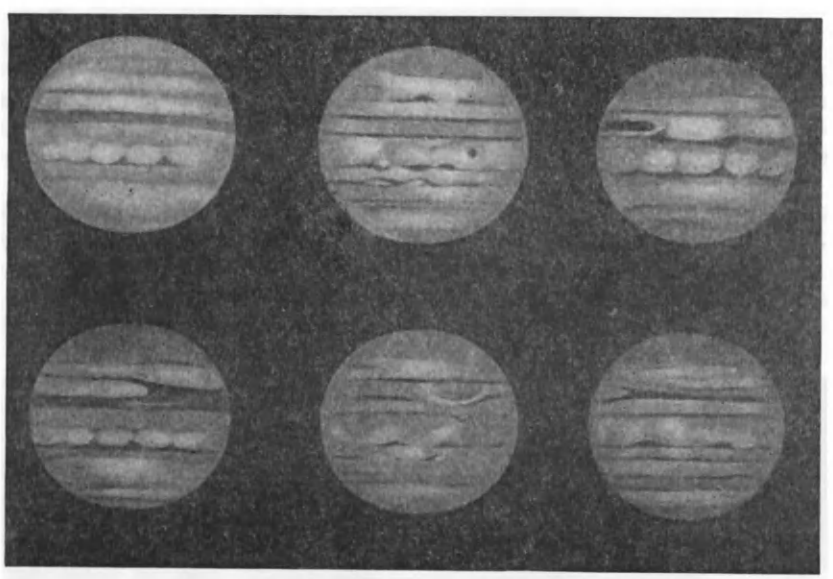
Юпитер по всем своим свойствам так не похож на нашу Землю, что очень трудно разобраться в его своеобразной природе. Есть предположение, что ядро его состоит из сильно сжатых газов.

Планета с кольцом — Сатурн

Сатурн с его кольцом — самая удивительная планета в солнечной системе. Подобно тому как поля окружают шляпу, экватор этой планеты окружает широкое, совершенно плоское кольцо. Оно расположено наклонно к тому кругу, по которому Сатурн обходит Солнце за $29^1/_2$ земных лет. Поэтому в зависимости от положения Сатурна на его пути кольцо поворачивается к нам то одной стороной, то другой. Каждые 15 лет оно располагается к нам ребром, и тогда его нельзя разглядеть даже в самые сильные телескопы, а это значит, что кольцо очень тонкое: его толщина не более 10—15 *км*.

Знаменитый астроном Галилей в 1610 г. обнаружил, что Сатурн чем-то окружен. Но его телескоп был слишком слаб, и потому Галилей не смог разобрать, что именно он видит около Сатурна. Только полвека спустя голландскому ученому Гюйгенсу удалось выяснить, что это плоское кольцо, которое окружает планету и нигде с ней не соприкасается.

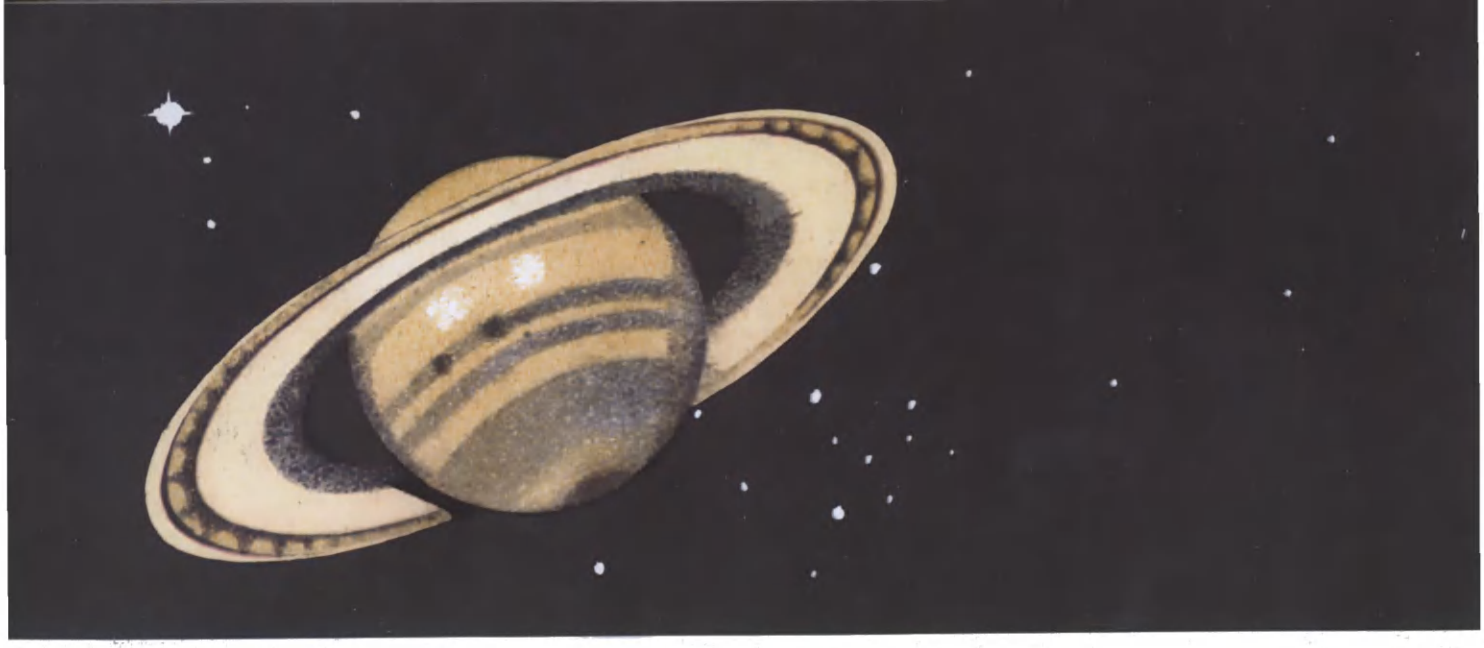
Изучение Сатурна при помощи более совершенных телескопов показало, что кольцо разделяется на три части, составляющие как бы три независимых кольца, вложенных одно в другое. Внешнее кольцо отделяется от среднего темным промежутком — узкой черной щелью.

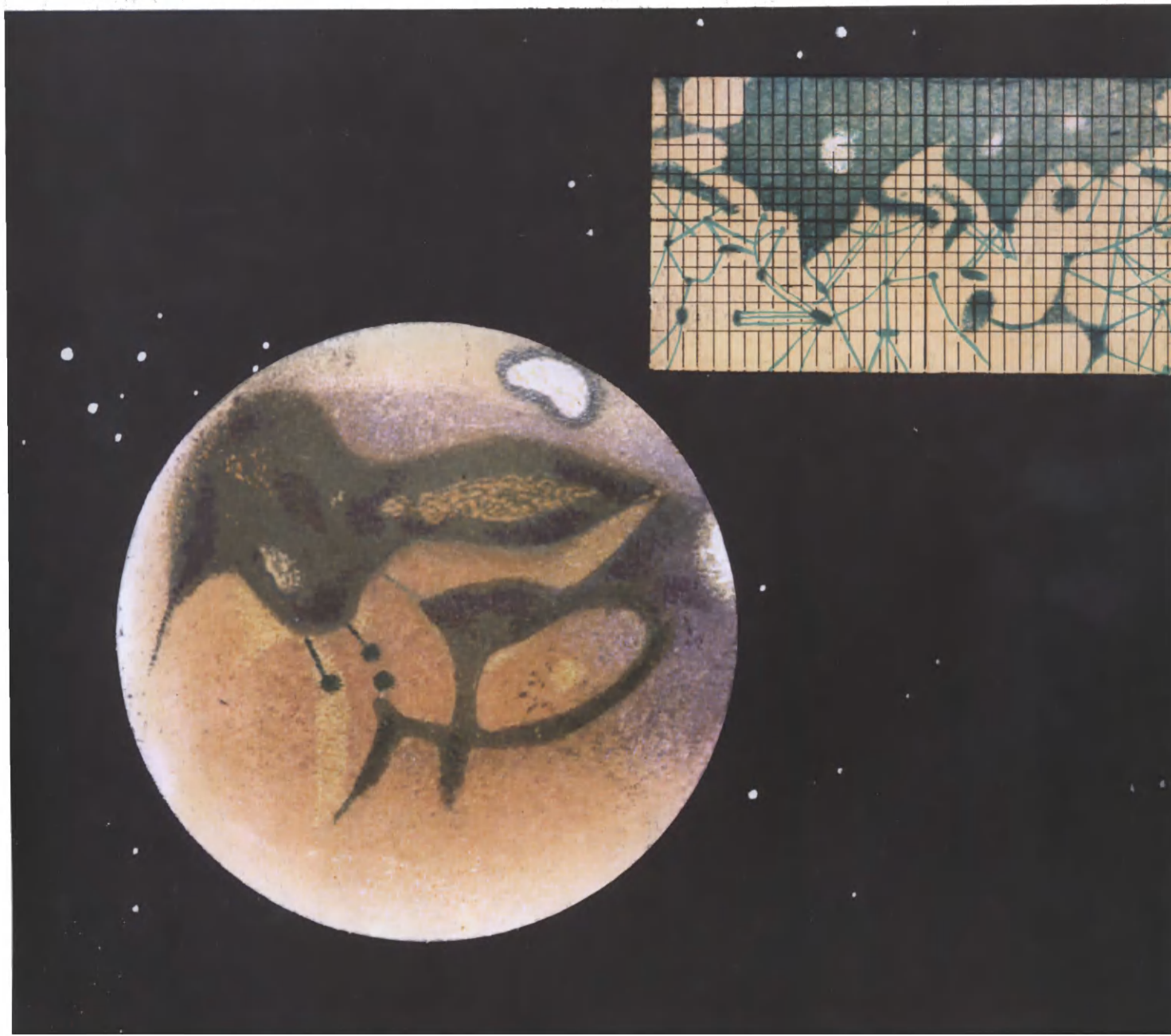


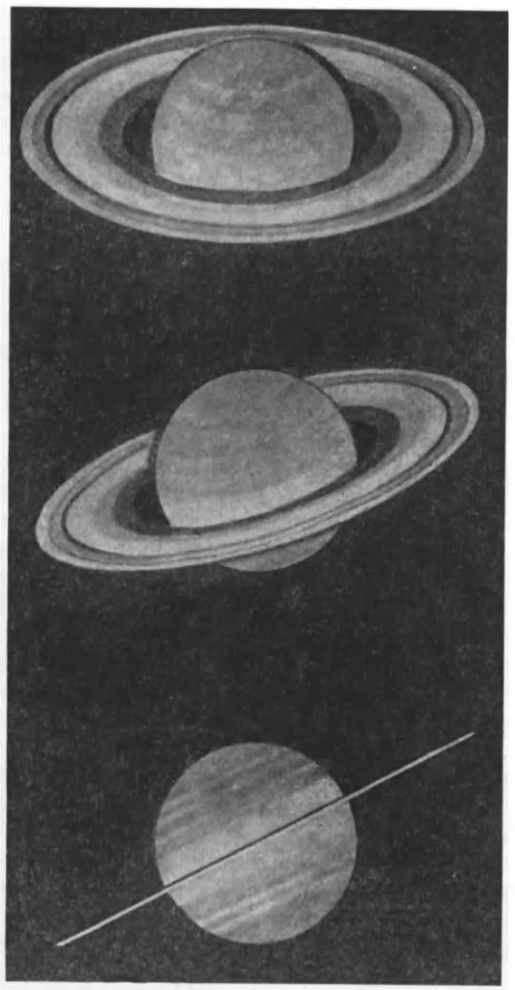
Изменения облаков на Юпитере.

Планеты Марс и Сатурн.

На обороте: Комета Донати. →







Изменение вида кольца Сатурна.

Среднее кольцо ярче внешнего. Изнутри к нему примыкает полупрозрачное, как бы туманное, третье кольцо.

Что же представляют собой эти замечательные кольца?

Может быть, это действительно твердые и гладкие площадки? Нет, это не так. Ученые доказали, что сплошное и твердое кольцо такого размера существовать не может: оно было бы мгновенно разрушено под влиянием неодинаковой силы притяжения Сатурном разных его частей. Выдающийся русский астрофизик А. А. Белопольский тщательными наблюдениями Сатурна подтвердил, что кольцо действительно не сплошное. Скорость движения в разных частях кольца оказалась различной. Это значит, что кольца Сатурна состоят из мелких обломков, каждый из которых обращается вокруг планеты с такой скоростью, какую имел бы спутник планеты, находящийся на таком же расстоянии. Каждый такой обломок — как бы независимый спутник, сам по себе обращающийся вокруг Сатурна.

Что же представляют собой эти обломки? Это, вероятно, камни разного размера: от нескольких сантиметров до метра в поперечнике, но, возможно, в кольцах есть и пыль. Кроме колец, вокруг Сатурна движутся девять спутников. Из них один — Титан — по размерам почти равен Меркурию и немного уступает ему по массе. Другие спутники имеют разные размеры. Но все они значительно меньше Титана.

Сатурн во многом напоминает своего собрата — Юпитера. Многие странные, на наш взгляд, особенности Юпитера выражены у Сатурна еще более резко. Например, он сжат у полюсов еще сильнее и состоит из вещества, в среднем менее плотного, чем вода.

Сатурн, как и Юпитер, окружен сплошным облачным покровом, но только эта туманная пелена на нем менее пестрая. Полосы и пятна на Сатурне хотя и есть, но они выделяются не так резко, как на диске Юпитера.

Атмосфера Сатурна имеет тот же состав, что и Юпитера: в ней содержатся метан и аммиак. От Солнца Сатурн удален на 1425,6 млн. *км*, и солнечные лучи на нем греют в 90 раз слабее, чем на Земле, и в $3^1/_2$ раза слабее, чем на Юпитере. Понятно, что и мороз там очень сильный — он доходит до 150°. Сутки на Сатурне длятся 10 часов 14 минут.

Планеты Уран, Нептун и Плутон

Даже в XVIII в. планетная система была известна только до Сатурна. Но уже тогда предполагали, что список планет Сатурном не оканчивается и существуют еще более далекие планеты, которые невооруженным глазом увидеть нельзя.

Это мнение блестяще подтвердилось, когда в 1781 г. английский астроном Гершель, наблюдая звезды в телескоп, заметил новое светило, которому, судя по звездной карте, быть тут не полагалось. Понаблюдав за этим светилом несколько дней, Гершель увидел, что оно перемещается среди звезд и, значит, представляет собой планету.

Оказалось, что эта планета обращается вокруг Солнца на расстоянии 2868 млн. *км*

и совершает полный оборот за 84 года. Новой планете дали имя Уран. Со временем у нее нашли пять спутников.

Наблюдая Уран, ученые обнаружили в его движении некоторые неправильности. Они могли происходить только от существования какой-то еще более удаленной планеты. Эта неведомая планета своим притяжением немного сдвигает Уран с того пути, по которому он обращался бы под действием притяжения Солнца и известных уже планет.

В то время большого совершенства уже достиг раздел астрономии, называемый небесной механикой.

Способы расчета, которыми пользуются ученые в небесной механике, позволяют точно определять возмущения, т. е. отклонения в движении какой-нибудь планеты, возникающие под влиянием притяжения ее соседними планетами.

Обычно в небесной механике приходится вычислять возмущения по уже известному расположению других планет. При изучении движения Урана нужно было решить обратную задачу: зная возмущения, найти место вызывающей их неизвестной планеты. Эту трудную задачу решили в 1845—1846 гг. французский астроном Леверье и английский ученый Адамс. Только одними расчетами, совсем не глядя на небо, они указали место на небе, где должна находиться неизвестная планета. И действительно, когда на это место немецкий астроном Галле в 1846 г. направил телескоп, то обнаружил новую планету. Так была открыта восьмая планета солнечной системы — Нептун. У нее оказалось два спутника. Один из них — Тритон — по размерам и массе близок к большим спутникам Юпитера и к Титану, крупнейшему спутнику Сатурна.

Открытие Нептуна было великим торжеством науки: оно ясно показывало, что верны те законы движения и притяжения, которые открыл великий Ньютон и на которых основаны все расчеты, выполняемые в небесной механике. Со временем оказалось, что не все неправильности в движении Урана могут быть объяснены влиянием притяжения Нептуна. Возникло предположение о существовании в солнечной системе планеты, еще более удаленной, чем Нептун.

В 1930 г. удалось отыскать еще одну планету; она находится от Солнца почти в 40 раз дальше, чем Земля, и делает оборот вокруг Солнца почти за 250 лет. Это девятая планета солнечной системы — Плутон.

Что же представляют собой эти столь удаленные от Солнца планеты?

Уран и Нептун очень похожи друг на друга. Оба они меньше Сатурна, но гораздо больше Земли. Оба заметно сжаты, хотя и не так сильно, как Сатурн. Их облачные атмосферы содержат метан. Что касается аммиака, то он там незаметен. Это объясняется тем, что при таком страшном холоде (минус 200° и ниже), который царит на этих планетах, аммиак уже не может оставаться газом: он замерзает и осаждается вниз в виде белого вещества, похожего на снег.

Плутон резко отличается от четырех гигантских планет. Он гораздо меньше их: его масса примерно такая же, как масса Земли. От нас он так далек, что даже в самые сильные телескопы выглядит звездой и рассмотреть его поверхность пока невозможно.

Однако открытие Плутона не объясняет полностью все отклонения в движении Урана, а также и Нептуна. Есть основание полагать, что далеко за орбитой Плутона обращается вокруг Солнца еще планета с гораздо большей массой, чем Плутон. Хотя эта планета учеными еще и не открыта, ее условно назвали Трансплутоном.

Мир вечного холода, но неполной темноты

В популярных книгах планету Плутон иногда называют «царством ночи». (В греческой мифологии Плутон — бог подземного царства, где всегда царит беспросветная тьма.)

Однако эта самая далекая из известных планет солнечной системы, пожалуй, не заслуживает того, чтобы ее считали царством ночи.

В самом деле, Плутон обращается вокруг Солнца на расстоянии, превышающем расстояние Земли от Солнца в 40 раз. Значит, Солнце освещает Плутон в 40^2, или в 1600, раз слабее, чем Землю. Может быть, это и не так слабо?

Солнце светит на Земле почти в 450 тыс. раз ярче, чем полная Луна. Следовательно, Плутон получает от Солнца света в 281 (450 тыс.: 1600) раз больше, чем Земля от полной Луны.

Плутон, бесспорно, мир вечного холода, но неполной темноты.

ДАННЫЕ О ПРИРОДЕ ПЛАНЕТ

Планета[1]	Диаметр		Объем в единицах объема Земли	Масса в единицах массы Земли	Плотность по отношению к плотности воды	Освещенность Солнцем (по сравнению с Землей)	Атмосфера	Число спутников
	в единицах диаметра Земли	в километрах						
Меркурий	0,39	5 000	0,06	0,04	3,8	7	Отсутствует	Нет
Венера	0,97	12 400	0,92	0,81	4,9	2	Сплошь облачная	Нет
Земля	1,0	12 742	1,00	1,00	5,5	1	Наполовину облачная	1
Марс	0,53	6 770	0,15	0,11	4,0	1/2	Разреженная, прозрачная	2
Юпитер	11,0	139 560	1312	316,9	1,3	1/27	Сплошь облачная	12
Сатурн	9,0	115 100	734	94,9	0,7	1/90	Сплошь облачная	9
Уран	4,0	51 000	64	14,7	1,3	1/400	Сплошь облачная	5
Нептун	3,9	50 000	60	17,2	1,6	1/900	Сплошь облачная	2
Плутон	?	?	?	0,8?	?	1/1600	?	Нет

[1] Пять планет: Меркурий, Венера, Марс, Юпитер, Сатурн — известны с глубокой древности. Уран открыт в 1781 г. В. Гершелем, Нептун — в 1846 г. И. Галле на основании вычислений У. Леверье, Плутон — в 1930 г. американской обсерваторией имени Ловелла.

ДАННЫЕ О ДВИЖЕНИИ И ВРАЩЕНИИ ПЛАНЕТ

Планета	Среднее расстояние от Солнца		Продолжительность обращения вокруг Солнца в земных годах и сутках	Скорость движения по орбите (километров в секунду)	Период вращения вокруг оси в земных сутках и часах
	в единицах расстояния от Земли до Солнца	в миллионах километров			
Меркурий	0,387	57,9	88 суток	47,8	88 суток
Венера	0,723	108,1	225 »	35,0	свыше 200 суток?
Земля	1,0	149,5	1,0 года	29,8	1 сутки
Марс	1,52	227,7	1,9 »	24,1	24 часа 37 мин.
Юпитер	5,2	777,6	11,9 »	13,0	9 час. 50 мин.
Сатурн	9,5	1425,6	29,5 »	9,6	10 час. 14 мин.
Уран	19,2	2868,1	84,0 »	6,8	10 час. 42 мин.
Нептун	30,0	4494,1	164,8 »	5,4	15 час. 48 мин.
Плутон	39,5	5905,0	247,7 »	4,7	6 суток 9 час.

Планеты-крошки

Мы рассказали про планеты солнечной системы. Но 9 планет и 31 спутник, о которых шла речь,— это не все. В планетной системе есть еще великое множество очень небольших, но самостоятельных тел. Их называют малыми планетами или астероидами.

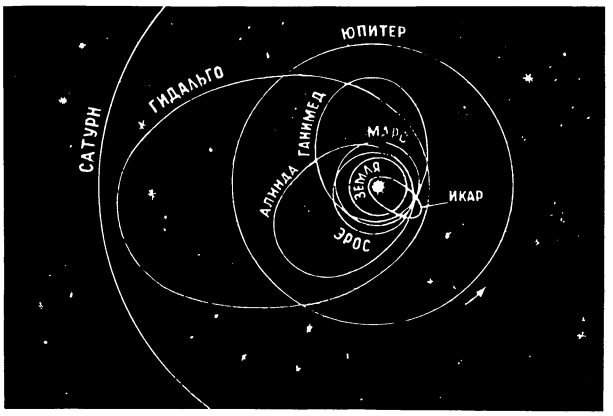
1 января 1801 г. итальянский астроном Пиацци нашел на небе маленькую звездочку, которая, как он установил, медленно передвигалась среди звезд. Ясно, что это была неизвестная до того планета. Когда определили ее путь, то оказалось, что он лежит между путями Марса и Юпитера, т. е. в зоне солнечной системы, казалось бы, давно изученной и хорошо знакомой. Удивительное это было открытие! Удивительно было и то, что новая планета, которую назвали Церерой, была так мало заметна: ведь она ближе Юпитера и немногим дальше Марса! Приходилось сделать вывод, что это какое-то небольшое небесное тело.

Ученым снова пришлось удивиться, когда через год, в 1802 г., нашли еще одну планету — Палладу, путь которой тоже проходил между орбитами Марса и Юпитера. В 1804 г. там же обнаружили третью планету — Юнону, в 1807 г. четвертую — Весту. Итак, оказалось, что между путями Марса и Юпитера движется несколько маленьких небесных тел.

Позднее, начиная с конца первой половины XIX в., малые планеты стали открывать все в большем числе. Находки стали особенно частыми, после того как для поисков применили фотографию. Очень много планет открыто уже в XX в. на Симеизской обсерватории (в Крыму). Работавшие здесь астрономы С. И. Белявский и Г. Н. Неуймин нашли около сотни новых малых планет. Теперь таких планет известно более 1600.

Немало надо потрудиться, чтобы изучить такое множество небесных тел. Ведь для каждой планеты нужно определить ее путь, расстояние от Солнца, время оборота вокруг Солнца. Нужно на каждый год вычислить положение малой планеты на небе, чтобы астрономы могли снова найти ее и сфотографировать. Этим важным делом в Советском Союзе занимается Институт теоретической астрономии Академии наук СССР в Ленинграде. Бо́льшую часть работы там выполняют сложные электронные вычислительные машины.

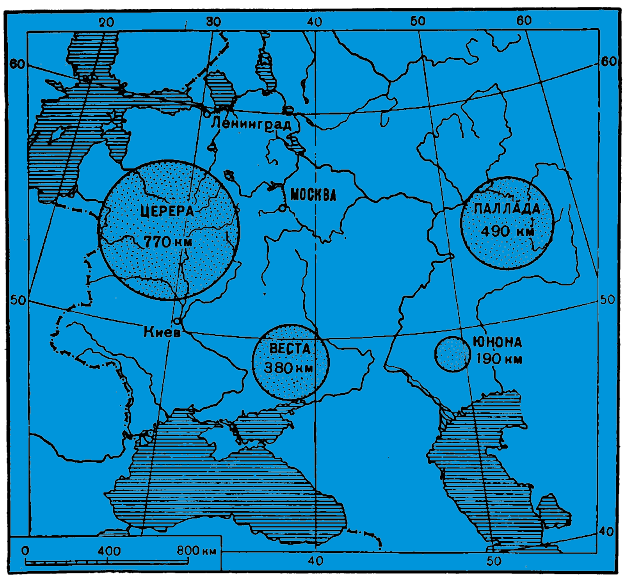
У каждой малой планеты, для которой определена орбита, есть свой номер и название.



Орбиты некоторых астероидов.

Вначале, пока астероидов знали немного, их, как и большие планеты, называли именами богов или богинь из древнеримских мифов. Потом таких имен не хватило, и теперь астероиды называют обычными женскими именами, а также именами городов, стран и ученых. Так, среди планет есть Анна и Вера, Москва и Казань, Армения и Италия, Коперник и Ньютон. Есть планета, названная Владиленой в честь В. И. Ленина.

Не все малые планеты движутся все время между Марсом и Юпитером. Некоторые пересекают орбиту Марса и даже орбиты более близких к Солнцу планет. Малая планета



Сравнительные размеры самых крупных астероидов, если их поместить на территории СССР.

№ 1566 — Икар — подходит иногда к Солнцу даже ближе, чем Меркурий.

Самая крупная из малых планет — Церера — имеет поперечник 770 *км*, самые мелкие — неправильные глыбы диаметром около 1 *км*.

Наша планетная система — не единственная. В бесконечной Вселенной есть много других звезд, окруженных планетами, которые при помощи современных телескопов мы еще не можем непосредственно наблюдать. Но недалеко то время, когда человечество овладеет такими мощными средствами наблюдения, что его взору откроются многие другие планетные миры.

КОМЕТЫ

Кометы принадлежат к числу наиболее красивых небесных тел. Появление на небе яркой кометы сразу привлекает к себе всеобщее внимание. Светлые туманные оболочки, окружающие небольшое ядро, длинный хвост, тянущийся иногда на полнеба, быстрое движение среди звезд — все это делает комету непохожей на остальные небесные светила. Необычный вид комет и неожиданность их появления на небе служили в течение многих веков источником всевозможных суеверий.

Астрономы и поныне, как правило, не могут предсказывать появление на небе ярких комет. Это объясняется особенностями движения и строения комет. Подавляющее большинство комет движется вокруг Солнца по огромным, сильно вытянутым путям, уходящим в сотни и тысячи раз дальше орбит наиболее далеких от Солнца планет. Один оборот по такой орбите длится многие тысячи и даже миллионы лет. Кометы холодные, не самосветящиеся тела; они начинают светиться и становятся видимыми только тогда, когда подходят близко к Солнцу. От одного их приближения к Солнцу до следующего проходят тысячелетия. Следовательно, кометы, которые будут наблюдаться в ближайшие годы, предстанут перед глазами астрономов впервые — раньше они появлялись так давно, что даже в древнейших летописях нельзя найти о них никаких сведений. Поэтому нет ничего удивительного в том, что астрономы не могут предсказать их появление.

Исключение составляют сравнительно немногочисленные короткопериодические кометы. Они возвращаются к Солнцу через несколько лет или несколько десятков лет. Астрономами уже открыто около 100 таких комет. Для половины из них хорошо изучены орбиты, и появление их предсказывается с большой точностью. К сожалению, почти все такие кометы слабые, и их не видно невооруженным глазом.

Приближающаяся к Солнцу комета, если ее удается заметить еще на большом расстоянии от него, имеет вид слабого туманного округлого пятнышка. Середина его ярче краев, и зачастую там бывает видно звездообразное ядро. Ядро и окружающие его оболочки составляют голову кометы. Постепенно яркость кометы возрастает, и наконец появляется небольшой туманный хвост; он всегда направлен прочь от Солнца.

По мере приближения кометы к Солнцу яркость и длина ее хвоста увеличиваются, а когда комета бывает ближе всего к Солнцу, хвост достигает наибольших размеров. При удалении кометы от Солнца хвост постепенно сокращается, комета снова превращается в слабое туманное пятнышко и наконец делается совсем невидимой.

Яркость хвоста кометы всегда меньше яркости ее головы, и потому у слабых комет хвост иногда совсем не удается заметить.

Вследствие малой яркости и туманного вида кометы лучше фотографировать, чем наблюдать в телескопы, даже в большие. Большинство комет открывается в настоящее время по фотографиям. Тем не менее и поныне бывают случаи, когда кометы открывают даже при наблюдении неба невооруженным глазом.

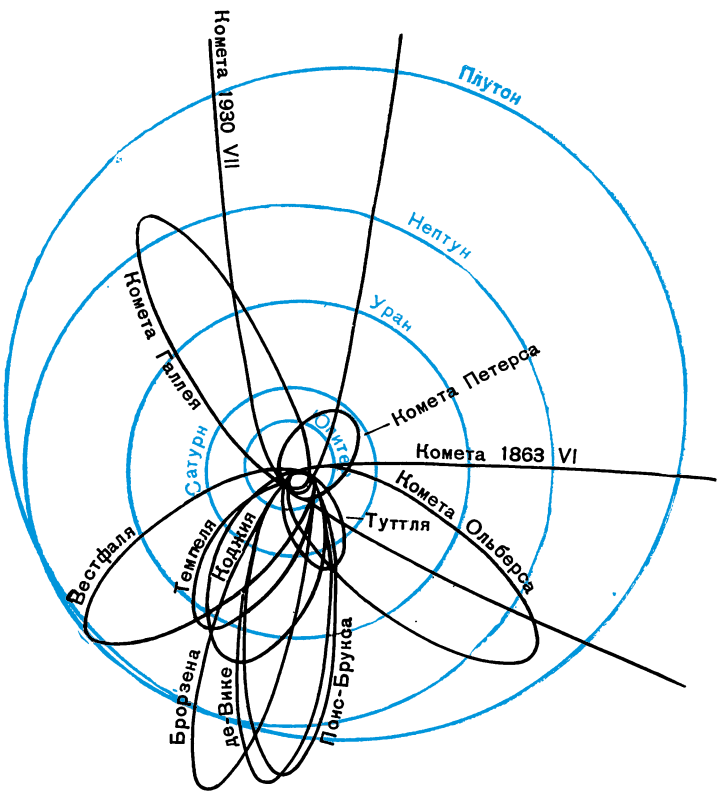
Астроном, видевший два появления кометы Галлея

Когда в 1846 г. Леверье закончил свои вычисления для отыскания новой планеты Нептун, о своих результатах он сообщил Берлинской обсерватории, располагавшей лучшими картами соответствующей области неба.

В первый же вечер после получения данных Леверье астроном Иоганн Галле обнаружил Нептуна там, где он и должен был быть по вычислениям Леверье.

Иоганн Галле — самый долголетний астроном-профессионал (1812—1910). Он прожил 98 лет и был единственным астрономом, видевшим комету Галлея при двух ее появлениях — в 1835 и 1910 гг.

Самым долголетним русским астрономом был Дмитрий Матвеевич Перевощиков (1788—1880) — профессор Московского университета, основатель Московской обсерватории, позднее академик.



Орбиты некоторых периодических комет.

В 1939 г. два любителя астрономии из Мордовской АССР — Ахмаров и Юрлов независимо друг от друга заметили невооруженным глазом новую комету, которая теперь носит их имя. Знаменитым открывателем комет в наше время является чешский астроном и геофизик А. Мркос — он открыл 15 комет.

Как только открывается новая комета, об этом через Международное бюро астрономических телеграмм извещаются все обсерватории земного шара. Это делается для того, чтобы не упустить комету в случае наступления плохой погоды и как можно скорей сделать несколько измерений ее положения среди звезд. Измерения эти необходимы для вычисления орбиты и предвычисления дальнейшего движения кометы по небу. Все обсерватории оповещаются и тогда, когда появляется ранее уже известная периодическая комета, завершившая очередной оборот по своей орбите и вновь приближающаяся к Солнцу.

В прошлом, когда поиски новых комет производились путем наблюдений глазом в небольшие телескопы с большим полем зрения, в так называемые кометоискатели, ежегодно наблюдалось в среднем 3—5 комет. В наше время благодаря широкому применению фотографии, позволившей наблюдать и слабые кометы, их обнаруживается в среднем приблизительно до 10 в год.

При открытии кометы прежде всего вычисляют ее приближенную орбиту. Дальнейшие измерения положения кометы среди звезд позволяют уточнить орбиту. Когда же комета скроется из виду, удаляясь от Солнца, какой-либо астроном собирает со всех обсерваторий все точные наблюдения положения кометы и вычисляет «окончательную», наиболее точную орбиту. Однако если комету удалось наблюдать лишь недолго и за это время она прошла малый отрезок своего пути, то даже и такая окончательная орбита может оказаться недостаточно точной. Неточное определение орбиты периодической кометы приводит к тому, что ее бывает трудно или даже невозможно найти при следующем появлении.

Предвычисляя будущие появления периодических комет, астрономы тщательно учитывают отклонения в их движении, которые вызываются притяжением планет, в первую очередь массивного Юпитера.

Комету называют по фамилии человека, ее открывшего, либо, в редких случаях, по фамилии астронома, много ее изучавшего. Встречаются и двойные и даже тройные названия у комет, которые были почти одновременно открыты несколькими наблюдателями, а также у некоторых утерянных и потом вновь открытых периодических комет. Так, одна из комет 1957 г. носит название: комета Латышева — Вильда—Бэрнхема.

Новейший сводный каталог кометных орбит, доведенный до конца 1960 г., содержит орбиты 566 различных комет. Самый короткий период— 2,3 года — имеет комета Вильсона — Харрингтона. Она наблюдалась в 1949 г., а затем была утеряна. Комета Энке—Баклунда (названа так по фамилиям двух крупных ученых, изучавших ее сложное движение) с периодом в 3,3 года наблюдается с 1786 г. и поныне. За это время она 55 раз возвращалась к Солнцу. У кометы Галлея, имеющей период около 76 лет, прослежены с помощью древних летописей все ее появления начиная с глубокой древности.

Кометные орбиты, являющиеся огромными сильно вытянутыми эллипсами, наклонены к плоскости эклиптики[1] под всевозможными

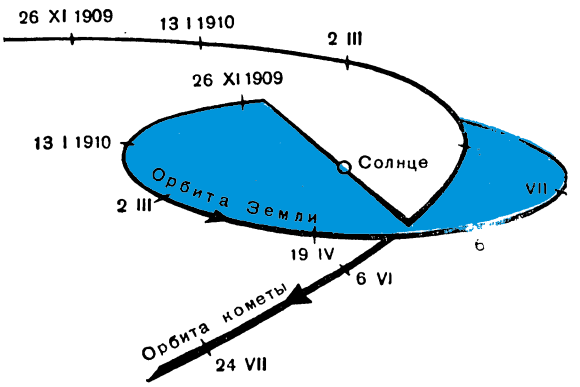
[1] Плоскость эклиптики — плоскость земной орбиты, вблизи которой расположены и орбиты других планет.

углами и вообще совершенно беспорядочно ориентированы в пространстве. Кометы, обладающие такими орбитами, движутся среди планет по всевозможным направлениям. У периодических комет, имеющих меньшие орбиты, движение более упорядоченное — у них начинают преобладать движения в ту же сторону, в которую движутся планеты. Особенно упорядоченное движение у короткопериодических комет с периодами менее 10 лет. Они образуют так называемое кометное семейство Юпитера. Все эти кометы имеют умеренно вытянутые, малонаклоненные к эклиптике орбиты, и все они движутся вокруг Солнца в прямом направлении — как и планеты. Афелии (самые далекие от Солнца точки) их орбит лежат недалеко от орбиты Юпитера, и потому его притяжение оказывает особенно сильное влияние на их движение.

Время от времени та или иная комета сближается с какой-либо массивной планетой и это приводит к резкому изменению ее орбиты. Если при этом перигелийное расстояние (расстояние, когда комета ближе всего к Солнцу) существенно увеличится, то комета может стать недоступной для наблюдения. С другой стороны, как показали расчеты, многие периодические кометы двигались раньше по своим орбитам с бóльшим перигелийным расстоянием и были открыты вскоре после того, как сближение с Юпитером перевело их на орбиты, приводящие их в окрестности Солнца.

Поперечник головы кометы обычно составляет десятки и сотни тысяч километров, но, например, у кометы 1680 г. и у первой кометы 1811 г. он превышал миллион километров, т. е. был почти как поперечник Солнца. Яркость хвоста кометы уменьшается постепенно, и потому длина видимой части хвоста — до того места, где он сливается с фоном неба, сильно зависит от черноты неба, применяемого телескопа и других причин. Обычно длина хвоста составляет миллионы и десятки миллионов километров. Но у яркой кометы 1680 г., имевшей гигантскую голову, хвост был виден на протяжении 300 млн. *км*, т. е. его длина была вдвое больше расстояния от Земли до Солнца.

Наблюдения ярких комет уже давно позволили накопить данные о хвостах. Они послужили основой для изучения их природы. Еще Кеплер высказал правильную мысль, что образование кометных хвостов, направленных в сторону от Солнца, обусловлено отталкивательным действием Солнца на вещество, из которого состоят эти хвосты.

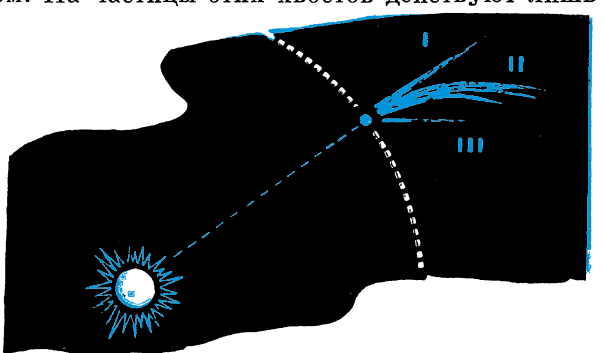


Расположение орбиты кометы Галлея по отношению к орбите Земли (указаны положения кометы и Земли на их орбитах в 1909—1910 гг.).

Изучая наблюдения хвостов различных комет, Ф. А. Бредихин в 70-х годах прошлого века обнаружил, что все кометы по величине отталкивательной силы Солнца, действующей в их хвостах, разделяются на три группы. Некоторые кометы, например яркие кометы 1811, 1843, 1874 гг., имели прямые хвосты, направленные почти прямо от Солнца (они лишь слегка отклонялись в сторону, обратную движению кометы). Бредихин нашел, что на частицы, образующие эти хвосты, названные им хвостами I типа, действует отталкивательная сила Солнца, в десятки раз превосходящая притяжение.

Другие кометы, например комета Донати 1858 г., имели широкие хвосты, изогнутые в виде рога. В этих хвостах, названных хвостами II типа, отталкивательная сила приблизительно равна притяжению или раза в два больше.

Наконец, встречаются хвосты III типа, обычно короткие и очень сильно отклоненные назад от прямой, соединяющей комету с Солнцем. На частицы этих хвостов действуют лишь



Три типа кометных хвостов по Ф. А. Бредихину.

небольшие отталкивательные силы — от ничтожно малых до $^1/_4$ — $^1/_3$ силы притяжения.

У ярких комет, которые в основном исследовались Ф. А. Бредихиным, хвосты разных типов встречаются примерно одинаково часто. Больше того, многие из них имели одновременно по нескольку хвостов. У слабых комет, исследованных советским астрономом С. В. Орловым (1880—1958), хвосты I типа встречаются чаще всего, а хвосты II и III типов — очень редко.

Как показали спектроскопические наблюдения, свечение оболочек головы кометы и хвоста создается газовыми молекулами и пылью. Голова и хвост кометы совершенно прозрачны. Когда комета оказывается между Землей и какой-либо звездой, свет этой звезды доходит до нас без малейшего ослабления. Значит, газы и пыль в кометах чрезвычайно разрежены. С этим хорошо согласуется и тот факт, что массы комет, несмотря на их огромные размеры, во много раз превышающие размеры планет, в миллиарды раз меньше планетных масс. Даже при тесных сближениях комет с небольшими планетами земной группы ни разу не удалось заметить изменения движения планеты под действием притяжения кометы.

При измерении размеров яркого звездоподобного ядра, наблюдающегося у многих комет, оказалось, что его поперечник убывает по мере приближения кометы к Земле. Следовательно, это не настоящее ядро кометы, а просто центральный, более яркий сгусток газа и пыли. Тем не менее не подлежит сомнению, что в голове кометы должно иметься какое-то твердое вещество — источник тех газов и пыли, которые определяют внешний вид и свечение комет.

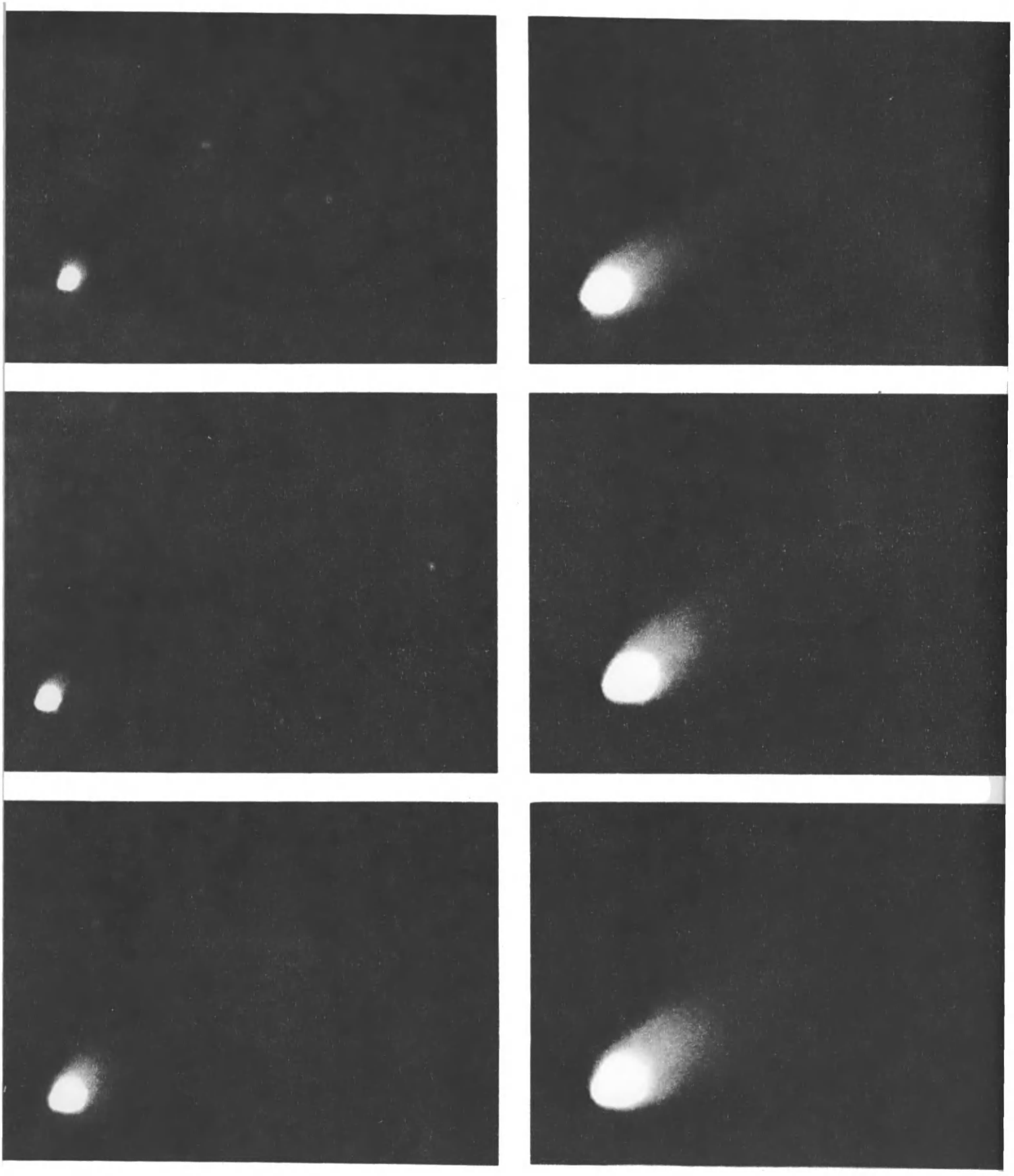
В 60-х годах прошлого столетия было обнаружено, что некоторые кометы и потоки метеорных частиц движутся по одним и тем же путям. После этого большинство астрономов, следуя идее итальянского астронома Джованни Вирджинио Скиапарелли (1835—1910), стали считать, что ядром кометы является довольно плотный рой метеорных частиц, а распад ядра ведет к образованию метеорного потока. Связь метеорных потоков с распадом комет наглядно подтверждалась обильнейшими метеорными дождями, которые наблюдались в 1872 и 1885 гг., в дни, когда Земля пересекала орбиту кометы Биэла. За несколько десятков лет до этого комета Биэла разделилась на глазах у астрономов на две кометы, а затем и вовсе исчезла. Около 1950 г. удалось установить, что ядра комет в основном являются сравнительно небольшими ледяными телами, состоящими из замерзших газов. В них присутствуют всевозможные льды — и обычный водяной лед, и сухой лед из твердой углекислоты, подобный тому, которым пользуются продавцы мороженого, и многие другие льды. Поперечники кометных ядер бывают обычно от нескольких сотен метров до нескольких километров, и потому ядра остаются невидимыми.

Тела и частицы, кружащиеся вокруг Солнца во внутреннем районе планетной системы и непрерывно прогреваемые его лучами, состоят из каменистых нелетучих веществ. Представители таких тел — падающие на Землю метеориты. Но во внешних, холодных районах планетной системы, откуда как раз и приходят кометы, небольшие тела имеют ледяной состав.

Фотография кометы Юрлова — Ахмарова — Хасселя (1939). Комета имела струйчатый хвост I типа.

Комета Брукса.

На обороте: Изменение вида кометы Аренда—Ролана при ее приближении к Солнцу (1957). Снимок сделан на народной обсерватории в г. Петержин (Чехословакия).



Когда ледяное кометное ядро приближается к Солнцу и начинает прогреваться его лучами, газы испаряются и прямо переходят из твердого состояния в газообразное (подобно тому как испаряется, например, нафталин). Пока комета находится далеко от Солнца, газы испаряются слабо, мы видим их лишь в окрестностях ядра, где они плотнее, т. е. нам видна лишь голова кометы с ее туманными оболочками. Когда же комета подходит ближе к Солнцу и испарение усиливается, то обычно становится виден разреженный поток газов, отгоняемый прочь отталкивательным действием Солнца, или даже несколько таких потоков, т. е. один или несколько хвостов кометы.

Кроме замороженных газов, в кометном ядре имеются также нелетучие каменистые вещества. От них происходят пылинки, а также более крупные частицы, которые покидают ядро, увлекаемые потоком испаряющихся газов. Кометные ядра столь малы, что сила тяжести на их поверхности в десятки тысяч раз меньше, чем на Земле. Поэтому даже слабый поток газов способен сдуть плотные частички размером до нескольких миллиметров и рыхлые частички размером до нескольких сантиметров. Сдутые частички имеют очень малые скорости по отношению к ядру и потому движутся по орбитам, очень близким к орбитам самой кометы. Одни из них опережают комету и уходят все дальше вперед, другие все больше и больше отстают. Через несколько оборотов получается поток частиц, распределенных вдоль всей орбиты кометы-родоначальницы. Это и есть процесс образования метеорного потока в результате распада кометного ядра.

В то время как мелкие частицы сдуваются прочь, крупные остаются на поверхности ядра. Таким путем у периодических комет после нескольких приближений к Солнцу на поверхности образуется корка, предохраняющая внутренние части от нагревания и замедляющая испарение льдов. Без такой предохранительной корки комета Энке не могла бы выдержать более 50 возвращений к Солнцу, при каждом из которых она подходит к нему на расстояние в 3 раза меньшее, чем расстояние от Земли до Солнца. Тем не менее каждое приближение кометы к Солнцу сопровождается невосполняемой потерей газов, и раньше или позже комета, приближающаяся к Солнцу, должна исчерпать свой запас газов и распасться. Чем короче период обращения кометы, тем чаще она возвращается к Солнцу, тем быстрее протекает процесс ее разрушения.

Фотография яркой кометы 1948 г., имевшей хвост II типа. Комета была открыта вблизи Солнца во время полного солнечного затмения.

Если бы комета просто отражала солнечные лучи, то при изменении ее расстояния от Солнца суммарный блеск ее изменялся бы обратно пропорционально квадрату расстояния. На самом деле свечение определяется газами, находящимися в голове, и зависит от их количества. В свою очередь количество газов зависит от скорости их выделения из ядра, а эта скорость — от температуры ядра, определяемой расстоянием кометы от Солнца. Поэтому получается, что суммарный блеск кометы возрастает при ее приближении к Солнцу гораздо быстрее, чем по закону обратных квадратов расстояний. Суммарный блеск возрастает в 15—20 раз при приближении к Солнцу в 2 раза. И наоборот, при увеличении расстояния блеск столь же быстро убывает.

Свечение газов в кометах — это переизлучение солнечного света. Причем переизлучаются лишь лучи определенных длин волн, характерных для данной молекулы.

Как показывает излучение спектров, почти у всех комет излучения головы порождаются нейтральными молекулами, состоящими из двух или трех атомов. Главное свечение дают молекулы C_2. Их излучения лежат в видимой области спектра, в том числе и в зеленой части, к которой глаз особенно чувствителен.

Применение фотографии к изучению кометных спектров позволило обнаружить в кометах многочисленные молекулы ядовитого газа циана (CN). Излучение их лежит в невидимой ультрафиолетовой части спектра. Когда удалось глубже изучить ультрафиолетовые лучи, были открыты излучения молекул OH (гидроксил) и NH. С появлением фотопластинок, чувствительных к красным лучам, были обнаружены излучения молекулы NH_2. Наблюдаются также слабые излучения трехатомной молекулы углерода (C_3) и углеводородной молекулы (CH).

В головах комет, подходящих близко к Солнцу, кроме излучений перечисленных выше 7 молекул, появляются также излучения атомов некоторых металлов. На расстояниях, меньших 0,7—0,8 астрономической единицы, в спектре головы появляется желтая линия натрия. У комет же, приближавшихся к Солнцу на расстояние меньше 0,01 астрономической единицы (например, вторая комета 1882 г.), наблюдались линии железа, никеля и, по-видимому, хрома.

Фотография кометы Мркоса (1957). Виден струйчатый хвост I типа (вдали от головы он приобретает сложную структуру) и размытый хвост II типа.

Хвосты I типа образованы ионизованными газами. Главное свечение их происходит от молекул окиси углерода (CO) и азота (N_2), у которых оторвано по одному электрону. Кроме того, наблюдается слабое излучение ионизованных молекул углекислого газа (CO_2) и углеводорода (CH).

Хвосты II типа состоят из нейтральных молекул — тех же самых, которые наблюдаются в голове. Наконец, хвосты III типа состоят из пылинок различных размеров. Некоторые астрономы не согласны с газовой природой хвостов II типа и считают, что они тоже состоят из пылинок, но только особенно мелких.

Список молекул, присутствующих в кометах, заведомо неполон. Нам известны лишь те из них, которые дают достаточно яркие излучения, и притом лежащие в той области спектра, которая ныне доступна наблюдениям. Все молекулы, наблюдаемые в кометах, являются химически неустойчивыми радикалами— они обладают свободными, ненасыщенными валентностями и потому стремятся объединиться в более сложные молекулы. Но головы и хвосты комет так разрежены, что столкновения молекул (при которых они только и могут объединиться) происходят крайне редко и благодаря этому химически неустойчивые радикалы могут сохраняться долгое время.

Ф. А. Бредихин, изучая хвосты комет, предполагал, что отталкивательное действие Солнца, приводящее к появлению кометных хвостов, имеет электрическую природу. Этот взгляд был впервые высказан еще М. В. Ломоносовым, который писал о кометах: «... бледного сияния и хвостов причина недовольно еще изведана, которую я без сомнения в электрической силе полагаю».

На рубеже XIX и XX столетий выдающийся русский физик П. Н. Лебедев (1866—1912) доказал, что на мелкие пылинки давит свет. В то же время теоретические соображения указывали, что свет должен давить и на газовые молекулы.

В настоящее время не подлежит сомнению, что электрические силы и силы светового

давления играют в кометах важную роль. Отталкивательные силы, действующие на нейтральные молекулы и на пылинки, целиком определяются световым давлением Солнца. Газы непрерывно выделяются из ядра кометы, пока оно движется через внутренние районы планетной системы и достаточно прогревается Солнцем. Когда нейтральных молекул много, они видны не только в пределах головы кометы. Виден также поток молекул, навсегда уносимых прочь световым давлением, т. е. хвост II типа. Твердые частицы, все время покидающие ядро вместе с газами, слишком немногочисленны, чтобы образовать заметный пылевой хвост. Но иногда случается, что из ядра вырывается целое облако пылевых частиц разных размеров. Крупные пылинки слабо отталкиваются Солнцем и остаются вблизи ядра, а более мелкие, отталкиваемые сильнее, отходят дальше. Таким образом, облако пылинок растягивается в полоску — хвост III типа. Через несколько дней пылинки рассеиваются, и хвост III типа исчезает.

Иначе обстоит дело в хвостах I типа. Большие отталкивательные силы, действующие в этих хвостах, их струйчатое строение и другие особенности не могут быть объяснены световым давлением. Они связаны с тем, что эти хвосты состоят из ионизованных, т. е. электрически заряженных, молекул. По современным представлениям, пока еще не до конца разработанным, хвосты I типа образуются в результате взаимодействия ионизованных кометных молекул с потоками заряженных корпускул, испускаемых Солнцем.

Путем тщательного изучения самых больших, наиболее вытянутых кометных орбит голландский астроном Оорт в 1950 г. показал, что солнечная система окружена сейчас огромным облаком комет (вернее, кометных ядер). Облако это простирается до расстояний в 100—200 тыс. астрономических единиц (15—30 триллионов *км*) от Солнца и содержит около 10^{11} (т. е. около ста миллиардов) комет. Почти все они движутся по орбитам, перигелии которых лежат далеко за пределами планетных орбит. Они не приближаются близко к Солнцу и не растрачивают своих запасов газов. В районе афелиев своих орбит эти кометные ядра испытывают заметные притяжения со стороны ближайших к Солнцу звезд, которые изменяют их движение, а следовательно, и их орбиты. Случается, что притяжение другой звезды отрывает комету от Солнца, так что запас комет в облаке постепенно уменьшается. Время от времени измененная орбита оказывается такой, что приводит кометное ядро в окрестности Солнца, из него начинают выделяться газы, и мы можем наблюдать комету, движущуюся по крайне вытянутой, почти параболической орбите.

Пролетая среди планет, кометы подвергаются действию их притяжения и снова несколько изменяют свои орбиты. В тех случаях, когда планетные притяжения уменьшают скорость кометы, размеры орбиты сокращаются, комета начинает чаще возвращаться к Солнцу, вновь и вновь меняя свою орбиту под действием планетных притяжений и теряя газы под действием солнечного тепла.

Образование облака комет, окружающего солнечную систему, протекало в эпоху образования планет — несколько миллиардов лет назад — и, по-видимому, из вещества, оставшегося при формировании планет-гигантов.

Среди множества разнообразнейших кометных орбит есть и такие, которые пересекают орбиты планет, в том числе и орбиту Земли. Поэтому изредка должны происходить столкновения планет с кометными ядрами. Судя по всем данным, взрыв Тунгусского метеорита был на самом деле столкновением Земли не с обычным крупным метеоритом, а с ядром небольшой кометы поперечником менее 100 *м*.

МЕТЕОРЫ И МЕТЕОРИТЫ

Метеоры—атмосферное явление

Едва ли можно встретить такого человека, который в звездную ночь не видел бы, как пролетит по небу, словно сорвавшись со своего места, звезда и мгновенно погаснет. Такая «падающая звезда» называется греческим словом м е т е о р, что по-русски означает «происходящее в воздухе».

Метеоры появляются потому, что в земную атмосферу с огромной скоростью влетают мельчайшие твердые крупинки, весящие доли грамма. Эти крупинки в бесчисленном количестве движутся в межпланетном пространстве, и Земля непрерывно встречается с ними. Они движутся с огромной скоростью, доходящей до 73 *км/сек*, т. е. во много раз большей, чем скорость пули или снаряда. Скорость метеор-

ных частиц даже больше скорости искусственных спутников Земли и космических кораблей.

Влетая в атмосферу с такой скоростью, метеорная частица встречает чрезвычайно сильное сопротивление воздуха. Поэтому она быстро нагревается до очень высокой температуры, вскипает и испаряется, превращаясь в раскаленный газ, который быстро рассеивается в воздухе. Вот этот раскаленный и светящийся газ мы и замечаем в виде быстро пролетающего по небу метеора. Таким образом, метеорные частицы не достигают земной поверхности.

После ярких метеоров на небе в течение нескольких секунд виден след — слабо светящаяся тонкая ниточка. Это — свечение отдельных молекул в воздухе.

Чаще всего метеоры наблюдаются в слое атмосферы на высоте от 80 до 120 *км*.

Метеорные потоки

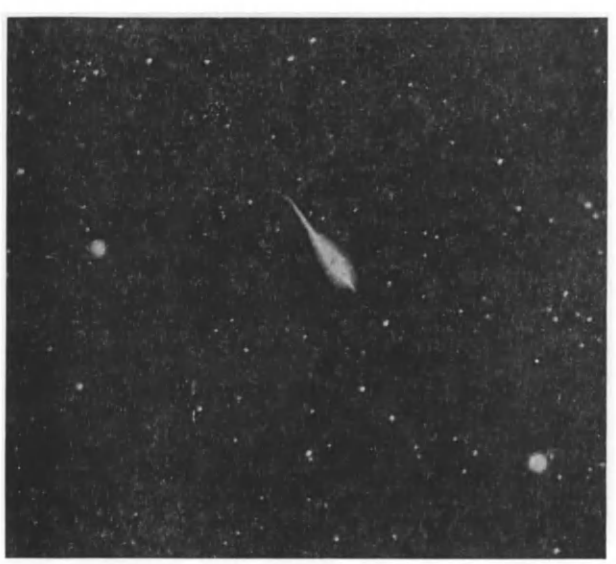
Ежегодно бывают ночи, когда видно особенно много метеоров. В это время метеоры появляются на небе один за другим через короткие промежутки времени (5—10 минут). Они вылетают как бы из одного места и кажутся разлетающимися из него.

То место на небе, откуда вылетают метеоры, называется латинским словом радиант (по-русски «излучающий»). Земля в это время встречает не одиночные метеорные частицы, а целый рой, или облако, таких частиц, называемый метеорным потоком. Все частицы потока движутся параллельно друг другу, а происходящие от них метеоры кажутся нам разлетающимися лишь в перспективе. Вспомните, что рельсы железной дороги, если смотреть вдаль, тоже кажутся нам расходящимися из одной находящейся вдали точки. Между тем в действительности они расположены параллельно друг другу.

Метеорные потоки названы по созвездиям, в которых находятся их радианты. Вот список наиболее крупных метеорных потоков с указанием созвездий, к которым они относятся:

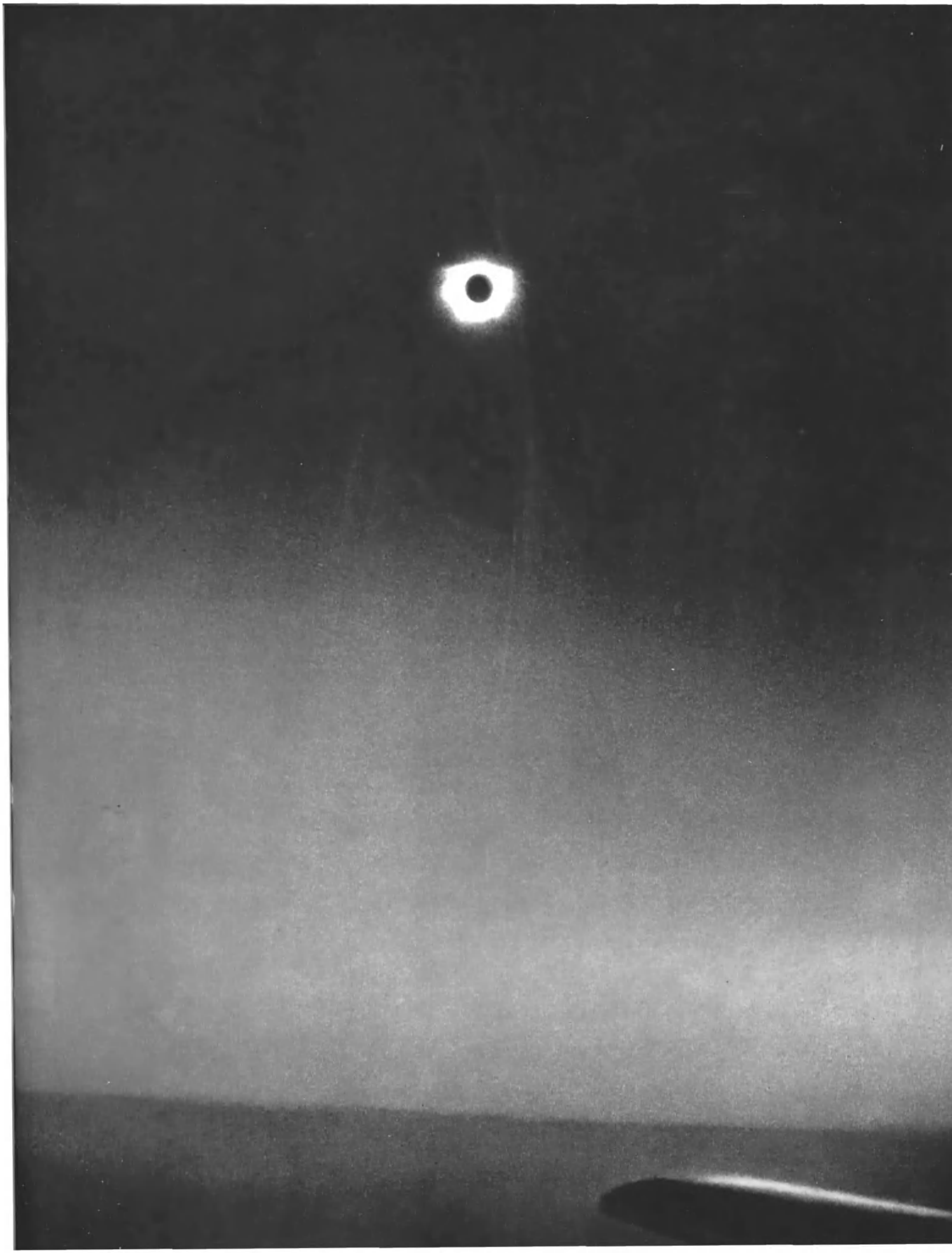
Время встречи Земли с потоком	Название метеорного потока	Название созвездий
Со 2 по 4 января	Квадрантиды	Дракон
С 18 по 24 апреля	Лириды	Лира
С 28 апреля по 5 мая	Аквариды	Водолей
С 5 по 18 августа	Персеиды	Персей
10 октября	Дракониды	Дракон
С 20 по 24 октября	Ориониды	Орион
С 15 по 17 ноября	Леониды	Лев
С 10 по 18 декабря	Гемениды	Близнецы

Ученые, в том числе итальянский астроном Скиапарелли и русский астроном Ф. А. Бредихин, давно уже доказали, что метеорные потоки возникают в процессе распада комет, а метеорные частицы в виде потока рассеиваются вдоль орбиты кометы. Пересекая эту орбиту, Земля встречает рассеянные метеорные частицы, которые во множестве влетают в ее атмосферу. Бывает, что метеорный поток оказывается особенно обильным, тогда наблюдается настоящий «звездный дождь». В это время каждую минуту на небе появляются сотни и тысячи метеоров. Такой «звездный дождь» наблюдался, например, в нашей стране и во всей Европе в ночь с 9 на 10 октября 1933 г. В Ленинграде его наблюдали около 11 часов вечера в продолжение полутора часов. Целые толпы людей останавливались на улицах, любуясь этим замечательным явлением, своеобразным «небесным фейерверком».



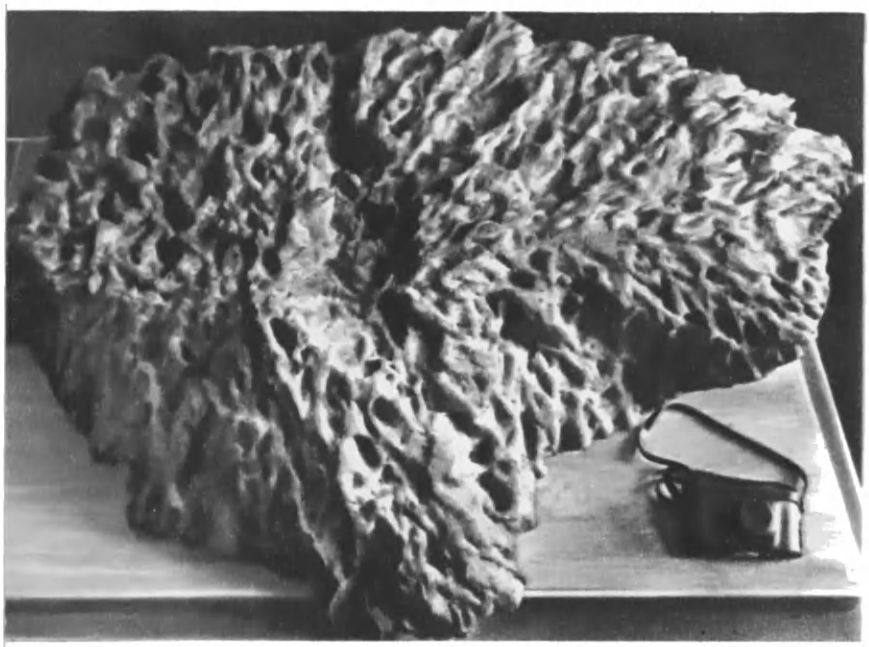
Фотография метеора.

Полное солнечное затмение. Снимок сделан 15 февраля 1961 г. из окна самолета ТУ-104 над Ростовом-на-Дону на высоте 10 тыс. *м*.



Фотография пролета яркого метеорита через полярную область неба. Получена неподвижным фотоаппаратом (см. также фотографию движения звезд на цветной карте звездного неба (стр. 64—65).

В и з у с п р а в а: затвердевшие капельки-шарики, сдутые встречными потоками воздуха с поверхности метеорита и образующие пылевой след болида.



Самый крупный целый метеорит весом 1745 кГ из Сихотэ-Алинского железного метеоритного дождя. Для сравнения рядом с метеоритом лежит фотоаппарат ФЭД.

Наблюдения метеоров

Раньше астрономы наблюдали метеоры только невооруженным глазом. Следя за каким-либо участком неба, они наносили каждый замеченный метеор на звездную карту в виде стрелки. Стрелка соответствовала положению пути метеора среди звезд. Наблюдая невооруженным глазом в течение ряда ночей какой-либо метеорный поток, астрономы каждую ночь составляли новую карту. Потом по этим картам определялись радианты и их смещения на небе от ночи к ночи. Полученные данные позволяли вычислить орбиты потоков. Во время наблюдения метеоров отмечались все их особенности: цвет, яркость, характер оставляемых ими следов, определялась продолжительность свечения метеора и др.Несколько десятилетий назад метеоры стали фотографировать. Наблюдения с помощью фотографии оказались значительно точнее, но фотографировать можно только очень яркие метеоры, а они появляются много реже. Поэтому визуальный метод наблюдений не потерял своего значения и теперь.

Лет 15—20 назад начали наблюдать метеоры при помощи радиолокации. Наблюдатель метеоров, находящийся на специальной станции, посылает при помощи радиолокатора радиоволны длиной в несколько метров. В момент пролета метеора радиоволны отражаются от оставленного метеором следа и регистрируются тем же радиолокатором. В результате на специальной светочувствительной пленке получается изображение метеора в виде своеобразной вспышки. Наблюдения при помощи радиолокации еще более точны. Особенно важно то, что такие наблюдения можно производить в любую погоду, даже при сплошной облачности (для радиоволн облака — не помеха), и притом не только ночью, но и днем.

Изучение метеоров имеет очень большое научное значение. Особенно важным оно стало теперь, когда человек начинает проникать в космос. Недалеко время, когда люди отправятся в путешествие к другим небесным телам: Луне, Марсу, Венере. Поэтому очень важно знать, как распространены метеорные частицы в пространстве, и изучить орбиты метеорных потоков, чтобы научиться избегать опасности от встреч с метеорными частицами при космических полетах. Ведь среди метеорных частиц встречаются и более крупные, весом в граммы и больше. При огромной скорости такого камешка удар его о стенку космического корабля может вызвать катастрофу.

Фотография следа болида, наблюдавшегося на Чукотке 19 октября 1941 г.

Фотография того же следа спустя несколько минут. Под влиянием сильного ветра, дующего в стратосфере на разных высотах в разных направлениях, след искривился и принял зигзагообразную форму.

Огненные шары — болиды

Иногда на небе неожиданно появляется стремительно несущийся огненный шар. За ним тянется огненный хвост, рассыпаются искры и затем остается слабо светящийся туманный след. Этот огненный шар называется греческим словом б о л и д, что по-русски означает «метательное орудие». Болид пролетает в течение нескольких секунд, а след, оставшийся после

его исчезновения, бывает виден много минут, а иногда больше часа. Под действием сильного ветра, дующего в верхних слоях стратосферы в разные стороны, след непрерывно изменяет свою форму. Постепенно изгибаясь во все стороны, он разрывается как бы на клочья и затем исчезает. Во время полета болида ночью местность на сотни километров вокруг освещается ярким светом. Особенно крупные и яркие болиды видны днем, даже при ярком солнечном свете. След болида, наблюдаемый днем, имеет вид светло-серой полосы, простирающейся по небу.

Обычно через несколько минут после исчезновения яркого болида раздаются удары, подобные взрывам, а затем доносится грохот и постепенно затихающий гул. Нередко в тех местах, над которыми пролетает болид, ощущается слабое сотрясение почвы и строений.

Болиды — это те же метеоры, но во много раз более яркие. Они появляются в результате попадания в атмосферу крупных камней или кусков железа. Наиболее крупные из них за время движения в атмосфере не успевают полностью разрушиться, и их остатки падают на поверхность Земли. Такие упавшие на Землю глыбы или осколки называют м е т е о р и т а м и.

Метеориты — вестники космоса

Метеориты имеют невзрачный вид: они представляют собой серые, черные или черно-бурые куски камней или железа. Но это единственные неземные тела, которые мы изучаем непосредственно.

Мы можем держать метеориты в руках, исследовать в лабораториях их химический и минеральный состав, изучать структуру и различные физические свойства.

О падении метеоритов люди знали еще в глубокой древности. У некоторых народов метеориты в течение многих веков почитались как «посланцы бога» и им поклонялись. В Мекке (Саудовская Аравия) и теперь сохраняется каменный метеорит, называемый «черным камнем». Он вделан в стену храма Каабы, и к нему ежегодно приходят на поклонение верующие мусульмане.

В старинных летописях разных народов есть очень много записей о «камнях с неба». Самая ранняя запись о метеоритах в русских летописях рассказывает о падении метеорита в 1091 г.

Однако ученые в течение долгого времени не признавали метеориты за внеземные тела и считали их земными камнями. Даже в конце XVIII в. академики Парижской академии, самого авторитетного в то время научного учреждения в мире, утверждали, что камни не могут падать с неба. Но в это время путешествовавший по Сибири русский академик Паллас увидел удивительную железную глыбу весом больше полутонны. Эту глыбу нашел еще в 1749 г. кузнец Медведев. Паллас распорядился доставить находку Медведева в Петербург для изучения. Куски этой глыбы тщательно изучил выдающийся физик Э. Ф. Хладни, чех по происхождению. Он пришел к выводу, что найденная Медведевым железная глыба, как и многие другие подобные находки, сделанные в разных странах, не могла образоваться на Земле и является гостем из мирового пространства. Об этом Хладни написал специальную книгу, которая была напечатана в Риге в 1794 г.

Позднее ученые согласились с выводами Хладни, и космическое происхождение метеоритов было признано.

Таким образом, наша страна явилась родиной науки о метеоритах — м е т е о р и т и к и.

Особенно большое развитие эта новая область науки получила в нашей стране после Великой Октябрьской социалистической революции.

В Академии наук СССР существует специальный Комитет по метеоритам, который ведает сбором, изучением и хранением метеоритов в СССР. При Комитете имеется большая коллекция метеоритов. Небольшие метеоритные коллекции имеются в музеях многих городов Советского Союза. Все эти коллекции доступны для осмотра.

Общий вид и размеры метеоритов

Главный признак метеоритов — к о р а п л а в л е н и я. Она имеет толщину не более 1 *мм* и со всех сторон, наподобие скорлупы ореха, покрывает каждый целый метеорит.

Другой признак метеоритов — характерные ямки на их поверхностях. Они называются р е г м а г л и п т а м и, что в переводе с греческого означает «вырезывать», «долбить». Эти регмаглипты образуются в результате сверлящего действия воздуха во время движения в нем метеорита.

Обычно метеориты имеют форму обломков, что является результатом их действительного раскола в атмосфере во время движения. И только очень редко падают метеориты, имеющие замечательную конусообразную форму, напоминающую форму головки снаряда. Такая форма образуется в результате «обтачивания» метеорита воздухом.

Самый крупный цельный метеорит был найден в Южной Африке в 1920 г. Метеорит этот железный и весит около 60 *Т*. Как будет видно из дальнейшего, на Землю падали и еще большие метеориты, но от них сохранились только отдельные осколки. В подавляющем же большинстве метеориты невелики. Чаще всего они весят сотни граммов или немногие килограммы. Метеориты весом в десятки, а тем более в сотни килограммов составляют уже редкость. Самые маленькие весят доли грамма.

Совсем недавно — 24 ноября 1959 г.— упал метеорит в Азербайджане. Это Ярдымлинский железный метеорит. Найдено 6 кусков, из них наиболее крупный весит 127 *кГ*, а самый маленький— около 300 *Г*.

Наиболее часто падают каменные метеориты. В среднем из 16 упавших метеоритов только один оказывается железным. Еще реже падают железокаменные метеориты.

Как падают метеориты

Метеориты падают внезапно, они могут упасть в любое время и в любом месте земного шара.

Влетев в земную атмосферу со скоростью 15—20 и более километров в секунду, метеорное тело уже на высоте 100—120 *км* встречает очень сильное сопротивление воздуха. Хотя на этой высоте атмосфера и сильно разрежена, из-за огромной скорости метеорного тела находящиеся перед ним частицы воздуха быстро сжимаются. В результате перед движущимся метеорным телом образуется своеобразная подушка из сильно нагретого сжатого воздуха. Нагревается до нескольких тысяч градусов и поверхность самого метеорного тела. В этот момент оно и видно с Земли как болид.

Пока метеорное тело несется в атмосфере с космической скоростью, вещество, из которого оно состоит, расплавляется, вскипает и превращается в пар, а частично разбрызгивается мельчайшими капельками. Поэтому метеорное тело как бы тает, непрерывно уменьшается. От разбрызгиваемых капелек, которые, затвердевая, превращаются в шарики, образуется след, остающийся на пути движения болида.

Приближаясь к земной поверхности, метеорное тело попадает в более плотные слои атмосферы. Поэтому сопротивление воздуха нарастает еще сильнее, и метеорное тело начинает быстро тормозиться. Наконец на высоте около 10—20 *км* оно полностью затормаживается, перестает нагреваться и светиться и болид исчезает. Остаток метеорного тела — метеорит, уже значительно охлажденный под влиянием силы тяжести,— падает на землю как обыкновенный брошенный камень.

Только что упавший метеорит бывает теплым или горячим, но не раскаленным. Поэтому метеориты при падении не могут вызвать пожара. Однако метеорит огромных размеров, весящий сотни тысяч тонн или больше, не может затормозиться в воздухе. Он со скоростью многих километров в секунду ударится о землю. При ударе такой метеорит мгновенно нагреется до очень высокой температуры и значительная часть его вещества превратится в пар. Устремляясь с огромной силой во все стороны, этот пар произведет взрыв. На месте удара

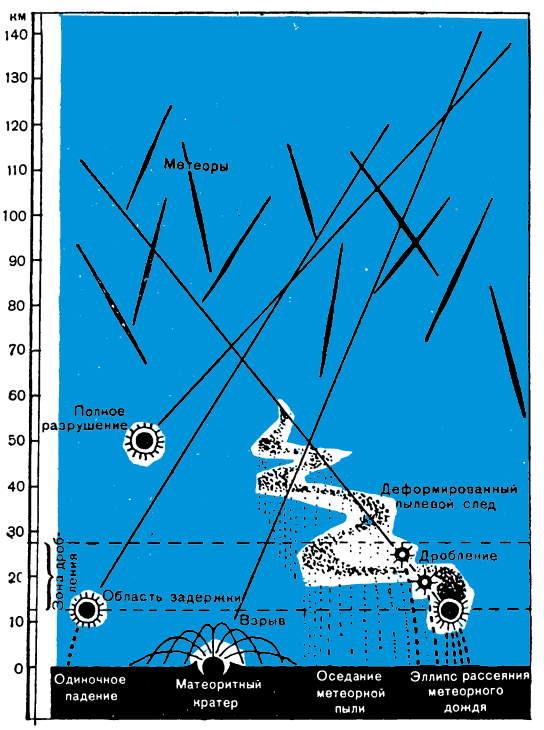
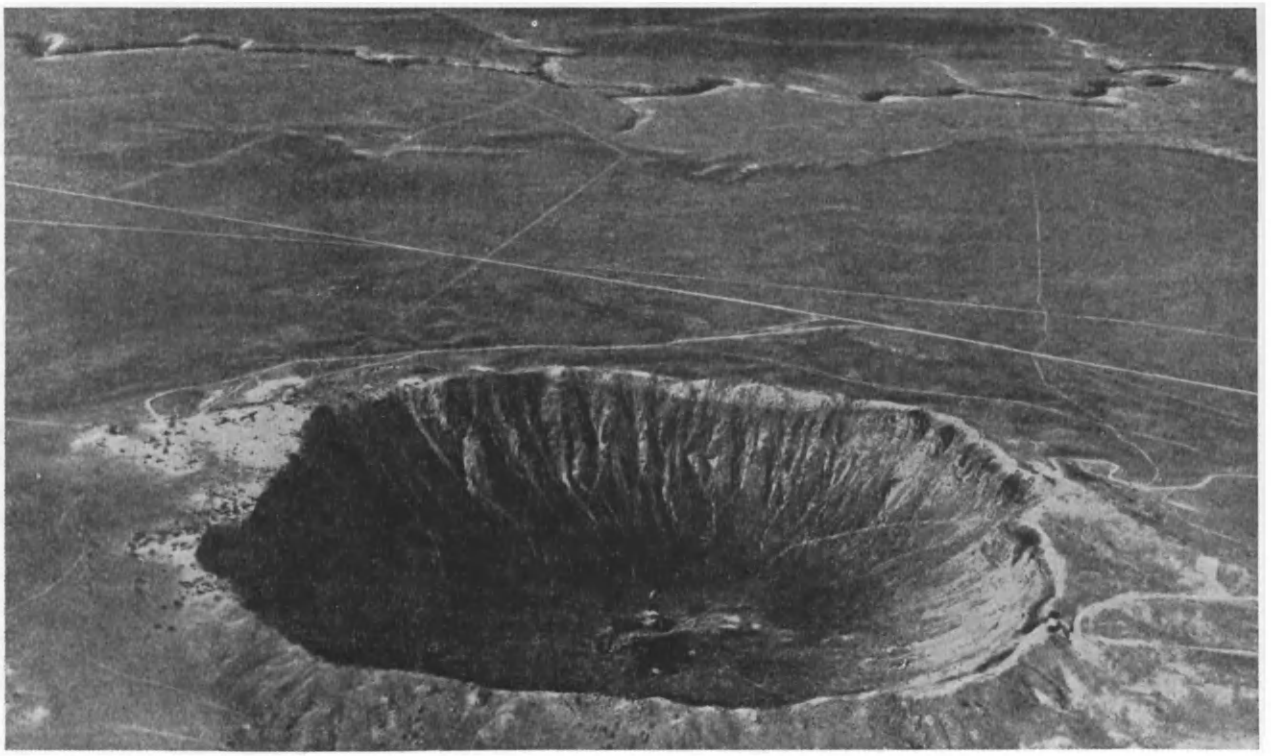


Схема движения в атмосфере метеоров и метеоритов.



Аризонский метеоритный кратер.

метеорита образуется воронка — так называемый метеоритный кратер, а уцелевшие от метеорита отдельные осколки разлетятся во все стороны вокруг кратера.

В разных местах земного шара найдено много метеоритных кратеров. Огромный метеоритный кратер, называемый Аризонским или Ущельем Дьявола, находится в США. Его поперечник равен 1200 *м*, а глубина — 170 *м*. Вокруг этого кратера было собрано много тысяч мелких осколков железного метеорита общим весом свыше 20 *Т*. Весь же метеорит, несомненно, весил много тысяч тонн. В нашей стране группа метеоритных кратеров имеется на острове Саарема в Эстонской ССР.

Железный дождь

В тихое и морозное утро 12 февраля 1947 г. ослепительно яркий болид стремительно пронесся по небу над советским Приморьем. Оглушительный грохот раздался после его исчезновения. Распахнулись двери в домах, со звоном полетели осколки оконных стекол, посыпалась с потолков штукатурка, из топившихся печей было выброшено пламя с золой и головешками. Животные метались в паническом страхе. На небе вслед за пролетевшим огненным шаром остался след в виде широкой серой полосы, похожей на дым. Вскоре след стал изгибаться и, словно сказочный исполинский змей, распростерся по небу. Постепенно слабея и разрываясь на клочья, след исчез только к вечеру.

Все эти явления были вызваны падением огромного железного метеорита, получившего название Сихотэ-Алинского (он упал в отрогах хребта Сихотэ-Алинь). Четыре года Комитет по метеоритам на месте занимался изучением обстановки падения этого метеорита и сбором его осколков. Метеорит еще в воздухе раскололся на тысячи частей разного размера и веса и выпал на землю удивительным железным дождем. Наиболее крупные части метеорита —

Падение Сихотэ-Алинского метеорита.

На обороте: Звездный дождь в Ленинграде.

«капли» — весили по нескольку тонн. При падении эти крупные куски, раздробив скальные породы, образовали в них воронки и сами раскололись на многие тысячи осколков. Было обнаружено свыше 200 метеоритных воронок диаметром от 10 *см* до 26 *м*.

За все время работ экспедициями было собрано и вывезено из тайги более 7000 осколков общим весом около 23 *Т*. Самые крупные из них весят 1745, 1000, 700, 500, 450 и 350 *кГ*.

Тунгусский метеорит-комета

Утром 30 июня 1908 г. в глухой сибирской тайге наблюдалось явление, похожее на падение гигантского метеорита. Тогда это явление было названо падением Тунгусского метеорита, так как место падения оказалось расположенным недалеко от реки Подкаменной Тунгуски. Ослепительно яркий болид был виден по всей Центральной Сибири, на территории радиусом около 600 *км*. Через несколько минут после того, как болид скрылся за горизонтом, раздались удары огромной силы. Затем послышался сильный грохот и гул. Во многих селениях в окнах раскололись стекла, с полок попадала посуда. От воздушной волны люди валились с ног. Удары были слышны в радиусе, превышающем 1000 *км*.

К сожалению, изучением этого замечательного явления ученые занялись много времени спустя, уже после Октябрьской революции. Впервые ученый посетил место предполагавшегося падения метеорита в 1927 г. Это был Л. А. Кулик, он возглавлял специальную экспедицию Академии наук СССР. По разлившимся весной таежным речкам Кулик в сопровождении местных жителей-эвенков пробрался на плотах в «страну мертвого леса». Здесь, на площади радиусом в 25—30 *км*, он обнаружил поваленный лес. Деревья лежали с вывороченными корнями, образуя гигантский веер вокруг центрального участка области вывала леса. Потом еще несколько экспедиций, проведенных Куликом, занимались изучением обстановки падения метеорита. Центральная область поваленного леса была сфотографирована с самолета.

Несколько ям, которые Кулик вначале принял за метеоритные воронки, были раскопаны. Однако осколков метеорита в них не удалось найти. Это и не удивительно, так как ямы оказались обыкновенными болотами, а не метеоритными воронками.

Наступившая Великая Отечественная война прервала исследования Кулика, а сам он доб-

Поваленный лес в районе падения Тунгусского метеорита-кометы.

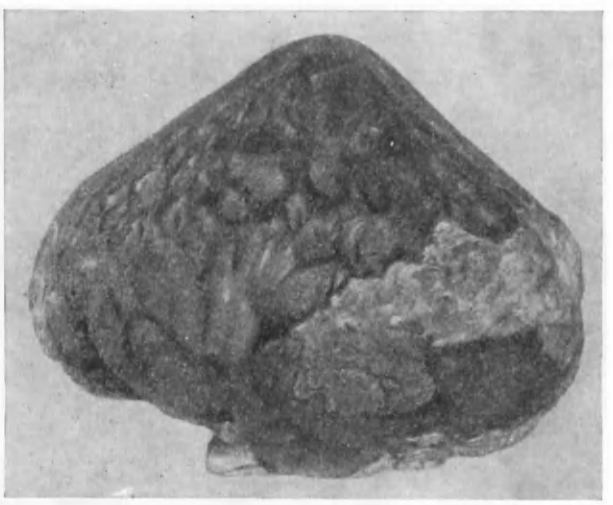
ровольцем ушел защищать Родину и погиб в 1942 г.

После войны Комитет по метеоритам возобновил изучение обстоятельств падения Тунгусского метеорита. Было вновь проведено несколько экспедиций во главе с К. П. Флоренским. Экспедиции установили, что метеорит взорвался в воздухе. Возможно, что он был ядром кометы, которое полностью разрушилось, не достигнув земной поверхности. Поэтому в районе падения нет ни метеоритных кратеров, ни осколков метеорита. Однако в почве здесь удалось обнаружить мельчайшие частицы (шарики), представляющие собой выпавший на Землю продукт разрушения Тунгусского метеорита-кометы. Комитет по метеоритам и Институт геохимии и аналитической химии Академии наук СССР продолжают изучать это распыленное вещество метеорита.

Из чего состоят метеориты

Ученые уже давно установили, что метеориты состоят из тех же химических элементов, которые имеются и на Земле. Никаких иных элементов в них не найдено.

Преимущественно в метеоритах присутствуют следующие восемь элементов: железо, никель, сера, магний, кремний, алюминий, кальций и кислород. Все остальные химические элементы встречаются в метеоритах в ничтожных количествах. Соединяясь химически между собой, элементы образуют в метеоритах различные минералы. Большинство этих минералов широко распространено и в земных горных породах. Но встречаются в метеоритах, правда в очень незначительных количествах, и такие минералы, которые не были обнаружены на Земле. По-видимому, они не могут существовать в условиях земной атмосферы. По своему химическому составу метеориты подразделяются на железные, железокаменные и каменные.



Каменный метеорит «Каракол», упавший в Семипалатинской области 9 мая 1940 г. Метеорит весит 2,788 *кГ* и имеет замечательную конусообразную форму.

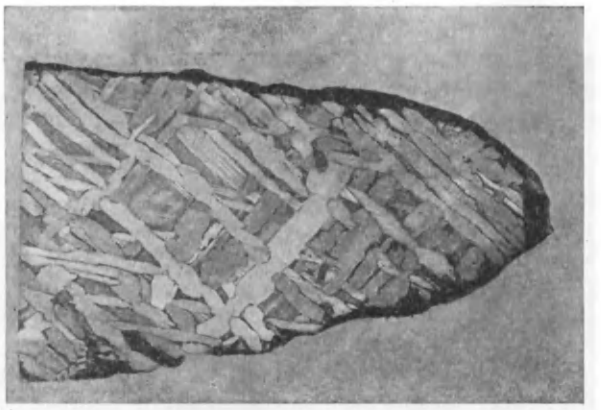
Железные метеориты почти целиком состоят из железа в соединении с никелем и с малым количеством кобальта. Каменные метеориты состоят главным образом из минералов, которые называются силикатами. Силикаты представляют собой соединения кремния с кислородом, с примесью различных других элементов, например магния, алюминия, кальция и др. Но и в каменных метеоритах имеется никелистое железо в виде мелких включений—зернышек, рассеянных во всей массе метеорита. Железокаменные метеориты состоят приблизительно из равных количеств никелистого железа и каменистого вещества. Они представляют собой как бы железную губку, пустоты в которой заполнены желтовато-зеленоватым минералом оливином.

Особенно интересна структура метеоритов. Так, если отполировать поверхность железного метеорита и протравить ее слабым раствором кислоты, то на поверхности появится интересный рисунок. Он состоит из переплетающихся между собой полосок, которые называются видманштеттеновыми фигурами, по имени открывшего их австрийского ученого Видманштеттена. На некоторых железных метеоритах при травлении появляются тонкие параллельные линии. По имени открывшего их немецкого ученого Неймана они называются неймановыми.

Эти особенности железных метеоритов являются результатом их кристаллического строения.

Если посмотреть на излом какого-либо каменного метеорита, то почти всегда даже невооруженным глазом можно заметить округлые частицы; иногда они имеют вид совершенно правильных шариков, диаметром в среднем около 1 *мм*. Эти шарики называются хондрами, что означает «зерно».

В метеоритных коллекциях можно встретить стеклянные куски небольшого размера и весом в десятки граммов. Они были найдены в разных местах земного шара и получили общее название тектиты. До сих пор окончательно

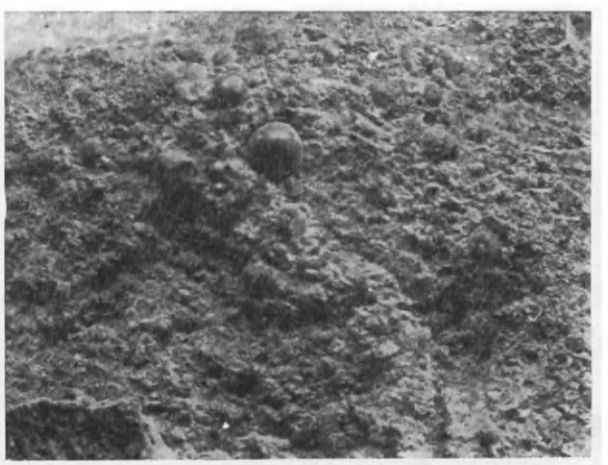


Видманштеттеновы фигуры на протравленной поверхности железного метеорита «Чебанкол».

не установлено, как образовались тектиты. Некоторые ученые считают их особым, стеклянным, типом метеоритов.

Происхождение метеоритов

Теперь уже окончательно установлено, что метеориты представляют собой осколки малых планет — астероидов. Помимо тех крупных астероидов, которые видны в телескопы, в космосе существует множество мелких; их поперечники не превышают километра, а бывают и значительно меньше. Это уже не планеты, а скалы или просто камни, носящиеся в межпланетном пространстве. Сталкиваясь между собой, они и теперь продолжают дробиться на все большее число еще более мелких осколков. Вот эти-то осколки, встречаясь с Землей, и падают на ее поверхность в виде метеоритов.



Поверхность излома каменного метеорита «Саратов», на котором четко видны хондры.

Изучая метеориты, мы узнаём, из чего состоят они, и таким путем определяем состав небесных тел, частью которых являются метеориты. Таким образом, метеориты помогают решать важную проблему — происхождение планетной системы и отдельных планет, в том числе и нашей Земли, помогают изучать состав и строение внутренних частей Земли. Недавно советский ученый акад. А. П. Виноградов произвел важное исследование. На основании изучения метеоритов он установил, что кора Земли образовалась в результате переплавления метеоритного вещества, из которого в еще более раннее время образовались внутренние слои Земли.

Помощь населения в сборе метеоритов

Болиды появляются неожиданно, и нельзя заранее предсказать, когда и где упадет метеорит. Следовательно, нельзя заблаговременно подготовиться к наблюдениям падения метеоритов. Поэтому ученым в их работе могут оказать большую помощь очевидцы полета болида, если они сообщат подробно о всех тех явлениях, которые наблюдали. В случае находки метеорита нельзя его дробить. Нужно принять меры к его охране и вместе с описанием наблюдавшихся явлений сообщить в Комитет по метеоритам Академии наук СССР [1].

При описании болида нужно по возможности ответить на следующие вопросы: 1) дата и время наблюдения; 2) место наблюдения; 3) направление движения болида; 4) продолжительность полета болида в секундах; 5) размеры болида по сравнению с видимыми размерами Луны или Солнца; 6) цвет болида; 7) была ли освещена местность во время полета болида; 8) наблюдалось ли дробление болида; 9) остался ли после болида след, каковы его форма и последующие изменения, а также продолжительность видимости; 10) какие звуки были слышны во время полета болида и после его исчезновения.

В описании нужно также указать фамилию, имя, отчество и почтовый адрес наблюдателя.

[1] Адрес Комитета по метеоритам Академии наук СССР: Москва, В-313, ул. Марии Ульяновой, 3, корпус 1, подъезд 2.

ЗВЕЗДЫ И ГЛУБИНЫ ВСЕЛЕННОЙ

Сколько звезд на небе?

Когда в ясную ночь с открытого места за городом вы смотрите на небо, вам кажется, что оно усыпано бесчисленными звездами. Как будто по темному бархату кто-то разбросал великое множество бриллиантов— так искрятся и переливаются разноцветными огоньками звезды.

Наш великий ученый и поэт М. В. Ломоносов в одной из своих од так писал о небе:

Открылась бездна, звезд полна,
Звездам числа нет, бездне — дна.

Впечатление о бесчисленности звезд, видимых невооруженным глазом, ошибочно. Оно исчезнет, если вы запомните главные звезды созвездий.

В таком впечатлении нет ничего удивительного. Когда вы впервые входите в незнакомый класс, вам кажется, что учеников в нем очень много. Но когда вы узнаете хотя бы некоторых из них и признаете в них старых знакомых, вам покажется, что учеников в этом классе не так уж много.

Даже в самую ясную безлунную ночь за городом, где не мешает городской свет, на небе невооруженному глазу видно всего лишь около 3000 звезд.

Число звезд кажется преувеличенным, пока мы еще не разбираемся в узоре созвездий. Впечатление бесчисленности звезд усиливается их мерцанием — одни и те же звездочки кажутся то ярче, то слабее из-за того, что между ними и нами протекают струйки воздуха различной плотности.

Самые яркие звезды условились называть звездами 1-й величины, а самые слабые из видимых невооруженным глазом — звездами 6-й величины. Звезды 1-й величины ярче звезд 6-й величины в 100 раз. В бинокль видны звезды до 8-й—9-й величины, а в телескоп—еще более слабые.

Звезд 1-й величины, особенно ярких, на всем небе около 20, звезд 2-й величины, таких, как главные звезды созвездия Большой Медведицы, около 70, а всех звезд ярче 6-й величины около 6000; но над горизонтом видна только половина всего неба.

Звездные карты, атласы и каталоги

Астрономы при помощи сильных телескопов сосчитали много звезд. Более того, для множества звезд они определили очень точно их положение на небе и установили их видимую звездную величину. Еще более двух тысяч лет назад греческие ученые составили первые списки звезд, в которых указали точное положение сотен звезд на небе. Такие большие списки с обозначением положений звезд получили название звездных каталогов.

Положение звезд на небе определяют при помощи различных специальных инструментов. В наше время для этого служат небольшие телескопы, снабженные металлическими кругами, разделенными на градусы и их доли. По этим кругам можно точно отсчитать в угловой мере направление телескопа, когда в него видна данная звезда.

Положение на небе более ярких звезд определено с большей точностью, чем положение многочисленных слабых звезд. В общей сложности усилиями ученых разных стран и в разное время занесены в каталоги положения почти миллиона звезд. Это примерно в полтораста раз больше числа звезд, которые мы видим невооруженным глазом в обоих полушариях Земли, и раз в пять больше числа волос на голове у человека с густой шевелюрой.

Итак, около миллиона звезд находится на строгом учете, а не просто сосчитано.

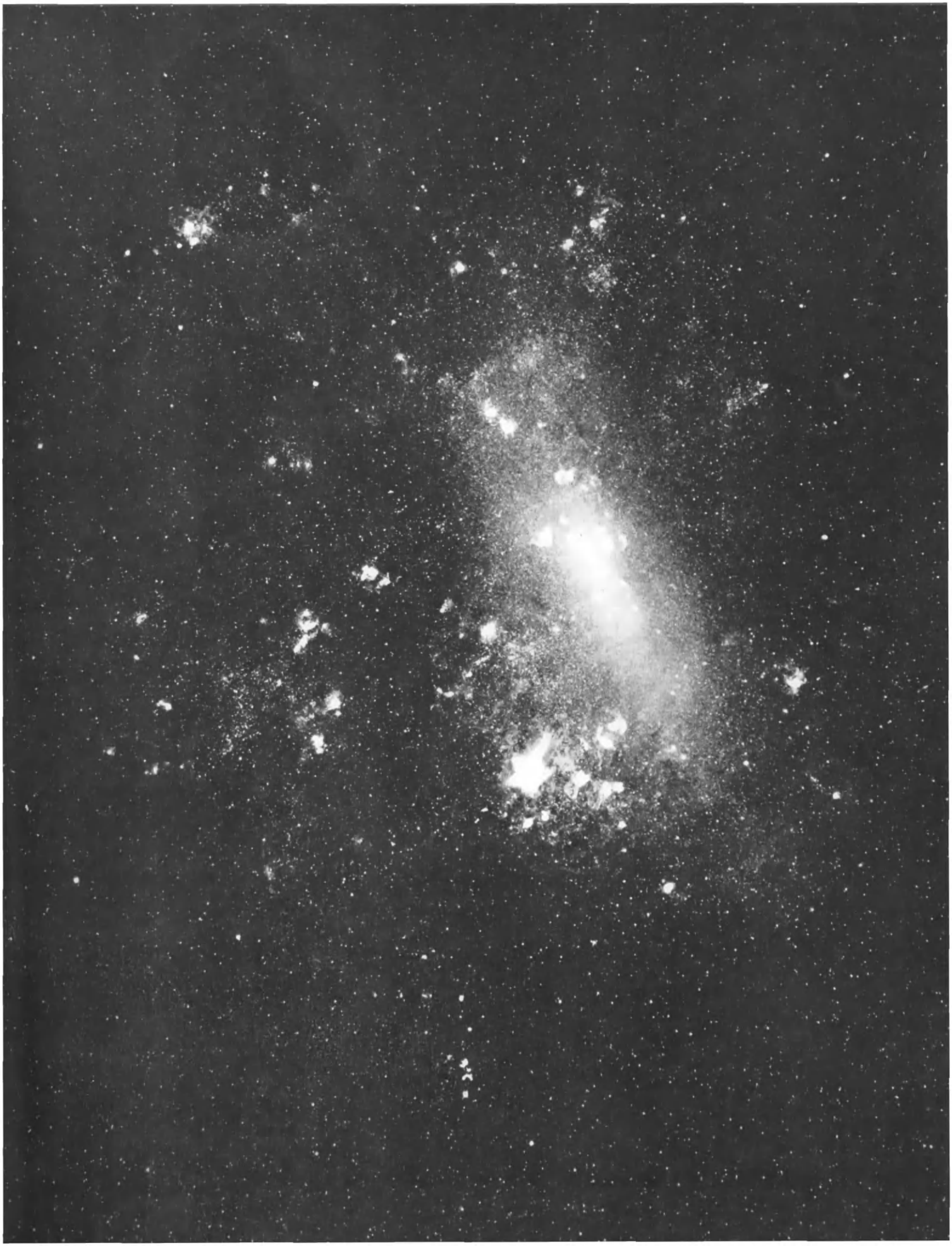
Менее яркие звезды, слабее 11-й звездной величины, подсчитываются пока лишь приблизительно — примерно так же, как деревья разных пород в большом лесу. Подсчитано, что звезд ярче 21-й звездной величины около двух миллиардов. Самыми большими из современных телескопов можно было бы сфотографировать в несколько раз больше звезд.

По установленным положениям звезд на небе можно составить карты звездного неба. Одна такая звездная карта, содержащая звезды, которые видны невооруженным глазом в северном полушарии, дана в этой книге на стр. 64—65.

Недавно одним из самых больших телескопов было заснято $^3/_4$ всего неба и с этих фотографий сделаны отпечатки. Такой фото-

Фотография большого Магелланова Облака. Эта далекая звездная система видна невооруженным глазом в южном полушарии Земли.

На обороте: Фотография темной пылевой туманности Конская голова.



графический атлас неба показывает все звезды до 21-й величины. Он состоит почти из 900 листов, каждый из которых представляет квадрат размером 36×36 *см*.

Видимое и действительное. Светимости звезд

В астрономии всегда нужно ясно отличать видимое от действительного. Мы говорим: «Солнце коснулось горизонта»,— и мы это видим. Но ведь на самом-то деле Солнце горизонта не касается и горизонт — это только видимая линия, кажущийся край Земли.

Самое грубое указание видимого места звезды на небе — это указание созвездия, в котором звезда находится. Но это указание говорит лишь о приблизительном направлении к звезде. Соседние на вид звезды одного созвездия могут быть на совершенно различных расстояниях от нас, а в пространстве очень далекими друг от друга. Следовательно, указание «в таком-то созвездии» есть лишь указание направления к звезде, а не положения ее в пространстве.

Расстояния до многих ближайших звезд, а следовательно, их положения не только видимые, но и в пространстве удалось определить с большим трудом. Расстояния же до подавляющего большинства звезд пока не поддаются точному определению.

Звезда, кажущаяся яркой, может выглядеть такой или оттого, что она близка к нам, или оттого, что хотя она и далека, но ее истинная сила света очень велика. Из 20 ближайших к нам звезд только три видны невооруженным глазом, а из 20 звезд, кажущихся самыми яркими, только три входят в число ближайших. Другие самые яркие звезды находятся очень далеко от нас, но они излучают много света.

Сила света звезды по сравнению с Солнцем называется ее с в е т и м о с т ь ю. Если говорят, что светимость звезды равна 5, то это значит, что она в действительности в 5 раз ярче Солнца, а если ее светимость обозначается 0,2, то она в 5 раз слабее Солнца.

Светимость звезды можно рассчитать, если известно расстояние до нее. И наоборот, зная светимость звезды, можно определить расстояние до нее, так как видимый блеск источника света меняется обратно пропорционально квадрату расстояния до него.

Велик и разнообразен мир звезд. Если свет Солнца принять за свет свечи, то во Вселенной есть звезды, которые светят и как ночные светлячки, и как мощные прожекторы. Точнее говоря, есть звезды по силе света в 50 тыс. раз слабее Солнца (из них мы видим лишь ближайшие) и в миллион раз ярче его. Некоторые звезды иногда светят в миллиард раз ярче Солнца — о них будет сказано дальше.

Самые яркие звезды ярче самых слабых в десятки миллиардов раз. Таким образом, когда мы говорим, что все звезды — это такие же солнца, как наше, то подразумеваем под этим лишь то, что все они самосветящиеся вследствие высокой температуры небесные тела. Сила же их света, или светимость, и размеры очень разнообразны.

«Градусники» для звездных температур

Звезды различны не только по силе света, но и по цвету. Если мы присмотримся к более ярким звездам, то заметим, что они различного цвета: голубоватого, белого, желтого, оранжевого и красного. Как установили ученые, цвет звезд соответствует температуре их поверхности. Голубоватые звезды самые горячие — температура на их поверхности составляет десятки тысяч градусов. У белых звезд (таких, как Сириус и Вега) температура около 10 000°, у желтых (как Капелла и наше Солнце) — порядка 6000° и у красных (как Бетельгейзе и Антарес) — 3000° и ниже. Повторяем, это температура их поверхности. В направлении к центру звезд температура растет и в центре достигает миллионов и десятков миллионов градусов. На Земле совсем недавно такие высокие температуры были недостижимы. Только в последнее время при взрыве атомных и водородных бомб они возникают на короткое время. Причина и тут и там одного и того же характера — в недрах звезд происходят реакции с ядрами атомов и постепенное превращение водорода в гелий. Эти реакции и поддерживают мощное тепловое и световое излучения Солнца и звезд в течение огромных промежутков времени.

Изучение звездных температур и происходящих в звездах атомных реакций имеет очень важное практическое значение. Именно оно и помогло овладеть атомной энергией на Земле. Недра звезд — это как бы гигантские физические лаборатории. Они помогают нам изучать свойства вещества в условиях, вообще неосуществимых на Земле или осуществимых лишь на миг в лабораториях.

Физические данные о недрах звезд, в частности температуру в них, узнают на основе изучения поверхности звезд путем расчетов, которые производят по законам физики.

Температуру звезд на их поверхности нельзя, конечно, измерить градусником. Для этой цели существуют другие способы.

Если свет звезды разложить стеклянной призмой в спектр, имеющий вид радужной полоски, то окажется, что, чем краснее цвет звезды и чем ниже ее температура, тем ярче красные лучи в ее спектре. По распределению яркости вдоль спектра и судят о температуре поверхности звезды, посылающей нам свет.

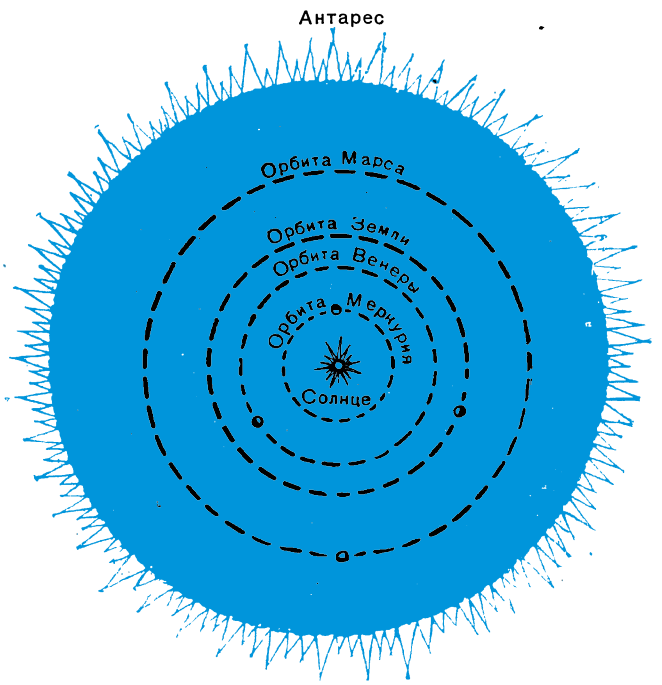
Температуру звезды можно определить также измерением количества тепла, приходящего от нее на Землю. Но для этого надо знать расстояние до звезды и ее размеры. Излучение звезды, собранное большим телескопом, направляют на термоэлемент — спай тонких проволочек из разного металла. При нагревании спая в проволочках возникает электроток, по его силе и узнают о количестве тепла, доходящего к нам от звезд. Так как этого тепла доходит мало, то, чтобы измерить его, термоэлемент должен быть очень чувствительным.

Даже у самых холодных звезд температура настолько высока, что вещество их находится в состоянии раскаленного газа, как и у Солнца. Если мы вспомним, что масса планет гораздо меньше массы Солнца и звезд, то придем к интересному выводу: во Вселенной подавляющее большинство вещества находится в состоянии раскаленного газа. Очень малая его доля находится в твердом или жидком состоянии, а на долю живого вещества, даже если у очень многих звезд имеются обитаемые планеты, приходится уже совсем ничтожная часть.

По темным линиям в спектрах звезд узнают их химический состав. Он оказывается по большей части почти таким же, как у Солнца. В основном это водород, затем гелий. Доля других химических элементов очень мала. Значит, все небесные тела состоят из тех же химических элементов, какие мы встречаем на Земле.

Гиганты и карлики в мире звезд

Количество энергии, излучаемое единицей поверхности звезды, скажем 1 $м^2$, зависит от температуры звезды и растет с нею. У двух звезд с одинаковой температурой равные площади их поверхности излучают одинаково. Значит, если у двух звезд одинаковой температуры светимости различаются, например, в 100 раз, то во столько же раз различаются по своей площади и их поверхности. Бóльшая



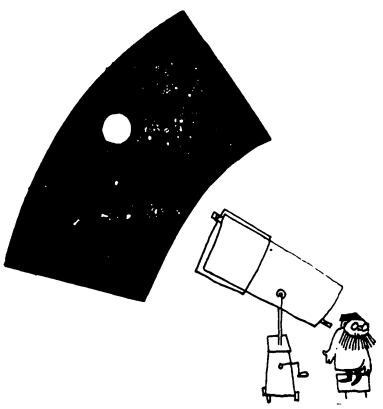
Звезда Антарес так велика, что внутри нее могли бы разместиться Солнце и орбиты Меркурия, Венеры, Земли и Марса.

Самая яркая звезда

Звезда S Золотой Рыбы в Малом Магеллановом Облаке — 8-й звездной величины. Это значит, что ее не видно невооруженным глазом.

До Малого Магелланова Облака от Земли примерно в 15 тыс. раз дальше, чем до Сириуса. Если Сириус удалить на это расстояние, то его можно будет увидеть только в очень мощные телескопы.

А если проделать обратную операцию и приблизить S Золотой Рыбы на расстояние Сириуса? Тогда звезда S Золотой Рыбы будет светить как Луна в первой четверти. На звездном небе она окажется уже не обычной яркой звездой, а как бы сверхзвездой.



S Золотой Рыбы — очень интересная звезда. Ее светимость примерно в миллион раз превышает светимость Солнца. Это самая яркая из звезд, светимость которых в настоящее время известна.

поверхность в сумме излучает и больше энергии. Но у шаров, форму которых имеют звезды, поверхность пропорциональна квадрату радиуса. Значит, в нашем примере звезда, у которой при той же температуре светимость в 100 раз больше, имеет радиус или диаметр в 10 раз больше.

Так, по светимости звезды, но с учетом различия температур можно вычислить ее радиус. Оказалось, что разнообразие в размерах звезд громадно, хотя и меньше, чем в их светимости.

В мире звезд существуют и к а р л и к и, и г и г а н т ы. Наше Солнце и даже звезды значительно больше его считаются карликами. А ведь Солнце больше Земли по диаметру в 109 раз. Чем холоднее и краснее карлики, тем они меньше. Красные карлики меньше Солнца по диаметру раз в десять, и, по-видимому, они составляют большинство звездного «населения». Чем звезды больше, тем реже они встречаются в пространстве. Особенно редко встречаются звезды-гиганты. В противоположность карликам они чем холоднее и краснее, тем больше, так что самыми огромными звездами являются красные гиганты. Диаметр красной звезды Бетельгейзе в созвездии Ориона более чем в 300 раз превышает диаметр Солнца, а красный Антарес в созвездии Скорпиона по диаметру в 450 раз больше Солнца. Такие звезды обычно называют сверхгигантами. Желтый гигант Капелла из созвездия Возничего только в 12 раз больше Солнца. Одна из самых больших ныне известных звезд — VV Цефея. Внутри этого гигантского шара могли бы уместиться орбиты планет вплоть до Юпитера. Такие звезды с в е р х г и г а н т ы очень редки. Благодаря своей громадной силе света они видны нам на огромных расстояниях. С расстояния в 7 раз большего, чем расстояние до ближайшей звезды, наше Солнце выглядело бы слабой звездочкой, не видимой простым глазом, а звезды-сверхгиганты с этого расстояния сверкали бы ярче планеты Венеры.

Массы звезд различаются не так сильно, как их светимости и размеры, хотя чем больше светимость звезды, тем больше и ее масса. Чтобы уравновесить сверхгиганта, брошенного на чашку весов, на другую чашку пришлось бы положить несколько десятков звезд, подобных Солнцу, и еще больше красных карликов, так как они в несколько раз легче Солнца.

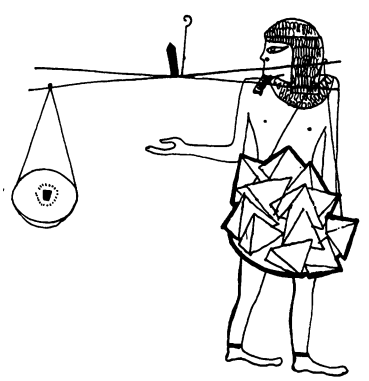
Поделив массу звезды на ее объем, мы узнаем среднюю плотность звезды. Средняя плотность Солнца в 1½ раза больше плотности воды, а у красных карликов она много больше. Если бы была жидкость с такой плотностью, то в ней, как пробки, могли бы плавать утюги и паровозы. У гигантов и сверхгигантов плотность газов, из которых они состоят, очень мала — в тысячи и в миллионы раз меньше плотности обычного воздуха.

Особенно большой интерес представляют собой редко встречающиеся звезды — б е л ы е к а р л и к и. Так они названы за свой белый цвет и малые размеры. Эти белые и горячие звезды имеют массу примерно такую же, как Солнце, или несколько меньшую. Но эта масса утрамбована в малом объеме. Например, спутник Сириуса меньше Солнца по диаметру в 30 раз, а по объему — в 27 тыс. раз. В результате его средняя плотность примерно в 30 тыс. раз больше плотности воды. Спичечная коробка, если бы ее можно было наполнить веществом спутника Сириуса, могла бы уравновесить вес школьников почти целого класса. У некоторых других белых карликов плотность еще больше, и их вещество в объеме спичечной коробки уравновесило бы тепловоз.

Что же это за необычное вещество? Оказывается, это такие же газы, какие мы знаем на Земле, только они находятся в особом состоянии. Атомы газов — сложные системы. Они состоят из ядер

30 пирамид Хеопса в 1 *см*³

Среди белых карликов есть один особенно интересный. Это звезда в созвездии Кассиопеи. Диаметр ее вдвое меньше диаметра Земли, а масса в 2,8 раза больше массы Солнца. Какова же плотность вещества этой звезды? На Земле 1 *см*³ его весил бы 36 *т*. На поверхности же самой звезды, где сила тяжести в 3700 тыс. раз больше, чем на поверхности Земли, он весил бы 36 × 3700 тыс. = =133 200 тыс. *т*. Это примерно вес тридцати пирамид Хеопса или нескольких тысяч крупных океанских судов.



А какова будет масса такой звезды, если звезда при той же плотности будет с Солнце или со звезду-сверхгигант (как Бетельгейзе или Антарес)? В первом случае масса звезды будет составлять около 30 млн. солнечных масс, во втором—примерно в 6000 раз больше массы всей нашей Галактики. Но в действительности звезды-гиганты и сверхгиганты имеют очень малую плотность и масса их лишь в немного раз превышает массу Солнца.

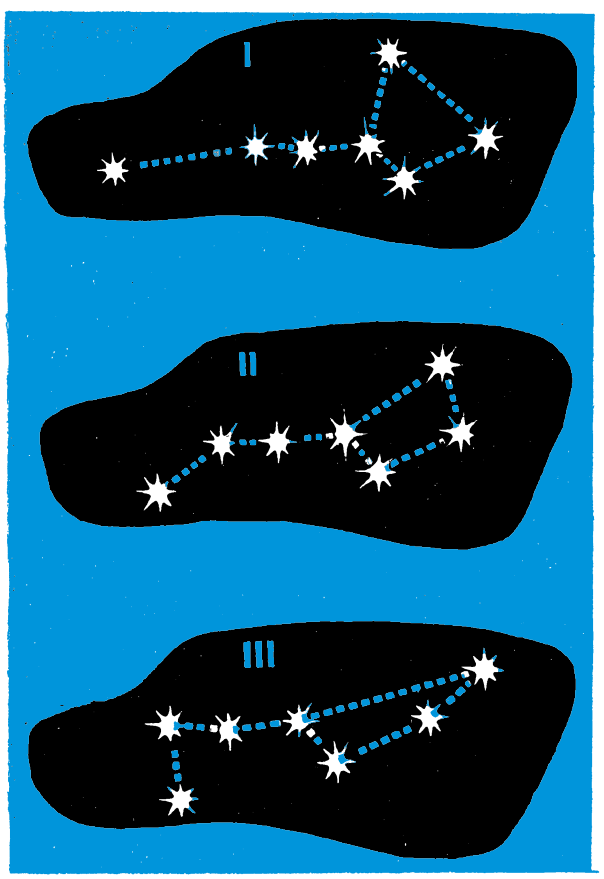
и обращающихся вокруг них электронов. Под действием давления их нельзя сблизить друг с другом больше, чем до взаимного касания их систем, не нарушив эти системы. В недрах белых карликов при очень высокой температуре атомы носятся с бешеной скоростью и при столкновениях разрушают себя. Из систем ядер и обращающихся вокруг них электронов они превращаются в неправильную смесь, «мешанину» из ядер и электронов. Размеры последних гораздо меньше размеров атомов как систем. Поэтому такие разрозненные частицы можно сблизить гораздо теснее, отчего получается необычайно плотное вещество. Силой, сдавливающей газ до состояния плотного вещества, является вес вышележащих слоев звезды.

Итак, и невообразимо разреженные сверхгиганты, и чудовищно плотные белые карлики состоят из раскаленных газов; иногда эти газы в звездах имеют такие свойства, какие неизвестны у нас на Земле.

Это еще один пример того, как изучение звезд помогает расширять наши физические знания, на основе которых развивается не только физика, но и техника.

Часто спрашивают: есть ли потухшие звезды? Таких звезд мы не знаем. Все звезды хотя бы и слабо, но светятся. Можно утверждать, что если несветящиеся звезды и есть, то их очень мало, иначе бы они заметно влияли на движение остальных звезд.

Почему это так? Потому, очевидно, что мы находимся в мире, полном жизни. Звезды вокруг нас на необозримых расстояниях процветают, а их упадок, увядание отодвинуты на какой-то огромный срок в далекое будущее. Излучательной способностью звезды наделены на миллиарды лет, а свет даже самых далеких из них, известных сейчас нам, идет до Земли только сотни или тысячи лет. Поэтому таких звезд, которые «уже не светят, а свет их все еще идет к нам», по-видимому, не существует.



Расположение звезд в ковше Большой Медведицы в результате их собственных движений со временем изменяется: I — вид ковша несколько десятков тысяч лет назад, II — в настоящее время, III — будет через несколько десятков тысяч лет.

Пары и тройки в звездном мире

Если вы посмотрите на третью с конца яркую звезду в ручке ковша Большой Медведицы, то увидите, что близко-близко к ней есть звездочка послабее — ее спутник. Яркую звезду арабы когда-то прозвали Мицаром, а ее спутника — Алькором.

Звезда, обозначенная греческой буквой эпсилон (ε) в созвездии Лиры, если смотреть на нее в бинокль, оказывается, состоит из двух очень близких друг к другу звезд. В телескоп таких двойных звезд обнаружено множество. Иногда почти по одному и тому же направлению видны две звезды. В пространстве они находятся очень далеко друг от друга и не имеют между собой ничего общего. Но часто бывает, что такие звезды и в пространстве близки друг к другу.

Иногда это звезды-близнецы и не отличаются друг от друга ни цветом, ни блеском. Иногда же они разного цвета. Одна из них желтая или оранжевая, а другая голубоватая. Рассматривать их в телескоп очень интересно — они необычайно красивы. Физически двойные звезды связаны друг с другом узами всемирного тяготения, они возникли вместе.

Как узнать, в каких случаях близость двух звезд только кажущаяся и в каких случаях

она реальная? На этот вопрос ответ дает тщательное измерение видимого расстояния между звездами и их взаимного расположения. Если звезды взаимно близки и притягивают друг друга, то они должны обращаться около общего центра масс — как Земля вокруг Солнца или как Луна вокруг Земли. Это действительно и наблюдается, но период обращения звезд обычно очень долгий — десятки, сотни и даже десятки тысяч лет. Чем звезды ближе друг к другу, тем быстрее они обращаются по своим эллиптическим орбитам и тем короче период их обращения. Если движение очень медленное и период очень долгий, то трудно обнаружить, реальна ли близость двух звезд, потому что наблюдения двойных звезд ведутся только с конца XVIII в., т. е. менее двухсот лет, а у многих двойных звезд период обращения значительно больше.

Мы уже упоминали, что ярчайшая звезда неба Сириус — двойная. Спутник этой звезды — белый карлик (о нем говорилось выше) обращается вокруг главной звезды за 50 лет и отстоит от нее в 20 раз дальше, чем Земля от Солнца.

Ближайшая к нам звезда (видимая в южном полушарии Земли) — альфа Центавра в действительности состоит из двух главных звезд, очень сходных с нашим Солнцем. Период их обращения почти 80 лет, а среднее взаимное расстояние в 23 раза больше расстояния от Земли до Солнца.

У этих двух звезд есть далекий спутник. Он обращается вокруг них с крайне долгим периодом. Спутник — красный карлик и находится сейчас на своей орбите немного ближе к нам, чем обе главные звезды. Поэтому спутника альфы Центавра называют Ближайшей (по-латыни — proxima) Центавра. Это ближайшая к нам звезда, свет от нее идет к нам около четырех лет. Она от нас в 270 тыс. раз дальше, чем Солнце.

Альфа Центавра — пример т р о й н о й з в е з д ы. Такие звезды гораздо реже, чем двойные, но бывают и более сложные системы. Звезды, входящие в состав двойных, тройных и больших систем, называют компонентами этих систем.

Посмотрим, например, в телескоп на Мицара и Алькора в Большой Медведице. Оказывается, Мицар сам состоит из двух звезд. А каждый из видимых в бинокль компонентов эпсилона Лиры в свою очередь оказывается двойным.

Спектральный анализ позволяет обнаруживать двойственность таких звезд, у которых компоненты очень близки друг к другу и обращаются по орбитам очень быстро. В самые сильные телескопы свет таких звезд сливается, и мы видим лишь одну звезду, но спектральный анализ свидетельствует о двойственности. Дело в том, что при взаимном обращении скорости двух звезд направлены в противоположные стороны, и потому темные линии их спектра смещены в противоположные стороны. Линии спектра двойной системы оказываются раздвоенными, и, когда скорость движения звезд этой системы по своим орбитам относительно нас меняется, меняется и расстояние между двойными линиями в спектре.

Один из компонентов Мицара, который мы видим в телескоп, оказывается двойной звездой с периодом обращения около десяти суток, так как звезды очень близки.

Такими же тесными с п е к т р а л ь н о - д в о й н ы м и з в е з д а м и, как их называют, являются некоторые компоненты эпсилона Лиры — из тех, которые видны раздельно

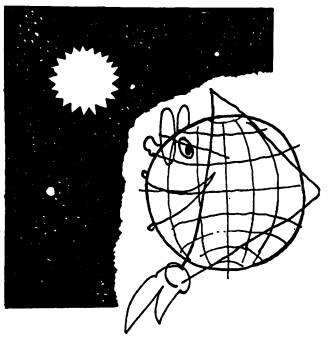
Что дает Земле больше света?

Подсчитано, что общий блеск всех звезд, видимых в телескоп, составляет минус 6,6 звездной величины. Это значит, что все звезды в совокупности дают света примерно в 100 млн. раз меньше, чем Солнце, и в 220—280 раз меньше, чем полная Луна.

А какую площадь на небе займут все звезды, если их соединить в одну звезду?

Может быть, это будет очень большая площадь?

Солнце по своей температуре и силе излучения на единицу поверхности — средняя звезда. Если его блеск



в 100 млн. раз больше блеска нашей «единой звезды», то, очевидно, и видимая площадь его в 100 млн. раз больше, а видимый диаметр должен превышать диаметр «единой звезды» в 10 тыс. раз ($\sqrt{100\,000\,000}$).

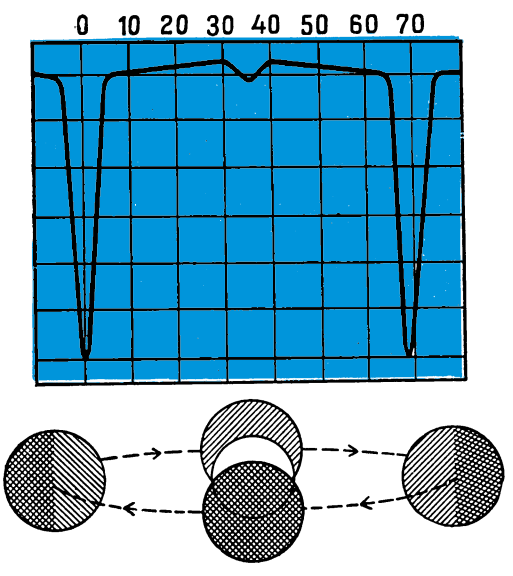
Но мы знаем, что видимый диаметр Солнца равен 30′, или 1800″. Одна десятитысячная этой величины составит неполных 0″,2 (точнее, 0′, 180). Так мал будет диаметр нашей «единой звезды», составленный из всех звезд, доступных телескопу. Соответственно мала будет и площадь этой «звезды» на небе.

в телескоп. Итак, Мицар с Алькором — пример четырехкратной звезды, а эпсилон Лиры — пример шестикратной звезды.

В общем, двойные или даже кратные звезды не исключение, их много. По-видимому, в среднем из каждых 3—4 звезд одна двойная. Наше Солнце — одинокая звезда.

Около некоторых ближайших звезд обнаружены невидимые спутники малой массы. Их обнаружили по еле заметным движениям звезд под действием притяжения их невидимым спутником. Пока еще с достоверностью не установлено, являются ли эти спутники холодными планетами, еще более массивными, чем Юпитер, или же это крайне слабо светящиеся маленькие звезды.

Представьте себе, что мы, жители планеты, обращающейся вокруг одной из звезд в системе двух солнц. Какие изумительные картины увидели бы мы на небе! Из-за горизонта встает, например, громадный красный круг солнца, которое в сотни раз больше нашего. Немного позднее на небо выплывает маленькое голубое солнце. Постепенно оно исчезает за более массивным первым солнцем, чтобы потом снова выйти из-за него. Или же дни, залитые красным светом, чередуются с голубыми днями, а ночей нет. Какие причудливые комбинации солнц разного цвета и какая игра красок должны быть на планетах, находящихся в системе кратных звезд! Однако у двойных звезд вряд ли могут быть обитаемые планеты. У планет, обращающихся вокруг таких звезд, орбиты должны быть очень вытянуты, и на поверхности планет не может быть постоянных температурных условий, которые необходимы для жизни.



Вверху — кривая изменения блеска звезды Алголь; по горизонтали указано время в часах. Внизу — схема затмений спутника Алголя.

«Дьявольские» звезды

Вторую по блеску звезду в созвездии Персея, обозначаемую греческой буквой бета (β), когда-то арабы назвали Алголь, что значит «дьявол». Дьявольскому наваждению они приписывали то, что эта звезда второй видимой величины по временам ослабевает в блеске в 3—4 раза. Ведь остальные звезды отличаются постоянством своего света.

Английский любитель астрономии, глухонемой юноша Гудрайк (1765—1786) выяснил закономерности в изменении блеска Алголя и дал им объяснение. Оказалось, что в течение 59 часов блеск звезды не меняется, затем в течение почти 5 часов он падает, а в следующие то же почти 5 часов возрастает до прежнего уровня. Так с периодом в 2 суток 20 часов 49 минут блеск звезды испытывает колебания, в точности повторяющие друг друга. Причина такого странного поведения звезды, как выяснил Гудрайк, заключается в том, что Алголь — двойная звезда. Орбита ее лежит почти в точности на нашем луче зрения. Поэтому когда звезды обращаются вокруг общего центра масс, то они по очереди частично закрывают для нас одна другую. Происходят периодические затмения.

Впоследствии было обнаружено, что в промежутках между минимумами блеска, известными ранее, блеск Алголя немного ослабевает. Это означает, что спутник Алголя все же светится (Гудрайк полагал, что он темный) и общий блеск системы немного слабеет, когда менее яркая звезда закрыта более яркой.

Развитие науки подтвердило объяснение, данное глухонемым юношей. Алголь оказался тесной парой двух звезд с периодом обращения, равным периоду кажущегося изменения его блеска. Ничего дьявольского в этой звезде не осталось. Она теперь «дьявольски» подробно изучена.

Сейчас известны сотни других двойных звезд, подобных Алголю, блеск которых нам кажется периодически меняющимся вследствие периодически повторяющихся затмений.

Маяки Вселенной—цефеиды

У звезд типа Алголя меняется их видимый блеск вследствие периодических затмений одной звезды другой, и светимость звезд при этом не меняется. Но есть звезды, действительно физически меняющие свою светимость.

Параллельно с изменением блеска более или менее меняются цвет и температура их, а иногда и размеры.

Среди звезд переменного блеска, называемых для краткости просто п е р е м е н н ы м и, наибольший интерес представляют ц е ф е и д ы. Их назвали так по типичной представительнице этого класса звезд — звезде дельта (δ) в созвездии Цефея. С периодом в 5 суток 10 часов 48 минут ее блеск непрерывно меняется в пределах $^3/_4$ звездной величины. Он возрастает быстрее, чем убывает. В минимуме блеска звезда краснее и на 800° холоднее, чем в максимуме. Оказалось, что цефеиды — это пульсирующие звезды. Как у надувного резинового мяча, их поверхность то увеличивается, то уменьшается. Но пульсирует, расширяясь и сжимаясь, все тело звезды. При сжатии ее происходит нагревание, а при расширении — охлаждение. Изменение размера и температуры поверхности звезды и вызывает колебания ее излучения.

Цефеид известно очень много, и периоды изменения блеска их различны, от нескольких часов до 45 суток, но у каждой в отдельности цефеиды период ее не изменяется. У цефеид есть два замечательных свойства. Во-первых, это звезды-гиганты и-сверхгиганты, видные нам с огромных расстояний. Из глубин мироздания они светят нам, как маяки для кораблей в море, и поэтому их называют маяками Вселенной. Во-вторых, у цефеид длительность периода изменения блеска тесно связана с их средней светимостью.

Чем больше светимость, тем длиннее период изменения блеска. Это позволяет из легкодоступных наблюдений определить период, а по нему узнать светимость данной цефеиды, т. е. ее истинную силу света.

Но мы знаем, что видимый блеск источника света ослабевает обратно пропорционально квадрату расстояния. Поэтому, сравнивая истинную силу света данной цефеиды с ее видимым блеском, мы можем узнать ее удаленность от нас.

Наша звездная система в основном состоит из звезд малой светимости, и притом очень от нас далеких. Определить расстояние до них мы не можем. Цефеиды же среди общей массы звезд видны нам издали, как большие тыквы в огороде. Изучая их распределение в пространстве, мы как бы нащупываем костяк нашей звездной системы, ее остов и по нему можем судить о форме и строении всей нашей звездной системы в целом.

Заметим, что есть особый вид цефеид очень короткого периода — до 80 минут. Их светимость умеренна и средняя светимость с длиной периода не связана. Изучение таких цефеид также представляет большой интерес для астрономической науки.

Вспыхивающие и другие загадочные звезды

Изучение цефеид свидетельствует о том, что мир звезд, хотя звезды живут миллиарды лет и изменяются медленно, — это не застывший в своей неизменности мир. Многие звезды испытывают быстрые, хотя и временные, изменения грандиозного масштаба. Кроме цефеид, известны переменные звезды других типов. Например, есть звезды, подобные звезде омикрон (о) Кита. Ее назвали Мира, что значит «удивительная». С периодом в 300 суток она меняется от 2-й звездной величины (как Полярная звезда) до 9-й, когда ее не видно даже в сильный бинокль. Но изменения блеска у нее не так правильны, как у цефеид. Есть звезды с п о л у п р а в и л ь н ы м и и с совершенно н е п р а в и л ь н ы м и колебаниями блеска. В небольших пределах и неправильно блеск меняется у многих красных сверхгигантов, например у упоминавшихся выше Бетельгейзе и Антареса.

У некоторых звезд блеск меняется лихорадочно и в очень больших пределах.

Большое внимание астрономов привлекли к себе также так называемые в с п ы х и в а ю щ и е звезды. Это красные карлики. Блеск у них обычно колеблется немного. Но изредка совершенно внезапно блеск их усиливается в несколько раз за доли минуты и так же быстро ослабевает. По-видимому, при таких вспышках из их недр на поверхность вырываются необычайно мощные фонтаны раскаленных газов огромной яркости. Они и увеличивают общий блеск звезды. Но мы пока не знаем, какими процессами вызываются эти вспышки. Не знаем мы также, почему на поверхности некоторых звезд образуются мощные магнитные поля.

Вспышки новых и сверхновых звезд — мировые катастрофы

В 1925 г. в Южной Африке один почтальон — любитель астрономии — разнес почту и возвращался домой. Стало уже темно. Он остановился, чтобы окинуть взглядом знакомые созвездия. Вон там сияет Южный Крест, здесь — Центавр, а там — созвездие Живописца. Но что это? Почему так странно изменился его вид? Изменились очертания фигуры, образованной яркими звездами. В чем дело? В созвездии видна какая-то яркая звезда, которой тут вчера еще не было. Ведь это не планета. Планеты переходят из созвездия в созвездие за месяцы и даже за годы, да и созвездие Живописца не зодиакальное. В нем планеты не бывают.

Ясно, в созвездии Живописца вспыхнула н о в а я звезда. Почтальон немедленно сообщил о своем открытии в ближайшую обсерваторию, а та, как обычно, телеграфно известила центр экстренных извещений об астрономических открытиях в Копенгагене. Через несколько часов новую звезду в Живописце уже наблюдали многие обсерватории мира.

Почтальон был не единственным любителем астрономии, которому посчастливилось открыть неожиданно вспыхнувшую новую звезду.

Например, новую звезду в созвездии Персея в 1901 г. открыл киевский гимназист Борисяк, новую звезду в созвездии Геркулеса в 1960 г. — норвежский любитель астрономии Хассель.

Новые звезды вспыхивают неожиданно. Собственно говоря, это не новые звезды, а вспышки некоторых звезд, до этого светящих обычно, как наше Солнце, но более горячих, белого цвета. Далекая неприметная звездочка за 1—2 суток разгорается, и блеск ее усиливается в десятки тысяч раз. В это время она становится во столько же примерно раз ярче Солнца. Если так вспыхнула близкая звезда, то в наибольшем блеске мы видим ее как звезду 1-й величины. Если же вспыхнула очень далекая звезда, то и в наибольшем блеске она не привлечет к себе внимания и либо останется незамеченной, либо будет обнаружена через годы при сравнении друг с другом слабых звезд на фотографиях, полученных в разное время.

Новыми такие звезды назвали в прежнее время, когда думали, что это действительно появились новые, не существовавшие ранее звезды.

Новая звезда в наибольшем блеске остается недолго, обычно около суток. Уже со следующего дня ее блеск начинает быстро падать, иногда плавно, иногда судорожно, как свет гаснущего костра, но чем дальше, тем медленнее. Через несколько лет она становится такой же, какой была до вспышки.

Различными исследованиями установлено, что в нашей звездной системе ежегодно вспыхивают десятки или даже сотни новых звезд. Но мы замечаем лишь немногие из них, ближайшие. А совсем близкие, кратковременно соперничающие с самыми яркими звездами неба, наблюдаются редко. Их видели в 1901, 1918, 1920, 1925, 1934, 1940, 1944 гг.

Чем лучше вы будете знать звездное небо, тем больше у вас будет шансов открыть новую звезду. Надо лишь каждый вечер по нескольку минут наблюдать знакомые созвездия.

Почему так катастрофически растет блеск новых звезд? Оказывается, что у некоторых звезд под влиянием еще не вполне раскрытых внутренних физических процессов внезапно срываются их внешние оболочки, излучающие свет, и с огромной скоростью, достигающей 1000 *км/сек*, несутся в окружающее звезду пространство, раздуваясь, как мыльный пузырь. Такая оболочка быстро увеличивает свою поверхность и излучает больше света. В наибольшем своем блеске раздувшаяся оболочка больше нашего Солнца по диаметру в сотни раз.

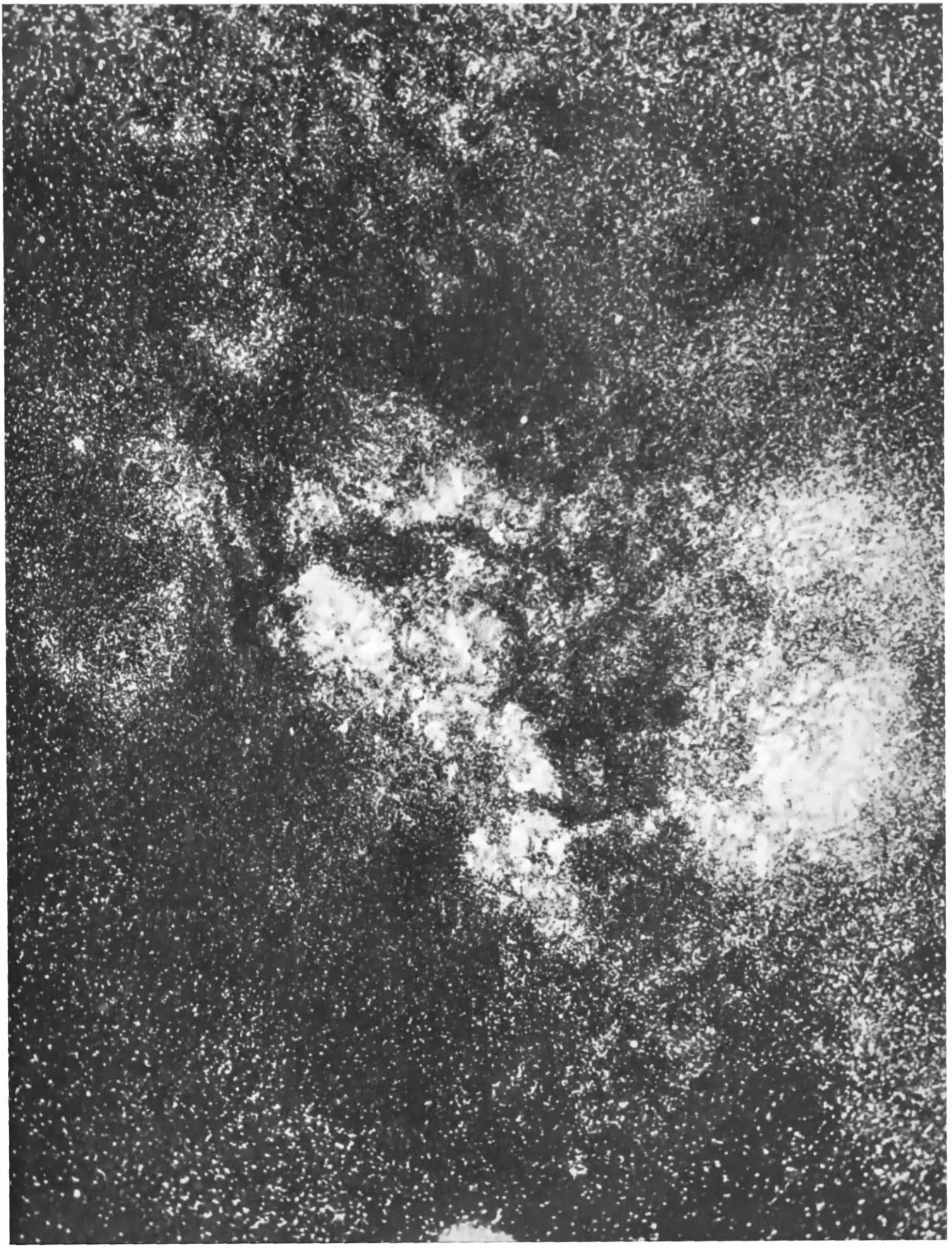
Но, раздуваясь, оболочка новой звезды становится все более разреженной и прозрачной. Блеск звезды начинает падать, хотя оболочка продолжает нестись в пространстве с такой бешеной скоростью, что притяжение звезды не в силах ее затормозить. Через несколько лет после вспышки оболочка становится так велика, что ее можно легко наблюдать и следить за ее расширением. Наконец, она рассеивается. Звезда во время вспышки становится очень горячей, из нее вырываются облака, раскаленных газов. Но постепенно она успокаивается, как вулкан после извержения.

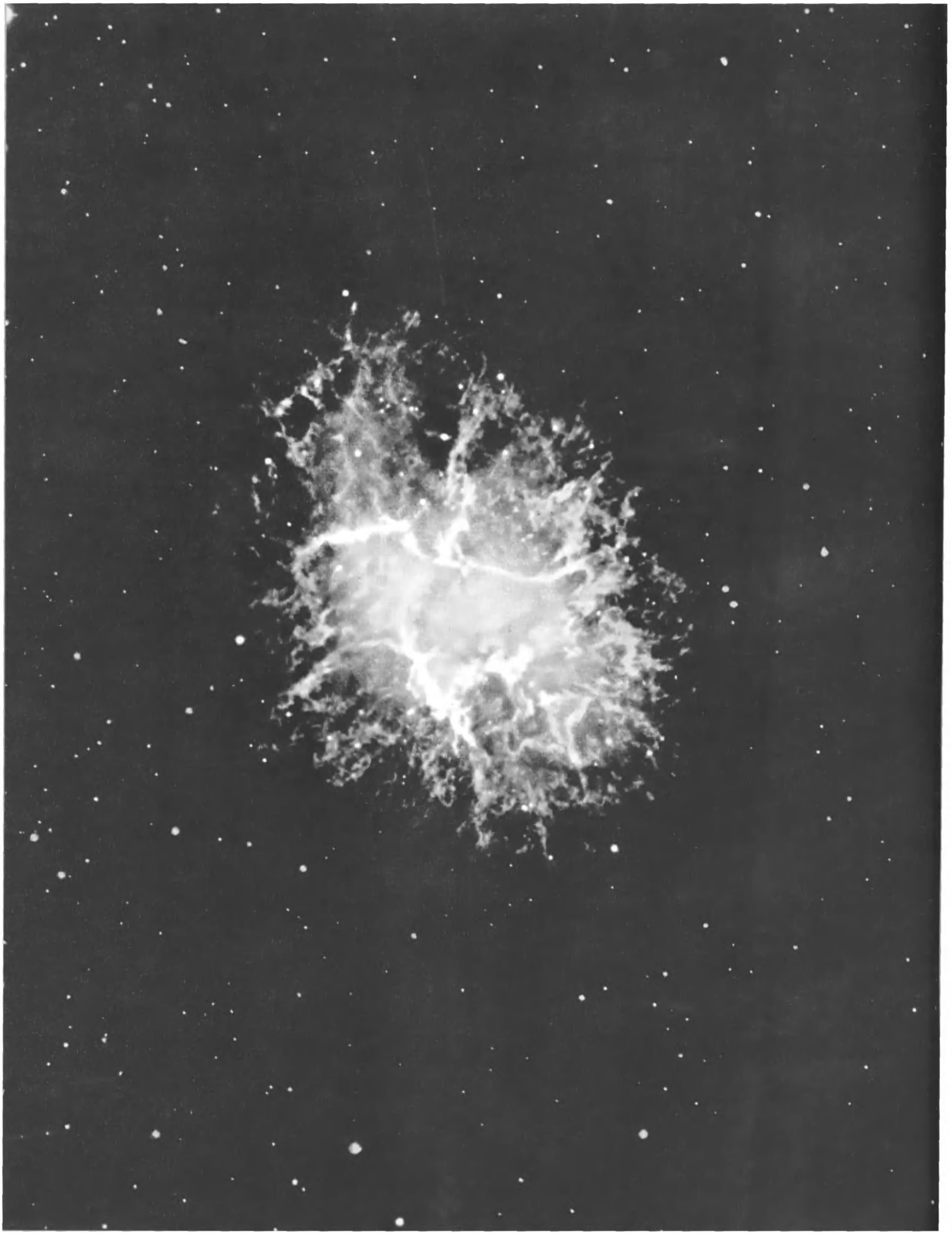
У вулканов бывают повторные неожиданные извержения. Не бывает ли того же у новых звезд? Да, некоторые из них через несколько десятков лет вспыхивают снова. Но у типичных новых звезд повторная вспышка (и притом более мощная) на памяти человечества наблюдалась лишь однажды.

Мы до сих пор не знаем причины вспышек новых звезд, причины сбрасывания их оболочек. Несомненно лишь, что в таких звездах

Фотография участка Млечного Пути.

На о б о р о т е: Фотография Крабовидной туманности. →





в какие-то моменты происходит бурное выделение энергии, т. е. взрыв. При этом взрыве звезда теряет около одной десятитысячной доли своей массы, но не разрушается.

Знаменитый датский астроном Тихо Браге в 1572 г. наблюдал вспышку новой звезды в созвездии Кассиопеи. Она некоторое время светила так же ярко, как Венера, и поколебала господствовавшие тогда религиозные представления о неизменяемости мира.

В последнее время выяснилось, что новая звезда в Кассиопее не была обыкновенной новой звездой. В наибольшем блеске ее истинная сила света была больше, чем у обычных новых звезд, в десятки тысяч раз. Образно говоря, мы можем наше Солнце сравнить с ночным светлячком, новую звезду со свечой, а сверхновую (так назвали такие звезды, как звезда, которую наблюдал Тихо Браге) — с прожектором. Сверхновая звезда светит так же, как гигантская звездная система, состоящая из миллиардов солнц, подобных нашему.

Чудовищные силы природы, порождающие мировые катастрофы в виде вспышек сверхновых звезд, учеными еще не разгаданы. Быть может, их тайны раскроете вы, юные читатели, зная то, что известно нам, и используя методы и приборы будущего, которых у нас еще нет.

Наука развивается коллективными усилиями разных народов на протяжении многих веков. К 1054 г. относится летописная запись о вспышке яркой звезды в созвездии Тельца. В XVIII в. француз Месье в этом же созвездии открыл Крабовидную (похожую на краба) туманность — слабо светящееся небольшое пятно. В начале XX в. американские астрономы установили, что эта туманность — газовое облако и расширяется со скоростью, равной 1000 *км/сек*, а голландский ученый Оорт показал, что туманность находится на месте сверхновой звезды, которая, как было записано в летописи, наблюдалась в 1054 г., т. е. более 900 лет назад. При наблюдаемой скорости расширения она должна была начать расширяться как раз в год вспышки сверхновой звезды. Значит, при ее вспышке возникла Крабовидная туманность.

В середине текущего столетия обнаружилось, что Крабовидная туманность является одним из самых мощных источников космического радиоизлучения. Она, как радиомаяк, шлет радиоволны во Вселенную. Советские ученые объяснили это тем, что в туманности есть магнитное поле, тормозящее электроны (мельчайшие частицы электричества), которые носятся там со скоростями, близкими к скорости света. Эти электроны возникли при вспышке сверхновой звезды, которая и наблюдалась в 1054 г. В каком состоянии находилась звезда в то время и в каком состоянии она находится теперь, мы еще не знаем.

Сверхновые звезды — явление крайне редкое. Последней сверхновой в нашей Галактике была звезда, вспыхнувшая в созвездии Змееносца в 1604 г. Ее наблюдал Кеплер. Даже в таких гигантских звездных системах, как наша, вспышка сверхновой звезды бывает только один раз за несколько столетий.

На наше счастье, современные телескопы позволяют видеть множество других звездных систем, подобных нашей. И вот, то в одной, то в другой из них наблюдается иногда вспышка сверхновой звезды. К сожалению, они так далеки от нас, что хорошо изучить их не удавалось. Но в последние годы обсерватории ряда стран договорились между собой устроить «облаву» на сверхновые звезды, специально «караулить» их вспышки. И это дало свои результаты. Теперь в далеких звездных системах ежегодно наблюдают около десятка сверхновых звезд. Выяснилось, что есть различные типы сверхновых звезд. Особенности вспышки каждой сверхновой звезды тщательно изучаются.

Звездные скопления и космическая пыль

Летней ночью перед рассветом на востоке над горизонтом поднимается маленькая, тесная группа слабых звезд — Плеяды.

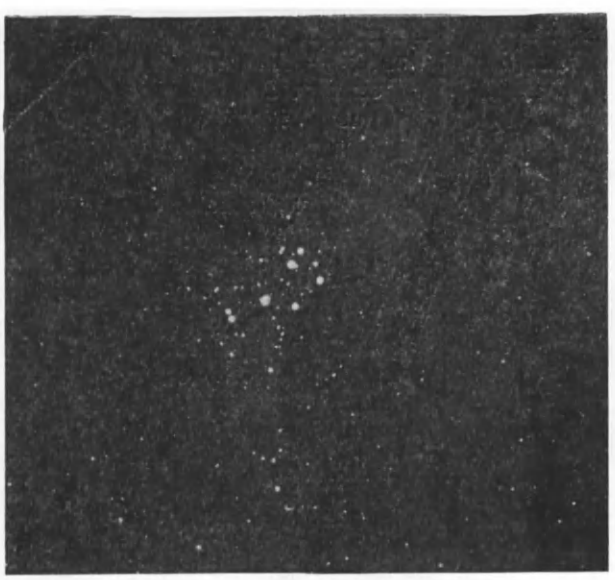
В народе ее называют Стожары. Обычно в этой группе видно 6 звезд, но зоркий глаз видит от 7 до 11 звезд, а в телескоп их можно насчитать там более сотни. Поле зрения телескопа усыпано ими, как бриллиантовой пылью.

Звезды в Плеядах рассыпаны хаотично, это пример рассеянного звездного скопления. Вокруг яркого Альдебарана, красной звезды, называвшейся в древности Глазом Тельца, находится еще более рассеянная группа звезд — звездное скопление Гиады. Таких звездных скоплений мы знаем около семисот. Число звезд в них редко превышает сотню. Но существуют скопления гораздо большего размера и с несравненно большим числом звезд. Это шаровые скопления. Звезды в них (много сотен тысяч) концентрируются к центру скопления. Занимаемое ими пространство имеет

Фотография шарового звездного скопления в созвездии Геркулеса.

шаровую форму, отчего они и получили свое название.

Но даже и ближайшее к нам шаровое скопление находится так далеко, что для невооруженного глаза кажется маленьким, еле заметным пятнышком. Только в сильный телескоп на его краях, где звезды расположены реже, они видны в отдельности. Если бы среди звезд этого скопления мы поместили наше Солнце, то в самый сильный телескоп оно было бы видно у границы видимости, потому что скопление очень далеко от нас и те из звезд в нем, которые различает такой телескоп, гораздо ярче нашего светила. Одно из ближайших к нам шаровых звездных скоплений находится в созвездии Геркулеса. В летний вечер, пользуясь звездной картой, вы можете найти его в бинокль. Оно имеет вид как бы размытой туманной звездочки. В обычный телескоп скопление видно как большое туманное пятно, и только в сильный телескоп видно, что это скопление множества звезд. К центру скопления они расположены так тесно, что их свет сливается в сплошное пятно.



Фотография звездного скопления Плеяды.

Поперечники рассеянных скоплений типа Плеяд невелики. Луч света пробегает их от края до края за несколько лет. Поперечники же шаровых скоплений значительно больше, и луч света пробегает их за десятки световых лет. Трудно даже с определенностью установить границы шарового скопления, они легко сливаются со звездами окружающего пространства.

Мы знаем более сотни шаровых скоплений, из них даже ближайшие к солнечной системе отстоят от нас на многие тысячи световых лет. Эти огромные расстояния долго не могли установить. Их определили, когда в шаровых скоплениях нашли маяки Вселенной — цефеиды. Истинная сила света цефеид известна, и, сравнивая ее с их видимым блеском, можно было рассчитать расстояние до них, а тем самым и до шарового скопления, в котором они находятся.

Вообразите себе, как сверкало бы бесчисленными яркими звездами небо, если бы мы находились внутри шарового скопления. Ведь там звезды расположены во много раз ближе друг к другу, чем в окрестностях нашей солнечной системы.

Шаровые скопления — самые старые образования в нашей звездной системе. Их возраст исчисляется миллиардами лет. Рассеянные скопления имеют разный возраст, но в общем они считаются более молодыми системами. Самые молодые из них содержат горячие гигантские звезды и возникли «всего лишь» несколько миллионов лет назад.

Мы видим лишь ближайшие из рассеянных звездных скоплений, отстоящие от нас на сотни, иногда на несколько тысяч световых лет. Все они скучиваются в полосе Млечного Пути. Более далекие из них нам не видны, потому что в слое звезд, образующих Млечный Путь, много облаков космической пыли. Эта пыль ослабляет свет далеких звезд, расположенных за такими облаками. Даже Солнце тускнеет, когда его заслонит облако пыли, поднятой на дороге

грузовой автомашиной. Из-за облаков космической пыли десятки тысяч рассеянных скоплений, которые, вероятно, существуют в нашей звездной системе, остаются для нас неизвестными.

Те же Плеяды целиком погружены в огромное пылевое облако. Яркие звезды этого скопления освещают вокруг себя пыль, как фонарь освещает ночью окружающий туман. На снимках с долгой выдержкой главные звезды Плеяд даже тонут в окружающем каждую из них светлом тумане — в облаках пыли, освещенных ими самими. Так, пылевые облака, заслоняя свет звезд, представляясь даже в виде темных пятен на сияющем фоне Млечного Пути, выглядят как светлые туманности, когда близко от них есть яркая звезда, способная их осветить. Космическая пыль, как всякая пыль, светит лишь отраженным светом.

Однако космическая пыль очень мелкая. Когда свет проходит через нее, то синие лучи ослабляются сильнее, чем зеленые, зеленые — сильнее, чем желтые, а желтые — сильнее, чем красные. Поэтому на пути к нам через пылевую среду свет звезд не только ослабляется, но становится более желтоватым, даже красноватым. (Из белого света звезд сильнее поглощаются голубые лучи и остается больше желто-красных лучей.)

Одно из особенно близких и плотных облаков космической пыли видно как черное пятно на фоне Млечного Пути вблизи созвездия Южного Креста. Моряки прозвали это пятно «угольным мешком». Черное пятно поменьше и не столь темное, но хорошо заметное, можно видеть и с северного полушария Земли. Это пятно возле яркой звезды Денеб и созвездия Лебедь. Когда-то думали, что черные пятна в Млечном Пути — это дыры, просветы в толще образующих его звезд. Полагали, что в этих местах мы смотрим в зияющую пустоту мирового пространства. Оказывается наоборот — здесь перед нами «занавески», иногда скрывающие от нас даже и не очень далекие звездные области.

Космическая пыль представляет для ученых огромную и досадную помеху. Она и искажает цвет звезд, и ослабляет их блеск, а более далекие из них делает совсем невидимыми. Целые области мирового пространства недоступны для оптических наблюдений из-за космической пыли. Ее влияние приходится учитывать, а для этого нужно кропотливо, шаг за шагом изучать, сколько и где космической пыли расположено по каждому направлению.

В малой доле космическая пыль происходит от столкновения и разрушения мелких твердых тел, но в своей основной массе она возникает, вероятно, вследствие сгущения межзвездного газа, о котором мы теперь и расскажем.

Газовые туманности и межзвездный газ

Безвоздушность, «пустота» межзвездного пространства относительна. Это пространство заполнено не только полями тяготения, магнитными полями, лучами света и тепла, несущими энергию. Там носятся мельчайшие пылинки, молекулы и атомы газа. Этот невидимый газ был обнаружен по линиям поглощения в спектрах звезд. Ведь на большом протяжении даже такой разреженный газ поглощает определенные лучи из света звезд, который его пронизывает. Возникновение радиоастрономии позволило обнаружить этот невидимый газ и изучать его движение по тем радиоволнам, которые он излучает.

Радиотелескопы позволяют прощупывать облака межзвездного газа на таких далеких от нас расстояниях, где в обычные телескопы звезды уже не видны из-за поглощения их света межзвездной пылью. Для радиоволн эта пыль почти прозрачна. Для них прозрачны и облака, через которые мы не видим звездного неба. Для радиоастрономов погода всегда ясная.

Радиотелескопы каждую ночь шарят по небу и обнаруживают радиоизлучение, идущее либо от облаков межзвездного газа, либо от остатков сверхновой звезды, или еще от чего-либо. Замечательны возможности современной науки!

Посмотрите в ясную безлунную зимнюю ночь на прекрасное созвездие Ориона, блещущее в южной стороне неба. Под тремя яркими звездами пояса этого мифического охотника найдите три слабые звездочки, образующие короткую вертикальную линию — меч Ориона. Вокруг средней из них в бинокль видно слабое туманное мерцание. Это знаменитая газовая д и ф ф у з н а я (бесформенная) туманность Ориона. Она представляет собой громадное облако газа, в которое погружено много звезд.

Только фотография способна выявить всю красоту и всю сложность структуры этого газа, охваченного медленными вихревыми движениями, как клубы табачного дыма. Из газа, содержащегося в этой светлой газовой туманности (к которой примешана и пыль), можно было бы «изготовить» сотни солнц. Да они и в самом

деле, наверно, где-то возникают из газа. Только своим возникновением они обязаны не кому-то, а силам всемирного тяготения, которое конденсирует разреженный газ в уплотненные газовые шары-звезды. Но образовавшиеся из газа звезды светятся уже сами, за счет содержащихся в их недрах источников энергии, которая выделяется в результате атомных превращений. Газовые же туманности светятся лишь тогда, когда в них или поблизости есть очень горячие голубоватые звезды. Их мощное ультрафиолетовое излучение (к нему относятся и рентгеновские лучи, которыми пользуются в медицине для просвечивания больных) заставляет газ светиться. Это свечение газа несколько сходно с тем свечением, какое происходит в трубках с разреженным газом, через который пропускают электрический разряд. Если нет поблизости горячей звезды, то и облако газа остается невидимым. Газовые туманности, как и звезды, в основном состоят из водорода. Кроме него, в них есть другие легкие газы — гелий, азот, кислород — и частицы более тяжелых химических элементов.

Лучшие насосы, откачивающие воздух в земных лабораториях, не могут создать такого вакуума, такого разрежения газа, какой существует в газовых туманностях. Разница в плотности газа в туманности и в лучших земных вакуумах такая же, как в плотности свинца и земного вакуума. Свечение газов в туманности мы видим потому, что толща ее громадна: от одного края газовой туманности до другого свет идет несколько лет, а общая масса туманности обычно составляет десятки, сотни, а иногда и десятки тысяч масс Солнца.

Какие красивые и причудливые формы принимают газовые диффузные туманности! Какие нежнейшие рисунки и сплетения образуют их волокна! В созвездии Лебедя находятся туманности, прозванные за свой вид: Пеликан, Северная Америка, Рыбачья сеть. В созвездии Единорога есть туманность Розетка.

Наряду с большими клочковатыми, размытыми или волокнистыми диффузными туманностями существуют очень маленькие, правильной округлой формы — планетарные. Их назвали так за внешнее сходство с дисками планет (так выглядят самые далекие планеты в телескоп).

В центре каждой планетарной туманности есть очень слабенькая звездочка — ядро. Это самые горячие из звезд. Их температура доходит до 100 и более тысяч градусов. От их излучения и светится планетарная туманность. Планетарные туманности, очевидно, недолговечные образования и могут быть видимыми около 10 тыс. лет. Они медленно, со скоростью нескольких километров в секунду, расширяются в пространстве и со временем рассеются. Несомненно, такие туманности образуются за счет газов, выделяемых звездой, но не с такой бешеной скоростью, как это бывает у новых звезд, сбрасывающих свои оболочки.

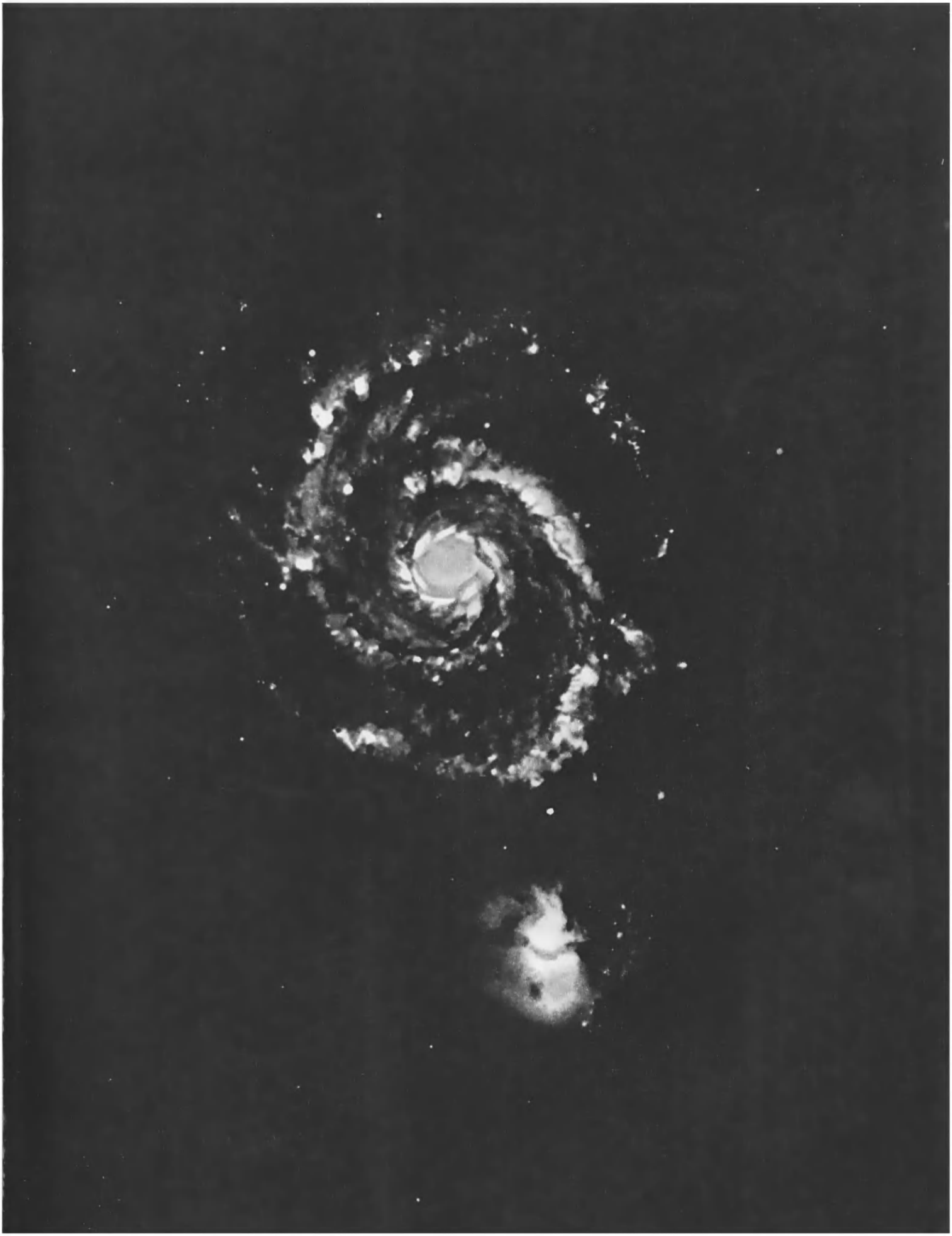
Масса планетарных туманностей мала — она составляет всего лишь сотые доли массы Солнца. Химический состав их такой же, как у диффузных туманностей и у звездных атмосфер.

У планетарных туманностей наблюдаются интересные формы. Многие из них кольцеобразны, как, например, туманность в созвездии Лиры. Есть туманности, которые за их форму названы Совой, Сатурном, Гимнастической

Фотография кольцеобразной планетарной туманности в созвездии Лиры.

Фотография спиральной галактики М 51 в созвездии Гончих псов.

На обороте: Фотография спиральной галактики в созвездии Андромеды. →



гирей. Всего планетарных туманностей известно уже свыше 500; примерно столько же известно и диффузных туманностей.

Газ, собранный в облаке-туманности, как светящийся, так и несветящийся, концентрируется в полосе Млечного Пути, где имеется и много рассеянных звездных скоплений. Некоторые из них целиком погружены в газовые туманности. Откуда берется в мировом пространстве столько газа?

Часть его может являться остатком тех газов, из которых когда-то возникли звезды. Вероятно, они возникают из него и сейчас. Например, недавно наблюдался случай, когда в очень маленькой туманности появилась очень слабая звездочка, которой раньше тут никогда не видели.

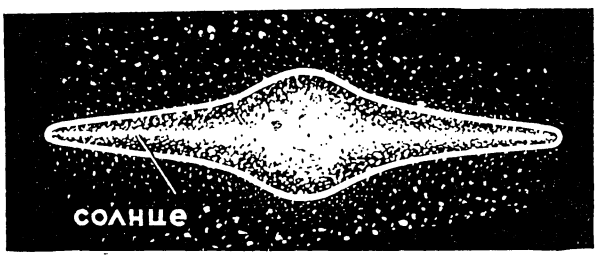
Но часть газа, как это показал автор данной статьи, возникает и теперь. Ведь мы видим, что в мировое пространство все время рассеивается газ, выброшенный новыми и сверхновыми звездами, ядрами планетарных туманностей и даже обычными звездами. Подсчет показывает, что этого газа ежегодно поступает из звезд в окружающее их пространство очень много.

Млечный Путь и Галактика, в которой мы живем

Наша солнечная система — маленькая частица громадной звездной системы, которую называют Галактикой. В Галактику входят все те звезды, которые мы видим в созвездиях и невооруженным глазом и в телескоп. В ее составе находятся и все те звезды, из которых состоит серебристая полоса Млечного Пути. Вероятно, вы ее видели в темные осенние ночи.

Млечный Путь опоясывает все небо, как гигантская светящаяся лента. В телескоп видно, что это скопление множества слабых, далеких звезд. Более яркие, близкие звезды расположены тем гуще, чем они ближе к средней линии Млечного Пути. Среднюю линию Млечного Пути называют галактическим экватором. Плоскость галактического экватора — это плоскость симметрии нашей звездной системы. Вдоль этой плоскости наша система тянется во всех направлениях дальше всего. И в пространстве звезды скучиваются к этой плоскости. Скучиваются к ней и рассеянные звездные скопления, и все газовые туманности, и облака космической пыли. Только шаровые звездные скопления и звезды некоторых типов не подчиняются этому закону. Они заполняют сфероидальный объем, концентрируясь со всех сторон к центру Галактики.

Из-за облаков пыли, ослабляющих свет далеких звезд, очень трудно выяснить подробности строения Галактики. Наша солнечная система находится очень близко к галактической плоскости, в которой звезды расположены наиболее тесно. Свет всех далеких и слабых звезд сливается для нас в сплошное светящееся кольцо Млечного Пути.



Схематическое изображение нашей Галактики в поперечном сечении. Стрелкой показано место в ней солнечной системы.

Велика и грандиозна наша Галактика. От одного ее края до другого свет бежит почти 100 тыс. лет, а ведь от ближайшей звезды он доходит до нас примерно за 4 года.

Если бы мы могли посмотреть на нашу Галактику извне, находясь далеко за ее пределами, то убедились бы, что она сильно сплющена: ее диаметр в несколько раз больше «толщины». С ребра она должна быть видна в форме веретена или линзы. В середине она толще, и к ее центру звезды скучиваются еще сильнее. В середине Галактики находится ядро — нечто вроде гигантского шарового скопления звезд.

От нас до ядра Галактики около 25 тыс. световых лет, а до ее края несколько меньше. Чем ближе к краю Галактики, тем разреженнее звезды. В звездном городе — Галактике — мы живем ближе к ее окраине. Ядро Галактики видно от нас в сторону созвездия Стрельца. В летние ночи оно видно в южной стороне неба невысоко над горизонтом. Ядро это должно было бы сверкать как очень яркий участок Млечного Пути. Но, к сожалению, его заслоняют от нас облака космической пыли, через которые его свет не доходит до нас. Ядро Галактики можно наблюдать, только применяя особые способы фотографирования.

Не так давно выяснилось, что Галактика вращается — все звезды с разной скоростью вращаются вокруг ее центра. И наша солнечная система со скоростью около 200 *км* в секунду

несется по своей орбите вокруг центра Галактики. На завершение одного оборота ей требуется примерно 250 млн. лет.

Сколько же звезд, сколько солнц входит в состав Галактики? Их в ней более 100 млрд. Вокруг многих из них должны быть планетные системы. Даже если только на тысячу звезд приходится лишь одна обитаемая планета, то и тогда во всей Галактике таких планет должно быть целых 100 млн.

Сравнивая нашу Галактику с другими гигантскими звездными системами, о которых ниже будет рассказано, и сопоставляя различные данные, можно сказать, что у Галактики спиральное строение. Из ее ядра выходят две (или более) спиральные ветви. Они состоят из звезд, из газовых и пылевых туманностей и закручиваются вокруг ядра. Расположение спиральных ветвей точно еще не известно, но мы находимся между ними, а самые горячие и яркие звезды группируются в звездных облаках, образующих спиральные ветви.

Фотография веретенообразной туманности в созвездии Волос Вероники (вид с ребра).

Другие галактики— островные вселенные

Из светлых туманных пятен, которые видны на небе или на его фотографиях, лишь немногие газовые или освещенные пылевые туманности входят в состав нашей Галактики.

Большинство видимых на небе туманностей — это звездные системы гигантских размеров. Они находятся далеко за пределами нашей Галактики. Это — другие галактики, галактики с малой буквы. Если наша Галактика как бы звездный город или звездный остров в безбрежном океане Вселенной, то другие галактики — это другие звездные города, другие острова Вселенной. Как острова в океане, галактики образуют местами архипелаги — скопления десятков, а иногда и тысяч галактик. Наша Галактика — одна из очень крупных.

В южном полушарии неба есть два больших светлых пятна. В честь великого мореплавателя Магеллана они названы Магеллановыми Облаками. Это как бы два обрывка Млечного Пути. Выяснилось, что и Большое и Малое Магеллановы Облака — галактики неправильной формы. В то же время они — спутники нашей Галактики и отстоят от нее на расстоянии около 120 тыс. световых лет. По размерам они значительно меньше нашей Галактики, но все же являются довольно крупными звездными системами. Их диаметры достигают 26 и 17 тыс. световых лет. Подобно нашей Галактике, они состоят из звезд всевозможных типов и из газовых и пылевых туманностей. В них есть рассеянные и шаровые звездные скопления.

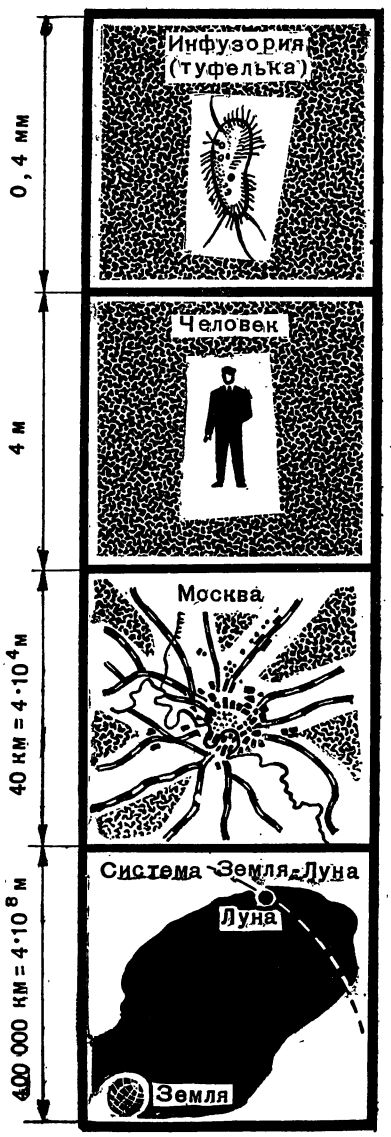
В созвездии Андромеды есть большая и известная с древности туманность. Осенью ее нетрудно найти на небе при помощи звездной карты. Фотографии показывают, что это спиральная звездная система. Свет от нее доходит до нас за $1^1/_2$ миллиона лет.

Сходство между галактикой в Андромеде и нашей Галактикой так велико, что, глядя на нее, вы можете себе представить, что это и есть наша Галактика. Она сильно наклонена, и потому мы видим ее продолговатой. Солнечную систему надо было бы представить себе находящейся за пределами спиральных ветвей, которые видны на фотографии. Разреженные части этой системы тянутся еще далеко за пределы ярких спиральных ветвей ее внутренней

части. По размерам и массе галактика в Андромеде больше нашей Галактики. У нее есть тоже маленькие галактики-спутники. Но они имеют не спиральную форму и не клочковаты, как неправильные галактики — Магеллановы Облака. Это эллиптические галактики, в частности шаровые. Две из них показаны на фотографии—одна в проекции на спиральную галактику, другая в стороне, продолговатая. Они выглядят как сплошные пятна, потому что в них звезды не очень ярки и расположены очень тесно.

На таком же расстоянии от нас, как эта группа, в созвездии Треугольника, находится еще одна спиральная галактика. Она меньше нашей Галактики, видна почти плашмя, более развернута, и очертания ее клочковатых спиральных ветвей хорошо видны.

А есть спиральные галактики, повернутые к нам ребром и похожие на веретено. Обратите внимание на темную полосу вдоль их экваториальной, или галактической, плоскости. Это скопление пылевых облаков. Они задерживают свет звезд, расположенных за ними. Примерно так должна выглядеть и наша Галактика, если бы мы могли видеть ее со стороны в ее галактической плоскости. Мы назвали наиболее типичные формы галактик, но мир островных вселенных очень разнообразен.



Сравнение квадратов, изображенных на рисунке, дает наглядное представление о размерах доступной для наблюдения части Вселенной. Масштаб от квадрата к квадрату увеличивается в 10 тыс. раз, кроме последнего квадрата, масштаб которого по сравнению с предыдущим квадратом увеличивается в 100 тыс. раз.

Спиральные галактики: наша, в Андромеде и в Треугольнике, со спутниками двух первых из них, образуют Местное скопление галактик. Таких групп во Вселенной множество. В созвездии Девы есть огромное облако. Оно состоит из сотен галактик. Это центральная часть, ядро скопища тысяч галактик, к которому принадлежит и Местное скопление галактик. Диаметр такой Сверхгалактики, как ее называют, составляет около 100 млн. световых лет, а общая ее масса равна примерно квадриллиону солнечных масс.

Известно много других скоплений галактик и отдельных галактик, рассеянных между ними. Всего по фотографиям, сделанным наибольшим в мире телескопом, можно было бы насчитать свыше миллиарда звездных систем, подобных нашей. Есть все основания полагать, что все доступные ныне для наблюдений области Вселенной входят в состав системы еще более грандиозной, чем Сверхгалактика. Эту систему называют Метагалактикой, но до границ ее мы еще не добрались.

Свет наиболее далеких галактик, доступных сейчас нашему наблюдению, доходит до нас через несколько миллиардов лет! Когда он их покинул, на Земле еще не было никакой жизни. А при помощи радиотелескопов мы принимаем излучение радиоволн и от еще более далеких галактик. Эти радиоволны оставили свои галактики задолго до того, как образовалась наша Земля.

Некоторые галактики излучают радиоволны с потрясающей мощностью. По-видимому, в них существует магнитное поле, в котором со скоростью, близкой к скорости света, носятся электроны и другие элементарные частицы. Магнитное поле тормозит их движение, а это вызывает радиоизлучение.

Изучение галактик продвигается быстрыми шагами, и уже скоро мы будем глубже знать, как они возникают и развиваются.

К числу временных загадок, которые должны быть разгаданы, относится и «красное смещение» в спектрах галактик. Линии их спектра смещены к красному концу, и тем сильнее, чем галактики дальше от нас. Если этот сдвиг линий обусловлен их движением (а по-видимому, это так), значит, они удаляются от нас, и тем быстрее, чем дальше находятся. У одной из далеких галактик скорость составляет почти половину скорости света! Некоторые ученые объясняют это образованием галактик вследствие взрыва очень плотной массы. В результате такого взрыва самые быстрые «осколки», превратившиеся в галактики, успели отлететь дальше всего от места взрыва. Однако справедлива ли такая догадка, покажет будущее.

Бесконечная Вселенная и наш адрес в ней

Развитие науки безгранично отодвигает границы известной нам части Вселенной и подтверждает марксистское учение о бесконечности Вселенной. Продвигаясь в познании Вселенной вперед, мы будем встречать все новые и новые миры, и так без конца...

Каково же наше место в этой бесконечной Вселенной? Ответ на это может дать следующий наш с вами адрес:

Бесконечная Вселенная
"Наша" Метагалактика
"Наша" Сверхгалактика
"Местное скопление" галактик
Галактика
Звездное облако "Местная система"
"Наша" солнечная система
Планета Земля
Материк Евразия
СССР
и т.д

КАК ПРОИЗОШЛИ ЗЕМЛЯ И ДРУГИЕ НЕБЕСНЫЕ ТЕЛА

Откуда взялись Земля, Солнце, Луна и звезды? Всегда ли они были такими, какими мы их сейчас видим?

Люди интересовались этими вопросами с давних пор, но правильно ответить на них было невозможно, потому что для этого надо было сначала узнать, что же эти светила собой представляют, как они движутся, какова их физическая природа.

В древности под влиянием религиозных учений складывались легенды о сотворении мира. В разных странах и в разное время эти легенды

были различны, но всегда в них высказывалась одна и та же мысль: мир создан по воле сверхъестественных сил — богов — и с тех пор не изменяется, а существует таким, каким был создан и каким мы его видим.

В эти легенды люди верили, потому что не знали действительных причин явлений природы. Ведь только в XVIII в. был открыт великий закон природы о сохранении вещества и движения. Может меняться только состояние веществ: например, водяной пар превращается в воду или вода превращается в лед, а сами вещества остаются. То же происходит и с энергией: например, энергия движения воды на гидроэлектростанции превращается в электричество, которое приводит в движение машины, освещает улицы города и т. д. Энергия не уничтожается, она только меняет свою форму.

Не понимая и не зная этого, но наблюдая, как человек своим трудом может создавать разные предметы, люди считали, что и весь мир сделан каким-то существом, но, конечно, существом необычайно могущественным. Так и поддерживались различные легенды и религиозные мифы о сотворении мира.

Но постепенно, начиная с великого открытия Коперника, накоплялись знания о строении солнечной системы и звездного мира. Эти знания со временем и послужили основой для создания научных гипотез о происхождении небесных тел.

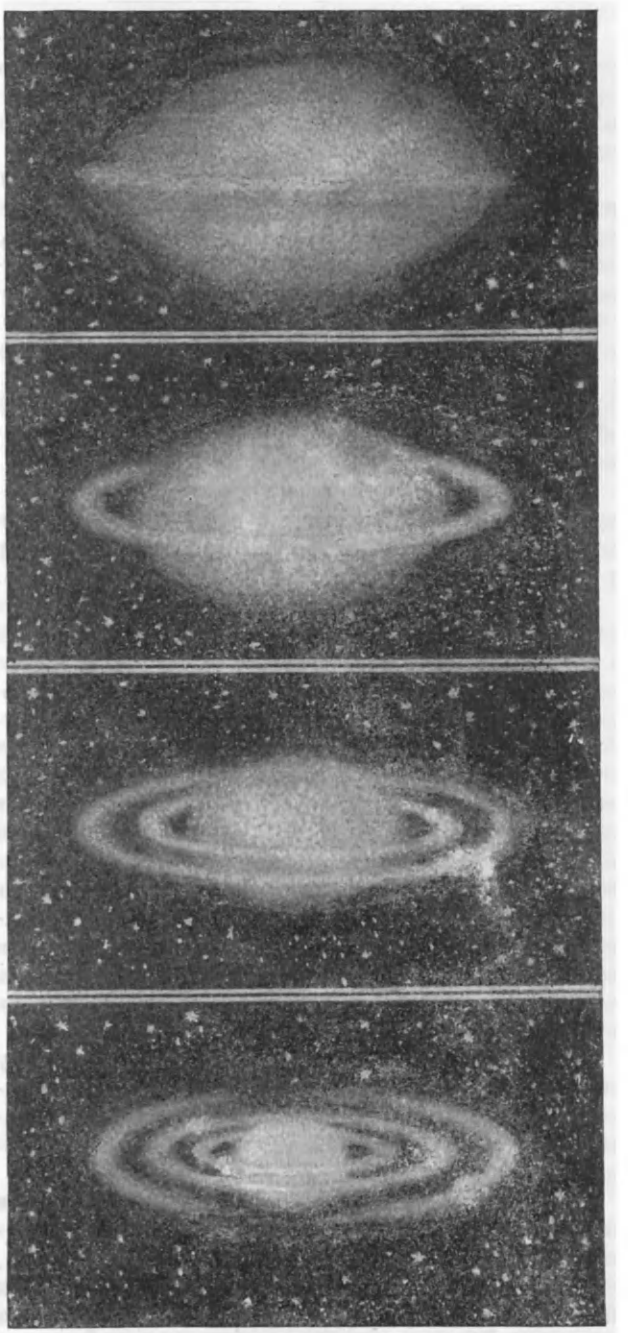
Научное предположение о происхождении Земли и других небесных тел впервые выдвинул немецкий философ И. Кант. Это было в 1755 г. В конце того же века, не зная ничего о мыслях Канта, к сходному заключению пришел французский ученый Лаплас.

Кант и Лаплас обратили внимание на то, что Солнце горячее, а Земля холодная и по своему размеру много меньше, чем Солнце. В то же время Земля — лишь одна из планет. Все планеты обращаются вокруг Солнца почти по окружностям, в одну и ту же сторону и почти в одной и той же плоскости. Это составляет основные отличительные черты солнечной системы, которые должны быть объяснены в первую очередь.

Кант и Лаплас утверждали, что в природе все непрерывно изменяется, развивается. И Земля и Солнце раньше были не такими, какие они сейчас, а составляющее их вещество существовало совсем в другом виде.

Лаплас обосновал свою гипотезу более убедительно. Он считал, что когда-то солнечной системы не было, а была первичная разреженная и раскаленная газовая туманность с уплотнением в центре. Она медленно вращалась, и размеры ее были больше, чем теперь поперечник орбиты самой удаленной от Солнца планеты.

Притяжение частичек туманности друг к другу приводило к сжатию туманности, к умень-



Образование солнечной системы по гипотезе Лапласа.

шению ее размеров. По известному из опытов закону механики, при сжатии вращающегося тела скорость его вращения возрастает.

Вы можете в этом убедиться сами. Сядьте на легко вращающуюся табуретку и вертитесь, держа в вытянутых руках какую-либо тяжесть. Если затем вы прижмете руки к груди, то вращение ваше ускорится.

Но когда тело вращается быстрее, возрастает центробежная сила. Например, если вы вращаете камень, привязанный к веревке, слишком быстро, веревка может лопнуть и камень оторвется.

Так и при вращении туманности большое количество частичек на ее экваторе (которые вращались быстрее, чем у полюсов) отрывалось, или, точнее, отслаивалось, от нее. Вокруг туманности возникало вращающееся кольцо. Вместе с тем туманность, шарообразная вначале, вследствие центробежной силы сплющивалась у полюсов и становилась похожей на линзу. По этой же причине сплющивается стальной обруч, надетый на ось и вращаемый на центробежной машине.

Все время сжимаясь и ускоряя свое вращение, туманность постепенно отслаивала от себя кольцо за кольцом, которые вращались в одну и ту же сторону и в одной и той же плоскости.

Но газовые кольца не могли быть везде одинаково плотными. Наибольшее из сгущений в каждом кольце постепенно притягивало к себе остальное вещество кольца. Так каждое кольцо превращалось в один большой газовый клубок, вращавшийся вокруг своей оси. После этого с ним повторялось то же, что с огромной первичной туманностью: он превращался в сравнительно небольшой шар, окруженный кольцами, опять сгущавшимися в небольшие тела. Последние, охладившись, становились спутниками больших газовых шаров, обращавшихся вокруг Солнца и после затвердения превратившихся в планеты. Наибольшая часть туманности сосредоточилась в центре; она не остыла до сих пор и стала Солнцем.

Гипотеза Лапласа была научной, потому что она основывалась на законах природы, известных из опыта, и прежде всего на законе всемирного тяготения, действительно существующем в природе.

Однако после Лапласа были открыты новые явления в солнечной системе, которые его теория не могла объяснить. Например, оказалось, что планета Уран вращается вокруг своей оси не в ту сторону, куда вращаются остальные планеты. Были лучше изучены свойства газов и особенности движения планет и их спутников. Эти явления также не согласовались с гипотезой Лапласа, и от нее пришлось отказаться.

Развитие науки привело к более точному и глубокому знанию природы.

На смену гипотезе Лапласа выдвигались другие объяснения происхождения солнечной системы. При этом некоторые ученые за рубежом, так или иначе связанные с религией, нередко предлагали такие гипотезы, которые по возможности были согласованы с религиозными представлениями о сотворении мира. Такие гипотезы, в противоположность гипотезам научным, материалистическим, не двигают науку вперед, а ведут ее в тупик.

Материалистическая наука утверждает, что вещество существует вечно и вечно развивается без вмешательства несуществующих божеств. Опровергая псевдонаучные гипотезы, советские ученые наряду с прогрессивными учеными других стран упорно работают над решением труднейшего вопроса о происхождении солнечной системы и Земли.

Известный советский ученый акад. О. Ю. Шмидт (1891—1956) предложил гипотезу, в разработке которой приняли участие астрономы, геофизики, геологи и другие ученые. В своей гипотезе О. Ю. Шмидт, основываясь на ряде данных науки, пришел к выводу, что Земля и планеты никогда не были раскаленными газовыми телами, подобными Солнцу и звездам, а должны были образоваться из холодных, твердых частиц вещества.

Если допустить, что некогда вокруг Солнца существовало колоссальное облако из газа и пыли, то в дальнейшем, по расчетам О. Ю. Шмидта и его сотрудников, должно было происходить следующее. Бесчисленные частицы первоначально двигались беспорядочно. Затем их орбиты делались круговыми и располагались примерно в одной и той же плоскости. При этом направление вращения частиц в какую-либо определенную сторону со временем начинало преобладать, и в конце концов все частички стали вращаться в одну и ту же сторону.

Так вместо первоначального беспорядочного движения частиц возникло стройное движение их всех в одном направлении. А это значит, что все газово-пылевое облако стало вращаться в одном определенном направлении. Если же у частичек вначале не оказалось бы такого преимущественного направления, по которому вращалось большинство их, то из них планеты образоваться не могли бы.

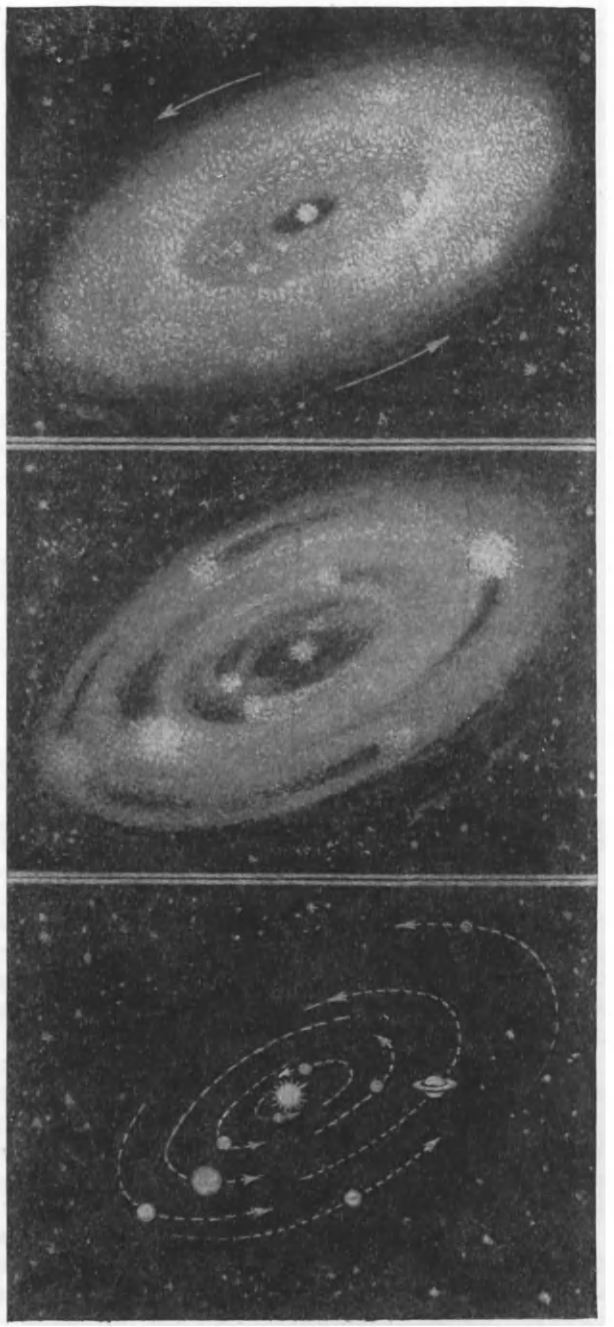
Но в результате столкновений частичек при первоначальном беспорядочном движении энергия их движения частично переходила в тепло и рассеивалась в пространство. До некоторой степени сходно с этим теряет свою энергию движения (т. е. уменьшает свою скорость) ружейная пуля, нагревающаяся при преодолении сопротивления воздуха. Потеря движения сталкивающихся частичек, как показывают расчеты, вела к тому, что шарообразное облако постепенно сплющивалось и наконец стало по форме похожим на блин.

Но когда частички собрались к одной плоскости, расстояния между ними стали меньше и частички начали сильнее притягивать друг друга. Они объединялись, уплотнялись, причем особенно быстро росли в размере и в весе крупные частички. Они и притягивали к себе сильнее, и столкнуться с ними было легче.

Постепенно большая часть пылинок в блиноподобном облаке таким путем собралась в несколько гигантских комков вещества, которые стали планетами. Ком — будущий Юпитер — «пожирал» страшно много вещества из пространства между его орбитой и орбитой будущего Марса. Он мешал частичкам соединиться в этом пространстве в крупные тела и притягивал их к себе. По другую же сторону от будущего Юпитера, но значительно дальше от Солнца образовался вскоре другой крупный ком — будущий Сатурн, который «соперничал» с зародышем Юпитера в поглощении мелких частиц.

В результате всего этого между Марсом и Юпитером не возникло большой планеты, а образовалось много мелких и разрозненных: возникли астероиды, или малые планеты. Впрочем, они могли образоваться и в результате того, что возникшая все же здесь сравнительно небольшая планета по какой-то причине распалась на части. Так, по крайней мере, предполагают некоторые ученые.

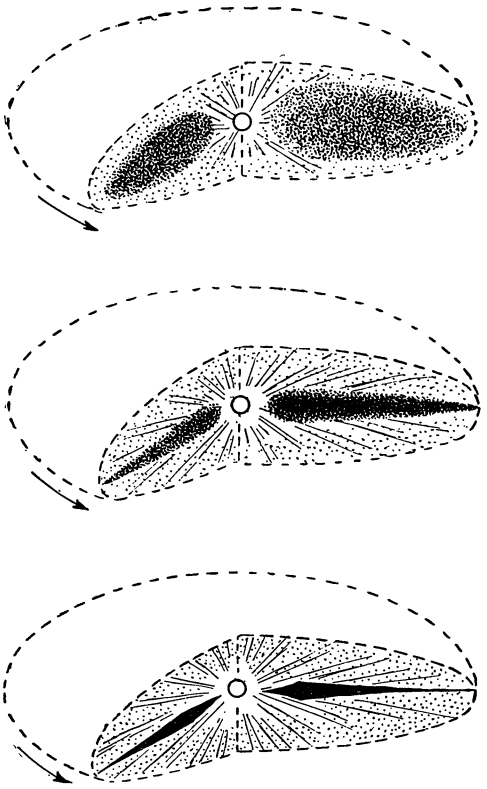
О. Ю. Шмидту удалось рассчитать, что в середине планетной системы должны были возникнуть самые крупные планеты, а ближе к Солнцу — более мелкие и далее всего от него — тоже мелкие, такие, как Плутон. За Плутоном могут быть планеты крупнее его, но едва ли мы откроем там гигантские планеты, подобные Юпитеру и Сатурну. Чем больше возникающая планета, тем больше вещества она должна вобрать в себя из «окрестностей». Эта гипотеза позволила О. Ю. Шмидту, а потом акад. В. Г. Фесенкову и другим ученым теоретически обосновать существующие расстояния между



Образование солнечной системы по гипотезе О. Ю. Шмидта.

планетами и Солнцем и между планетами. Раньше никому из астрономов сделать это не удавалось.

Точно так же О. Ю. Шмидту впервые удалось доказать расчетами, что при косом падении частичек на зародыши планет последние станут вращаться непременно в ту же сторону,



Образование солнечной системы по гипотезе О. Ю. Шмидта. На схеме показано постепенное уплотнение метеоритно-пылевой туманности вокруг Солнца.

в какую они обращаются вокруг Солнца, как это и есть в действительности. Только для самых далеких планет вращение под действием косых ударов может принять обратное направление.

Зародыши планет, особенно крупных, должны были окружаться скопищами мелких частиц (т. е. облаками пыли и газа), из которых возникали спутники планет, подобно тому как сами планеты возникали из газово-пылевого облака, окружавшего Солнце.

При собирании пыли и газа в планеты происходило одно важное явление, о котором раньше тоже не догадывались. Вследствие нагревания Солнцем пылинок из них выделялись газы. Наиболее легкие и летучие из них, в особенности водород, навсегда рассеивались в пространство. Этому помогало давление солнечных лучей. Точно так же солнечные лучи отталкивают газовые частицы кометных хвостов. Но так было лишь вблизи Солнца, которое прогревало толстый слой пыли до некоторой глубины.

На расстоянии до Юпитера и еще дальше солнечные лучи не проникали сквозь толстый слой пыли в блинообразное облако, и там водород уцелел. При сильном холоде, который был в этой «дальней» части облака, водород намерзал на пылинках, оседал на них, подобно инею, покрывающему на рассвете в осеннее утро холодную поверхность камней.

Таким образом, в состав планет, формирующихся вблизи Солнца, например в состав Земли, водород почти не вошел, а вдали от Солнца гигантские планеты, наоборот, оказались очень богатыми водородом. Поэтому в среднем плотность дальних планет гораздо меньше, чем плотность планет, близких к Солнцу.

О первых «днях» Земли

Возникновение планет из газово-пылевого облака длилось очень долго. О. Ю. Шмидт впервые в истории науки смог подсчитать, исходя из своей гипотезы образования Земли, что с тех пор, как Земля собиралась из мелких частиц, прошло около 6—7 млрд. лет. Это приблизительно согласуется с тем, что мы знаем о возрасте земной коры, т. е. тех ее поверхностных слоев, которые существуют как нечто твердое, уже не перемешивающееся с другим веществом, приходящим изнутри Земли или из межпланетного пространства.

Как мы могли узнать, сколько лет назад сформировалась земная кора, конечно, подвергавшаяся и впоследствии изменениям?

Есть замечательные химические вещества (элементы) — уран, радий и др.,— которые обладают свойствами распадаться на части, постепенно превращаться в другие вещества и в конце концов в свинец. При этих удивительных превращениях выделяется газ гелий и вместе с ним тепло. Как мы увидим дальше, изучение выделившегося тепла при этих превращениях было очень важно для выяснения истории нашей Земли.

Скорость распада урана и радия известна и строго постоянна. Чем дольше продолжается распад урана, содержащегося в горной породе, тем меньше его там остается, но тем больше накапливается свинца и гелия. По количеству оставшегося в горной породе урана и накопившегося гелия и свинца определяют продолжительность времени распада урана. Это и будет определять абсолютный возраст горной породы, содержащей уран.

Так установили, что самые древние каменные пласты земной коры образовались около 2—3 млрд. лет назад. Этот вывод согласуется с определением возраста Земли О. Ю. Шмидтом. До сих пор теоретически никто не мог рассчитать, сколько миллионов или миллиардов лет должна была формироваться Земля по той или другой гипотезе, знали лишь, сколько лет примерно существует ее кора.

Ранее многие считали, что Земля некогда была огненножидкой, а еще раньше — газообразной. Ссылались на извержение раскаленной лавы из кратеров действующих вулканов. После остывания лава каменеет. Многие думали, что Земля остывает, сохраняя еще запас тепла в своих глубоких недрах. По гипотезе О. Ю. Шмидта, Земля никогда не была огненножидкой. При столкновении частиц, когда из них складывалась Земля, выделялось тепло. Но еще больше его выделялось при распаде урана и радия, входивших в состав пылинок. С уплотнением земной коры это тепло, выделявшееся в недрах, не успевало рассеяться в пространство. Так тепло, образующееся при сжигании топлива в печи, нагревает ее, хотя стенки печи и отдают тепло комнате. Расчет показал, что Земля могла таким путем нагреться внутри примерно до 1500—3000°. При такой температуре каменные породы становятся уже вязкими, напоминающими теплый воск. В вязкой среде происходило — и, видимо, сейчас еще происходит — перемещение вещества Земли. Тяжелые вещества опускаются вниз, а легкие поднимаются наверх. При резких перемещениях их происходят землетрясения.

Поверхность Земли охладилась ранее остальных частей, подобно печке, у которой сперва остывают стенки. Так образовалась и холодная, твердая кора Земли. Местами под ней скопилось особенно много урана и радия, и там каменные породы находятся в совершенно расплавленном состоянии. Из таких бассейнов при повышении давления и происходит выдавливание (извержение) наружу раскаленной лавы.

Мысль о происхождении Земли из холодной материи и ранее высказывали выдающиеся ученые — Ф. А. Бредихин (еще в прошлом веке); В. И. Вернадский и др. Теперь эта идея приобретает все большее значение при разрешении различных вопросов геологии, в том числе и при поисках полезных ископаемых.

Так наука, исходя из накопленных знаний о Земле и солнечной системе, выясняет историю нашей планеты.

Откуда взялось газово-пылевое облако вокруг Солнца?

Такой вопрос возникал у вас, наверно, уже не раз, пока вы читали эту статью. Ответить на него определенно пока еще нельзя. О. Ю. Шмидт и некоторые другие ученые раньше его предполагали, что Солнце в своем обращении вокруг центра нашей звездной системы проходило сквозь огромное газово-пылевое облако. Такие облака в изобилии встречаются в пространстве между звездами. Своим притяжением Солнце могло увлечь за собой часть этого облака. Расчеты говорят о том, что это, по-видимому, возможно; но для осуществления такой возможности, конечно, нужно стечение ряда благоприятных обстоятельств, в общем то маловероятное.

Многие ученые, в числе их В. Г. Фесенков, считают, что Солнце, а за ним и планеты возникли из одного и того же вещества и что газово-пылевое облако окружало Солнце уже со времени его возникновения.

Развитие Солнца, звезд и газово-пылевых облаков

Некоторые буржуазные ученые пытались утверждать, что все облака пыли, газа (туманности) и все звезды возникли одновременно и давным-давно. Наблюдаемые же сейчас в пространстве облака пыли и газа являются остатками вещества, из которого возникли небесные тела. А из этих остатков, по их мнению, ничего нового возникнуть не может. Такие утверждения подкрепляют религиозные представления о сотворении мира «в один день» —сразу из ничего.

Советский астроном Б. А. Воронцов-Вельяминов еще в 1931 г. указал, что и в наше время постоянно происходит выбрасывание газа в пространство с поверхности звезд, особенно горячих и вспыхивающих, как новые звезды. Его подсчет показал, что, может быть, даже весь газ, который мы наблюдаем между звездами, ими же и порожден. Во всяком случае, облака газа образуются и в наше время. Звездный мир — не бездеятельное скопище, обреченное на охлаждение и умирание. Это «фабрика», выбрасывающая непрестанно «продукцию» в виде газа, который при благоприятных условиях может сгущаться в пылинки и подвергаться дальнейшим превращениям.

Есть облака пыли и газа, возникшие давным-давно, и есть только возникающие. Академик В. А. Амбарцумян и другие советские ученые в 1945—1947 гг. из ряда фактов сделали вывод, что звезды имеют разный возраст. Следовательно, есть основания утверждать, что звезды возникают и в наше время. Они рождаются преимущественно группами, как в виде гигантов, так и в виде карликов.

Вероятно, в какой-либо туманности родилось и наше Солнце, а родившиеся вместе с ним его «братья» и «сестры» уже разбрелись далеко по Вселенной.

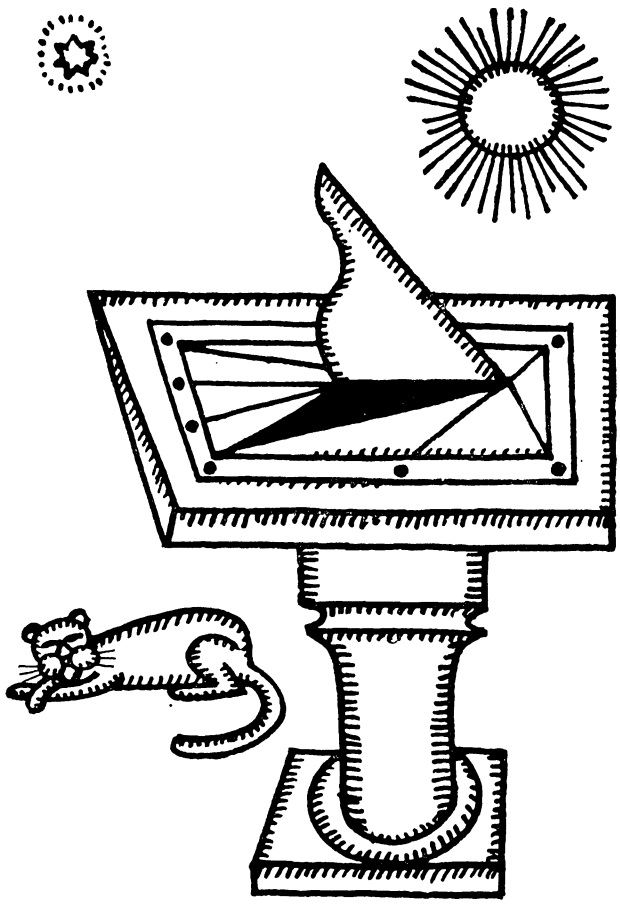
По соображениям и расчетам В. Г. Фесенкова, Солнце вначале было больше и горячее, чем сейчас, оно содержало больше вещества. Постепенно теряя вещество, т. е. выбрасывая газы со своей поверхности, Солнце охлаждалось, становилось менее ярким. Эти изменения происходили с течением времени все медленнее и медленнее. Сейчас Солнце продолжает черпать свою тепловую энергию за счет превращения в его недрах водорода в гелий (при этом выделяется колоссальная энергия) и почти не остывает. Еще миллиарды лет оно будет согревать и освещать Землю так же, как сейчас, и человечеству предстоит развитие в течение сроков, во много раз больших, чем срок, который прошел со времени появления первых людей на Земле.

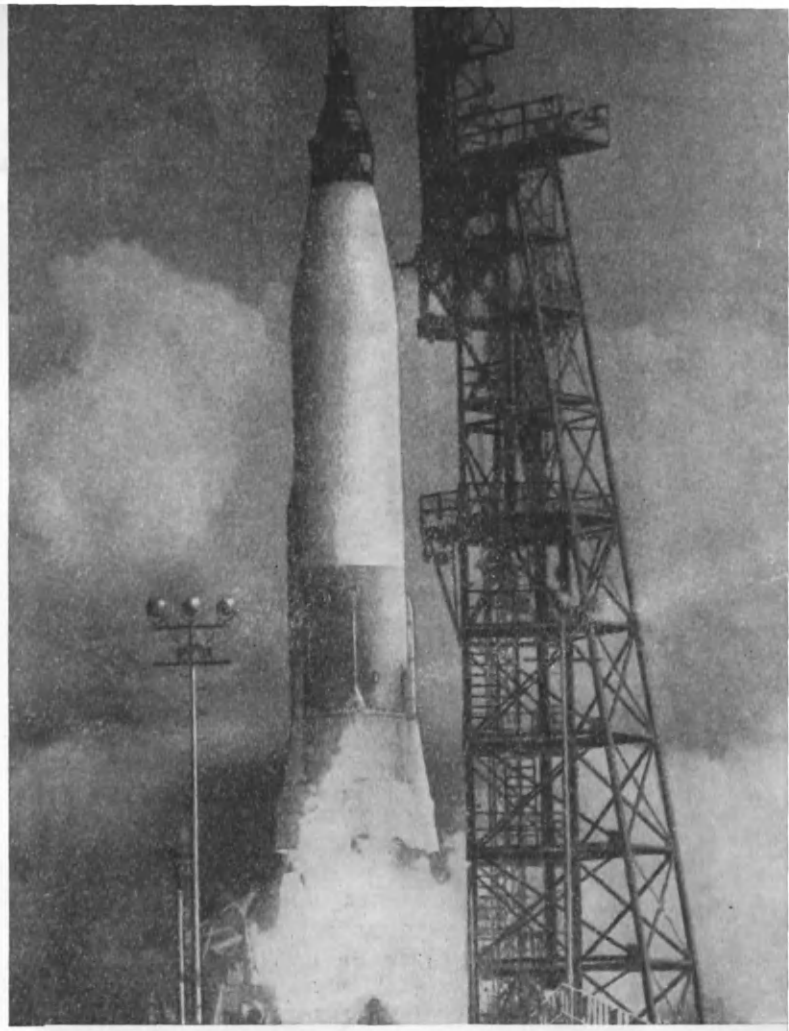
В мире происходит вечное движение и изменение вещества. Из газово-пылевой среды возникают звезды и вокруг них планетные системы. Развитие звезд приводит к извержению из них в мировое пространство газов. Так снова вещество принимает форму, из которой опять могут возникать уплотненные тела. Но при этих бесконечных превращениях меняются условия рождения небесных тел, меняется их состав. Природа не повторяет и не копирует себя: разнообразие возникающих небесных тел бесконечно велико. Так и на самой Земле отмирают и возрождаются те или иные формы растений и животных, и при этом растительный и животный мир непрерывно изменяется.

Огромное значение в преобразовании природы Земли имеет человек, воздействие которого на природу основывается на изучении и использовании ее законов.

Человек, срок жизни которого миг в сравнении с возрастом небесных тел, постигает тайны рождения небесных тел и изменяет лик своей планеты — Земли. Трудно предвидеть, до каких еще возможностей возвысится человечество, опираясь на науку и все глубже познавая природу.

■





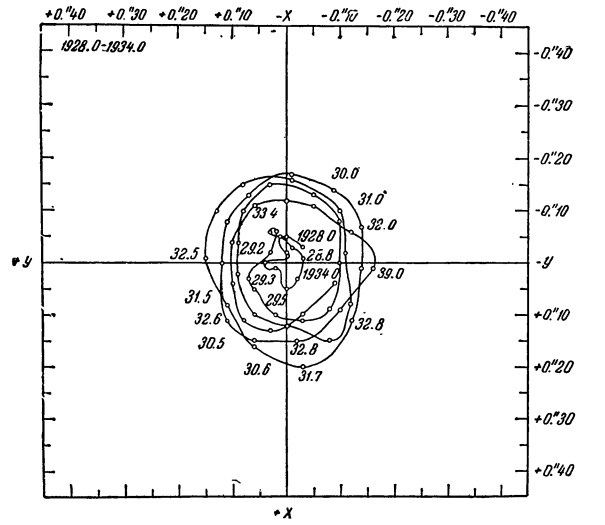
КАК АСТРОНОМИЯ ПОМОГАЕТ ЧЕЛОВЕКУ

АСТРОНОМИЯ В НАРОДНОМ ХОЗЯЙСТВЕ НАШЕЙ СТРАНЫ

На протяжении всей истории человеческого общества астрономия была необходима человеку как наука практическая. Но особенно велико значение этой науки в народном хозяйстве в настоящее время.

Одна из основных задач практического применения астрономии — определение географических координат мест на поверхности Земли. Не зная координат, нельзя составить географическую карту. Без знания координат ни один корабль не может плыть по намеченному курсу в открытом море. Чтобы правильно держать курс корабля, нужно периодически, как только позволяют метеорологические условия, определять широту и долготу места его нахождения.

Как можно, например, определить кратчайшее расстояние между Москвой и Якутском? Измерять его мерной лентой — задача невыполнимая. Определить это расстояние можно только астрономическим способом, причем для



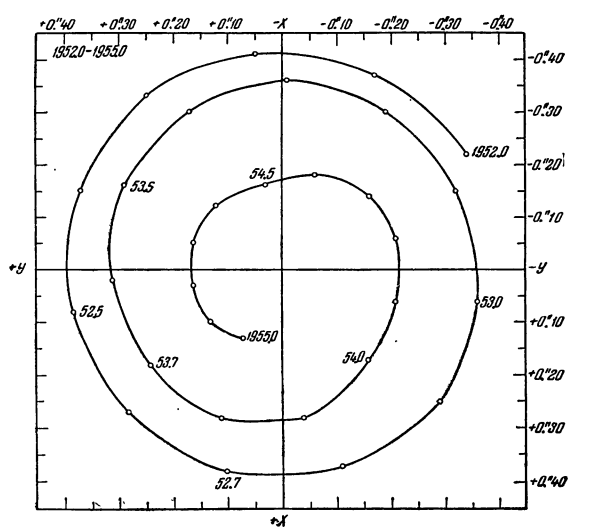
Кривая движения Северного полюса Земли. Установлена наблюдениями на различных обсерваториях в 1928—1934 гг.

этого в первую очередь нужно получить из наблюдений координаты этих мест, т. е. широты и долготы Москвы и Якутска.

Нельзя проложить правильно железнодорожную магистраль без определения координат ряда пунктов на пути этой магистрали.

Трудно назвать мероприятие, связанное с планированием территории нашей страны, с размещением крупных энергетических и промышленных предприятий, с работами картографического характера, где не требовалось бы знание координат тех или других пунктов.

На практике часто приходится определять направление относительно стран света, например точки юга. Эта задача называется определением азимута земного предмета и решается астрономическими методами. Азимут необходимо определять при сооружении предприятий, научных и общественных учреждений (башни и павильоны обсерваторий, антенны радиостанций, стадионы). Азимутом пользуются при определении направления полетов межконтинентальных ракет и т. п.



Кривая движения Северного полюса Земли. Установлена наблюдениями на различных обсерваториях в 1952—1955 гг.

Однако координаты мест на земной поверхности не остаются строго постоянными, а непрерывно, правда в очень небольших пределах, изменяются. Происходит это явление оттого, что сама Земля в небольших пределах смещается относительно своей оси вращения, и поэтому последняя не занимает неизменного положения в теле Земли. Вследствие этого точки пересечения оси вращения Земли с ее поверхностью, т. е. географические полюсы, непрерывно перемещаются. Это перемещение полюсов Земли по ее поверхности невелико. Северный полюс движется против часовой стрелки по сложной спиралеобразной кривой, которая то закручивается, то раскручивается, не выходя из квадрата со сторонами 26 *м*.

Вследствие смещения полюсов смещается и экватор Земли, так как ось вращения перпендикулярна к плоскости экватора. Изменяется также и меридиан любого места наблюдения. Эти смещения вызывают изменение координат, т. е. широт и долгот. И как ни малы такие изменения, но их надо учитывать и исправлять координаты применительно к движению полюса.

Поправки координат местностей на Земле, учитывающие движение полюсов, получаются из наблюдений на многих обсерваториях земного шара, проводимых специальной организацией, которая называется Службой движения полюсов. Эти поправки необходимы не только астрономии, они нужны также геодезии, геофизике, картографии и другим наукам.

Хорошо известно, какое огромное значение во всей нашей деятельности имеет точное время. Определение его, хранение и передача — очень важная астрономическая задача. Без точного времени не могут нормально работать фабрики и заводы, государственные учреждения, учебные заведения, железнодорожный и водный транспорт, авиация и т. д. Для всех этих организаций и всего населения Советского Союза из Москвы ежечасно по московскому времени подаются широковещательные сигналы времени в виде шести коротких гудков; начало последнего гудка соответствует концу данного часа и началу следующего.

Для специальных научных учреждений, обсерваторий, ведущих астрономические наблюдения, штурманов кораблей, многочисленных географических, геодезических, геологических, гравиметрических и других экспедиций, работающих во всех районах нашей необъятной Родины, несколько раз в сутки подаются специальные сигналы еще более точного времени.

Точное время определяется на астрономических обсерваториях путем наблюдения звезд с помощью точнейших современных астрономических инструментов.

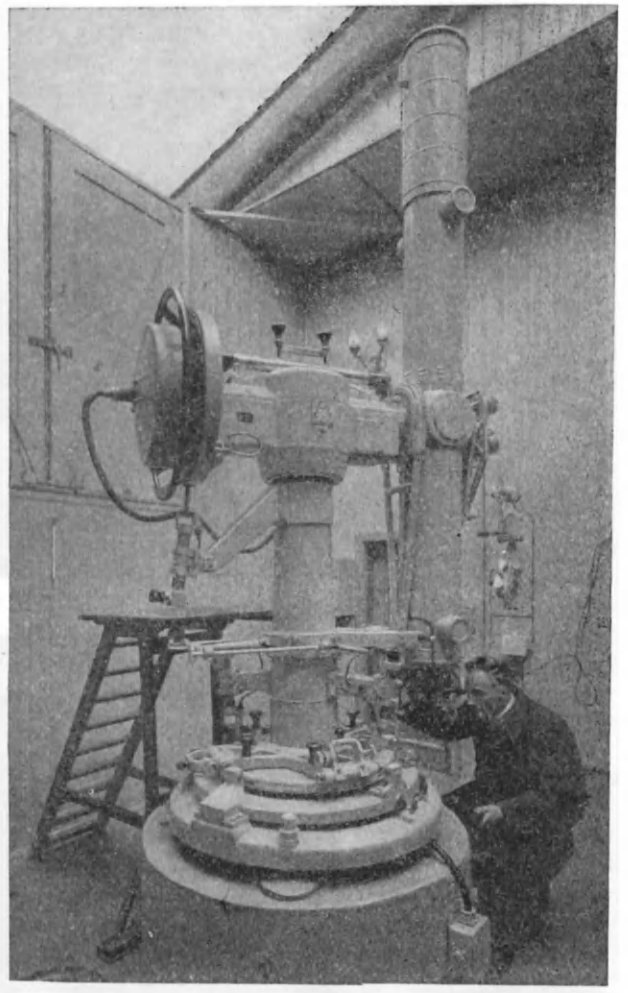
Для того чтобы иметь точное время на каждый момент, существуют приборы—хранители времени, или, попросту говоря, высокоточные часы. Из наблюдений звезд и определяется поправка этих часов.

И для определения координат мест на земной поверхности, т. е. широты и долготы, и для определения точного времени, и для решения целого ряда других задач, о которых пойдет речь ниже, нужно знать точные положения на небе Солнца, Луны, планет и многих звезд, т. е. знать их небесные координаты. Эти координаты вычисляются на основе многочисленных наблюдений на многих обсерваториях и приводятся в специальных списках или таблицах, которые называются астрономическими ежегодниками.

В Советском Союзе заранее на каждый год издается Астрономический ежегодник СССР; в нем даются координаты Солнца, Луны, планет, многих звезд и приводится целый ряд других необходимых сведений.

Астрономическими расчетами определяется заранее время восходов и заходов Солнца. 21 марта и 23 сентября Солнце восходит в точке востока и заходит в точке запада. В северном полушарии Земли зимой Солнце восходит южнее точки востока, заходит южнее точки запада, а летом, наоборот, восходит севернее точки востока и заходит севернее точки запада. Восходы и заходы Луны приходятся на самые различные часы суток. Когда Луна в новолунии, она восходит и заходит примерно в одно время с Солнцем. В полнолуние Луна восходит во время захода Солнца, а заходит во время его восхода.

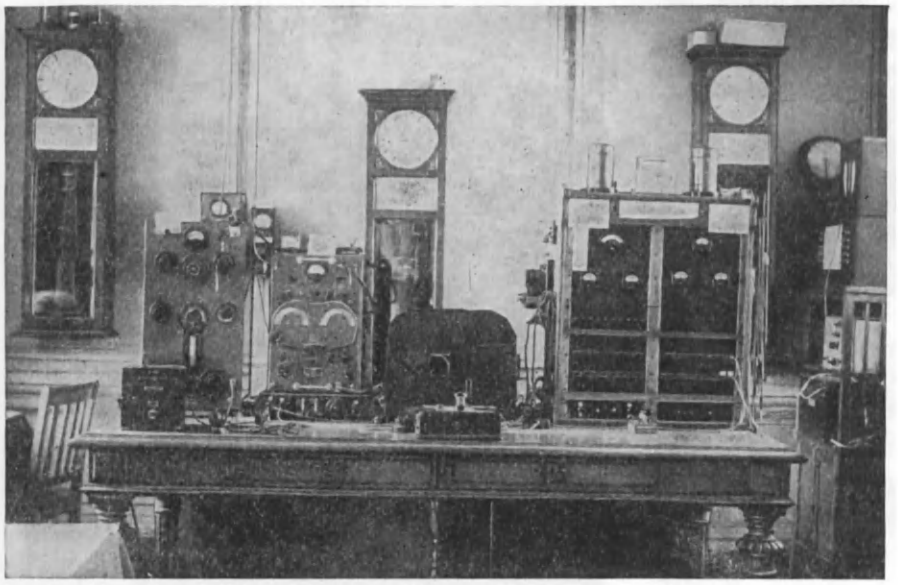
Вычисление времени восходов и заходов Солнца, а также вычисление продолжительности дня имеет большое практическое значение. Данные о продолжительности дня и сумерек для разных широт нужны при подсчете электроэнергии, необходимой для предприятий, уличного освещения и для других целей.



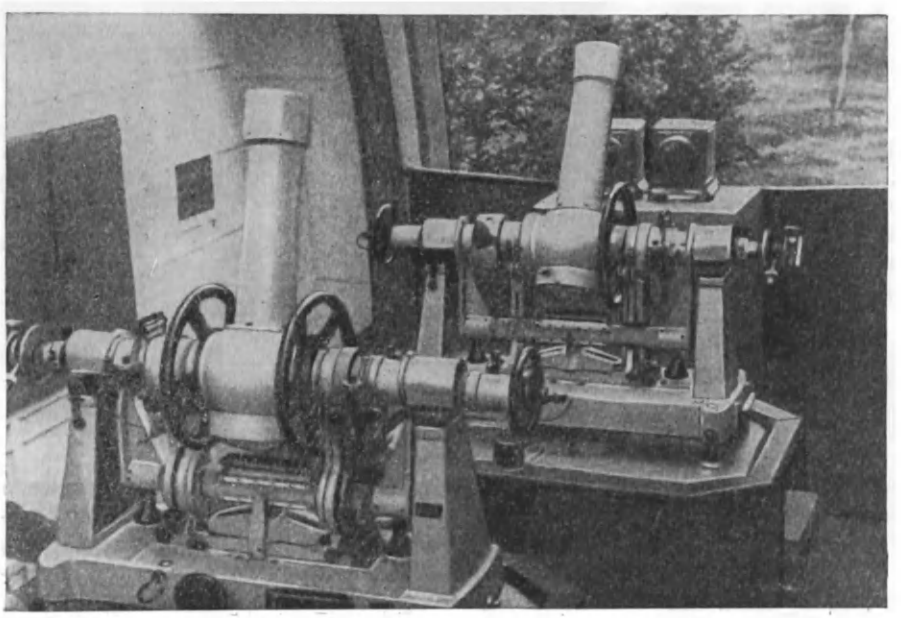
Зенит-телескоп. С его помощью ведутся определения географической широты для получения координат полюса.

Вероятно, редкий гражданин Советского Союза не пользуется данными отрывного календаря. В этом календаре на каждый день года, т. е. на каждом листке, приводится московское время восхода и захода Солнца для широты Москвы. Чтобы узнать, когда восходит или заходит Солнце в других местах, в данные календаря нужно ввести поправку на широту места и на местное декретное время. Как это делать, обычно описывается на первом листке календаря. В отрывном календаре указываются также продолжительность дня, восходы, заходы и фазы Луны.

Большое значение в народном хозяйстве имеют географические карты. Чтобы составить карту района, области или целого государства,



В лаборатории Службы времени Астрономического института им. П. К. Штернберга при Московском государственном университете им. М.В.Ломоносова.



Пассажные инструменты. С их помощью ведутся наблюдения звезд для определения точного времени.

нужно провести на данной местности целый комплекс астрономо-геодезических работ. Надо определить широты, долготы, азимуты целого ряда мест — так называемых опорных пунктов, равномерно расположенных на площади, с которой снимается карта (район, область, государство и т. д.), определить высоты опорных пунктов над уровнем моря. Без этого никакой карты сделать нельзя. Густота таких пунктов зависит от требуемой точности карты, от рельефа местности, с которой снимается карта, от количества населенных пунктов, характера почвенно-растительного покрова и др. Карты являются средством для изучения расположения природных богатств на данной территории, рационального использования их и проведения различного рода народнохозяйственных мероприятий. Они необходимы промышленности для всякого рода изысканий, для правильного размещения в стране заводов и

фабрик. Они нужны сельскому хозяйству, транспорту и многим другим отраслям нашего многогранного народного хозяйства. В картах нуждаются армия, государственные учреждения, учебные заведения и т. д.

Немаловажное значение имеет предвычисление приливов и отливов.

Для обеспечения безопасности мореплавания, производства всевозможных строительных работ на побережьях, проведения различных исследований моря и для других целей нужно знать высоту прилива в данном месте на каждый час суток. Эта задача решается астрономическими способами.

Наша Земля окружена воздушной оболочкой — атмосферой. Мы живем в самом плотном, нижнем ее слое. Поэтому всестороннее изучение атмосферы Земли — очень важная жизненная задача. У поверхности Земли и на небольшой высоте химический состав, плотность, влажность и другие свойства атмосферы можно изучать непосредственно лабораторными способами. Но на большой высоте так изучать атмосферу нельзя. Здесь нас выручают влетающие в земную атмосферу метеоры.

Изучение метеоров дает возможность исследовать физические свойства верхних слоев земной атмосферы, определить направления и скорости воздушных течений. По данным наблюдений метеоров впервые было установлено, что атмосфера химически однородна и на высоте 80—110 *км* имеет тот же состав, что и на уровне моря. Определены были также на этих высотах скорости ветров и температуры. В последние годы в изучении верхних слоев атмосферы большую роль сыграли ракеты и искусственные спутники Земли.

Жизнь на Земле существует благодаря свету и теплу, получаемым от Солнца. Солнце — центральное тело нашей солнечной системы. Оно представляет собой раскаленный газовый самосветящийся шар, температура поверхности которого 6000°. При такой температуре все вещества, из которых состоит Солнце, могут быть только в газообразном состоянии.

Данные современной науки показывают, что Солнце в настоящее время находится в таком состоянии, в каком оно находилось сотни миллионов и даже миллиарды лет назад. Спрашивается: откуда же оно черпает то громадное количество энергии, которое излучает в виде тепла и света? Эта энергия вырабатывается в недрах Солнца, где при огромных давлениях и очень высоких температурах, достигающих 15—20 млн. градусов, ядра одних элементов преобразуются в ядра других, т. е. происходят так называемые термоядерные реакции. Подобные реакции происходят только между ядрами самых легких элементов, таких, как водород, гелий, литий и др. Эта догадка астрономов стимулировала и ускорила осуществление превращений элементов, использование атомной энергии и приблизила нас к осуществлению управляемых термоядерных реакций. Последние дадут в руки человека колоссальные источники энергии.

Влияние Солнца на Землю огромно. В результате воздействия Солнца возникают полярные сияния, магнитные бури, нарушается нормальная радиосвязь.

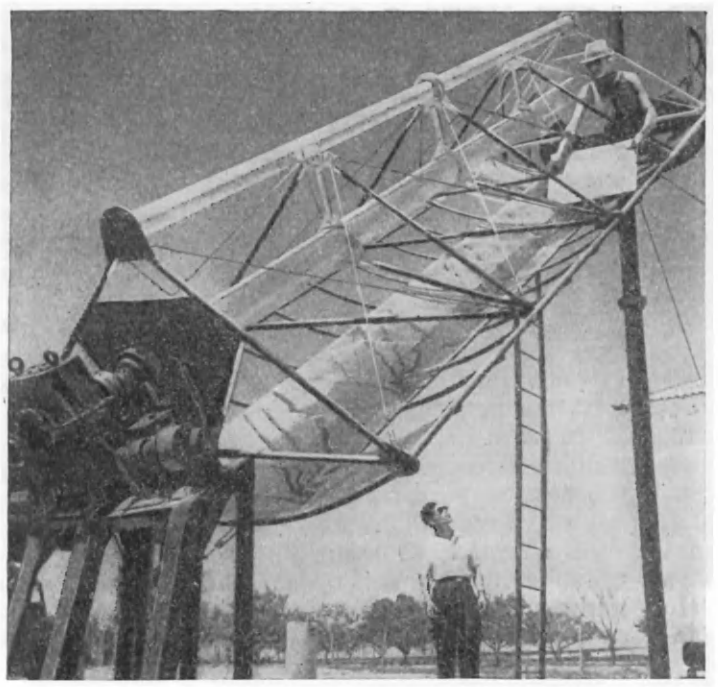
Все эти явления требуют детального изучения процессов, протекающих на Солнце и в его атмосфере, и выяснения их влияния на Землю и ее атмосферу.

В настоящее время приобретает особое значение вопрос о непосредственном использовании энергии Солнца в промышленности и сельском хозяйстве. Но Солнце обогревает земной шар неодинаково. Наиболее выгодны для использования солнечного тепла тропический и умеренный пояса, причем тропический пояс менее выгоден из-за частой облачности.

Есть разные способы использования энергии солнечных лучей.

Например, в южных районах Советского Союза имеются солнечные установки, дающие горячую воду и пар для консервных заводов, бань, кухонь и отопления зданий. В Ташкенте сооружена солнечная установка, состоящая из бетонного параболоида с поверхностью 80 $м^2$. На этом параболоиде смонтирован ряд небольших посеребренных зеркал: отражаясь от них, солнечные лучи собираются в одно место (фокус) и нагревают котел, дающий пар, который используется в холодильной машине. Подобных установок сейчас много. Советские ученые работают над вопросами использования солнечной энергии в различных отраслях промышленности и сельского хозяйства, использования ее посредством фотохимических реакций и путем фотосинтеза, превращения солнечной энергии в электрическую.

Методы, разработанные в астрономии, с успехом применяются в других областях науки и практики. Зачастую чисто теоретические и астрономические исследования при дальнейшем их развитии приобретают важное практическое значение. Характерным примером этому может служить спектральный анализ. В 1666 г. Ньютон с помощью стеклянной призмы разло-



Установка для использования солнечной энергии. Предназначена для работы аппаратуры, охлаждающей производственные помещения. Установлена в Туркменской ССР, вблизи Ашхабада. Справа — На сковородке «солнечной кухни» можно быстро приготовить различные блюда.

жил белый солнечный свет на семь основных цветов, подобных радуге, или, как говорят, разложил его в спектр. Разве могла тогда прийти кому-нибудь в голову мысль, что через два-три столетия на основе этой цветной картинки будет создан обширный раздел новой, теперь уже технической, науки о природе — спектральный анализ.

Методы, применяемые астрономами для изучения химического состава Солнца и звезд посредством спектрального анализа, в настоящее время широко распространены в металлургии. При плавке различных металлов приходится добавлять в сплав десятки химических элементов, чтобы получить металл нужного качества. Поэтому при плавке высококачественных сталей и сплавов цветных металлов, при сортировке различных сплавов и даже готовых изделий широко применяются методы качественного и количественного спектрального анализа. Им пользуются медики при определении процента кислорода в крови больного, химики для определения состава полимеров и т. п.

Прекрасным примером, когда теоретические исследования приводят к важным практическим результатам, является открытие элемента гелия. В 1868 г. астрономы, наблюдая солнечный протуберанец, нашли в его спектре яркую желтую линию. Ее не было в спектрах ни одного известного в то время химического элемента. Солнечный газ, которому принадлежит эта желтая линия, был назван гелием, что означает «солнечный», так как Солнце по-гречески — «гелиос».

Спустя 25 лет этот «солнечный» газ был выделен химиками на Земле из минерала клевеита. Гелий — самый легкий газ после водорода. Он широко используется в науке и технике. Им наполняются дирижабли, лампы накаливания и радиолампы; кстати сказать, это он сверкает желтовато-розовым цветом в витринах магазинов. Гелий применяется в металлургии для продувания расплавленных металлов и ведения плавок. В настоящее время гелий добывается в основном из подземных газовых скоплений.

Велика роль астрономии в космонавтике. В изучении космоса немало ценного дали ракеты. Они поднимали на высоту в несколько сот километров различные научные приборы и подопытных животных. Еще больше дали полеты в космическое пространство наших славных космонавтов.

Теория космических полетов непосредственно вытекает из теории движения небесных тел. Пилоты будущих межпланетных кораблей будут пользоваться астрономическими способами ориентировки и расчета.

В недалеком будущем последуют полеты человека к Луне и ближайшим к Солнцу планетам — Марсу и Венере. Луна — ближайшее к Земле космическое тело, и нет сомнения, что на нее первую ступит нога человека. Для космонавта, а вероятнее всего — космонавтов, высадившихся на Луну, должна быть хорошо известна обстановка, в которой они окажутся. От этого во многом будут зависеть посадка на поверхность Луны, высадка из космического корабля, время пребывания на Луне и возвращение на Землю. Выяснение всех вопросов, связанных с физической природой на Луне и на планетах, — задача астрономов.

Многие другие вопросы, имеющие важное практическое значение, также решаются с помощью астрономии.

ВРЕМЯ И КАЛЕНДАРЬ

Трудная задача

Никто на свете не решит такую простую задачку: Иван прошел 3, а Петр — 4 *км*; кто шагал быстрее? Да тут и решать как будто нечего: ясно, что Петр. Нет, совсем не так проста эта задачка — в ней не указано, з а к а к о е в р е м я прошел 3 *км* Иван и 4 *км* Петр. Если Петр совершил свое путешествие за час, а Иван — за полчаса, то, конечно, Иван шагал быстрее.

Мы нередко измеряем расстояния временем: «Это совсем близко — всего пять минут ходу». В расписании для самолетов указывают, сколько часов и минут продолжается рейс самолета на той или иной линии. Астрономы измеряют расстояния до звезд световыми годами.

Пространство и время всегда и везде неразрывно связаны: ведь все в мире происходит не только г д е - т о, но и к о г д а - т о.

Никогда не останавливается вездесущее время, всегда течет оно с неизменной скоростью, и все в мире изменяется с течением времени. Нельзя вернуть прошлое или приблизить будущее, но это вовсе не значит, что будущее нам неподвластно. Напротив, мы все больше подчиняем его своей воле.

Все наши фабрики и заводы, колхозы и совхозы, учреждения и школы работают по строгому расписанию — плану: это и дает нам власть над грядущим. Мы знаем, когда завершим великий план, начертанный Программой нашей партии, и построим коммунизм. И мы можем приблизить эту цель, если будем шагать быстрее, т. е. работать и учиться еще лучше.

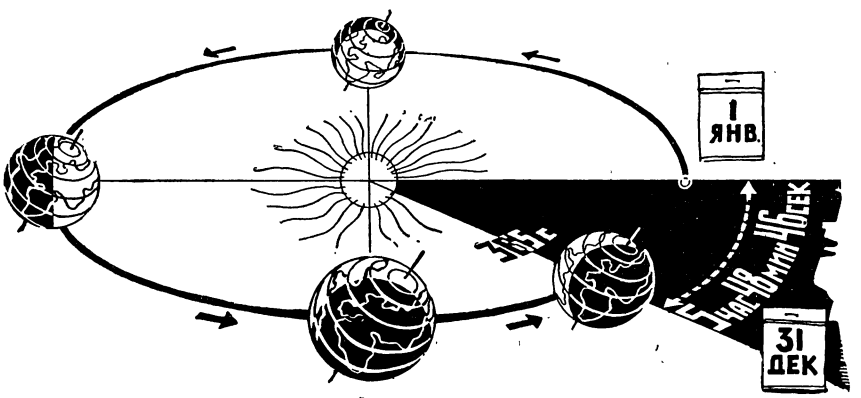
У каждого из нас есть свои близкие или отдаленные цели — задачи, и мы намечаем, к о г д а решим их. Ни одно задание, никакой план нельзя выполнить к сроку без точного измерения и учета времени, без календаря и часов.

Обычно хорошими считаются часы, если они за неделю уходят вперед или отстают только на одну минуту. Лучшие астрономические часы еще недавно показывали время с точностью до десятой доли секунды в неделю. А нынешние атомные часы ошибаются на 0,1 секунды только за 100 лет — удивительный образец точности!

От календаря как будто немногое требуется: он должен вести правильный счет суток — только и всего; но это оказывается не так просто.

Измерить длину комнаты можно метрами или футами. Наш урожай мы оцениваем тоннами или пудами. Все эти меры условные — их можно заменить другими.

Основные меры времени даны природой и от нашей воли не зависят. За с у т к и Земля совершает один оборот вокруг своей оси, а за г о д тоже один оборот вокруг Солнца. Вот тут-то и возникает очень трудная задача.



Астрономический, или солнечный, год продолжается 365 суток 5 часов 48 минут 46 секунд.

Хорошо, если бы в году было целое число суток — все равно сколько: 365 или 563. Тогда можно было бы создать точный и удобный календарь. Даже если бы год содержал 365½ или 365 $^1/_8$ суток, из этих половинок или восьмушек можно было бы составить целые сутки.

Но год продолжается 365+0,24219 ... суток. Очень уж нескладная дробь, и последняя цифра — еще не последняя: дробь эта бесконечная. Можем записать ее менее точно и более просто: 365 суток + 5 часов 48 минут 46 секунд.

Из этой «добавки», как ни старайтесь, целых суток не составите. Год и сутки, говорят математики, величины несоизмеримые: нельзя в данном случае разделить большее число на меньшее без остатка. Вот почему и получается бесконечная дробь.

Волей-неволей приходится считаться с тем, что есть. Раз год несоизмерим с сутками, значит, нельзя создать идеально точный календарь — это не только трудная, а просто неразрешимая задача. Но календарь у нас все-таки есть, и без него жить нельзя. Как же люди создавали его?

Предки календаря

Каких только календарей не было у различных племен и народов! Жители тихоокеанских островов Самоа началом года считали то время, когда густыми косяками идет рыба. У других племен год начинался с прилета птиц, появления зайцев или других животных.

Подобные приметы еще в каменном веке служили вехами времени для первобытных охотников и рыболовов. Когда основным средством существования стали земледелие и скотоводство, такие «календари» уже не могли удовлетворить людей: они только у к а з ы в а л и, что весна или лето уже наступили, но не п р е д с к а з ы в а л и их, не помогали заблаговременно предвидеть наступление весны, чтобы подготовиться к обработке земли и посеву.

Правда, еще древние земледельцы понимали, что урожай зависит от Солнца, и поклонялись ему как творцу — богу света, тепла, самой жизни.

Неодинаков путь «божественного» светила в разные времена года: летом оно поднимается выше, чем весной, а зимой проходит ближе к горизонту, чем осенью.

Постепенно был замечен этот «круговорот» Солнца. Но одно дело — заметить и совсем другое — запомнить: ведь письменности еще не было, видимый путь дневного светила изменяется медленно и постепенно в течение целого года, а сколько времени продолжается год, никто не знал.

Легче уследить за стройным движением звезд: ни одна из них не обгоняет соседок и не отстает. Еще первобытные пастушеские племена подметили неизменный узор созвездий и по звездам находили верный путь к становищам. Для земледельцев небесные путеводители стали предсказателями времен года.

Одни созвездия, как у нас Большая и Малая Медведицы, видны с вечера до рассвета каждую ночь, другие, например Водолей, словно скрываются на зимние месяцы. В это время года они восходят уже после Солнца и тонут в его лучах, а вновь их можно заметить весной.

В древнем Китае близость весны предвещал Небесный Ковш — созвездие Большой Медведицы: ручка ковша при заходе Солнца «смотрела» в это время на восток. У древних греков «сигнальным» созвездием служили Плеяды, которые шесть недель не были видны. Как только скрывались они, наступала пора сева.

Такие небесные приметы были и у других народов, но приметы — еще не календарь. Казалось бы, проще всего подсчитать, сколько дней проходит от одной весны до следующей, и гадать не придется, когда начинать полевые работы. Но в глубокой древности счет был мудреным искусством. К тому же легче считать вещи, чем дни: вещи остаются, а дни исчезают безвозвратно...

Неизвестно, где и когда впервые зародился счет дней по пальцам. Сначала достаточно было одной или двух рук: так возникли пятидневная и десятидневная недели. А когда усложнилось хозяйство и понадобилось заглядывать в более отдаленное будущее, на помощь пришел «небесный счетовод» — Луна.

Изменчив видимый лик Луны: то, словно призрак, появляется на западе бледный серп, едва заметный в лучах заходящего Солнца, то серебрится полумесяц, то во всем блеске сияет светлый диск, то начинает он угасать, снова превращаясь в узкий серп, пока совсем не исчезнет на 2—3 дня. А потом опять возникает тонкий серп «новорожденного» светила.

Всегда в одном и том же порядке сменяются фазы Луны. Ее загадочные превращения и мягкий, вкрадчивый свет, побеждающий мрак ночи, рождали веру в чудесные силы таинственного светила-божества, равного Солнцу. И многие народы поклонялись Луне, а жрецы - бого-

служители подсчитали, что от одного возрождения «ночного солнца» до следующего проходит около 30 суток. Луна стала надежным счетчиком ускользающих дней...

Самые далекие наши предки знали, что после светлого дня приходит темная ночь: на заре истории человечества была уже известна первая природная мера времени — сутки. Прошло много тысяч лет, прежде чем была открыта вторая мера — месяц. И до сих пор на многих языках, как и на русском, месяцем называют и Луну, и связанную с ней меру времени.

Зимой день короче, а летом длиннее, но всегда, в любое время года, день да ночь — сутки прочь, и всегда по Луне можно вести счет дням. Сутки и месяц стали основными мерами времени, и по этим вехам сложились первые календари у древних народов.

Восьмилетка и девятнадцатилетка

Больше 5000 лет назад в Южной Месопотамии, где теперь государство Ирак, жил земледельческий народ шумеры. Летом жара здесь нестерпимая, до 50°, зимой льют дожди, а весной бурно разливаются реки Тигр и Евфрат. Каждый год они затопляли окрестные поля, удобряя их плодороднейшим илом. Дороже всех благ здесь ценилась вода, и люди бережно запасали ее в половодье для орошения земли, опаляемой знойными лучами Солнца в летнюю жару.

Небывало щедрые урожаи, в десятки раз больше, чем посеяно, приносили поля, если заблаговременно были подготовлены каналы и водохранилища. Но как узнать заранее, когда начнется стремительный разлив рек? Как разработать календарь, насущно необходимый для земледельческих работ? Решить эту сложную задачу помогла Луна.

Каждый месяц начинался праздником дня рождения Сина — бога Луны. Это происходило в тот вечер, когда после безлунных ночей жрецы-астрономы впервые замечали тонкий серп Луны. Особым торжеством отмечалось начало года — первое весеннее новолуние [1]. Именно в это время (около середины марта) начинала прибывать вода в Тигре, а через две недели — в Евфрате.

Луна сама указывала, как мерить время: между двумя новолуниями проходит 29 или 30 дней, а между двумя новогодиями — 12 «лун». По этим «лунам» можно было заранее рассчитать, когда начнется разлив рек. И жрецы составили календарь из 12 месяцев по 29 и 30 суток. Всего в этом лунном календаре было 354 дня вместо 365.

Тогда еще не была точно известна продолжительность года, но сама жизнь, особенно сельскохозяйственные работы, показывала, что доверять лунному богу Сину нельзя. Он бесцеремонно подводил земледельцев: Новый год по календарю уже прошел, а вода в Тигре еще не начала прибывать. Неизбежно нарушались календарные сроки и других работ: ведь сельское хозяйство неразрывно связано с временами года, а смена их зависит не от Луны , а от Солнца.

Жрецы поняли, что составленный ими лунный календарь слишком короток, и стали время от времени добавлять еще один, тринадцатый месяц. Таким образом удавалось кое-как подгонять Новый год к началу разлива рек, но путаница при этом нередко случалась изрядная.

Много веков спустя в Месопотамии сложилось могучее Вавилонское царство. В VI в. до н. э. вавилонские жрецы-астрономы уже довольно точно определили, что в году 365 $^1/_4$ суток, а в 12 лунных месяцах только 354, или на 11$^1/_4$ суток меньше. За 8 лет эта разница достигала 90 суток (11 $^1/_4 \times 8$) — ровно трех месяцев по 30 дней.

Жрецы решили, что устранить это расхождение и упорядочить календарь не так уж сложно: нужно только в течение 8 лет 3 раза добавлять к 12 месяцам тринадцатый, тогда счет дней по Луне и по Солнцу сойдется. Таким образом, чисто лунный календарь превратился в лунно-солнечный. Трудная задача была решена совсем просто, да не очень точно.

Лунный месяц по календарю длился в среднем 29,5 суток, а в действительности он чуть больше — 29,53 [1]. Разница не так уж велика, но из этих трех сотых за 8 лет накоплялось около трех суток.

Другим лунно-солнечным календарем пользовались в древнем Китае. Там в начале VI в. до н. э. подсчитали, что 19 солнечных лет содержат примерно столько же дней, сколь-

[1] На самом деле в новолуние серп увидеть нельзя. В это время обращенная к Земле сторона Луны не освещается Солнцем. Но в древности новолунием называли первое видимое появление серпа Луны.

[1] Один оборот Луны вокруг Земли — лунный месяц — продолжается в среднем 29,53059 суток, или 29 дней 12 часов 44 минуты 2,8 секунды. Это число, так же как и сутки, несоизмеримо с продолжительностью года.

ко 235 лунных месяцев. Если в году будет только 12 лунных месяцев, то за 19 лет ($12 \times 19 = 228$) не хватит 7 месяцев. Значит, для того чтобы согласовать лунный счет времени с солнечным, нужно в течение каждых 19 лет к семи годам добавлять по одному, тринадцатому месяцу.

При этом неизбежно в таких годах было по 384 суток, а в остальных — только по 354. Не очень это удобно, но ничего не поделаешь. Такой же календарь придумал и греческий астроном Метон в 432 г. до н. э. Между тем на много веков раньше уже существовал более совершенный календарь.

Самый простой и удобный

Ни в одной стране древнего мира не было такой искусной системы орошения, как в Египте. Всеми земледельческими работами там, как и во многих других странах управляли жрецы.

Много богов было у древних египтян, но больше всего они почитали бога Солнца — Амона, «господина всего» Осириса и жену его Исиду, ведавших плодородием, а также «кормильца людей» Хапи — божество реки Нила.

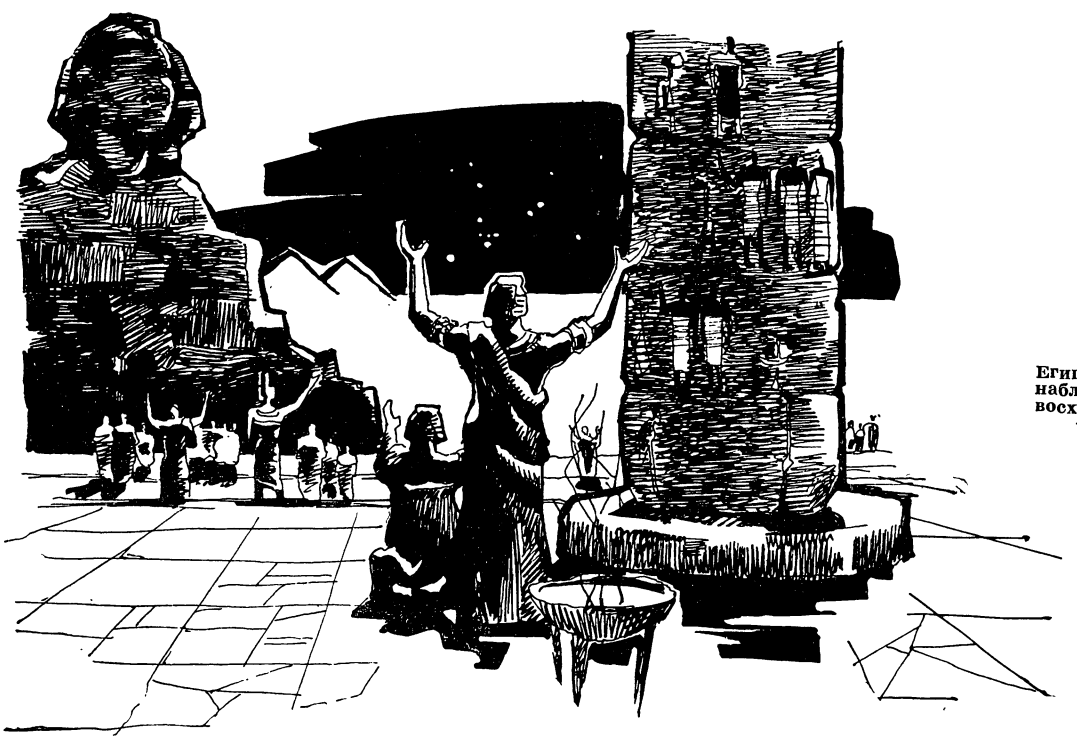
С июня до октября, в половодье, широко разливается Нил, а входя в берега, оставляет на полях рыхлый слой тучного ила, удобряющего землю. Но бывало и так, что могучая река уносила в мутные воды жилища и людей.

Вот почему сложную систему орошения надо было поддерживать в образцовом порядке, заранее подготовляться к началу желанного и в то же время опасного разлива Нила — от этого зависели урожай и жизнь египтян. Но как подкараулить начало разлива реки?

Никто не мог предвидеть, когда наступит буйное половодье. И никакие признаки на земле не предвещали его заблаговременно [1]. Жрецы-астрономы нашли такие безошибочные приметы на небе — по Сириусу.

В Египте эта звезда ранней весной видна только в вечерние часы на западе; с каждым днем она показывается над горизонтом все позже, пока совсем не изчезнет: в действительности Сириус в это время восходит после Солнца и поэтому невидим. Примерно через 2½ месяца звезда вновь появляется на востоке, сначала ненадолго: едва сверкнув, как алмаз, на уже розовеющем предрассветном небе, она тот-

[1] Лишь сто лет назад, в 1863 г., было установлено, что ежегодный разлив Нила вызывается сильными летними ливнями у истоков реки на Абиссинском плато.



Египетские жрецы наблюдают первый восход Сириуса.

Введение нового календаря во Франции отмечалось театральными представлениями и праздничными демонстрациями. В торжественном шествии, изображенном на рисунке, участвовали 12 групп по 30 человек (в соответствии с числом месяцев в году и дней в каждом месяце), а за ними шли 5 или 6 стариков, олицетворявших праздничные дни в конце года.

час же угасает в лучах утренней зари. И как раз в эту пору — первого видимого восхода Сириуса — начинала прибывать вода в Ниле.

Уловив эту последовательность в появлении Сириуса, жрецы провозгласили ее чудесным божественным предзнаменованием, а Сириус — священной звездой, воплощением богини Исиды, открывающей воды Нила. Наблюдая движение самой яркой звезды, жрецы могли уверенно предсказывать, когда начнется благодатное наводнение. И эти предсказания сбывались с безупречной точностью. Свои расчеты жрецы держали в секрете. Только они вели астрономические наблюдения, только они проникли в небесные тайны и могли быть «пророками». Благодаря этому еще больше возросли власть и влияние жрецов, державших народ в слепой покорности и рабском подчинении.

По наблюдениям Сириуса и Солнца жрецы рассчитали, что год продолжается 365 суток, и разработали календарь. В нем было 12 месяцев по 30 дней, или по три десятидневки в каждом, а в конце года добавлялось еще 5 дней — в честь «рождения богов». Лунные месяцы уже не имели значения. Это был первый в истории человечества с о л н е ч н ы й календарь, очень простой и удобный, если бы не одна заминка.

Торжественный праздник Нового года был приурочен к первому «явлению» Сириуса и началу нильского наводнения. Первый месяц египетского календаря назывался в честь одного из богов — Тот. Но вот странное дело: если в этом году священная звезда показывается перед утренней зарей в первое число Тота, то через 4 года ее можно заметить лишь второго числа. Почему ошибается Сириус и каждые 4 года запаздывает на сутки?

Впоследствии эта загадка была разгадана: год продолжается не ровно 365, а почти $365^1/_4$ суток. Из этих-то четвертушек и набегают за 4 года целые сутки, которых не хватает в календаре. И вовсе не звезда запаздывает, а календарь спешит, уходит вперед — за 4 года на сутки.

Но жрецы еще долго продолжали считать, что в году ровно 365 дней, и новогодие кочевало по всем дням календаря. Нам показалось бы нелепым встречать Новый год то второго января, то третьего и еще позже или праздновать Первомай в июне, потом в августе, осенью, зимой...

Но египтяне привыкли к своему блуждающему году, а жрецов это и вовсе не тревожило: они умышленно не исправляли ошибки в угоду религиозным предрассудкам, и никто, кроме посвященных, не мог разобраться в сложных календарных расчетах.

В 238 г. до н. э. царь эллинистического Египта Птолемей III Эвергет пытался устранить этот недостаток и предложил добавлять раз в 4 года еще один, 366-й день. Однако жрецы наотрез отклонили это предложение, и древний календарь еще долго оставался блуждающим.

Лишь в 26 г. до н. э. (Египет к тому времени был завоеван Римом) римский император Август ввел в тогдашней столице Египта, Александрии, календарь с поправкой Эвергета. Этот самый простой и удобный александрийский календарь сохранился до сих пор в Эфиопии.

В 1793 г. подобный календарь был введен в республиканской Франции. В этом строго научном календаре было 12 месяцев по 30 дней, или по три декады-десятидневки. В конце года добавлялось еще 5 праздничных дней, когда прославлялись лучшие изобретения, герои труда, подвиги мужества и отваги, а раз в 4 года, в шестой, добавочный день, проводились спортивные игры и состязания. Этот республикан-

ский календарь просуществовал недолго — он был отменен в 1806 г.

Из всех нынешних календарей наилучшим остается александрийский. К сожалению, наш календарь унаследован не от египтян, а от римлян.

Юлианский календарь

Странный календарь утвердился в Риме больше 2500 лет назад. Год начинался с марта и состоял из 12 месяцев: 4 месяца имели по 31 дню, 7 — по 29, а в феврале было 28 дней. В сущности это был испорченный лунный календарь — месяцы в нем плохо согласовались с новолуниями, а в году было 355 суток, т. е. не хватало 10 $^1/_4$ суток. Разница эта с каждым годом увеличивалась, и короткий календарь все больше убегал вперед — от зимы к весне, от весны к лету.

Надо бы добавлять тринадцатый месяц, но это строго-настрого запрещали религиозные верования. И верные хранители суеверий — жрецы, ведавшие календарем, нашли ловкий выход: они спрятали от богов дополнительный месяц, вклинив его очень забавным способом в февраль. Раз в два года после 23 февраля жрецы добавляли какой-то кургузый месяц мерцедоний, то из 22, то из 23 суток, а затем как ни в чем не бывало продолжали считать 24 февраля, 25, 26 и т. д.

Перехитрив такой уловкой доверчивых богов, жрецы решили, что теперь уже все в порядке, но в их календарь затесался лишний день. Ведь за 4 года дополнительно вставляли два мерцедония по 22 и 23 дня, всего 45 дней. Можно считать, что в среднем за год в календарь добавлялось 11 $^1/_4$ (45:4) суток, а не хватало в календаре только 10 $^1/_4$. Вот почему и появился лишний день.

Раньше календарь был чересчур коротким и торопливым, теперь он стал излишне длинным и медлительным, все больше отставал от времен года. Казалось бы, невелика беда — один день, но за 30 лет он «дорос» до месяца, потом до двух и более: на полях уже начиналась уборка урожая, а календарь все еще указывал весенние месяцы.

Вдобавок жрецы нередко распоряжались календарем в корыстных интересах: когда хотели пораньше собрать налоги, они пропускали мерцедоний, а если выгоднее было продлить год, то добавляли вставной месяц. Так окончательно запутался счет месяцев. Надо было согласовать сумбурный календарь с временами года и положить конец злоупотреблениям богослужителей. Эту реформу провел римский диктатор Юлий Цезарь в 46 г. до н. э.

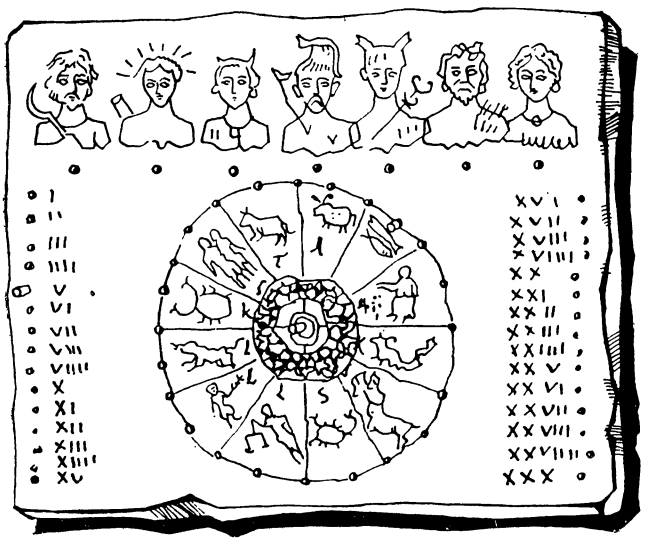
По совету александрийского астронома Созигена Цезарь исключил неуклюжий мерцедоний и перекроил число дней в месяцах; в 7 месяцах стало по 31 дню, в 4 — по 30, а в феврале осталось 28 дней. Таким образом, в году стало 365 суток, а должно быть 365 $^1/_4$. Из этих четвертушек за 4 года нарастают целые сутки — их решено было добавлять к каждому четвертому году, удлиняя на один день февраль. Таким календарем мы и пользуемся теперь, считая високосными, т. е. по 366 дней, годы, порядковое число которых делится на 4, например 1960, 1964, 1968...

Начало года Цезарь перенес с марта на 1 января — с этого дня приступали к своим обязанностям государственные чиновники. Но прежние названия месяцев сохранились, и это привело к недоразумению.

Раньше в календаре первый месяц по имени бога Марса назывался мартиус, второй — априлис, третий и четвертый, посвященные богиням Майе и Юноне,— майус и юниус. Следующие месяцы именовались по латинским числительным: пятый — квинтилис, шестой — секстилис, седьмой — септембер, восьмой —октобер, девятый — новембер и десятый — децембер. Последние два месяца — январиус и февруариус — были названы именами богов Януса и Фебруо.

Когда эти два месяца из последних превратились в первые, все остальные также изменили свои места: септембер уже оказался не седьмым, а девятым, октобер — не восьмым, а десятым и т. д., хотя это было явной бессмыслицей. Только пятый месяц — квинтилис — в честь Юлия Цезаря назвали июлем, а позже шестой месяц — секстилис — августом, по имени первого римского императора Августа.

С тех пор и сохранились в нашем календаре названия месяцев по именам римских богов, богинь и верховных правителей, а также по латинским числительным, не соответствующим своему смыслу. Сохранилась и древняя, не всегда удачная мера времени — неделя, введенная еще вавилонскими жрецами-астрономами. Они знали только пять планет и добавляли к ним также Солнце и Луну. Эти семь светил по древневавилонским религиозным верованиям считались жилищами богов, и каждый из богов управлял «своим» днем.



Каменный календарь римлян. Наверху изображены боги (слева направо): Сатурн, Солнце, Луна, Марс, Меркурий, Юпитер, Венера. Они управляли днями недели. Субботой управлял Сатурн, воскресеньем — Солнце, понедельником — Луна, вторником — Марс, средой — Меркурий, четвергом — Юпитер, пятницей — Венера. Посредине рисунка виден зодиак, а слева и справа от него — числа месяцев. Под изображениями богов и у каждого числа месяца просверлены отверстия; в них вставлялись палочки, указывавшие соответствующий день недели и дату (число месяца). Это был своего рода «вечный» календарь.

Семидневка вместе с восточными религиями вошла и в юлианский (так он был назван по имени Юлия Цезаря) календарь. Каждый день недели посвящался одному из небесных светил: Солнцу, Луне и планетам, которые по именам римских богов были названы Меркурием, Венерой, Марсом, Юпитером и Сатурном. Христианская церковь приняла юлианский календарь и сохранила неделю, освятив ее новыми религиозными суевериями. Уцелела она и до наших дней.

В древней Руси неделя называлась седмицей, а воскресенье — днем недельным или просто неделей, т. е. днем отдыха, когда нет дел. Понедельник — первый день по (после) недели, вторник — второй, среда, или середа, — середина седмицы, четверг и пятница — четвертый и пятый дни. Суббота получила название от еврейского слова «сабат» — конец дел. И теперь нередко говорят «шабаш» в смысле «довольно, кончено дело!».

Юлианский календарь, принятый христианской церковью, распространился среди всех европейских народов и просуществовал у них больше 1600 лет. Зачем же понадобилось исправлять его?

Новый стиль

По юлианскому календарю год продолжается в среднем 365 суток 6 часов — на 11 минут и 14 секунд, или $^1/_{128}$ суток, дольше, чем один оборот Земли вокруг Солнца. Из таких ежегодных погрешностей за 128 лет накоплялись, лишние сутки: надо бы, например, считать 1 января, а по календарю все еще тянется прошлогоднее 31 декабря. С течением времени календарь запаздывал все больше и больше.

В 325 г. христианские праздники были размечены по юлианскому календарю. При этом наступление пасхи следовало рассчитывать по первому весеннему полнолунию, а началом весны считалось 21 марта, когда день равен ночи. Но весеннее равноденствие каждые 128 лет отступало по календарю на один день назад и в XVI в. перекочевало уже на 11 марта.

Это осложняло пасхальные расчеты, и глава католической церкви папа Григорий XIII создал специальную комиссию: она должна была исправить календарь так, чтобы весеннее равноденствие вернулось к 21 марта и больше не отставало от этой даты.

Проще всего было пропустить в счете 10 недостающих дней. А как решить вторую задачу? По юлианскому календарю лишние сутки набегают за 128 лет, или примерно 3 суток за 400 лет. Чтобы избавиться от этих 3 дней, комиссия предложила, в отличие от юлианского календаря, считать простыми (по 365 дней) те «вековые» годы, что не делятся на 400: например, 1600 год — високосный, а 1700, 1800 и 1900 — простые. Вот и получится, что за 400 лет из календаря будут исключены 3 дня, а 2000 год снова будет високосным.

В 1582 г. папа предписал: после четверга 4 октября пропустить в счете 10 дней и сразу считать пятницу 15 октября, а в будущем соблюдать «правило високосов», предложенное комиссией. Этот календарь, названный григорианским или новым стилем, был постепенно принят в европейских странах.

Но в России до революции православная церковь решительно отклоняла эту реформу. Только по предложению В. И. Ленина с 14 февраля 1918 г. у нас был введен новый стиль.

Григорианский календарь точнее юлианского и обгоняет солнечный год в среднем всего на 26 секунд. Лишние сутки накопятся только к 49-му веку н. э. Для практических надобностей большей точности и не нужно — это ведь не часы. Но достаточно ли прост и удобен нынешний календарь?

1918 год										
	ЯНВАРЬ					ФЕВРАЛЬ				
Понедельник	1	8	15	22	29		18	25		
Вторник	2	9	16	23	30		19	26		
Среда	3	10	17	24	31		20	27		
Четверг	4	11	18	25		14	21	28		
Пятница	5	12	19	26		15	22			
Суббота	6	13	20	27		16	23			
Воскресенье	7	14	21	28		17	24			

Таким коротким был в советском календаре 1918 г. февраль; в нем для введения нового стиля было пропущено 13 дней.

Хорош ли наш календарь?

Календарь создан для того, чтобы вести правильный счет дням, и каждый день, как страницы в книге, имеет свой порядковый номер: 10 января — это день № 10, а 10 февраля — № 41. Точно так же должны быть занумерованы по порядку и годы — от какой-либо начальной даты.

В древности египтяне вели летосчисление по династиям фараонов, китайцы — по эрам царей, греки — по олимпиадам, римляне — от основания города Рима, другие народы — от мифического «сотворения мира» или от «рождения Христа».

Последние две эры были сочинены богослужителями для укрепления веры в сказочного создателя или спасителя мира.

В древней Руси год по языческим обычаям начинался весной, с теплых мартовских дней, когда приступали к полевым работам. После введения христианства православная церковь приняла юлианский календарь и эру «от сотворения мира» [1], а начало года перенесла на 1 сентября.

По старинному обычаю и царь Петр I встречал Новый, 1700 г. н. э., или 7208-й «от сотворения мира», 1 сентября. И вдруг, нежданно-негаданно, 15 декабря глашатаи объявили царский указ: «Впредь лета счислять» не с 1 сентября, а с 1 января, и не «от создания мира», а «от рождения Христова». Новогоднее празднество продолжалось шесть дней и надолго запомнилось москвичам. Но духовенство, бояре и прочие приверженцы старины втихомолку роптали против «переворота счета годам».

Счет лет от рождения мифического Христа теперь принят большинством культурных государств и называется «нашей эрой» (н. э.).

Точность календаря, разумеется, не зависит от того, с какого дня начинается год и от какой даты ведется счет годов — от исторического ли события или от выдуманного богослужителями. Но религиозные верования и предрассудки мешают улучшить существующий календарь — нестройный, неустойчивый, неравномерный.

В самом деле, одни и те же числа приходятся на разные дни недели и каждый год перескакивает на один или два дня вперед. Получается так потому, что год содержит не ровно 52 недели, т. е. 364 дня, а 365 или 366.

Очень неудобно и то, что месяцы имеют разное число дней — от 28 до 31, кварталы — от 90 до 92, первое полугодие — 181 или 182 дня, а второе — 184. Мы уже привыкли к таким недостаткам, но это усложняет расчеты. Они были бы проще, если бы существовал

[1] Сотворение мира христианской церковью было приурочено к 5508 г. «до рождества Христова».

Макет медали в память введения в России нового летосчисления. На лицевой стороне медали портрет Петра I с надписью: «Петр Алексеевич Б. М. (т. е. божией милостью) царь и великий князь всея России». На оборотной стороне медали надпись: «И се новое (подразумевается летосчисление). Перемена летосчисления 1700 года».

КАЛЕНДАРЬ
или
МѢСЯЦОСЛОВЪ
На лѣто отъ рождества
Господа нашего Іисуса
Хрїста. 1722.
указующи затмѣнія солнечная, мѣсячная рожденія, и полныи мѣсяцъ съ четвертми.
Такожде время солнечнаго восхожденїя и захожденія долгоденствіе и долгонощіе на всякїи день
учиненныш по меридіану и ширінѣ царствующаго санктъпітербурха
В САНКТЪПІТЕРБУРГСКОИ
Типографіи, лѣта Господня, 1721,
Декемврїа въ день

Один из печатных календарей, изданных при Петре I.

«вечный», неизменный из года в год календарь с одинаковым числом рабочих дней в каждом месяце.

Вопрос о реформе нынешнего календаря возник больше ста лет назад. С тех пор разработаны сотни проектов. Один из них был предложен Международной ассоциацией всемирного календаря при ООН (Организации Объединенных Наций). Какой же это проект?

Год состоит из 4 одинаковых кварталов по 13 недель, или 91 дню. Первый месяц каждого квартала (январь, апрель, июль, октябрь) имеет 31 день с 5 воскресеньями, а все остальные месяцы — по 30 дней с 4 воскресеньями. Получается, что в любом месяце 26 рабочих дней. Каждый год и каждый квартал начинается с воскресенья (см. стр. 154).

В этом календаре ровно 52 недели, или 364 дня. Недостающий 365-й день исключается из счета недель и не имеет числа. Он вставляется в конце года как праздник Мира и дружбы народов. В високосные годы 366-й день, также без числа и дня недели, вставляется между 30 июня и 1 июля (см. проект календаря).

Этот проект был одобрен Советским Союзом, Индией, Францией, Югославией и другими государствами, но до сих пор не осуществлен. Почему? Ввести новый календарь можно лишь по международному соглашению, а правительствам США и Англии этот проект не понравился «по религиозным соображениям».

Если в календаре даже один день исключается из счета недель, то следующее после него воскресенье тоже сдвинется на один день вперед. И выйдет, что Христос «воскрес» не в воскресенье, а в понедельник, по прежнему счету дней. Точно так же и другие христианские праздники придутся не на «свои» дни. Вот почему церковь отстаивает сохранение существующего счета времени внутри года, связанного с религиозными верованиями и увековеченного религиозными предрассудками. Вот почему задерживается и календарная реформа. Любая религия — враг науки. И вся история календаря — самый простой, очевидный пример того, как религиозные верования мешают прогрессу.

Очень удобный счет дней придумали древнеегипетские жрецы, но сами же лишили свой календарь связи с временами года: любой месяц блуждал по всем сезонам. Безнадежно запутали календарь своими плутнями римские жрецы. Отличный республиканский календарь Франции мог бы служить образцом для всех времен и народов, но он был отменен по настоянию католической церкви.

Религиозные верования и теперь мешают улучшить календарь, хотя необходимость в этом давно уже назрела и признана большинством народов.

Эмблема Всемирного календаря.

Неизвестно, когда удастся осуществить реформу, но вы можете, не дожидаясь этого, сами изготовить календарь, годный до 2100 г.

Проект всемирного календаря

1-ый КВАРТАЛ

ЯНВАРЬ						
В	П	В	С	Ч	П	С
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

ФЕВРАЛЬ						
В	П	В	С	Ч	П	С
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

МАРТ						
В	П	В	С	Ч	П	С
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

2-ой КВАРТАЛ

АПРЕЛЬ						
В	П	В	С	Ч	П	С
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

МАЙ						
В	П	В	С	Ч	П	С
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

ИЮНЬ						
В	П	В	С	Ч	П	С
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

ВД

3-ий КВАРТАЛ

ИЮЛЬ						
В	П	В	С	Ч	П	С
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

АВГУСТ						
В	П	В	С	Ч	П	С
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

СЕНТЯБРЬ						
В	П	В	С	Ч	П	С
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

4-ый КВАРТАЛ

ОКТЯБРЬ						
В	П	В	С	Ч	П	С
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

НОЯБРЬ						
В	П	В	С	Ч	П	С
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

ДЕКАБРЬ						
В	П	В	С	Ч	П	С
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

ДМ

Буквы ВД в календаре означают «високосный день». Этот день без числа вставляется только в високосные годы. ДМ — «День мира» (также без числа); он завершает каждый год.

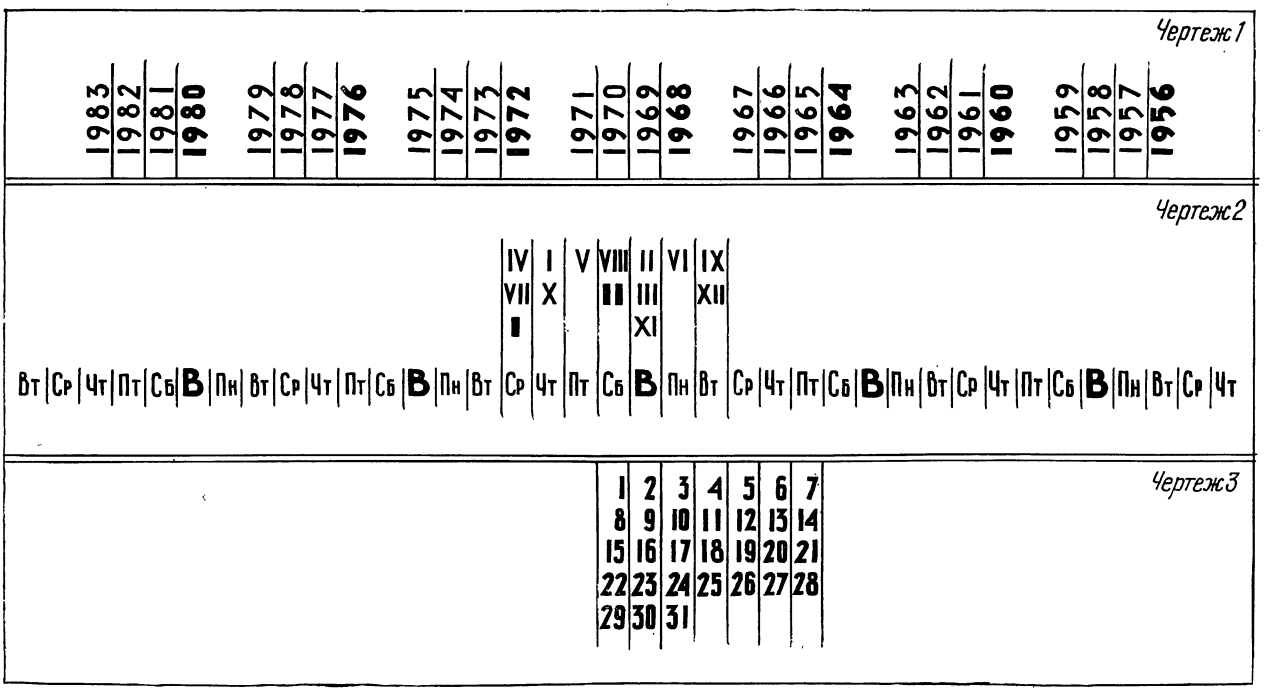


Рис. 1.

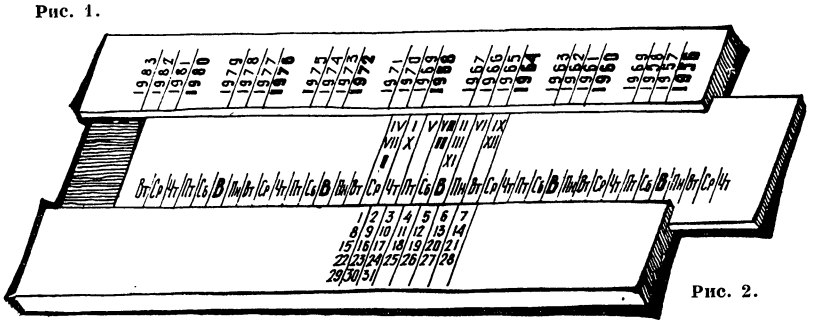


Рис. 2.

Календарь на 200 лет

Год содержит 365 или 366 дней. Поэтому любое число каждого месяца ежегодно сдвигается на 1 или 2 дня недели вперед в определенной последовательности. Вот, например, как «кочует» 1 января по различным дням в следующие годы:

1962 — понедельник	1966 — суббота
1963 — вторник	1967 — воскресенье
1964 — среда	1968 — понедельник
1965 — пятница	1969 — среда

Такая последовательность повторяется через каждые 28 лет, т. е. 1 января — это понедельник в 1934 (1962—28) или 1990 (1962 + 28) году, вторник в 1935, 1963, 1991 гг. и т. д. Значит, достаточно составить календарь на 28 лет, и он будет служить хоть и не вечно, но все же до 28 февраля 2100 г. [1]. Как сделать такой долгосрочный календарь?

Прежде всего вырежьте из тетради в клетку три полоски и точно перерисуйте на них чертежи №№ 1, 2 и 3 рис. 1. Затем возьмите две прочные картонки. От одной отрежьте две узкие полоски и прикрепите проволокой сверху и снизу к целой картонке. В просвете между ними должна свободно продвигаться рейка из более тонкого картона, как показано на рисунке 2. На верхнюю часть наклейте чертеж № 1, на рейку — № 2, на нижнюю часть — № 3. Все это нужно сделать очень аккуратно: цифры IV (апрель), VII (июль) и I (январь високосного года) должны находиться на одной вертикальной линии с 1970 г. и столбиком чисел месяца — 1, 8, 15, 22, 29, как показано на рис. 2 Календарь ваш готов. Как им пользоваться?

Допустим, что вы родились 17 февраля 1948 г. и вас интересует, какой это был день. Календарь для 1948 г. такой же, как для 1976 (1948 + 28). Это год високосный. Поэтому, передвигая рейку, вы ставите в одну линию с 1976 г. цифру II и получаете табель-календарь на февраль 1948 г. Вы родились 17 февраля, т. е. во вторник.

Хотите узнать, в какой день недели исполнится столетие Великой Октябрьской социалистической революции — 7 ноября 2017 г.? Для этого прежде всего нужно найти «подходящий» год в вашем календаре, отнимая от числа 2017 по 28. Очевидно, это будет 1961 г. (2017 — 56, т. е 28 х 2). Передвиньте рейку так, чтобы ноябрь (XI) стал в линию с 1961 г. Вы получите табель-календарь на ноябрь 2017 г. и узнаете, что в 2017 г. 7 ноября придется на вторник.

Календарь позволяет определить день недели и для любой даты прошлого, XIX столетия. Но при этом следует добавлять еще один день: ведь в прошлом веке новый стиль отличался от старого не на 13, а только на 12 дней.

Если дата события в прошлом столетии указана по старому стилю, сначала надо прибавить 12 дней, а потом уже определять день недели. Например, знаменитая Бородинская битва произошла 26 августа 1812 г. по старому стилю. Добавьте еще 12 дней и получите 7 сентября. Попробуйте сами узнать, в какой день было Бородинское сражение.

[1] В 2100 г., невисокосном по новому стилю, не должно быть 29 февраля, и поэтому указанная выше последовательность дней нарушится.

Который час?

Ответить на этот привычный вопрос вовсе не так просто, как кажется. В связи с этим почти 450 лет назад возникло печально-смешное недоразумение...

Три года без двух недель странствовала по океанам первая в мире кругосветная экспедиция Магеллана. Сам он погиб в пути, а из пяти кораблей на родину, в Севилью, 6 сентября 1522 г. вернулось лишь одно обветшавшее судно «Виктория». На этом «плавучем гробу» из 265 человек экспедиции осталось только 18, изможденных, как скелеты, обтянутые кожей.

Едва оправились люди от пережитых испытаний, как тотчас же, сжимая в дрожащих от слабости руках горящие свечи, побрели к собору, чтобы замолить невольный грех, совершенный в долгом плавании. Какой же это был грех?

Еще в пути, у островов Зеленого Мыса, с «Виктории» на берег отправилась шлюпка за продуктами и пресной водой. Вернувшись, матросы сообщили, что на суше этот день почему-то считают четвергом, а на корабле по судовому журналу значилась среда. Когда «Виктория» прибыла в Севилью, уже не оставалось сомнений, что в корабельном счете суток упущен один день.

Больше всего взволновало и огорчило моряков то, что они отмечали все религиозные праздники на день раньше, чем полагалось по календарю. Вот в чем каялись они в соборе. Каким же образом проморгала экспедиция этот злосчастный день? Где и когда потеряла его?

Самое любопытное в этом странном происшествии то, что ни малейшей ошибки в своем счете дней моряки не допустили. Тогда в чем же секрет?

Земной шар вращается вокруг своей оси с запада на восток и за сутки совершает один полный оборот. Магелланова экспедиция двигалась в противоположном направлении — с востока на запад. За три года кругосветного плавания она тоже сделала один полный оборот вокруг земной оси, но в сторону, противоположную вращению нашей планеты. Вот и получилось, что путешественники обернулись вокруг Земли на один раз меньше, чем все человечество, и в сущности не потеряли, а «выгадали» один день. Если бы экспедиция направилась не на запад, а на восток, то она насчитала бы днем больше, чем все остальные люди.

Еще спутник Магеллана Антонио Пигафетта догадался, что в различных местах земного шара в один и тот же момент время разное. Так и должно быть: ведь Солнце восходит не для всей нашей планеты одновременно, и на каждом меридиане свое, местное время. А на расстоянии 15° долготы разница во времени составляет ровно 1 час. Когда во Владивостоке полдень, москвичи еще спокойно спят: здесь только около 5 часов утра.

На небольшом расстоянии разница во времени невелика, и это никого не смущало. Но уже в прошлом веке такая «разновременность» вызывала серьезные неудобства. Представьте себе, что из Владивостока в Москву ровно в полночь на 1 января отправлена телеграмма. Через 2 часа она доставлена по адресу, а в Москве в это время только 7 часов вечера 31 декабря прошлого года. Выходит, что телеграмма получена еще до того, как была отправлена.

Такие забавные «путешествия в прошлое» вносили неизбежную путаницу в работу телеграфа и особенно железнодорожного транспорта. Поезда должны приходить вовремя, но по какому времени рассчитывать их движение? Очень сложно составлять расписание по многочисленным местным временам всех станций, которые поезда проходят на своем пути.

Поэтому в каждом государстве было введено единое время: в России — петербургское, по Пулковской обсерватории, во Франции — по Парижской, в Англии — по Гринвичской (близ Лондона). Но в каждом городе все же оставалось свое, местное время: когда в Москве, например, наступал полдень, в Иркутске было уже 4 часа 26 минут 49 секунд. На циферблатах в разных городах в один и тот же момент не только часовые, но и минутные и секундные стрелки располагались по-своему. Этому разнобою был положен конец после введения поясного времени.

Поверхность земного шара по числу часов в сутках была разделена на 24 пояса меридианами, отстоящими один от другого на 15 °. Внутри каждого пояса для всех пунктов установлено единое время, а именно местное время того меридиана, который проходит посредине этого пояса.

Начальным, или нулевым, поясом условились считать тот, посредине которого проходит нулевой — гринвичский — меридиан. К этому поясу с востока примыкает 1-й пояс, где все часы показывают ровно на 1 час больше, в следующем, 2-м поясе — на 2 часа, в 3-м — на 3 и т. д. Время каждого пояса отличается от соседних только на 1 час, а минуты и секунды во всех поясах одинаковы: когда в Москве, например, 7 часов 10 минут 13 секунд, в Париже и Лондоне (они в одном поясе) — 5 часов 10 минут 13 секунд, во Владивостоке — 14 часов 10 минут 13 секунд и т. п. Вместо множества местных времен, какое раньше было в каждом государстве, теперь на всем земном шаре только 24 местных времени.

В СССР поясное время было введено с 1 июля 1919 г. При этом границы поясов для удобства установлены не точно по меридианам, а вдоль русла рек, или по железнодорожным линиям, или по границам областей. Москва должна быть в 3-м поясе, а включена во 2-й, как Ленинград. Северо-восточная окраина нашей Родины — Чукотский полуостров — полностью входит в 12-й пояс, граница которого совпадает с государственной границей СССР. Здесь «рождается» каждый день и число месяца — новая дата для всего мира. Когда в нулевом — гринвичском поясе полдень, например, 31 декабря, на Чукотке уже полночь, т. е. наступает 1 января —Новый год. А на противоположной стороне Берингова пролива, отделяющего СССР от Америки, в этот момент только час ночи на 31 декабря (см. карту часовых поясов).

В Беринговом проливе между Чукоткой и Аляской есть два скалистых острова Диомида. На большем из них (он носит имя Ратманова, участника первой русской кругосветной экспедиции под начальством И. Ф. Крузенштерна) развевается красное знамя с гербом СССР, на меньшем — острове Крузенштерна — звездно-полосатый государственный флаг США. Перелетев или переплыв несколько километров от советского острова на американский, можно попасть ... во вчерашний день.

От Берингова пролива до Антарктиды проходит международная граница перемены дат, разделяющая просторы Тихого океана. Эта условная линия (на карте она показана пунктиром) установлена для того, чтобы не повторялась ошибка моряков, вернувшихся из магеллановой экспедиции, и чтобы не было путаницы в счете дней недели и календарных чисел.

Теперь на судах, пересекающих Тихий океан с востока на запад (от Америки к Азии), пропускают в календаре один день и считают, например, после понедельника 31 декабря сразу среду 2 января. На судне, идущем в противоположном направлении, наоборот, дважды считают один и тот же день.

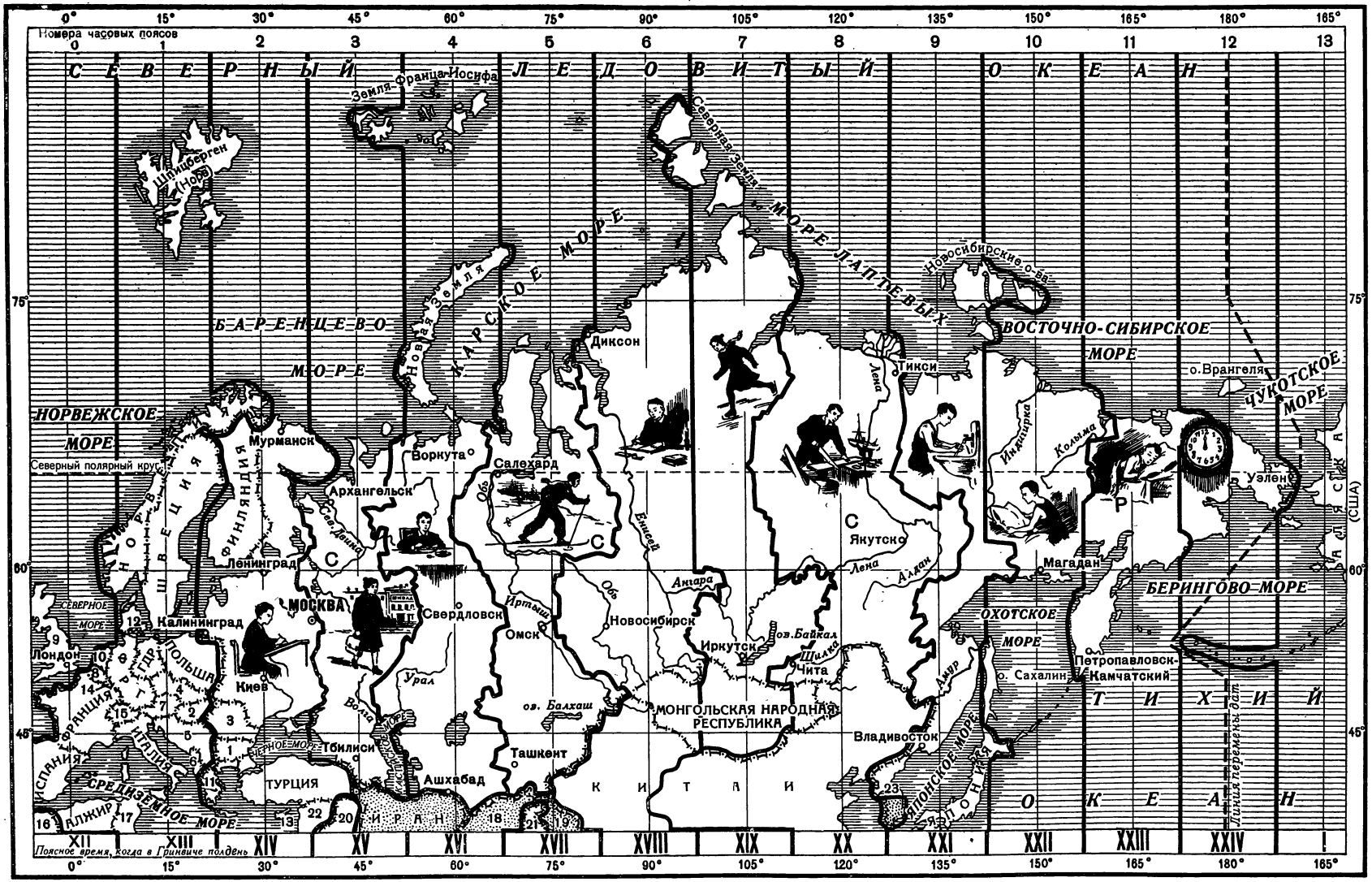
Поясное время очень удобно. При этом в расписаниях железнодорожного, водного, воздушного транспорта, а также в телеграммах часы и минуты у нас указываются по московскому времени, в странах Центральной Европы — по так называемому среднеевропейскому, в Англии — по гринвичскому.

Однако в СССР для экономии электроэнергии поясное время всюду передвинуто на один час вперед.

Такой счет времени введен у нас по декрету (постановлению) Советского правительства с 1930 г. и называется декретным. Москва, например, относится ко 2-му поясу, а живет по времени 3-го пояса. Поэтому движение поездов, а также отметки часа и минут на телеграфных бланках по всей территории СССР производятся по московскому декретному времени.

Отвечая на вопрос: «Который час?»— мы говорим о декретном времени. Но не следует забывать и о двух других «видах» времени — поясном и местном.

Карта часовых поясов



Цифрами на карте обозначены: 1-Болгария 2-Венгрия 3-Румыния 4-Чехословакия 5-Югославия 6-Албания 7-Австрия 8-Бельгия 9-Великобритания 10-Нидерланды 11-Греция 12-Дания 13-Кипр 14-Люксембург 15-Швейцария 16-Марокко 17-Тунис 18-Афганистан 19-Индия 20-Ирак 21-Пакистан 22-Сирия 23-Корея

Территории, на которых принятое время отличается от поясного. **Примечание.** Для Шпицбергена употребление поясного времени не узаконено.

ЧЕЛОВЕК ВЫШЕЛ В КОСМОС

Первые искусственные небесные тела

Быть может, уже много тысяч лет назад, глядя на ночное небо, человек мечтал о полете к звездам. Мириады мерцающих ночных светил заставляли его уноситься мыслью в безбрежные дали Вселенной, будили воображение, заставляли задумываться над тайнами мироздания. Шли века, человек приобретал все большую власть над природой, но мечта о полете к звездам оставалась все такой же несбыточной, как и тысячи лет назад. Легенды и мифы всех народов полны рассказов о полете к Луне, Солнцу и звездам. Средства для такого полета, предлагавшиеся народной фантазией, были примитивны: колесница, влекомая орлами, крылья, прикрепленные к рукам человека.

В XVII в. появился фантастический рассказ французского писателя Сирано де Бержерака о полете на Луну. Герой этого рассказа добрался до Луны в железной повозке, над которой он все время подбрасывал сильный магнит. Притягиваясь к нему, повозка все выше поднималась над Землей, пока не достигла Луны. «Из пушки на Луну» отправились герои Жюля Верна. Известный английский писатель Герберт Уэллс описал фантастическое путешествие на Луну в снаряде, корпус которого был сделан из материала, не подверженного силе тяготения.

Предлагались разные средства для осуществления космического полета. Писатели-фантасты упоминали и ракеты. Однако эти ракеты были технически не обоснованной мечтой. Ученые за многие века не назвали единственного находящегося в распоряжении человека средства, с помощью которого можно преодолеть могучую силу земного притяжения и унестись в межпланетное пространство. Великая честь открыть людям дорогу к другим мирам выпала на долю нашего соотечественника К. Э. Циолковского.

Скромный калужский учитель сумел рассмотреть в известной всем пороховой ракете прообраз могучих космических кораблей будущего. Его идеи еще долго будут служить основой в освоении человеком космического пространства.

Много веков прошло с тех пор, как был изобретен порох и созданы первые ракеты, применявшиеся главным образом для увеселительных фейерверков в дни больших торжеств. Но только Циолковский показал, что единственный летательный аппарат, способный проникнуть за атмосферу и даже навсегда покинуть Землю,— это ракета.

В 1911 г. К. Э. Циолковский произнес свои вещие слова: «Человечество не останется вечно на земле, но, в погоне за светом и пространством, сначала робко проникнет за пределы атмосферы, а затем завоюет себе все околосолнечное пространство».

Сейчас мы становимся свидетелями того, как начинает сбываться это великое пророчество. Начало проникновению человека в космос было положено 4 октября 1957 г. В этот памятный день вышел на орбиту запущенный в Советском Союзе первый в истории человечества искусственный спутник Земли. Он весил 83,6 *кГ*. Прорвавшись сквозь земную атмосферу, первая космическая ласточка вынесла в околоземное пространство научные приборы и радиопередатчики. Они передали на Землю первую научную информацию о космическом пространстве, окружающем Землю.

Первый спутник начал обращаться вокруг Земли по эллиптической орбите. Крайние точки ее подъема — наибольшего (апогей) и наименьшего (перигей) — располагались соответственно на высоте 947 и 228 *км*. Наклон плоскости орбиты к экватору составлял 65°. Свой первый оборот спутник совершил за 1 час 36,2 минуты и делал за сутки немногим менее 15 оборотов.

Сравнительно низкое расположение перигея орбиты вызывало торможение спутника в разреженных слоях земной атмосферы и сокращало период его обращения на 2,94 секунды в сутки. Такое незначительное сокращение времени обращения говорит о том, что спутник снижался очень медленно, причем сначала уменьшалась максимальная высота его орбиты (апогей), а сама орбита постепенно приближалась к круговой.

Через 20 дней после запуска космический первенец умолк — иссякли батареи питания его передатчиков. Раскаляемый Солнцем и замерзающий в земной тени, он безмолвно кружился над пославшей его планетой, отражая солнечные лучи и импульсы радиолокаторов. Постепенно опускаясь, он просуществовал еще около двух с половиной месяцев и сгорел в нижних, более плотных слоях атмосферы.

Полет первого спутника позволил получить ценнейшие сведения. Тщательно изучив постепенное изменение орбиты за счет торможения в

атмосфере, ученые смогли рассчитать плотность атмосферы на всех высотах, где пролетал спутник, и по этим данным более точно предусмотреть изменение орбит последующих спутников.

Определение точной траектории искусственного спутника позволило провести ряд геофизических исследований, уточнить форму Земли, точнее изучить ее сплюснутость, что дает возможность составлять более точные географические карты.

Отклонения действительной траектории спутника от вычисленной говорят о неравномерности поля земного тяготения, на которое влияет распределение масс внутри Земли и в земной коре. Таким образом, изучив движение спутника, ученые уточнили сведения о поле земного тяготения и о строении земной коры.

Такие вычисления делались и раньше на основании изучения движения Луны, но спутник, летящий на высоте всего нескольких сот километров над Землей, сильнее реагирует на ее поле тяготения, чем Луна, находящаяся от Земли на расстоянии почти 400 тыс. *км*.

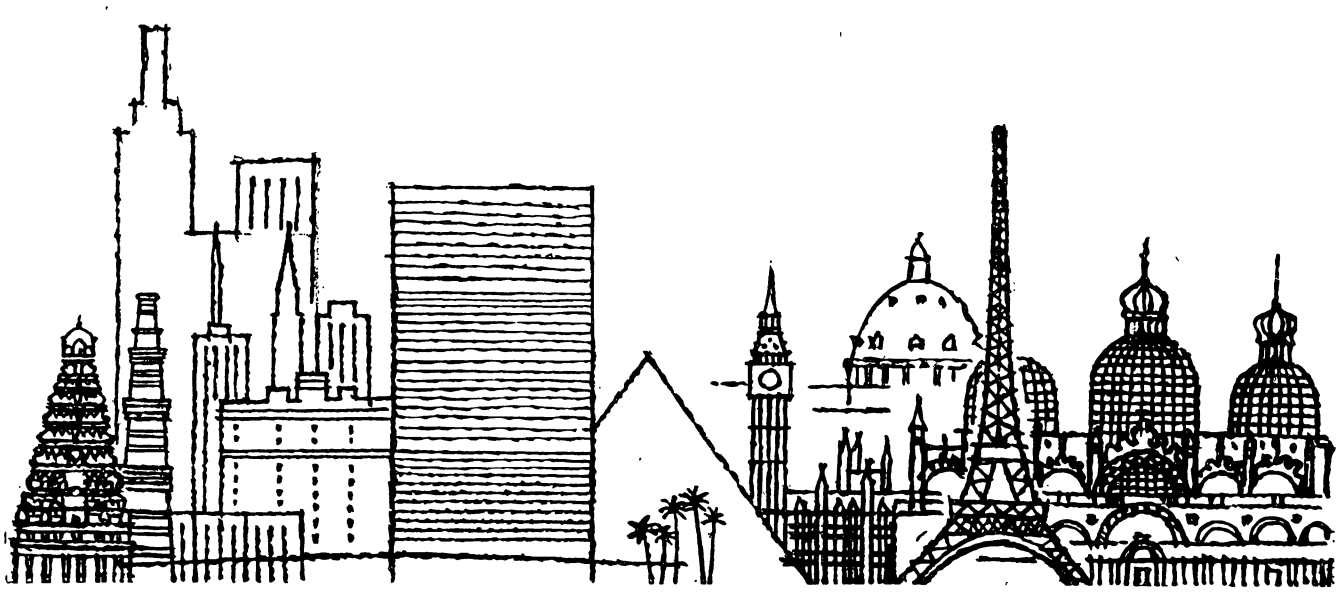
Очень большое значение имело изучение прохождения радиоволн через ионосферу, т. е. через наэлектризованные верхние слои земной атмосферы. Радиоволны, посланные со спутника, как бы насквозь прощупывали ионосферу. Анализ этих результатов позволил существенно уточнить строение газовой оболочки Земли.

Второй советский спутник был выведен на более вытянутую орбиту 3 ноября 1957 г. Если ракета первого спутника позволила поднять его на 947 *км* (апогей), то ракета второго спутника была более мощной. При почти той же минимальной высоте подъема (перигей) апогей орбиты достиг 1671 *км*, и спутник весил значительно больше первого — 508,3 *кГ*.

Третий спутник поднялся еще выше — на 1880 *км* и был еще тяжелее. Он весил 1327 *кГ*.

Вслед за советскими спутниками вышли на свои орбиты американские спутники. Свою программу ракетных исследований по плану Международного геофизического года американцы начали практически осуществлять позже. Только 31 января 1958 г. после нескольких неудачных попыток американцам удалось вывести на орбиту свой первый искусственный спутник Земли «Эксплорер-1» («Исследователь-1»). Он весил 13,96 *кГ* и был оборудован аппаратурой для изучения космических лучей, микрометеоритов, а также для измерения температуры оболочки спутника и газа, заполнявшего его внутренний объем.

Следующий спутник американцев — «Авангард» весил 1,5 *кГ*. Он не имел на борту вообще никакой научной аппаратуры и был предназначен только для испытаний радиопередатчиков и солнечных батарей.



В 1957 г. весь мир стал свидетелем новых блестящих успехов советской науки и техники. 4 октября в

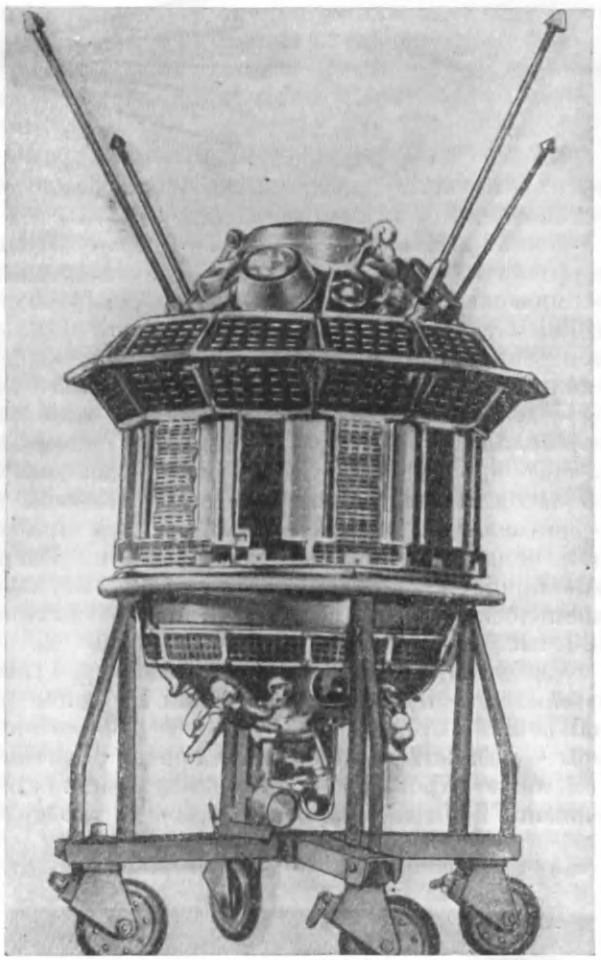
Оба эти американских спутника не могут идти ни в какое сравнение с первыми советскими спутниками. Позднее американцы вывели на орбиты несколько десятков спутников. Вес их колебался от нескольких десятков до нескольких сотен килограммов. С их помощью американским ученым удалось получить ряд важных данных о строении верхней атмосферы и околоземного пространства. Эти результаты могли бы быть более значительными, если бы все американские спутники направлялись с целью изучения космоса. Но при запуске многих из них преследовались военные цели.

С каждым годом растет число спутников, запущенных советскими и американскими учеными. Усложняется и становится более многообразной и научная аппаратура — в космос посылаются целые лаборатории. Орбиты спутников, как обручи, опоясали земной шар во всех направлениях — от экваториальных (параллельных экватору) до полярных (проходящих через полюсы Земли). Ученые кропотливо изучают поступающую со всех широт и высот научную информацию (сообщения от установленных на спутниках приборов).

2 января 1959 г. умчалась в сторону Луны и вышла на околосолнечную орбиту советская космическая ракета «Луна-1». Она стала спутником Солнца. На Западе ее назвали лунником. Запуском ее была прослежена вся толща околоземного космического пространства. За 34 часа полета ракета прошла 370 тыс. *км*, пересекла орбиту Луны и вышла в околосолнечное пространство. После этого еще около 30 часов велось наблюдение за ее полетом и принималась с установленных на ней приборов ценнейшая научная информация. Впервые приборы, посланные человеком, изучали космическое пространство на протяжении 500 тыс. *км* от Земли.

Сведения, полученные в этом полете, существенно дополнили наши сведения об одном из важнейших открытий первых лет космической эры — открытии околоземных поясов радиации (см. ниже). Кроме различных измерений, на протяжении 500 тыс. *км* полета велись наблюдения

околоземное пространство был запущен первый в истории человечества искусственный спутник Земли.



Внешний вид первой автоматической межпланетной станции, запущенной в СССР.

Советский вымпел, посланный на Луну.

газового состава межпланетной среды, наблюдения метеоритов, космических лучей и др.

Не менее изумительным был полет второй советской космической ракеты «Луна-2», запущенной 12 сентября 1959 г. Приборный контейнер этой ракеты 14 сентября в 00 часов 02 минуты 24 секунды коснулся поверхности Луны! Впервые за всю историю аппарат, созданный руками человека, достиг другого небесного тела и доставил на безжизненную планету памятник великому подвигу советского народа— вымпел с изображением Герба СССР. «Луна-2» установила, что у Луны нет магнитного поля и поясов радиации в пределах точности приборов.

Не успела весть об этом событии как следует дойти до сознания людей, как наша страна поразила мир новым удивительным. достижением: 4 октября 1959 г., в день второй годовщины запуска первого советского спутника Земли, в Советском Союзе была запущена третья космическая ракета — «Луна-3». Она отделила от себя автоматическую межпланетную станцию с приборами. Контейнер был направлен так, что, обогнув Луну, он вернулся обратно в район Земли. Установленная в нем аппаратура сфотографировала и передала на Землю изображение не видимой нами обратной стороны Луны.

Этот блестящий научный эксперимент интересен не только беспримерным фактом получения первой фотографии, сделанной в космосе, и передачи ее на Землю, но и осуществлением чрезвычайно интересной и сложной орбиты.

«Луна-3» должна была оказаться над обратной стороной Луны, а система ориентации должна была развернуть контейнер так, чтобы его фотоаппараты были направлены на Луну. Для этого по команде с Земли весь контейнер привели во вращение, и, когда в фотоэлементы, расположенные на нижнем днище контейнера, попали яркие лучи Солнца, вызванный ими в этих фотоэлементах ток послужил сигналом, по которому контейнер прекратил вращение и, остановившись, как завороженный, стал смотреть на Солнце. (От слабого отраженного света Земли и Луны фотоэлементы — датчики солнечной ориентации — сработать не могли.) Фотоаппараты и лунные датчики, расположенные на противоположном верхнем днище контейнера, оказались смотрящими в сторону Луны. В начале работы выбрали такое взаимное расположение Земли, Луны и Солнца, при котором Земля была в сто-

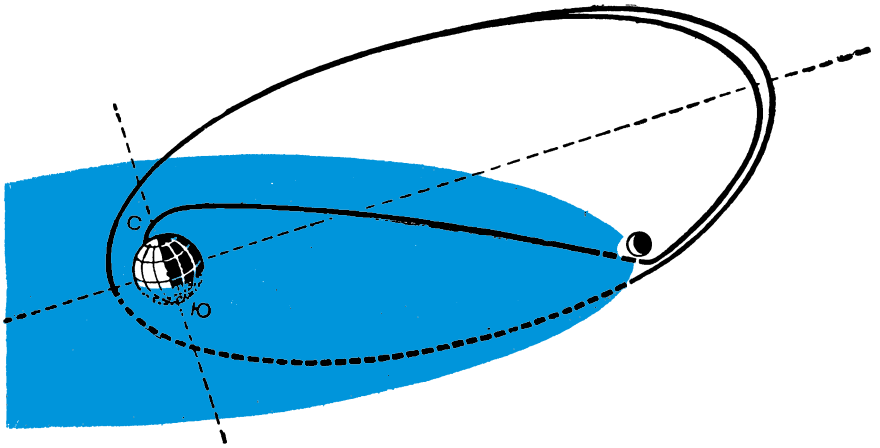


Схема траектории полета автоматической межпланетной станции, сфотографировавшей обратную сторону Луны.

роне от линии, соединяющей Луну и Солнце. Поэтому Земля — светило значительно более яркое, чем Луна,— не могла попасть в объективы датчиков лунной ориентации, так как находилась в другом секторе неба.

После того как освещенная Солнцем обратная сторона Луны оказалась в поле зрения лунных датчиков, солнечные датчики отключились, станция более точно «довернулась» по лунным датчикам и началось фотографирование.

Итак, при подлете контейнера к Луне требовалось, чтобы он, Луна и Солнце оказались на одной прямой. Кроме того, притяжение Луны должно было так искривить орбиту «Луны-3», чтобы она вернулась к Земле со стороны северного полушария, где расположены все советские наблюдательные станции.

Стартовав из северного полушария, «Луна-3» как бы поднырнула под Луну — прошла с ее южной стороны,— затем отклонилась вверх, полностью обогнув Луну, и вернулась к Земле, как и было рассчитано, со стороны северного полушария.

Автоматические устройства на борту контейнера в космосе проявили пленку и с помощью электронной техники по радио передали фотографии на Землю.

Фотографирование обратной стороны Луны представляет собой первый активный шаг в практике «внеземной» астрономии. Впервые изучение другого небесного тела велось не наблюдением с Земли, а непосредственно из космического пространства вблизи этого тела.

Наши астрономы получили уникальную фотографию обратной стороны Луны, по которой смогли составить атлас лунных гор и «морей». Названия, присвоенные открытым горным образованиям и равнинам, навечно утвердили славу родины первооткрывателей, пославших чудесное автоматическое устройство — прообраз будущих космических обсерваторий.

Американским ученым после многих неудачных попыток также удалось получить серию снимков поверхности Луны. Ракета серии «Рейнджер» мчалась навстречу Луне и непрерывно вела телевизионную передачу изображений лунной поверхности. Фотографии изображений, переданных с минимальных расстояний (в последние мгновения, перед тем как космический аппарат разбился о поверхность Луны), позволяли различать детали размером около 50 *м*.

Прочно овладев техникой запуска автоматических аппаратов, советские ученые присту-

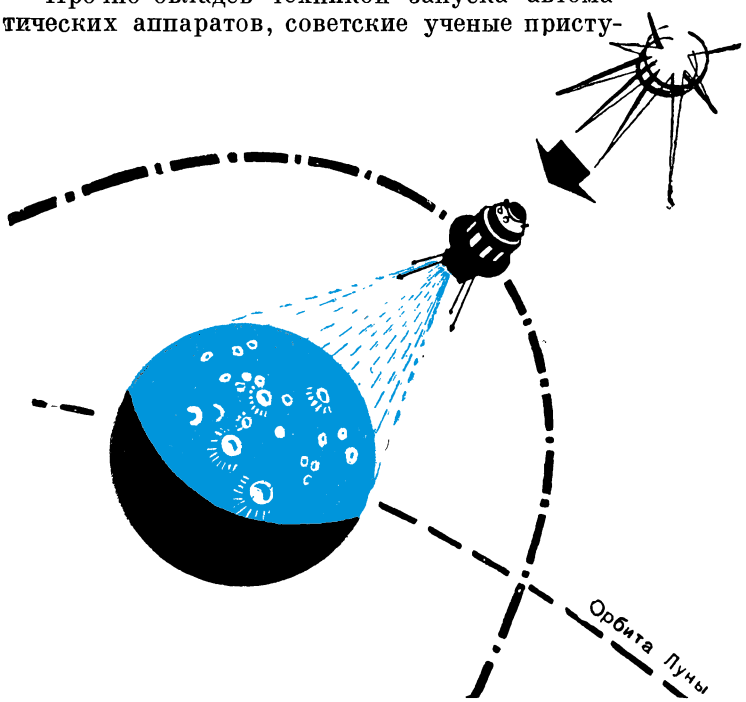


Схема фотографирования Луны с космической ракеты «Луна-3».

пили к созданию космического корабля для полетов человека.

Десятки неразрешенных вопросов стояли перед наукой. Надо было создать во много раз более мощные ракеты-носители для выведения на орбиту космических кораблей, в несколько раз более тяжелых, чем самые тяжелые искусственные спутники, запущенные ранее. Нужно было сконструировать и построить летательные аппараты, не только полностью обеспечивающие безопасность космонавта на всех этапах полета, но и создающие необходимые условия для его жизни и работы. Необходимо было разработать целый комплекс специальной тренировки, который позволил бы организму будущих космонавтов заранее приспособиться к существованию в условиях перегрузок и невесомости. Надо было разрешить очень много и других вопросов.

Несмотря на всю сложность этой грандиозной проблемы, советская наука и техника блестяще справились с ее решением.

После ряда пробных запусков, когда места в кабине спутника занимали различные живые существа — от грибков и бактерий до известных всему миру Белки и Стрелки,— конструкция космического корабля со всеми его сложными системами выведения на орбиту, стабилизации полета и обратного спуска на Землю была полностью отработана.

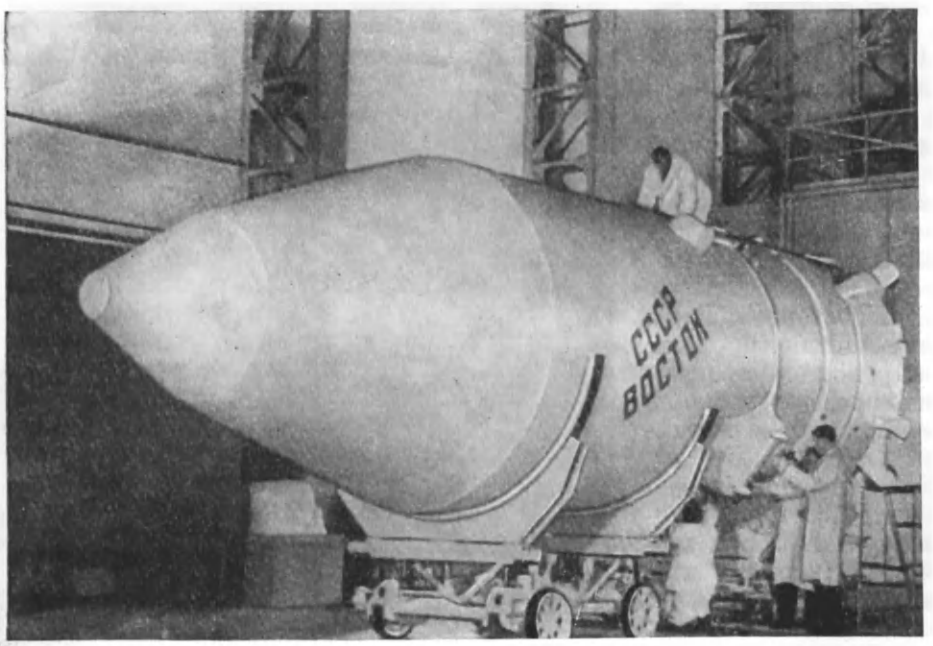
В исторический день 12 апреля 1961 г. ушел в космос корабль «Восток» с первым в истории человечества летчиком-космонавтом на борту Юрием Алексеевичем Гагариным. Облетев земной шар, он через 1 час 48 минут благополучно приземлился в заданном районе Советского Союза.

Слава о новом беспримерном подвиге советского народа в деле освоения космического пространства громовым эхом прокатилась по всему миру. Она вызвала радость и восхищение в сердцах наших друзей и зависть и злобу в стане наших врагов.

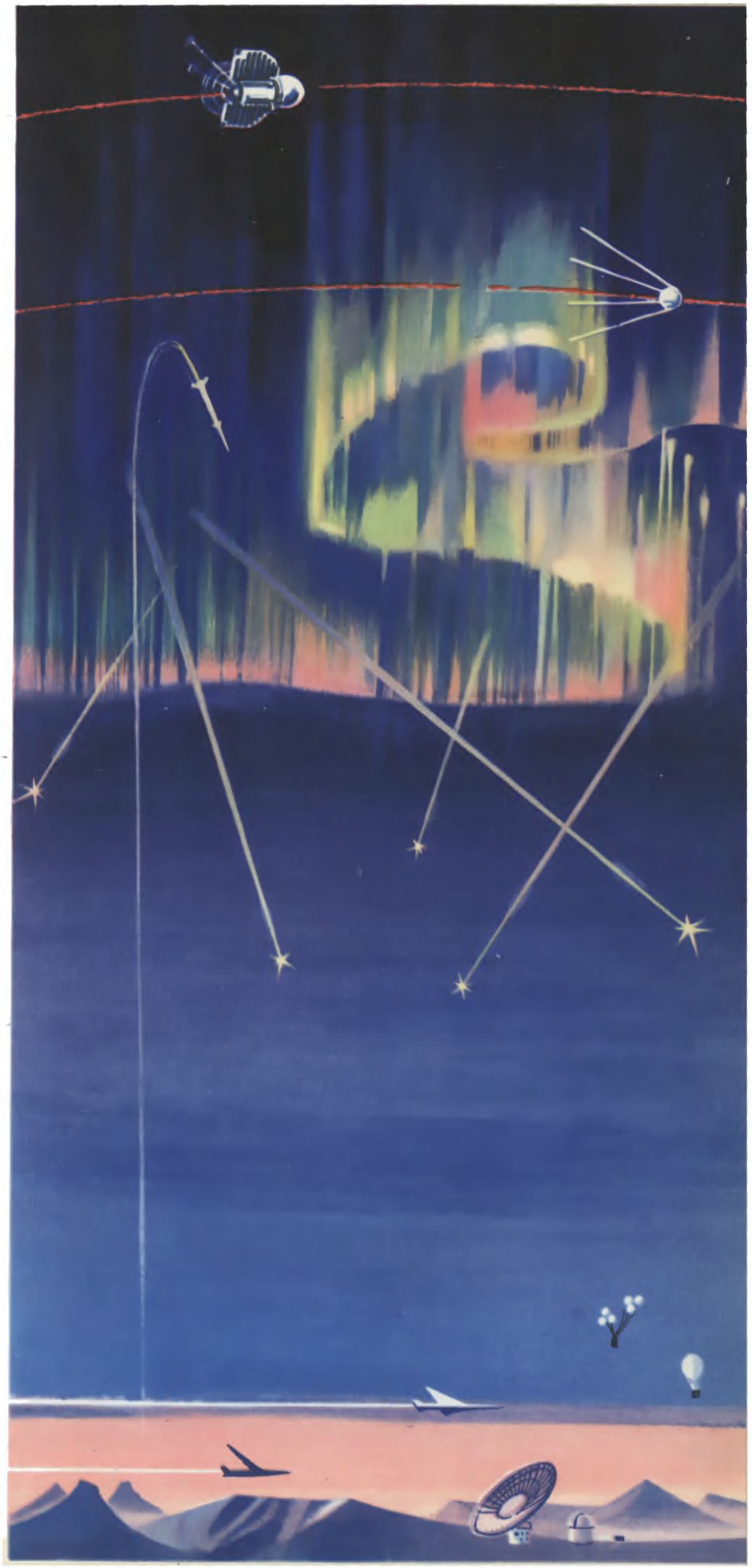
Прошло всего несколько месяцев, и 6 августа того же года стартовал космический корабль «Восток-2» с летчиком-космонавтом Германом Степановичем Титовым. «Восток-2» сделал 17½ витков вокруг Земли и пробыл в космическом полете 25 часов 18 минут.

Тщательное изучение научных данных, полученных в этих двух полетах, позволило уже через год — в августе 1962 г.— сделать новый большой шаг вперед. Стартовавшие один за другим (с интервалом в одни сутки) космические корабли «Восток-3» и «Восток-4» с летчиками-космонавтами Андрияном Григорьевичем Николаевым и Павлом Романовичем Поповичем совершили первый групповой полет в космос.

«Восток-3» сделал более 64 оборотов вокруг Земли и находился в космическом полете 95 часов. «Восток-4» сделал более 48 оборотов и



Внешний вид космического корабля «Восток», выведенного на орбиту 12 апреля 1961 г.



Разрез земной атмосферы и высоты, достигнутые различными летательными аппаратами. До 12 *км* поднимаются обычные самолеты, до 16—29 *км* — специальные самолеты, до 30 *км* — стратостаты, до 40 *км* — шары-зонды, до 200—500 *км* — специальные исследовательские ракеты, от 250 *км* и выше пролегают орбиты искусственных спутников Земли, автоматических межпланетных станций и космических ракет. На высоте 80—120 *км* светятся метеоры, 100—1000 *км* — северные сияния, от 100 до 400 *км* высоты простирается ионосфера.

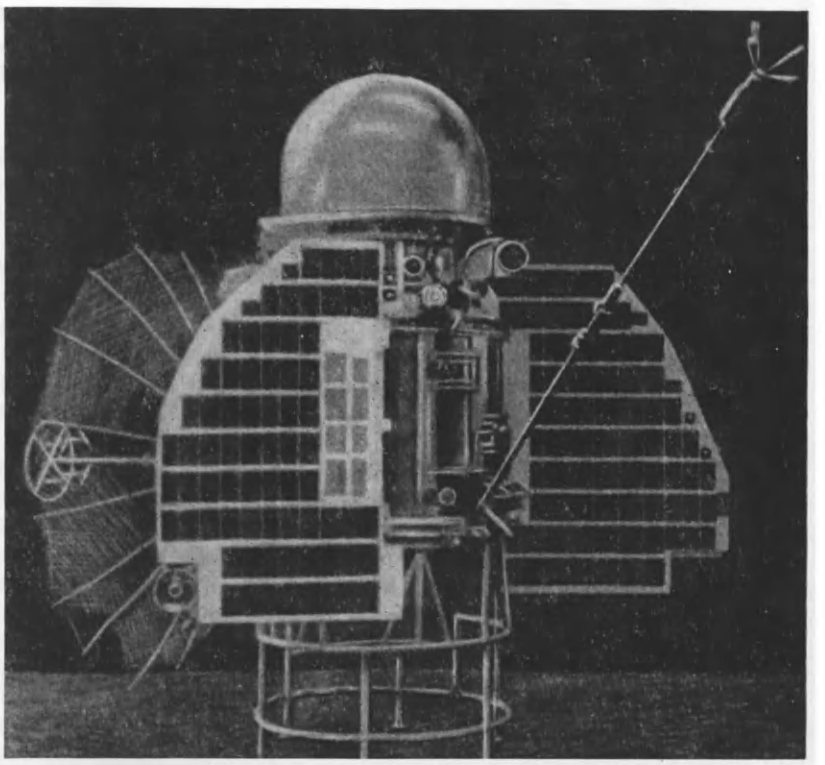
Первый космонавт Ю. А. Гагарин в кабине космического корабля. *Внизу* — вид на поверхность Земли с орбиты космического корабля. Земля покрыта барашкообразными белыми облаками. Снимок сделан космонавтом Г. С. Титовым с космического корабля «Восток-2». На фото — автограф Г. С. Титова.

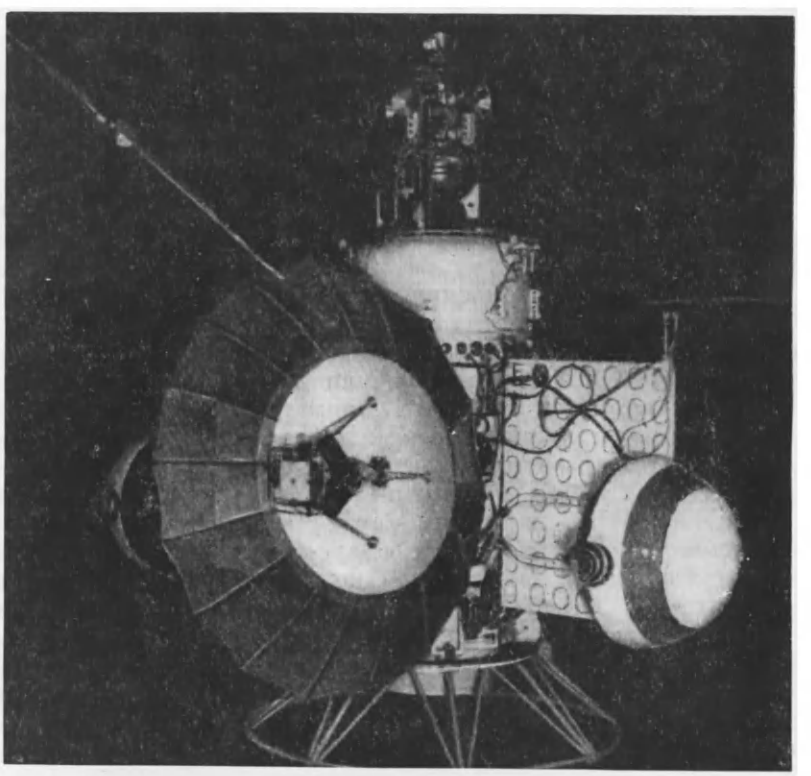
пробыл в космическом полете 71 час. Этот полет доказал, что разработанная нашими учеными система подготовки космонавтов позволяет им выработать такие физические качества, которые обеспечивают нормальную жизнедеятельность и полную работоспособность в условиях длительного космического полета. В этом состоял главный итог полета.

По сравнению с полетами наших космонавтов более чем скромными кажутся первые робкие прыжки в космос американских космонавтов Шепарда и Гриссома, один из которых чуть было не кончился трагично. По сравнению с полетами Ю. А. Гагарина и Г. С. Титова это были всего лишь «подпрыгивания» над нашей планетой.

По сообщению корреспондента газеты «Нью-Йорк Таймс» 15-минутный прыжок Аллана Шепарда был осуществлен с помощью ракеты, мощность которой составляла «всего лишь одну десятую мощности советской ракеты, а вес капсулы составлял лишь одну пятую веса кабины корабля «Восток».

Только 20 февраля 1962 г., после предварительных запусков по проекту «Меркурий» двухтонной кабины с роботом и обезьянами, американцам удалось осуществить первый космический полет Джона Гленна. Этот полет был совершен на космическом корабле «Френдшип-7» весом около полутора тонн. Джон Гленн совершил на своем корабле три витка вокруг Земли и опустился в Атлантический океан. Но его полет протекал не совсем благополучно.





Внешний вид автоматической межпланетной станции «Венера», запущенной в Советском Союзе 12 февраля 1961 г.

Внешний вид автоматической межпланетной станции «Марс-1», запущенной в СССР 1 ноября 1962 г.

Во время полета обнаружились неисправности в системах автоматического управления космическим кораблем, и после первого витка Гленну пришлось перейти на ручное управление. Отказала также на некоторое время система охлаждения, и в кабине сильно повысилась температура. На втором и третьем витках полет продолжался только благодаря энтузиазму, выдержке и мужеству космонавта.

Второй космический день Америки — 24 мая 1962 г.— был омрачен большими волнениями за судьбу второго космонавта — Малькольма Скотта Карпентера.

Полет Карпентера был еще более драматичным, чем полет Джона Гленна. Неполадки обнаружились опять в системе управления и терморегулирования кабины и скафандра. Космонавт приводнился в Атлантическом океане в 350 *км* от предполагаемого района посадки корабля. 20 морских кораблей и 70 самолетов и вертолетов в течение часа разыскивали отважного космонавта. Одна шведская газета назвала этот полет «космической драмой между жизнью и смертью».

Третий космический день Америки был 3 октября 1962 г. В этот день в США с мыса Кеннеди на полуострове Флорида стартовал двухтонный космический корабль-спутник «Сигма-7», пилотируемый летчиком-космонавтом Уолтером Ширрой.

Космический корабль сделал 6 витков вокруг Земли и благополучно приводнился в центральной части Тихого океана. Неисправности системы регулирования температуры внутри скафандра, омрачившие и этот полет, удалось быстро исправить непосредственно на орбите, и дальнейший полет продолжался благополучно.

Наряду с полетами космических кораблей в СССР и США были осуществлены и пробные запуски ракет к планетам. 12 февраля 1961 г. с борта искусственного спутника Земли в сторону Венеры стартовала советская автоматическая межпланетная станция «Венера». Вслед за ней к Венере была запущена американская автоматическая станция «Маринер-II».

1 ноября 1962 г. в сторону Марса стартовала советская космическая ракета «Марс-1». Ее орбита была самой протяженной по сравнению с орбитами всех предыдущих полетов космических аппаратов. Вытянувшись по эллипсу от Земли, она коснулась орбиты Марса. Семь с половиной месяцев длился полет только до встречи с Марсом: 500 млн. *км* прошел за это время «Марс-1».

На значительных расстояниях от Земли сократилось число регистрируемых микрометеоров. Они, по-видимому, концентрируются вблизи Земли, до 40 тыс. *км* от ее поверхности.

Так закончилась первая космическая пятилетка. Но космические события следуют с космической быстротой.

14 июня 1963 г. вышел на орбиту космический корабль «Восток-5» с летчиком-космонавтом Валерием Федоровичем Быковским, а вслед за ним корабль-спутник «Восток-6», пилотируемый первой в мире женщиной-космонавтом Валентиной Владимировной Терешковой. Пять суток пробыл в космосе Валерий Быковский, за 119 часов он 81 раз облетел Землю. Первая в мире женщина-космонавт пробыла в космосе 71 час и совершила 48 оборотов вокруг Земли. Своим полетом она убедительно доказала равные возможности женщины в таком трудном и сложном деле, каким является освоение космоса.

Новым этапом в исследовании необъятных просторов Вселенной явился запуск 12 октября 1964 г. в СССР трехместного корабля «Восход». Экипаж корабля состоял из трех человек: командира корабля инженер-полковника Владимира Михайловича Комарова, научного сотрудника кандидата технических наук Константина Петровича Феоктистова и врача Бориса Борисовича Егорова. Три специалиста разного профиля провели обширные исследования космоса. Корабль «Восход» существенно отличается от кораблей типа «Восток». Его орбита пролегала выше, космонавты впервые совершали полет без скафандров, а приземлились, не покидая кабину, которая системой «мягкой посадки» была плавно спущена и буквально мягко «поставлена» на поверхность Земли. Новая система телевидения передавала с борта корабля не только изображение космонавтов, но и картину наблюдений.

С каждым годом ширится фронт мирных исследований космического пространства. Вслед за спутниками, «жестко» привязанными к своим орбитам, в космос вышли аппараты, способные осуществлять достаточно широкое маневрирование.

Советские космические аппараты «Полет-1» и «Полет-2», маневрируя в космосе, переходили с орбиты на орбиту, меняя не только высоту, но и плоскость наклона орбиты. Это первые шаги на пути соединения, или, как говорят инженеры, стыковки, космических кораблей непосредственно в космосе, на орбите. Причаливая к кораблю, ракеты-заправщики смогут перегружать на него

горючее и строительные детали. Из конструкций, доставленных на орбиту, космонавты смонтируют сначала космические лаборатории, а потом, наверное, и целые научные города...

Мирным целям успешно служат и некоторые американские спутники. С помощью метеорологических спутников американцам удалось заблаговременно предупредить население о приближении нескольких тайфунов — сильнейших разрушительных ураганов, очень часто проносящихся над Америкой.

Спутники «Телестар-1» и «Телестар-2» успешно перекинули телевизионный «мост» между Европой и Америкой, ретранслируя из Америки в Европу телевизионные программы.

Проведен первый международный космический эксперимент: радиоволны, посланные из английской обсерватории Джоурелл Бенк, отразившись от огромного надутого металлизированного шара — американского спутника «Эхо-2», — были приняты в Советском Союзе под Горьким, в Зименках. Были переданы радиотелеграммы, фототелеграммы и радиотелефонный разговор.

30 января 1964 г. в СССР был произведен запуск интереснейших спутников — «Электрон-1» и «Электрон-2». С одной ракеты были запущены сразу два спутника, один на более высокую, другой на более низкую орбиту.

Ценность такого запуска заключается в том, что одновременные измерения на разных высотах позволят лучше исследовать пространственную структуру поясов радиации и их изменение во времени. Запущенные через полюсы «Электрон-3» и «Электрон-4» продолжили одновременно комплексное исследование верхних слоев атмосферы.

После неудачных попыток в выведении тяжелых кораблей-спутников американцам в 1964 г. удалось запустить два многотонных спутника. Это первые удачные запуски по рассчитанной на многие годы программе, которая предусматривает вначале облет, а затем и высадку космонавтов на Луне.

Тем же задачам посвящены и продолжающиеся в СССР исследования окололунного пространства. Очередная станция «Луна-4» прошла в непосредственной близости от нашего естественного спутника. Непрерывно ведется изучение и дальнего космоса. 2 апреля 1964 г. отправилась в глубины космоса очередная советская автоматическая станция «Зонд-1». Ее задача прозондировать многие миллионы километров околосолнечного пространства и передать на Землю научную информацию. Покорение космоса продолжается.

Законы движения искусственных небесных тел

В конце XVII столетия Исаак Ньютон сформулировал закон всемирного тяготения — основной закон, которому подчиняется движение всех небесных тел (см. стр. 38). В свободном орбитальном полете, т. е. в полете по своей орбите без двигателей, космические ракеты и спутники полностью подчиняются законам небесной механики [1], поэтому теория движения искусственных небесных тел — по существу новый раздел небесной механики — играет огромную роль в освоении космического пространства.

Вспомним, как движется брошенное тело под действием сил земного притяжения. Законы «бросания» тел изучает баллистика — наука, название которой напоминает о грозном когда-то военном метательном орудии — баллисте. Одна из основных задач баллистики заключается в том, чтобы найти такой угол наклона ствола орудия, при котором, при прочих равных условиях, дальность выброшенного орудием снаряда будет наибольшей.

Задача создателей космических ракет куда сложнее — они должны так бросить свой снаряд, чтобы он не упал обратно на Землю, а вышел на точно определенную космическую орбиту.

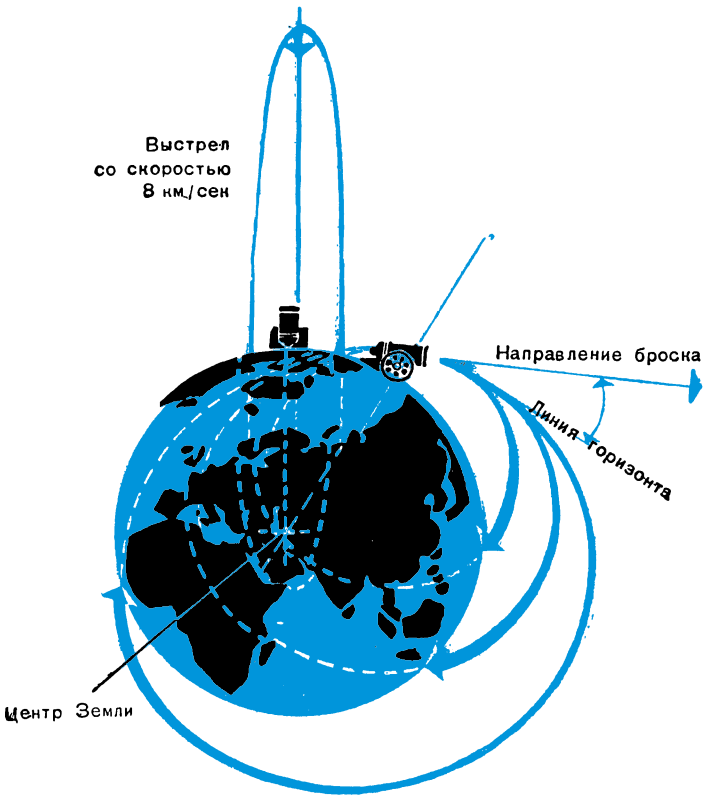
Всем нам по опыту известно, как ведет себя брошенный камень — он всегда падает на Землю под действием притяжения Земли. Ну а если бросать не камень, а выстрелить из пушки снарядом? Если ствол пушки установлен вертикально, то и снаряд будет двигаться вверх вдоль земного радиуса, и чем больше скорость, с которой снаряд покидал ствол пушки, тем выше он поднимется над Землей. Когда вся энергия, полученная снарядом при выстреле, будет израсходована на преодоление земного тяготения, снаряд остановится и начнет падать обратно.

Но можно сделать и так, что снаряд не упадет на Землю. Важно знать, как его бросить!

Давайте проследим за полетом снаряда, выброшенного из орудия, ствол которого расположен наклонно к линии горизонта.

Небесная механика утверждает, что под действием тяготения одно тело описывает относительно другого одну из трех кривых — эллипс, параболу или гиперболу. Так, например, все

[1] Небесная механика — отрасль астрономии, изучающая весь комплекс законов движения небесных тел.



Если выстрелить снаряд наклонно или вертикально к земной поверхности, он всегда упадет на Землю.

планеты обращаются вокруг Солнца по эллипсам, причем само Солнце располагается в одном из фокусов эллиптической орбиты планеты. Так же и в системе «Земля — снаряд» центр Земли будет всегда в одном из фокусов эллипса, по которому движется снаряд. Поэтому если выстрелить наклонно, то чем больше будет увеличиваться скорость, тем все дальше и дальше будет падать снаряд. Чем больше будет его скорость, тем больший эллипс он опишет в пространстве, но на обратном пути к точке бросания он обязательно должен пройти «сквозь Землю», так как может двигаться только по эллиптической траектории, часть которой, как видно из рисунка, всегда проходит «внутри Земли».

Итак, наклонный выстрел мало что даст — снаряд в любом случае должен пройти «сквозь Землю». Попробуем теперь установить наше орудие на горе и стрелять горизонтально (для простоты мы не будем учитывать влияние земной атмосферы и вращение Земли). При небольших скоростях снаряды «по эллипсу» будут падать на Землю. Но чем больше скорость, тем больше эллипс будет приближаться к окружности с центром в центре Земли. При скорости, которую принято называть первой космической или круговой, снаряд уже не упадет на Землю, а, если мы успеем убрать орудие, пролетит с той же скоростью через точку выстрела и будет бесконечно обращаться вокруг Земли по круговой орбите, т. е. станет искусственным спутником Земли.

Первая космическая скорость у поверхности Земли составляет примерно 7,9 *км/сек*. Такую огромную скорость не может сообщить снаряду ни одна пушка — это под силу только ракетам.

Дальнейшее увеличение скорости будет вытягивать окружность в эллипсы, с той только разницей, что второй фокус каждого эллипса будет перемещаться все дальше и дальше от центра Земли в сторону, противоположную точке бросания, или точке старта.

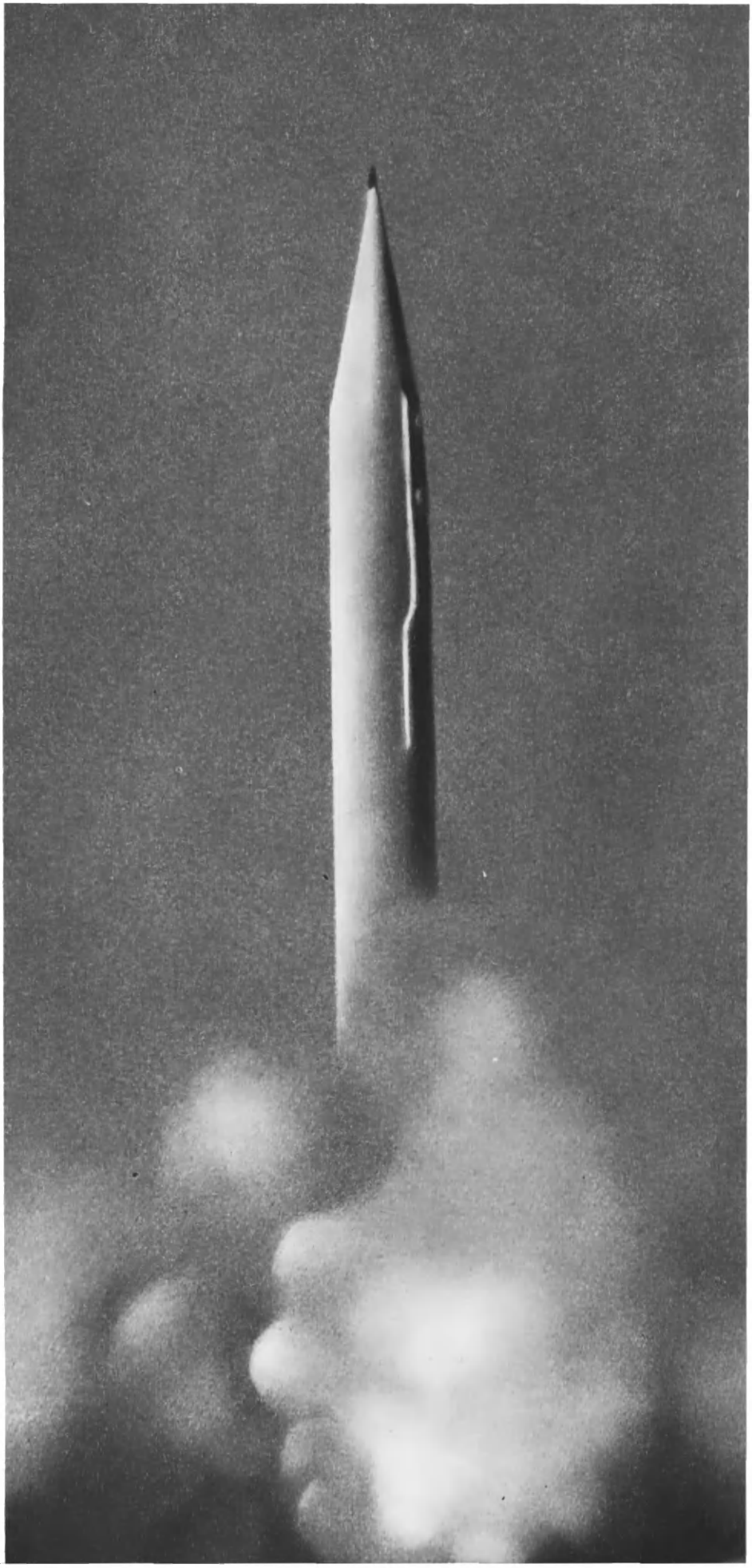
При скорости 11 *км/сек* ракета удалится на расстояние больше половины пути до Луны, а при скорости 11,1 *км/сек* обогнет Луну и снова вернется к Земле.

При дальнейшем увеличении скорости до 11,2 *км/сек* эллиптическая орбита «разорвется» и превратится в разомкнутую кривую — параболу, по которой ракета навсегда покинет Землю. Скорость 11,2 *км/сек* называется второй космической скоростью, или скоростью отрыва, или, наконец, параболической скоростью.

Ракета или снаряд, получившие такую скорость на поверхности Земли, покинет ее навсегда как при вертикальном, так и при наклонном или горизонтальном полете. При такой скорости в любом случае орбита не будет эллипсом.

Если еще больше увеличить скорость, ракета полетит уже по гиперболе, причем чем выше скорость, тем больше будет «раскрываться» гипербола. Но, превысив вторую космическую скорость и преодолев земное притяжение, ракета останется в солнечной системе. Она превратится в спутника Солнца — искусственную планету — и будет обращаться вокруг него по эллиптической орбите.

Первым таким спутником Солнца стала советская космическая ракета «Луна-1», стартовавшая 2 января 1959 г. по направлению к Луне. Ракета удалилась от Земли по гиперболической орбите, так как превысила вторую космическую скорость. Но через 5—6 дней она вышла из зоны действия земного тяготения, и ее полет всецело стал определяться притяжением Солнца. Скорость, которой обла-



Взлет ракеты.

На обороте: Ю. А. Гагарин перед подъемом в кабину космического корабля «Восток».

дала ракета, была недостаточной, чтобы совсем преодолеть притяжение Солнца, и ракета стала по эллипсу обращаться вокруг этого раскаленного светила.

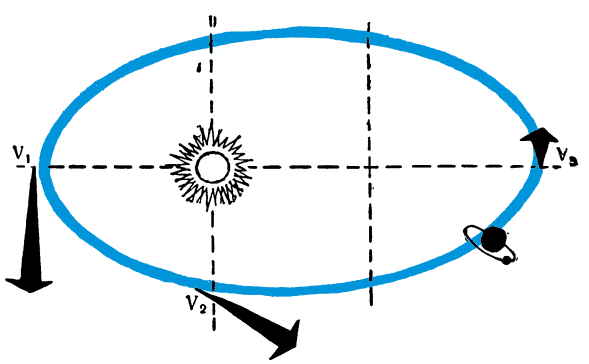
Какие же основные закономерности характеризуют движение тел по эллиптическим орбитам? Ответ на этот вопрос также дает небесная механика.

Наблюдения астрономов за движениями планет дали возможность австрийскому ученому Иоганну Кеплеру в начале XVII в. сформулировать три закона движения тел в солнечной системе еще до открытия закона тяготения.

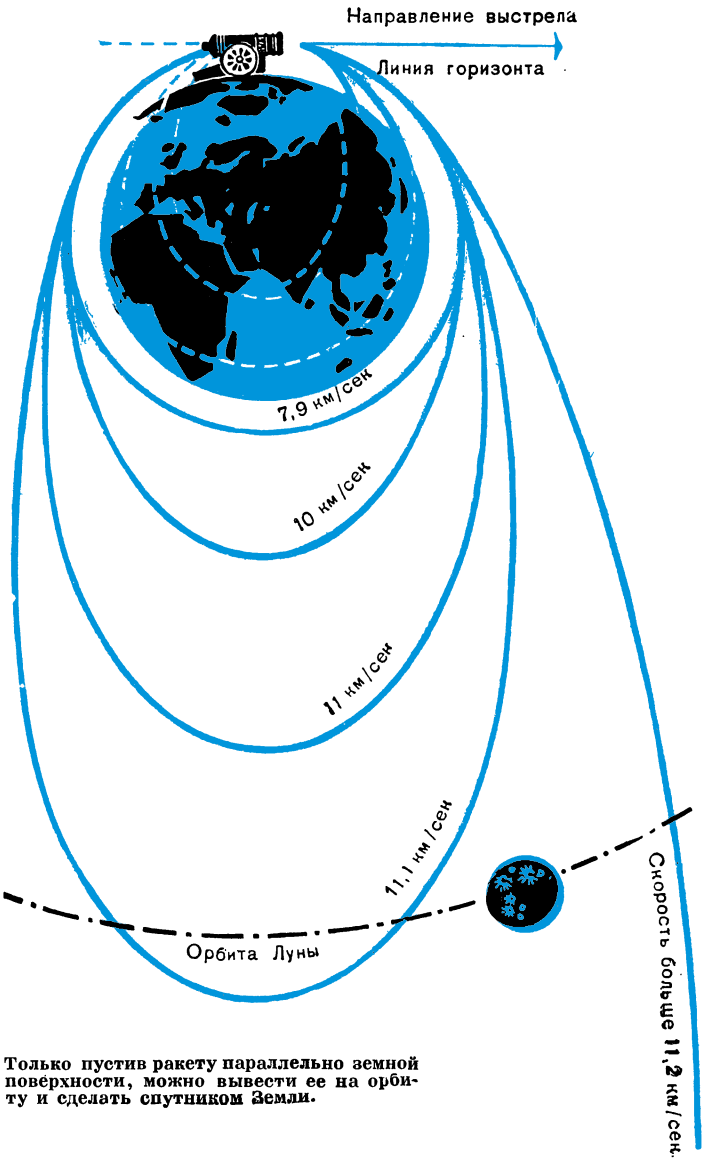
Первый из них утверждает, что каждая планета движется по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце. Из второго закона вытекает, что планеты движутся по своим эллиптическим орбитам неравномерно: при приближении к Солнцу — быстрее, при удалении от него — медленнее. Так движутся и спутники вокруг Земли. Приближаясь к Земле, они как бы разгоняются, а наименьшую скорость имеют в самой дальней от Земли точке орбиты — апогее. И наконец, третий закон устанавливает связь между периодом (временем) обращения планеты вокруг Солнца и средним расстоянием от него.

Законы Кеплера являются следствием более общего закона природы — закона всемирного тяготения, который составляет основу небесной механики. Они позволяют полностью определить картину движения планеты.

Простейшая задача небесной механики называется «задачей двух тел». Что же требуется решить в этой задаче? А вот что. Если известны массы двух тел, их скорости в какой-то момент времени, а также взаимное расположение, то нужно найти положение этих двух тел в пространстве в любой момент времени, т. е. рас-



Планеты могут двигаться только по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце. По своим орбитам небесные тела движутся неравномерно. Размеры стрелок на рисунке пропорциональны скорости движения ($v_1 > v_2 > v_3$).

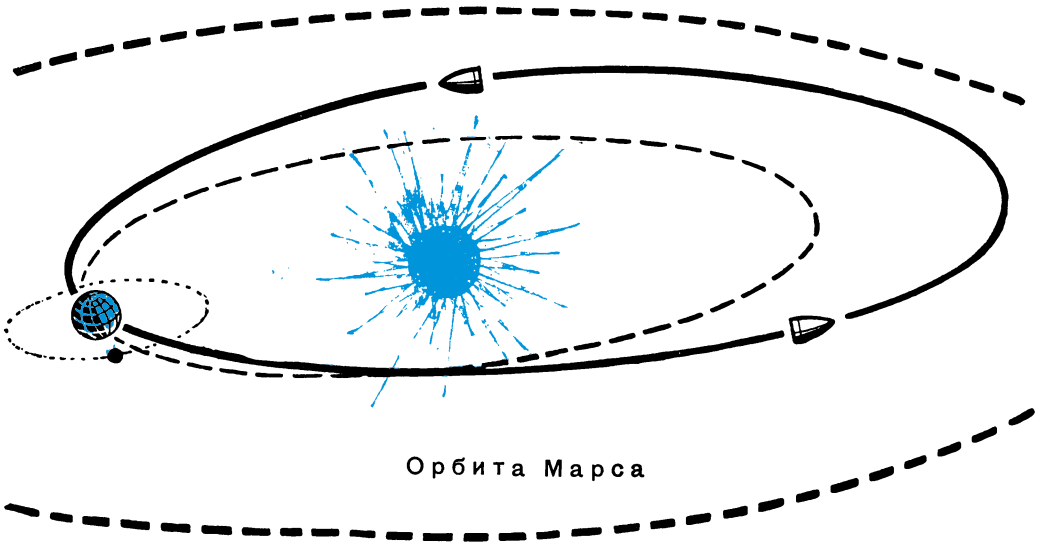


Только пустив ракету параллельно земной поверхности, можно вывести ее на орбиту и сделать спутником Земли.

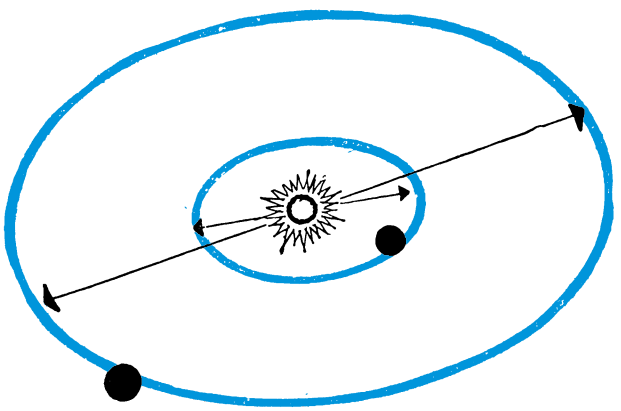
считать, как будут двигаться два таких тела в пространстве.

Ньютон решил эту задачу. Он математически доказал, что если любое тело (не обязательно Солнце) считать неподвижным, то другое тело под действием их взаимного тяготения, в зависимости от начальных условий задачи (масс, скоростей и расположения), будет двигаться относительно его по эллипсу (или окружности), параболе или гиперболе.

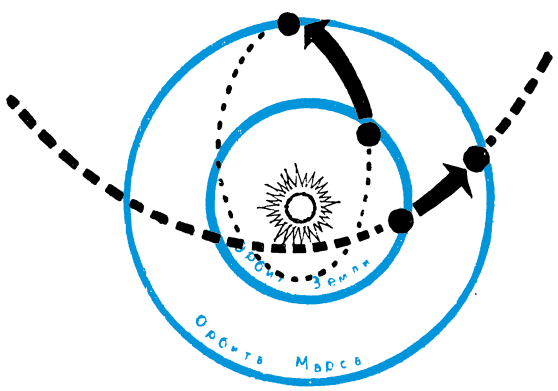
В солнечной системе, например, взаимное притяжение планет ничтожно мало по срав-



Орбита первого искусственного спутника Солнца.



Дальние планеты тратят больше времени на облет Солнца; квадраты времен обращений планет относятся как кубы больших полуосей эллиптических орбит.



Возможные пути полета на Марс. Стрелками показаны траектории полетов и их протяженность, пунктирными линиями — остальная часть орбиты.

нению с притяжением их Солнцем, поэтому можно считать, конечно, только приблизительно, что любое тело солнечной системы притягивается только Солнцем и движется по эллипсу. Небольшие отклонения в движении планет от движения точно соответствующего законам Кеплера, конечно, есть, но учесть их чрезвычайно трудно.

Масса любой ракеты ничтожно мала по сравнению с Землей и Луной (или Солнцем). И это позволяет произвести достаточно точный расчет ее орбиты.

Как выглядят орбиты спутников, можно представить себе на примерах возможных трасс полетов в район Луны (см. стр. 163). Из одного примера видно, что посланная в район Луны ракета притянется ею, обогнет Луну и снова вернется к Земле, описав в пространстве замысловатую восьмерку. Для такой траектории необходимо, чтобы, во-первых, ракета прошла на определенном, достаточно близком расстоянии от Луны и, во-вторых, в момент сближения с Луной обладала вполне определенной, сравнительно малой скоростью. Примерно такой вид имела орбита космической ракеты «Луна-3», сфотографировавшей обратную сторону Луны. По-видимому так могут выглядеть орбиты и при полетах к другим планетам. Но если приближаться, например, к Марсу или Венере на «почтительное» расстояние, где сила притяжения планеты сказывается еще незначительно, то орбиты будут представлять собой эллипсы, размеры которых определяются скоростью при взлете с Земли.

Для полета на Марс, как и на любую другую планету, наиболее выгодной является эллиптическая траектория, касательная к орбите планеты. В этом случае скорость отлета с Земли минимальна (11,6 *км/сек*), минимальна и скорость, с которой ракета подойдет к Марсу (5,7 *км/сек*). Последнее немаловажно в случае посадки на Марс, так как меньше будет израсходовано топлива для торможения двигателями ракеты. Но за экономию топлива приходится платить временем. Такой полет будет длиться 259 суток, т. е. 8½ месяцев. Если сократить срок полета до 5 месяцев, то необходимо будет развить скорость отлета с Земли до 14,3 *км/сек*, а при 4 месяцах полета начальная скорость должна составлять 15,9 *км/сек*. По кратчайшей траектории полет продлился бы 85 суток, но разогнать корабль нужно было бы до скорости 39 *км/сек*.

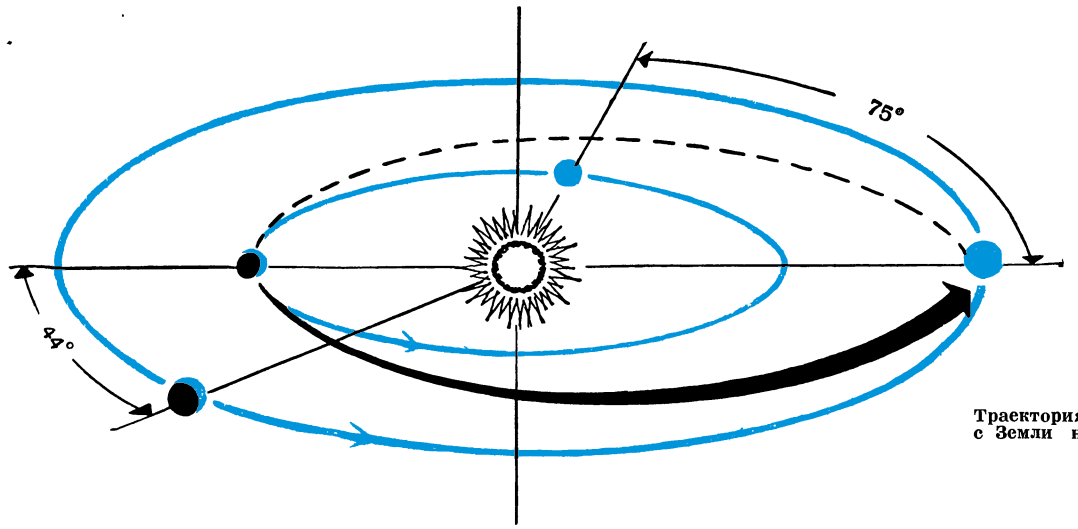
Для полета космонавтов придется выбирать другие траектории: ведь в этом случае важно не только пролететь мимо Марса, но и вернуться обратно на Землю! Трудность состоит в том, что, когда ракета вернется в точку старта, Земли там уже не будет — она уйдет на значительное расстояние по своей орбите. Удобнее всего было бы задержаться на Марсе или на орбите возле Марса, выждать опять наиболее благоприятное взаимное расположение планет и тогда стартовать обратно к Земле.

Уже рассчитано много подобных траекторий. Можно облететь Марс за 2 года. Для этого потребуется начальная скорость 12,3 *км/сек*, а если стартовать так, как стартуют советские космические ракеты,— с тяжелого спутника, то всего 4,3 *км/сек*. Если стартовать со спутника со скоростью 8,2 *км/сек* под значительным углом к орбите Земли, то срок облета можно сократить до одного года.

Интересно отметить, что проще всего совершить полет по касательному эллипсу в сторону Марса, когда планета находится дальше всего от Земли. Если в таком же полете увеличить скорость на 3,2%, то продолжительность полета сократится на 42%, т. е. незначительное увеличение скорости даст большой выигрыш во времени. Эта замечательная особенность будет заметнее всего ощущаться тогда, когда ракеты будут обретать все большие и большие скорости. Не менее неожиданные особенности у «внутренних» маршрутов — при полетах к Венере и Меркурию. Действительно, по наивыгоднейшей касательной эллиптической траектории полет к более близкой Венере будет длиться дольше, чем к Меркурию!

Странно, не правда ли — наивыгоднейшая траектория, а к более далекому Меркурию она доводит ракеты быстрее!

На «внутренних» трассах проявляется еще одна интересная особенность — чем меньше скорость ракеты, тем быстрее она достигает цели. В самом деле, чтобы с орбиты Земли приблизиться к Солнцу, нужно взлететь против движения Земли, чем погасить ее орбитальную скорость. Если погасить ее полностью, то скорость ракеты относительно Солнца будет равна нулю, и она по наикратчайшему пути будет падать на Солнце, затратив на свой путь минимальное время. А чем больше скорость относительно Солнца, тем более «окольным» путем движется ракета и тем дольше она в пути.



Траектория полета с Земли на Марс.

Будущие астронавты смогут выбирать многочисленные интересные орбиты, когда за один полет можно «убить несколько зайцев». Существует, например, возможность за один год (а это важно, чтобы при возвращении застать Землю на «ее месте») облететь вокруг Солнца и за этот полет пролететь как мимо Марса, так и мимо Венеры. Такое удачное расположение планет бывает, конечно, далеко не каждый год — по расчетам, такой момент наступит только в 1971 г. Кто знает, может быть, удастся использовать этот редкий случай, и автоматическая станция за свой полет передаст на Землю фоторепортаж с двух наших ближайших планет-соседок.

А теперь несколько примеров для любителей математики. Каждому, очевидно, интересно знать, почему нужно сообщить телу скорость именно 8 *км/сек*, чтобы оно стало спутником Земли? Почему при скорости 11,2 *км/сек* ракета может вырваться из оков земного тяготения?

Посмотрим, как рассчитываются эти скорости.

Мы уже говорили, что основой небесной механики является закон Ньютона. Математически он выражается так:

$$F = -f\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где m_1 и m_2 — массы двух тел, r — расстояние между ними, f — коэффициент пропорциональности, называемый обычно ньютоновской гравитационной постоянной. Знак «минус» показывает, что сила тяготения стремится уменьшить расстояние между телами.

Для случаев, когда одно тело (ракета) имеет массу m_2, пренебрежимо малую по сравнению с массой m_1 центрального тела (Земли, Солнца), принято вводить коэффициент $K = m_1 \cdot f$, тогда $F = -K\frac{m_2}{r^2}$. Для Земли этот коэффициент поля тяготения равен $K_З = 3{,}9 \cdot 10^5$ *км*^{3}/*сек*^{2}, для Солнца $K_С = 132{,}3 \cdot 10^9$ *км*^{3}/*сек*^{2}.

Чтобы ракета стала искусственным спутником Земли и могла, не снижаясь, обращаться вокруг Земли по круговой орбите, необходимо приравнять центробежную силу $F_1 = \frac{m_2 v^2}{r}$ силе притяжения F, тогда $\frac{m_2 v^2}{r} = K_З\frac{m_2}{r^2}$; сократив обе части равенства на $\frac{m_2}{r}$, получим:

$$v^2 = \frac{K_З}{r}.$$

Подставив значение K, равное $K_З$, и радиуса Земли $r = 6371$ *км*, получим величину круговой скорости, при которой тело будет удерживаться на круговой околоземной орбите:

$$V_{кр} = \sqrt{\frac{3{,}9 \cdot 10^5}{6371}} = 7{,}91 \text{ км/сек}.$$

Если мы подставим вместо K значение $K_З$, а вместо r расстояние от Земли до Солнца (принятое здесь за 149 900 000 *км*), то получим скорость, с которой Земля должна вращаться вокруг Солнца, чтобы удержаться на своей орбите:

$$V_{крЗ} = \sqrt{\frac{132{,}3 \cdot 10^9}{149{,}9 \cdot 10^6}} \approx 30 \text{ км/сек}.$$

Именно с такой скоростью наша Земля движется вокруг Солнца.

Первая космическая скорость, точнее ее теоретическое значение, рассчитана нами для высоты полета над Землей, равной нулю, т. е. у поверхности Земли.

При высоте полета, например, $h = 500$ *км* в формулу вместо r придется подставить $r = r_0 + h$ (где r_0 — радиус Земли). В этом случае $V_{кр} = 7{,}61$ *км/сек*.

При увеличении высоты орбиты скорость движения постепенно убывает, стремясь в бесконечности к нулю. На высоте 384 тыс. *км*, т. е. на орбите Луны, $V_{кр} \cong 1$ *км/сек*. Это и есть скорость движения Луны на ее орбите вокруг Земли.

Но для того чтобы запустить искусственный спутник, нужно затратить на подъем какую-то энергию и, кроме того, сообщить ему необходимую круговую скорость. Хотя круговая скорость с высотой уменьшается, энергия, затрачиваемая на подъем, растет. Поэтому общий расход энергии на подъем и разгон ракеты с высотой растет. Этот расход энергии принято характеризовать так называемой характеристической скоростью $V_Х$. Определяется она следующей формулой:

$$V_Х = V_{кр_0}\sqrt{2 - \frac{r_0}{r}},$$

где $V_{кр_0}$ — круговая скорость у поверхности Земли, r_0 — радиус Земли, r — расстояние от центра Земли до орбиты искусственного спутника Земли.

Минимальное значение $V_Х$ принимает при $r = r_0$. Тогда $V_Х = V_{кр_0}$, так как никаких затрат энергии на подъем не требуется. Максимальное — при $r = \infty$ (бесконечности).

В этом случае $V_X = 11{,}2$ *км/сек*, т. е. тело, получившее такую скорость у поверхности Земли, удалится от нее на бесконечно большое расстояние — навсегда покинет Землю.

Это и есть вторая космическая скорость — скорость отрыва.

В реальных условиях требуются еще дополнительные затраты энергии на преодоление сопротивления воздуха и на преодоление силы земного тяготения в период работы двигателя. Это несколько увеличивает значение характеристической скорости. Если для подъема спутника на 200 *км* требуется $V_X \cong 8$ *км/сек*, то в реальных условиях необходимо около 9 *км/сек*. Эта последняя величина и определяет практически затрату энергии, необходимой для запуска «простейшего» искусственного спутника Земли.

Изучение околосолнечного пространства

Задачи, которые стоят перед исследователями космического пространства, чрезвычайно разнообразны, и исследования в космосе ведут не только астрономы. Их ведут и геофизики, и биологи, и физики, и инженеры различных отраслей техники.

Астрономов интересуют состав межпланетного газа, магнитные поля других планет, метеорное вещество. Они изучают планеты солнечной системы, их магнитные поля, состав атмосферы, детали поверхности и т. п.

Радиоастрономы изучают космическое радиоизлучение во всех диапазонах радиоволн и уже сейчас пытаются уловить на фоне космических шумов сигналы от разумных существ других миров.

Запросы геофизиков более скромны. Их интересует сама Земля, ее внешние оболочки: атмосфера, ионосфера и магнитосфера — магнитное поле Земли и пояса радиации, связанные с ним.

Радиационные пояса в неменьшей степени волнуют и биологов — полеты людей и создание будущих космических станций-спутников не могут проводиться без учета влияния радиации. Защита от нее — одна из серьезнейших проблем космонавтики.

Сложнейшие эксперименты проводят на спутниках физики. Они изучают таинственные космические лучи и тщательно исследуют излучение Солнца.

Особенное значение для всех исследований имеет создание тяжелых спутников-платформ, о необходимости которых говорил еще Циолковский. Запущенные на орбиты за пределами земной атмосферы, они будут практически вечно обращаться вокруг Земли. К этим постоянным спутникам-платформам, а в дальнейшем, может быть, и спутникам-городам (!) смогут пришвартовываться для дозаправки топливом космические корабли, стартующие к другим планетам.

Возможность пополнения топливных запасов и старт с движущегося спутника увеличивают радиус действия, грузоподъемность и возможности маневров в космосе.

На тяжелых спутниках смогут долгое время «гостить» ученые и вести с них исследования космоса. Создание таких спутников открывает особые перспективы для астрономов. Разместив на спутниках телескопы большой мощности, они смогут получать особенно четкие изображения небесных тел и деталей их поверхности. В космосе резко возрастет разрешающая способность телескопа, потому что вся толща земной атмосферы с ее пылью и водяными парами останется внизу. Спадет, так сказать, туманная пелена, веками застилавшая объективы телескопов.

Изучение и освоение космоса обогащают не только астрономию, но и другие науки. Спутники открывают широкие возможности для решения чисто технических задач. С помощью спутников можно создать радионавигационные системы, охватывающие всю нашу планету. Метеорологи смогут наблюдать за движением облачных масс, за возникновением и движением циклонов и бурь сразу на всем земном шаре. И, наконец, с помощью спутников уже сейчас начала решаться задача создания сети всемирного телевизионного вещания.

За пределами тропосферы

Первые сведения о составе верхних слоев атмосферы Земли, ее плотности и других характеристиках были получены косвенными методами: наблюдениями за свечением ночного неба, полярными сияниями, серебристыми облаками, вспышками метеоров и другими явлениями, происходящими в верхних слоях воздушной оболочки Земли.

Затем появились методы зондирования, «прощупывания» атмосферы радиоволнами. Прони-

зывая атмосферу, радиоволны по-разному отражаются от различных ее слоев и, возвращаясь обратно в виде слабого радиоэха, позволяют по степени отражения их судить о плотности, составе и электрических свойствах верхних слоев атмосферы.

Развитие ракетной техники дало в руки ученых новое мощное средство для научных исследований. Высотные ракеты позволили поднимать различные физические приборы непосредственно в верхние слои атмосферы и проводить измерения, так сказать, «на месте».

Величины, измеренные «на небе», приборы запоминают и записывают, а потом с помощью так называемой системы радиотелеметрии передают на Землю.

Исследования верхних слоев атмосферы при помощи ракет, систематически проводимые советскими учеными, дали ценные научные результаты. Но все же ракеты приносят довольно ограниченные сведения. Дело в том, что, поднимаясь вертикально вверх, ракета позволяет как бы осуществить вертикальный разрез атмосферы. По существу измеряются данные об атмосфере только над одной точкой земного шара и за очень небольшой отрезок времени, так как ракета находится в полете всего несколько минут. А свойства верхних слоев атмосферы сильно изменяются в зависимости от широты и долготы места, от времени суток и года, поэтому одновременно охватить измерениями весь земной шар можно только при помощи искусственных спутников Земли.

С помощью спутников удалось особенно подробно исследовать ионосферу — слой сильно ионизованного воздуха, окружающего нашу планету на высоте от 70—80 до 400—500 *км*. До запуска спутников свойства ионосферы изучались по отражениям и преломлениям радиоволн, посылаемых с Земли. Направление радиоволн со спутников в ионосферу позволило глубже и точнее исследовать ее свойства.

Много интересных сведений дали также физические приборы, непосредственно измеряющие концентрацию заряженных частиц (электронов и положительных ионов). Оказалось, что ионосфера простирается значительно выше, чем предполагалось ранее. До последнего времени считалось, что концентрация электронов на высотах более 300—400 *км* быстро падает. Однако непосредственные измерения, проведенные на спутниках, показали, что даже на высотах порядка 800—1000 *км* концентрация электронов очень велика и только в 10 раз меньше наибольшей концентрации, наблюдаемой на высоте 300 *км*. Столь существенное уточнение данных о слоях ионосферы, лежащих выше слоя с максимальной концентрацией, объясняется тем, что эта область недоступна для наблюдений наземными средствами радиозондирования и сведения о ней могли принести только спутники и космические ракеты.

Результаты ракетных исследований ионосферы полностью подтвердили, что состояние этого слоя атмосферы всецело определяется солнечной активностью — излучением Солнца. Ионосфера как бы «дышит» в такт с горячим дыханием Солнца. Вспышки на Солнце выбрасывают потоки корпускул — частиц солнечной материи, которые, достигая газовой оболочки Земли, непрерывно изменяют ее электрические характеристики. Не только корпускулярное, но и коротковолновое излучение Солнца непрерывно воздействует на ионосферу. На освещенной Солнцем половине земного шара состояние ионосферы иное, чем на теневой.

Исследования, проведенные на спутниках, принесли ученым много неожиданностей. Например, плотность воздуха на высоте полета спутников оказалась в несколько раз большей, чем ожидалось. На высоте 266 *км* она примерно в 10 млрд. раз меньше, чем у поверхности Земли, но дальше плотность уменьшается сравнительно медленно.

Прежде условно считали, что на высоте 1 тыс. *км* земная атмосфера переходит в межпланетный газ, а теперь, после проведенных исследований, ученые смогли установить, что эта граница значительно выше и достигает 2,5—3 тыс. *км*.

Спутники и ракеты обнаружили, что верхние слои атмосферы такие же неспокойные, как и нижние,— там также дуют ветры, причем с огромными скоростями.

Вся толща атмосферы не только неспокойна, но и неоднородна. На высотах до 100 *км* атмосфера хорошо «перемешана» и ее состав примерно такой же, как у земной поверхности. Выше происходит расслоение — доля легких газов с высотой увеличивается. Кроме того, оказалось, что, начиная с высоты 100 *км*, молекулы кислорода распадаются на атомы и выше 150 *км* кислород встречается только в атомарном состоянии. А с высоты 250 *км* и выше атмосфера состоит в основном из атомов азота и кислорода.

С помощью спутников ученые узнали много нового о температуре верхних слоев газовой оболочки Земли. Было замечено, что в изменении температуры и плотности атмосферы имеет-

ся та же повторяемость, что и у различных видов солнечной деятельности. Особенно сильны воздействия Солнца на атмосферу в годы максимумов солнечной активности. Очень показателен в этом смысле пример с длительностью существования третьего советского искусственного спутника Земли. Спутник продержался на орбите на полгода дольше, чем было рассчитано. Оказалось, что причина этого не в ошибках расчета, а в том, что использовались данные о плотности верхних слоев атмосферы за 1957—1958 гг., когда был максимум солнечной активности. В 1959 и в начале 1960 г. солнечная активность снизилась, уменьшилась плотность атмосферы и сопротивление ее движению спутника; естественно, увеличился и срок жизни спутника.

Межпланетный газ

До недавнего времени считалось, что если в космосе, кроме космической пыли, и существует межпланетный газ[1], то плотность его очень мала: в 1 *см*³ космического пространства содержится всего несколько атомов вещества.

Изучение свечения ночного неба и другие наблюдения привели некоторых ученых к выводу, что межпланетное пространство заполнено электронами, причем в количестве около 100 штук в 1 *см*³. Столько же должно быть в 1 *см*³ и протонов, так как межпланетная среда электрически нейтральна.

Но с этими выводами были согласны далеко не все ученые. Некоторые по-прежнему считали, что в межпланетном пространстве количество электронов и протонов не превышает 10 частиц на 1 *см*³, а большая плотность этих частиц свидетельствует лишь о том, что в межпланетном пространстве существуют потоки корпускул — частиц, выбрасываемых с поверхности Солнца.

Решить этот спор с помощью только наземных наблюдений невозможно. Поэтому уточнить вопрос о природе и плотности межпланетного газа могли только непосредственные измерения, проведенные на спутниках и космических ракетах. Приборы сумели разобраться в том, принадлежит ли протон к потоку солнечных корпускул или относится к межпланетному газу. Оказывается, частицы разного происхождения различаются по энергиям и частицы больших энергий принадлежат корпускулярным потокам; энергия же протонов межпланетного газа невелика.

Четыре протонные ловушки, установленные на первой советской ракете, ставшей спутником Солнца, собирали протоны одновременно. Причем две из них были закрыты для протонов малых энергий, в то время как все четыре улавливали протоны корпускулярных потоков. Данные, полученные с помощью таких непосредственных измерений, говорят о том, что межпланетный газ существует. Плотность протонов на высоте 150 *км* составляет около 1000 частиц в 1 *см*³, а на расстояниях 100—150 тыс. *км* от поверхности Земли она снижается до 300—400 частиц в 1 *см*³.

Итак, мы теперь должны представлять себе межпланетное пространство как сложную среду, заполненную чрезвычайно разреженным протонно-электронным газом. Эта среда во всех направлениях пронизывается различными видами электромагнитного излучения, а также потоками заряженных частиц, испускаемых поверхностью Солнца и звезд.

Изучение как самого состава этой среды, так и причин изменения ее структуры имеет огромную практическую ценность в нашу эпоху начала космических полетов. Кто знает, может быть, космический газ с ничтожной плотностью будет оказывать не меньшее сопротивление космическим кораблям будущего, чем воздух — современным реактивным самолетам.

Магнитное поле Земли и пояса радиации

Крупнейшим научным результатом, полученным с помощью искусственных спутников Земли, ученые считают открытие околоземных поясов радиации, процесс образования которых тесно связан с магнитным полем Земли и таинственными космическими лучами.

Космические лучи образуются в недрах нашей звездной системы — Галактики. Сравнительно небольшое количество их излучается Солнцем. Приходящие на Землю со всех сторон космические лучи почти не доходят до земной поверхности. Встречаясь с атомами газов, входящих в состав земной атмосферы, они разбивают эти атомы и дают начало целому рою вторичных частиц, которые и достигают земной поверхности. Лишь частицы очень больших

[1] Межпланетный газ — особая форма материи, заполняющая межпланетное пространство. Состоит главным образом из беспорядочно перемешанных протонов и электронов.

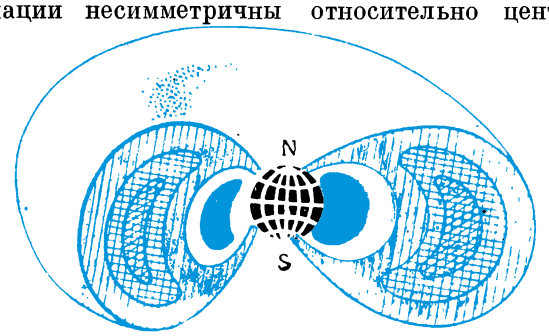
энергий способны пробить атмосферу, поэтому только их можно фиксировать и изучать непосредственно на Земле.

Однако по таким наблюдениям нельзя судить об интенсивности первичных космических лучей, идущих из космоса и не подвергшихся взаимодействию с атмосферой. Среди частиц, имеющихся на высотах до 100 *км*, лишь ничтожная часть пришла непосредственно из космоса, а большинство (около 99,9%) представляет собой вторичное излучение.

Но не только атмосфера защищает нас от космических частиц. На заряженные частицы космических лучей сильное воздействие оказывает магнитное поле Земли. Слабые частицы отклоняются к геомагнитным полюсам. Экваториальных районов достигают только наиболее быстрые частицы. Механизм взаимодействия магнитного поля Земли и заряженных частиц известен давно. Под действием магнитного поля частица начинает двигаться вдоль силовых линий поля, в то же время как бы навиваясь на них. По мере приближения к полюсу силовые линии сгущаются и замедляют движение частицы вплоть до полной остановки ее. После этого начинается такое же движение в обратном направлении. И так снова и снова — заряженная частица попадает в ловушку.

В начале космических исследований задача изучения этих «пленников» магнитного поля не ставилась. Но измерения, проведенные советскими и американскими учеными для изучения космических лучей на первых же спутниках, неожиданно показали существование областей с повышенной интенсивностью излучения — счетчики космических лучей отметили резкое возрастание количества частиц высоких энергий. Это позволило предположить, что магнитное поле Земли является как бы ловушкой для вторичных космических лучей. Оно не только отклоняет их, но и удерживает около Земли, накапливает и создает повышенную космическую радиацию.

Окончательно подтвердили эти факты и уточнили строение области радиации полеты первой советской космической ракеты «Луна-1» и американской ракеты «Пионер-III». Обе ракеты осуществили вертикальный «разрез» околоземного пространства. Пройдя сквозь весь пояс радиаций, который оказался состоящим из двух зон, они позволили провести многочисленные измерения и составить более полное представление о строении этого пояса. Оказалось, что Земля окружена двумя концентрическими поясами радиации, своего рода ореолами, или кольцами. Толще всего эти кольца в плоскости экватора. Внутренний пояс, или зона, начинается с высот порядка 600—1000 *км* и простирается до 3—4 тыс. *км*, внешний — с 10 тыс. *км*, имеет максимум на высоте 20 тыс. *км*, а его граница кончается в 40—50 тыс. *км* от Земли. Внутренняя зона состоит из частиц высоких энергий, в основном протонов, а внешняя — из электронов значительно меньших энергий. Кольца зон радиации несимметричны относительно центра



Радиационные пояса Земли.

Земли, так как центр магнитного поля не совпадает с геометрическим центром Земли.

Обязанные своим существованием магнитному полю, пояса радиации даже в мелких деталях повторяют его конфигурацию: магнитные аномалии «подтягивают» к себе нижнюю границу внутренней зоны. В южной части Атлантического океана, между Южной Америкой и южной оконечностью Африки, граница пояса радиации опускается до высоты 300 *км*. Обнаружение и распределение такого рода «отрогов» поясов радиации очень помогло при определении трасс полета космонавтов — орбиты космических кораблей должны пролегать вне опасных зон. Эти же соображения заставят при межпланетных полетах или быстро «пробивать» пояса радиации, или выходить за их пределы через полярные области.

Для изучения природы первичных космических лучей особенно ценны полеты космических ракет к Луне, Марсу, Венере, так как лишь тогда, когда приборы находятся не только вне атмосферы, но и вне магнитного поля Земли, можно определить интенсивность первичных космических лучей, изучить их природу и происхождение.

Такой можно представить себе орбитальную космическую станцию.

На обороте: Удивительное зрелище увидят космонавты на спутнике Марса.

Метеорное вещество

Межпланетное пространство нашей солнечной системы содержит огромное количество твердого вещества — мелких твердых крупинок и космической пыли. Частицы этой пыли, путешествуя вокруг Солнца, проникают в атмосферу Земли и, сгорая в ней, образуют в ночном небе огненные прочерки «падающих звезд», или метеоров.

Метеорные тела влетают в атмосферу Земли с огромной скоростью. Она доходит до 73 *км/сек*, т. е. во много раз превышает скорость полета пули или снаряда. Понятно, что встреча с ними, даже если их вес меньше 1 *Г*, грозит серьезными повреждениями спутникам, ракетам и космическим кораблям.

Важно знать не только вероятность встречи с «крупными» метеорными телами, весом больше 1 *Г*, но и верно оценить количество мельчайших пылинок. Бомбардируя длительное время поверхность космического корабля (подобно пескоструйному аппарату), эти пылинки могут вызвать помутнение объективов оптических приборов, разрушить покрытие элементов солнечных батарей. И, что особенно важно, они могут изменить отражающую и излучающую способность поверхности корпуса ракеты, а это в свою очередь приведет к нарушению теплового режима внутри ракеты или спутника.

И ученых, и всех, кто интересуется космическими полетами, очень волнует, насколько велика «метеорная опасность», как часто спутник или космическая ракета может сталкиваться с метеорными телами.

Первый ответ на эти вопросы дали искусственные спутники Земли. Практически длительная безаварийная работа всех советских и американских спутников показала, что реальная вероятность встречи с метеорными телами ощутимых размеров очень мала. Только на одном американском спутнике—«Эксплорер-III» при таком столкновении была выведена из строя радиоаппаратура. Есть основания считать, что и советская автоматическая межпланетная станция (АМС), направленная к Венере, неожиданно прекратила свои передачи в результате столкновения с крупным метеорным телом. Это объяснение тем более обосновано, что Земля в это время проходила через один из метеорных потоков.

Измерения, проведенные на советских спутниках и космических ракетах, показали, что плотность метеорного вещества в межпланетном пространстве крайне мала. На объем пространства, заключенный в кубе со стороной в 100 *км*, приходится только одно метеорное тело с массой около 1 *Г*.

Общие результаты изучения метеорного вещества с помощью спутников и ракет говорят о том, что Земля окружена кольцом такого вещества, своеобразным пылевым облаком, которое простирается до высот порядка 100 тыс. *км*. Хотя плотность частиц здесь невелика, но она значительно выше, чем вообще в межпланетном пространстве.

Итак, опасность столкновения невелика, хотя выход из строя советской АМС, посланной к Венере, и повреждение американского спутника «Эксплорер-III», казалось бы, говорят об обратном. О малой вероятности столкновения с крупным метеорным телом лучше всего говорит безаварийное существование более сотни спутников, запущенных в СССР и США за первые пять лет космической эры. Таким образом, можно считать, что встреча с крупным метеорным телом менее вероятна, чем авария на обычной гражданской авиалинии.

Таковы некоторые итоги исследования космического пространства.

Спутники Земли и космические ракеты, посланцы к Марсу и Венере, космические корабли — это первые разведчики самой близкой нам части солнечной системы. Здесь в ближайшем будущем все чаще будут проходить полеты космических кораблей с Земли. Ракеты пройдут мимо планет, помчатся на сближение с Солнцем. Будут заброшены на планеты танкетки-лаборатории. Они возьмут пробы почв, проведут сейсмические исследования, измерят магнитное поле.

Космические ракеты сами станут спутниками других планет, направят на них телескопы и фотоаппараты для тщательного изучения. Не только планеты, но и астероиды, и кометы станут предметами их изучения. Пройдя сквозь хвост кометы, ракета сможет взять пробу состава ее вещества и передать результаты анализа по радио на Землю. Ракеты доставят и пробы пород с других планет. Они же подготовят запасы горючего для обратного отлета космического корабля с людьми.

Масштабы проникновения человека в космос увеличиваются с каждым днем. И, может быть, Вы, читающие сейчас эти строки, пройдете «по пыльным тропинкам далеких планет», разгадывая неведомые тайны природы и открывая для своих земных братьев новые кладовые сырья и энергии.

■

Юрий Алексеевич Гагарин.

МЫ ВИДЕЛИ ЗЕМЛЮ ИЗ КОСМОСА

Дорогие друзья! В этой книге вы познакомились с миром небесных тел, внушительным и многообразным. Вы узнали о планетах и звездах, метеорах и метеоритах, кометах и бесчисленных галактиках, о многом, многом другом. Все сведения о Вселенной люди получили на Земле при помощи телескопов и других инструментов и приборов, путем сложнейших измерений и вычислений. Старейшая из сложившихся на Земле наук — астрономия — в течение многих веков была сама привязана к Земле. Астрономы умом и глазом проникли в глубь Вселенной на миллиарды световых лет или на секстильоны километров. Но они не могли оторваться от Земли. Теперь наступает иная эпоха, когда Вселенную можно наблюдать и изучать не только с Земли, но и из космического пространства. А это открывает новые и невиданные еще перспективы познания Вселенной.

Проникновение человека в космос стало возможно прежде всего благодаря коллективному трудовому подвигу нашего народа — ученых, инженеров, рабочих, которые общими усилиями подняли нас в небо.

Пока нас только девять в нашей стране получили путевку в космос. Партия и советский народ оказали нам высокое доверие; они доверили нам космические корабли, созданные напряженным общим трудом. Мы впервые в мире покинули родную Землю и доказали, что человек не привязан навеки веков к своей планете, а может жить и работать в космосе.

Не розами был усеян наш путь в космос. Долго и упорно готовились мы к внеземным условиям работы. Мы изучали новейшие данные разных наук, ракетную технику и радио, астрономию, астронавигацию и другие дисциплины. Тренировали себя на стадионе, в голу-

бом небе под шелковым зонтом парашюта, на вращающейся центрифуге, где собственный вес мешает даже дышать, на трехстепенном роторе, кружащем в трех направлениях, в сурдокамере с ее ватной тишиной. Пройдя через все эти испытания, мы заслужили право взойти на стартовую площадку. А потом настал день, для каждого свой, когда стремительная ракета вынесла нас далеко за стратосферу и мы увидели нашу Землю из космоса.

Хотя наши полеты и были заполнены напряженным трудом — нам пришлось вести научные наблюдения по очень широкой программе,— но мы любовались своей планетой. Первыми из людей мы увидели ее со стороны. Мы видели океаны и моря с их причудливыми береговыми линиями, горы и равнины, блестящие снега и облака — дымчатые и белые. Временами облака застилали ландшафт, так что нельзя было различить, где суша, где море.

Каждые полтора часа повторялся у нас восход, и эти полтора часа составляли наши сутки. Мы летели на восток, навстречу Солнцу, и через полтора часа возвращались с запада. Двести семьдесят пять кругосветных путешествий совершили мы вдевятером.

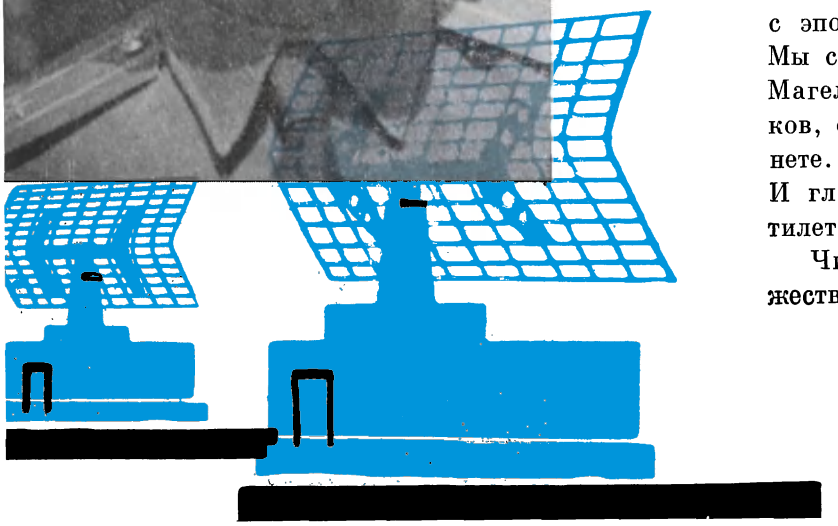
Наши полеты были первыми в истории человечества. Кроме нас, в космосе побывали наши заокеанские коллеги — американские космонавты. Первые шаги всегда самые короткие и самые трудные. Наши полеты — это первая, но решающая проба сил и первая победа в цепи многих будущих побед. Валентина Николаева-Терешкова доказала, что не только мужчины, но и женщины после тщательной подготовки могут летать и работать в космосе. Начинается, уже начался новый этап в завоевании неба: от наблюдений космоса с Земли человечество переходит к практическому изучению его. Вы уже знаете о первом коллективном полете в многоместном космическом корабле «Восход». В нем было сразу трое — летчик-космонавт

Герман Степанович Титов.

Андриян Григорьевич Николаев.

Павел Романович Попович.

Валерий Федорович Быковский.



и два специалиста — кандидат технических наук и врач-космонавт, каждый со своими заданиями. Сами понимаете, что суточный полет этот — первая проба, что «Восход» — первая ласточка в ряду будущих кораблей дальнего плавания и будущих стационарных летающих лабораторий с многомесячными и даже многолетними программами терпеливых наблюдений.

У науки в космосе дел полным-полно.

Ученые многих областей науки выдвигают задачи, связанные с исследованием уже не на Земле, а в самом космосе. Астрономы жаждут установить свои телескопы и другие приборы на Луне или на искусственных небесных телах — там земная атмосфера не будет мешать наблюдениям. Геологи хотят посетить Луну и планеты. Изучение их прольет новый свет и на сложные вопросы строения Земли. Геофизикам исследование самых верхних слоев атмосферы поможет раскрыть многие тайны климата Земли. Для физиков и химиков неограниченные возможности откроет постановка опытов в космических условиях. Биологи и медики уже изучают влияние невесомости, малой тяжести и космических излучений на жизнь и деятельность живых организмов.

Увлекательных проблем множество, и за ними широчайшая перспектива волнующих открытий.

Вспомните, что уже первые искусственные спутники открыли неизвестные до той поры радиационные пояса — зоны заряженных частиц. Они представляют серьезное препятствие в освоении космоса и требуют большой осторожности.

Наше время иногда называют эпохой Великих космических открытий, сравнивают его с эпохой Великих географических открытий. Мы с уважением произносим имена Колумба, Магеллана и других великих путешественников, открывавших новые земли на нашей планете. Но наши возможности неизмеримо шире. И главное — мы знаем свои задачи на десятилетия вперед.

Читая эту книгу, вы встречались со множеством не решенных еще наукой вопросов.

Чем покрыта Луна — пылью или пористым камнем? Что за странные лучи видны вокруг некоторых лунных гор? Из чего состоят облака Венеры и какая температура под ними? Что скрыто под этими облаками? И что такое так называемые каналы Марса? Есть ли жизнь на Марсе и на Венере и каковы формы этой жизни? А потом, путешествуя уже за пределами солнечной системы, не встретим ли мы разумную жизнь, иную цивилизацию, похожую, а может быть, и совсем не похожую на нашу?

Вы теперь по-новому смотрите на небо. Оно уже не отделено от Земли барьером гравитации, через который нельзя переступить. Недаром сказал великий Циолковский: «Человечество не останется вечно на Земле, но, в погоне за светом и пространством, сначала робко проникнет за пределы атмосферы, а затем завоюет себе все околосолнечное пространство».

Такие задачи ставил Циолковский перед будущими поколениями, — значит, перед вами, нынешними школьниками.

Во все времена молодежь мечтала о подвигах. Из уютных родительских домов она рвалась в романтические дали, на передний край жизни, туда, где трудно и опасно.

Подвигами насыщена жизнь нашего народа, особенно за последние десятилетия. В труднейшие годы Великой Отечественной войны ценой жизни многих и многих героев была спасена наша Родина и разгромлен жестокий и коварный враг.

После войны советский народ — народ-герой, народ-исполин — своим трудом восстановил разрушенное хозяйство и строит великое здание коммунизма. И каждая веха этого строительства связана с подвигом тысяч и миллионов советских людей. Вспомните о героях целины, о строителях величайших в мире электростанций, о разведчиках земных недр и о многих, многих других... Как говорил наш писатель А. М. Горький: «В жизни всегда есть место подвигам».

Наступает время, когда множество подвигов потребует и космос.

Валентина Владимировна Николаева-Терешкова.

Константин Петрович Феоктистов, Владимир Михайлович Комаров, Борис Борисович Егоров.

Сейчас в космосе побывали единицы. За нами пойдут сотни, тысячи, сотни тысяч. Впрочем, и миллионы — это не все человечество. Покорение космоса — коллективное дело, так оно и останется коллективным. Одни из вас сами поднимутся в космос, другие будут вас поднимать, все вместе совершая единый трудовой подвиг.

Готовьте себя к подвигам, дорогие друзья, на Земле и в космосе! Учитесь, овладевайте знаниями! Помните, что путь к большому и великому начинается с малого, незаметного.

АСТРОНОМИЯ И ДРУГИЕ НАУКИ

Астрономия во все времена развивалась и теперь развивается в тесной связи с другими науками, особенно с математикой и физикой.

Математика и физика, так же как и астрономия, зародились в глубокой древности. В Египте, Вавилонии уже за много веков до нашей эры были достигнуты известные успехи в арифметике и геометрии. Там же складывались первоначальные, еще крайне примитивные представления и о некоторых физических явлениях.

В древней Греции и ее колониях начиная с VI в. до н. э., а потом и в эллинистических государствах математика и астрономия развивались быстрее физики. В то время физику рассматривали как науку о природе вообще, в том числе и о живой природе.

Греческие астрономы стремились объяснить наблюдаемые закономерности и отклонения от них в движениях Солнца, Луны, планет, определить размеры этих небесных тел и расстояния до них. Для этого знаний по математике, заимствованных главным образом из Египта, было недостаточно. Необходимо было научиться решать многообразные геометрические задачи на плоскости и на сфере, с достаточной точностью измерять углы, площади, объемы. Уже в VI—IV вв. до н. э. греческие ученые разработали основы геометрии, а в III в. н. э. крупнейший греческий ученый Евклид дал систематическое изложение ее. Благодаря этому александрийские астрономы приобрели большие знания и опыт в решении геометрических задач на небесной сфере.

Греческие ученые овладели и действиями с очень большими числами. В III в. н. э. Архимед решил такую задачу: если Вселенная — шар, «замыкаемый» сферой неподвижных звезд, а размеры ее такие, как предполагал Аристарх Самосский[1], старший современник Архимеда, то сколько песчинок вместит этот шар? Речь шла о заведомо огромном числе, а с такими большими числами математики никогда еще дела не имели. Архимед разработал систему последовательно увеличивающихся чисел и показал, что числа как бы уходят в бесконечность. После этого он уже легко высчитал, что количество песчинок, вмещаемое Вселенной, равно единице с 63 нулями.

[1] Аристарх считал расстояние от Земли до Солнца в 1200 земных радиусов—около 7,6 млн. *км*—и правильно полагал, что это расстояние совершенно ничтожно (как бы «точка») по сравнению с расстоянием до звезд.

Таким образом, астрономия ставила перед математикой новые задачи и тем самым способствовала ее развитию. Со своей стороны успехи математики помогали прогрессу астрономии.

Конечно, было бы ошибочно думать, что математика развивалась только под влиянием запросов астрономии. Математика была необходима и для торговли, и для ремесла, и для других нужд. Без глубокого понимания пропорций и объемов невозможны были бы и замечательные достижения греческой архитектуры и скульптуры.

Другая наука, которая в древности (а потом и в средние века) называлась физикой, в то время не помогала прогрессу астрономии и даже задерживала его. В сущности это и не была физика в ее настоящем понимании.

Общеизвестно, что в изучении природы наблюдение и опыт играют решающую роль. Только при их помощи можно достоверно узнать, как происходят те или иные явления в природе. Физика в наше время — одна из основных наук о природе, она исследует общие свойства вещества и движения. Современная физика располагает мощными средствами для «испытания» природы путем сложнейших и многообразных опытов.

Ученые же древности и средневековья, следуя умозрительным взглядам Аристотеля, не придавали никакого значения наблюдению и опыту. Ученые размышляли о том, как должны совершаться те или иные явления в природе, но не проверяли опытом, так ли они совершаются в действительности. Ученые древности обычно принимали видимое в природе за действительное: если нам на Земле кажется, что Солнце, планеты и звезды движутся вокруг Земли, значит, так и есть на самом деле. При этом они считали, что небесным телам присущи только круговые движения и только вокруг Земли, так как Земля — центральное неподвижное тело во Вселенной и все тела должны «тяготеть» к ней как к самому тяжелому телу. Считали, что если бы Земля двигалась, то все находящееся на ней, а также и окружающий ее воздух должны были бы «слететь» с нее и отстать, а сама Земля при движении рассыпалась бы на части.

Находясь во власти таких в корне ошибочных взглядов, древние и средневековые ученые, используя свои математические знания, создавали искусственные схемы кругов, по которым будто бы движутся небесные тела вокруг Земли,— лишь бы не нарушались воззрения

Аристотеля, которые всячески поддерживала и религия. Коперник смело и решительно отказался от устарелых физических представлений о невозможности движения Земли, и это позволило ему сделать свое великое открытие.

Коперник обосновал положение, что движение Земли в пространстве, даже и с огромной скоростью, остается незаметным для ее обитателей. Суточное движение Солнца и его годичное перемещение среди звезд — это отражение суточного вращения Земли и ее годичного движения вокруг Солнца. Ведь и на самой Земле движение тел воспринимается наблюдателем в зависимости от того, движется ли он сам по Земле или находится в покое. Эта доказанная Коперником относительность движения опровергла аристотелевские представления о том, что видимое в природе всегда есть действительное. Но если кажущееся не всегда есть действительное, то для того, чтобы отличить действительное от кажущегося, необходимы наблюдения, опыт, математический анализ. Поэтому-то открытие Коперника явилось основой успешного развития не только новой астрономии, но и новой физики. И после Коперника астрономия уверенно развивается в теснейшей взаимосвязи с прогрессом как математики, так и физики.

Во времена Коперника вершиной математических знаний была тригонометрия — плоская и сферическая. Когда Кеплер открыл законы обращения планет и оказалось, что планеты движутся по эллиптическим орбитам и с неравномерной скоростью, для изучения их движений имеющиеся математические знания и средства вычисления были уже недостаточны.

В начале XVII в. шотландец Джон Непер (1550—1617) открыл логарифмы, вскоре затем французский ученый Рене Декарт (1596—1650) создал аналитическую геометрию, а к концу века Ньютон и немецкий ученый Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646—1716) разработали дифференциальное и интегральное исчисления — основные разделы высшей математики.

В свете открытого Ньютоном закона всемирного тяготения оказывалось, что движения планет происходят не вполне по законам Кеплера, так как, помимо солнечного притяжения, каждая планета испытывает «возмущение» со стороны других планет. Это же относится и к движению Луны вокруг Земли.

Так в трудах Ньютона и великих математиков XVIII в. Леонарда Эйлера, Алексиса Клода Клеро, Жозефа Луи Лагранжа, Пьера Симона Лапласа (1749—1827) сложилась небесная механика — раздел астрономии, изучающий при помощи точнейших математических методов движения небесных тел с учетом всех «возмущений».

Когда с конца XVI в. физика стала развиваться на основе наблюдений и опытов, особенное значение приобрели исследования по оптике. Они привели к созданию первых телескопов. Галилео Галилей, направив на небо построенный им телескоп, сделал при помощи его выдающиеся открытия. Оказалось, что применение оптических стекол безмерно расширяет границы видимого мира. С этого времени непрерывно совершенствовались телескопы разных систем и конструкций. Это со временем привело к созданию гигантских астрономических инструментов — рефракторов и рефлекторов. Они оказали науке неоценимые услуги.

Однако вплоть до середины XIX в. достижения астрономии ограничивались исследованием формы и движений небесных тел, а о физической природе их в сущности ничего не было известно. Но когда в результате успехов физики возникли спектральный анализ (см. т. 3 ДЭ) и фотография, наступила и новая эра в астрономии. Спектральный анализ в применении к небесным телам дал возможность не только узнать химический состав далеких звезд, но и выяснить, в каких состояниях находятся те или иные химические элементы в различных звездах. А так как во Вселенной существует великое многообразие звезд — они различны и по температуре, и по светимости, и по размерам, и по массам,—то спектральный анализ открывал перспективу познания самых разнообразных состояний вещества, которые невозможно познать в земных условиях.

Большие перспективы для астрономии открыла и фотография. Сравнение снятых в разное время фотографий тех или иных участков неба, тех или иных небесных объектов дало возможность подмечать такие изменения на небе, которые без фотографии остались бы незамеченными.

Спектральный анализ и фотография развивались далее также в тесной связи. Фотография позволила запечатлевать на пластинках спектры небесных тел, а потом исследовать их в лабораториях. Так на основе успехов физики сложилась новая область астрономии — астрофизика, которая к концу XIX в. уже достигла немалых успехов.

XX век ознаменовался важными достижениями в области физики. Были открыты электроны, рентгеновские лучи, явление радио-

активности, изменяемость и превращение элементов. Эти и другие открытия безмерно расширили знания о природе вещества.

В свете новых открытий постепенно выяснилось, что вещество во Вселенной, при чрезвычайной разреженности и при сверхплотности, при невообразимо высоких температурах и т. п., может находиться в таких необычных состояниях, какие раньше никогда и не мыслились.

Но такие состояния вещества невозможно воспроизвести при помощи опытов в лабораториях на Земле. В грандиозных масштабах многообразные превращения вещества, проявления его необычных свойств происходят в звездах и в туманностях. Только изучая эти процессы, можно раскрыть тайны происхождения и развития небесных тел. Это прямая задача астрономов, и в наше время они ее успешно решают. Но в то же время такие исследования обогащают физику.

Действительно, каждая звезда, будь то яркий сверхгигант, белый карлик, переменная звезда — цефеида или звезда иного типа,— это исполинская физическая лаборатория, где непрерывно совершаются физические процессы и происходят явления в масштабах, немыслимых на Земле.

На протяжении XIX и начала XX в. загадкой для ученых оставался вопрос об источниках энергии Солнца и звезд. Казалось, нет в природе таких сил, за счет которых можно было бы пополнять огромный расход солнечной энергии на протяжении миллиардов лет. А многие звезды излучают энергии в тысячи раз больше, чем Солнце. Оказалось, что источником звездной, а значит, и солнечной энергии являются ядерные реакции, в частности реакция превращения водорода в гелий. При этих реакциях освобождается и излучается в мировое пространство огромное количество энергии. Кстати, о гелии: когда начались спектральные исследования Солнца, то оказалось, что Солнце (да и другие звезды) состоит из таких химических элементов, которые давно уже известны на Земле. Однако на Солнце был обнаружен и неизвестный еще в то время на Земле самый легкий после водорода газ, который в честь Солнца (по-гречески «гелиос») назвали гелием. Потом гелий был обнаружен и на Земле, только на нашей планете он присутствует в небольших количествах, а на Солнце (и во многих звездах)— его очень много, так как значительная часть водорода на Солнце уже успела превратиться в гелий.

Важнейшая задача физики на Земле — создание таких приборов и установок, при помощи которых можно осуществлять «управляемые» ядерные реакции и уже по воле людей превращать одни элементы в другие. Можно не сомневаться, что в близком будущем это будет осуществлено и человечество получит в свое распоряжение для мирных целей такое огромное количество энергии, о котором совсем недавно нельзя было и мечтать. И все-таки это будет в скромных, с космической точки зрения, масштабах нашей планеты. А на Солнце и в звездах раскрывается безграничная картина подобных превращений в таких масштабах и при таких температурах, которые на Земле и в далеком будущем нельзя создать даже при самых блестящих темпах развития науки и техники.

Так в наше время при помощи астрономии изучаются и решаются проблемы физики, вопросы состояния и поведения вещества в таких условиях, которых нет на Земле, которые только в будущем могут быть созданы, и даже в таких, которые никогда не могут быть созданы на нашей планете.

Изобретение радио в конце XIX в. также было одним из великих достижений физики. Оно быстро нашло свое применение в технике и позволило осуществить беспроволочную связь на дальние расстояния, а потом и по всему земному шару. Теперь радиоволны, приходящие на Землю из глубин Вселенной, улавливаются мощными радиотелескопами.

В наше время как никогда тесна связь между астрономией и физикой. Это не значит, что ослабла связь астрономии с математикой. Наоборот, она только укрепилась и усилилась. Современная физика связана не только с опытом и наблюдением, но и со сложными математическими расчетами. Современная небесная механика немыслима без огромных вычислительных работ. Например, сейчас уже известно свыше 1600 малых планет, и для каждой необходимо вычислить орбиту и следить за ее движением с учетом всевозможных «возмущений» от других планет. На помощь астрономии в таких работах теперь пришли счетно-вычислительные машины.

Особенно многообразна в наше время связь астрономии с техникой. Когда-то выдающиеся астрономы, такие, как Гершель, Гевелий, Парсонс и многие другие, самостоятельно конструировали и строили с очень скромными техническими средствами свои большие, первоклассные для того времени телескопы. Современ-

ный мощный телескоп с его совершенной оптикой, с новейшей аппаратурой для спектральных исследований, для фотографирования неба в разных лучах и для других исследований — это сложнейшее сооружение. Оно воплощает в себе коллективный труд конструкторов, оптиков, механиков, рабочих разных профессий, физиков и астрономов. И это относится не только к телескопу-гиганту, а к любому современному астрономическому прибору.

Но никогда и нигде не проявлялась так тесно связь астрономии с другими науками, с техникой, с народным хозяйством, как теперь, в освоении космического пространства.

Сам по себе космический корабль, способный пролетать миллионы километров и приспособленный для длительного пребывания в нем людей,— творение высшей техники. Триумфом науки и техники является достигнутая возможность запустить такой корабль в космос с требуемой космической скоростью, позволяющей преодолевать притяжение Земли. Но этого мало — корабль оснащается не только приборами для управления и астронавигации, но и средствами радиосвязи и телевидения, побеждающими любые требуемые расстояния. Здесь на службу космонавтике ставятся все достижения и физики, и техники. И это — далеко не все. Если поставлена задача осуществить полеты людей на другие планеты, то отсюда вытекает и другая задача: обеспечить необходимые условия для сохранения жизни, здоровья, работоспособности людей в космическом пространстве. Мало и этого: надо еще предвидеть, какие условия могут ожидать посланцев с Земли на других мирах. Здесь — необозримое поле деятельности для биологии и медицины. На наших глазах формируются новые отрасли этих наук — космическая биология и космическая медицина.

Словом, современная космонавтика — это творческое сотрудничество многих отраслей естествознания и техники. И в этом содружестве астрономия играет далеко не последнюю роль. Ведь космический корабль не посылается с Земли «вообще». Он посылается в определенном направлении, которое надо рассчитать во всех деталях так, чтобы корабль достиг своей цели — прилетел бы туда, куда нужно. Расчет движений искусственных небесных тел — это новое направление небесной механики — значит, дело астрономов, и решается оно при помощи вычислительной техники. Такие тела нужно тщательно наблюдать в полете и следить за тем, как он совершается,— это тоже дело астрономов и выполняется ими во всеоружии наблюдательных возможностей.

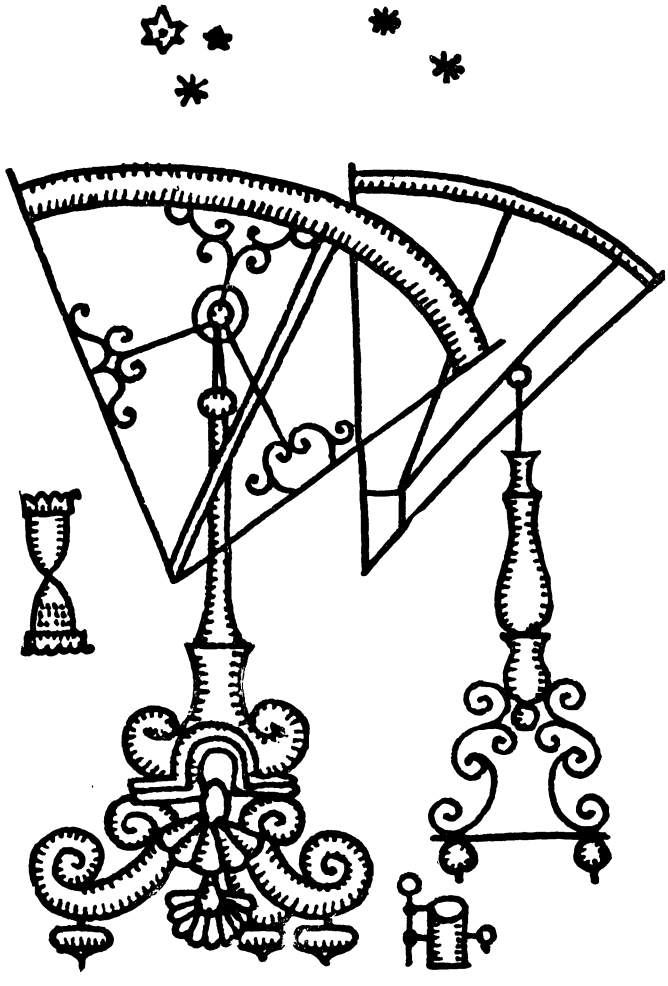
С глубокой древности астрономия связана с географией. Определение формы и размеров Земли, географических координат, ориентировка на суше и на море — все это всегда делалось и делается при помощи астрономии.

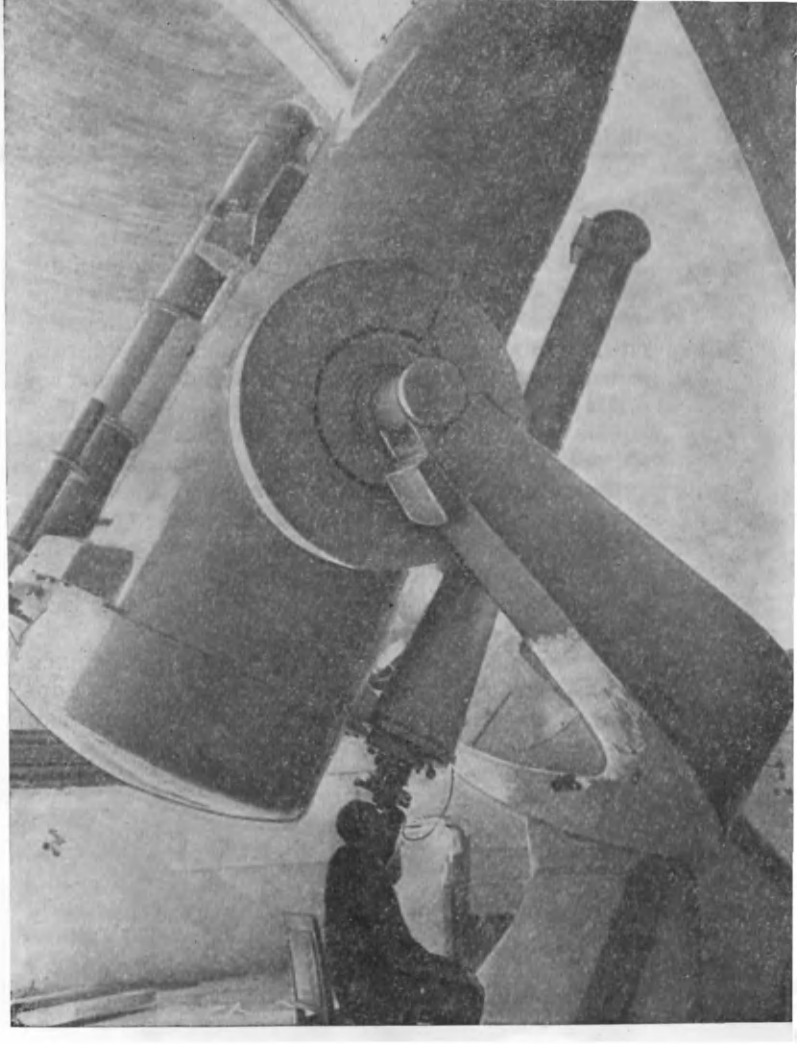
Связана астрономия и с изучением далекого исторического прошлого человечества. О многих событиях древности сохранились в летописях или в других литературных памятниках только отрывочные записи, и по ним невозможно установить, когда эти события происходили. В разных записях встречаются и противоречивые данные о времени события. В таких случаях историки оказываются в трудном положении, и на помощь им нередко приходит астрономия.

С очень давних времен такие систематически повторяющиеся явления, как видимые движения Солнца и планет, фазы Луны, солнечные и лунные затмения, упоминаются в исторических и литературных памятниках. Астрономы могут точно определять даты этих явлений и для далекого прошлого и на будущее время. Предположим, в записях и преданиях зафиксировано, что такое-то сражение, решившее судьбу тех или иных стран и народов, произошло накануне полного солнечного затмения. Даты сражения нет, а если и есть, то не всегда в ней легко разобраться, так как в древности было много противоречащих одна другой систем летосчисления. Но если астрономические вычисления показывают, что в данной местности происходило солнечное затмение примерно в то время, когда происходило сражение, то дата его определится уже не примерно, а точно.

Немало различных народнохозяйственных задач разрешается при помощи астрономии.

Таким образом, астрономия тесно связана с другими науками, с техникой, с практической жизнью. Следовательно, и история астрономии также теснейшим образом связана со всей историей культуры человечества. Поэтому от астронома всегда требовалось, а в наше время особенно требуется, чтобы он не только знал свою науку, но и был разносторонне образованным человеком.





ИССЛЕДОВАТЕЛИ ВСЕЛЕННОЙ

МИХАИЛ ВАСИЛЬЕВИЧ ЛОМОНОСОВ

В свое время наблюдения Галилея и других астрономов, уже имевших в своем распоряжении телескопы, подтвердили, что планеты, подобно Земле, имеют шарообразную форму. Но сходны ли другие планеты с Землей по своей физической природе, есть ли хотя бы на одной из них атмосфера, подобная земной,— это долго оставалось неизвестным. Великий русский ученый Михаил Васильевич Ломоносов в начале второй половины XVIII в. доказал, что на Венере — одной из планет нашей солнечной системы — есть атмосфера и, по-видимому, более плотная, чем атмосфера Земли.

Свое замечательное открытие Ломоносов сделал в 1761 г., наблюдая прохождение Венеры между Землей и Солнцем. Это очень редкое явление, позволявшее уточнить расстояние от Земли до Солнца, наблюдали ученые многих стран в специально снаряженных для этого экспедициях. Но только Ломоносов в Петербурге, наблюдая у себя дома в небольшую трубу, установил, что на Венере есть атмосфера.

Одного этого открытия было бы достаточно, чтобы имя Ломоносова сохранилось в веках.

М. В. Ломоносов был основоположником многих отраслей знаний и много сделал для развития физики, химии, геологии, минералогии. В то же время он был выдающимся поэтом, историком, филологом и крупнейшим для своего времени астрономом.

Во времена Ломоносова учение Коперника в России уже было признано и учеными, и государственной властью. Однако русская церковь еще продолжала препятствовать распространению правильных взглядов на строение Вселенной. Особенно ненавистной для церкви была идея о множестве обитаемых миров во Вселенной.

Ломоносов всю жизнь неустанно боролся с религией, отсталостью и невежеством, за торжество науки. Он утверждал, что Вселенная бесконечна, а обитаемых миров в ней бесчисленное множество, что как наша Земля, так и все существующее в природе не неизменно, а непрерывно меняется и развивается.

М. В. Ломоносов ведет астрономические наблюдения.

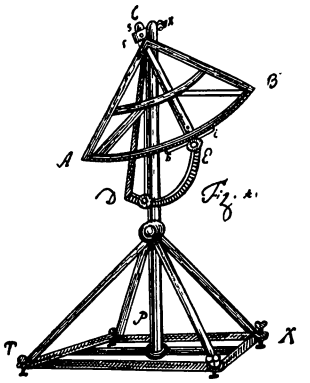
Ломоносов был великим ученым-патриотом. В науке он видел могучую силу для улучшения жизни народа. Он прекрасно понимал, какое большое значение имеет мореплавание для нашей огромной страны с ее большой морской границей. А для того чтобы правильно вести корабль и не заблудиться в безбрежном океане, надо точно знать широту и долготу тех мест, где проходит корабль. Поэтому Ломоносов проявлял особый интерес к созданию таких приборов, которые помогали бы морякам лучше ориентироваться в пути по звездам и с наибольшей точностью определять время. Много внимания он уделял и распространению среди моряков необходимых в морском деле астрономических знаний. В помощь морякам Ломоносов изобрел «ночезрительную трубу», в которую можно было наблюдать за кораблями и скалами на море в ночное время. Тогда это изобретение не вошло в обиход. И только в наше время стали применяться «ночезрительные» бинокли: в них можно ночью следить за движением самолетов и различными явлениями на небе.

Стремясь вооружить астрономов лучшими инструментами для проникновения в глубины Вселенной, Ломоносов разработал новую конструкцию отражательного телескопа-рефлектора. У применявшихся в то время телескопов-рефлекторов, изобретенных Ньютоном, было два зеркала. Второе зеркало, устанавливавшееся с наклоном, предназначалось для более удобного рассматривания изображений, но яркость изображения при этом терялась. В телескопе Ломоносова было только одно зеркало, оно располагалось с наклоном и давало более яркое изображение предмета, так как свет не терялся, как при отражении от второго зеркала.

Во времена Ломоносова загадкой была физическая природа Солнца. Далеко опережая современную ему науку, Ломоносов первым из ученых разгадал, что поверхность Солнца представляет собой бушующий огненный океан, в котором даже «камни, как вода, кипят».

Загадкой была и природа комет. Ломоносов высказал смелую мысль, что хвосты комет образуются под действием электрических сил, исходящих от Солнца. Позднее было выяснено, что в образовании хвостов комет действительно участвуют солнечные лучи.

В последние годы жизни Ломоносов вплотную подошел к решению таких вопросов, как



Прибор Ломоносова для определения полуденной линии.

(*Рисунок М.В. Ломоносова.*)

определение блеска звезд при помощи прибора, над изобретением которого он работал, и точное определение расстояний до звезд. В то время было известно, что расстояния до звезд по сравнению с расстоянием до Солнца и планет непомерно велики, но точному определению они не поддавались. Ломоносов был близок к решению и этих вопросов, таких важных для раскрытия тайн Вселенной. Но смерть помешала ему довести эти свои исследования до конца.

До Ломоносова, в его время и долго после его смерти астрономы занимались изучением только формы и движения небесных тел. Ломоносов одним из первых поставил задачу постигнуть подлинную физическую природу далеких небесных тел — Солнца, планет, комет, бесконечно далеких звезд. Никто не заботился так, как Ломоносов, о практическом применении астрономии. М. В. Ломоносов справедливо считается одним из крупнейших астрономов своего времени.

ВИЛЬЯМ ГЕРШЕЛЬ

XVII век ознаменован блестящими успехами в астрономии. Они связаны с открытиями Галилея, Кеплера, Гюйгенса, Гевелия, Ньютона и других выдающихся астрономов. Но и на рубеже XVII и XVIII вв. астрономия ограничивалась лишь знаниями о солнечной системе. О природе звезд, о расстояниях между ними, об их распределении в пространстве и движении еще ничего не было известно. Первые открытия в этом направлении были сделаны только в начале XVIII в. Английский астроном Э. Галлей (1656—1742) обнаружил движение трех звезд. Потом было обнаружено движение и многих других звезд.

Соотечественник Галлея астроном Дж. Брадлей (см. стр. 193), хотя и потерпел неудачу в попытках точно измерить расстояния до звезд, пришел к правильному выводу, что даже ближайшие звезды отстоят от нас на многие десятки триллионов километров.

В середине XVIII в. английский ученый Т. Райт (1711—1786), немецкие ученые И. Кант (1724—1804) и И. Ламберт (1728—1777) впервые высказали предположение, что Млечный Путь — не случайное собрание звезд, а целостная система, в которой движения звезд совершаются вокруг общего центра притяжения (таким центром будто бы является исполинское «центральное Солнце»).

Но все это были догадки — смелые и для своего времени ценные, а подкрепить их данными наблюдений было невозможно. Имевшиеся в распоряжении астрономов телескопы были для этого еще слишком слабы.

Первые попытки глубже проникнуть в тайну строения Вселенной путем тщательных наблюдений при помощи более сильных телескопов связаны с именем знаменитого астронома Вильяма Гершеля (1738—1822).

Гершель родился и вырос в Ганновере (Германия) в семье военного музыканта. С юных лет он увлекался музыкой и проявил выдающиеся способности. В возрасте 19 лет он переехал в Англию и стал здесь известным музыкантом-педагогом. Но музыка была только его профессией, а не главным призванием. Все свое свободное время Гершель посвящал изучению астрономии, математики и физики. Еще в молодости у него обнаружились незаурядные способности к конструированию и изготовлению астрономических инструментов, особенно телескопов-рефлекторов. Для них Гершель сам шлифовал зеркала. Сперва он изготовил небольшой телескоп с трубой длиной всего 2,1 *м*, а затем делал телескопы все бóльших и бóльших размеров. Вершиной его достижений в этой области был построенный в 1789 г. телескоп-гигант (по тому времени) с трубой длиной 12 *м* и зеркалом диаметром 122 *см*. Этот телескоп оставался самым крупным до 1845 г., когда ирландский астроном В. Парсонс (1800—1867) построил телескоп длиной почти 18 *м* с зеркалом диаметром 183 *см*.

С 1775 г. Гершель начал систематически наблюдать небо. В 1781 г. он открыл новое светило, которое вначале ошибочно принял за комету. Но, как доказали в том же году петербургский астроном академик А. И. Лексель и французский ученый Лаплас, это была новая

планета Уран. Позднее Гершель открыл два спутника Урана и два спутника Сатурна. Таким образом, с его именем связано открытие нескольких небесных тел в солнечной системе. Но не в этом главное значение его деятельности.

И до Гершеля было известно несколько десятков двойных звезд, однако предполагалось, что это случайно сблизившиеся звезды.

Вильям Гершель.

Гершель был первым в истории науки астрономом, систематически изучавшим двойные звезды. На протяжении многих лет он тщательно исследовал разные участки неба и открыл свыше 400 двойных звезд. Он занимался также определением расстояний между ними (в угловых мерах), исследовал их цвет и видимый блеск. В отдельных случаях звезды, считавшиеся ранее двойными, оказывались тройными и четверными (кратные звезды). Гершель пришел к выводу, что двойные и кратные звезды — это системы звезд, физически связанные между собой и, как он убедился, обращающиеся вокруг общего центра тяжести в соответствии с законом всемирного тяготения.

С давних времен были известны видимые невооруженным глазом яркая туманность в созвездии Ориона и туманность в созвездии Андромеды. Но только в XVIII в., по мере совершенствования телескопов, астрономы открыли много других туманностей. Кант и Ламберг считали, что туманности — это целые звездные системы, но они удалены от нас на колоссальные расстояния и поэтому отдельные звезды в них различить нельзя.

Гершель проделал огромную работу, открывая и изучая новые туманности. Он использовал для этого все увеличивающуюся силу своих телескопов. Достаточно сказать, что составленные им на основе своих наблюдений каталоги насчитывают свыше 2500 туманностей. Но Гершель ставил своей задачей не простое отыскание туманностей, а раскрытие их природы. В его мощные телескопы во многих туманностях отчетливо были видны отдельные звезды. Таким образом выяснилось, что эти туманности представляют собой далекие от солнечной системы звездные скопления. В некоторых случаях туманность оказывалась звездой, окруженной туманным кольцом. Но большинство туманностей не разделялось на звезды даже при помощи мощного 122-сантиметрового телескопа.

Сперва Гершель пришел к заключению, что почти все туманности — это скопления звезд и самые дальние из них в будущем, при наблюдении их в более мощные телескопы, также окажутся звездными скоплениями. При этом он допускал, что некоторые из этих туманностей — именно те, которые расположены на небе вне полосы Млечного Пути, — самостоятельные звездные системы. Дальнейшие исследования заставили Гершеля углубить и дополнить свои взгляды. Мир туманностей оказывался более сложным и многообразным, чем это ранее можно было предполагать.

Продолжая неутомимо наблюдать и размышлять, Гершель признал, что многие из наблюдаемых туманностей вообще нельзя разложить на звезды, так как они состоят не из звезд, а из гораздо более разреженного, чем звезды, туманного вещества — «светящейся жидкости», как думал Гершель.

В дальнейшем Гершель пришел к выводу, что туманное вещество, как и звезды, широко распространено во Вселенной. Возникал вопрос о роли этого вещества во Вселенной.

Еще в 1755 г. И. Кант выдвинул гипотезу об образовании целых звездных систем из первоначально существовавшего рассеянного вещества. Гершель независимо от Канта высказал смелую мысль, что различные виды неразложимых туманностей представляют собой разные стадии образования звезд. Путем уплотнения туманности из нее постепенно образуется либо целое скопление звезд, либо одна звезда, которая в начале своего существования еще окружена туманной оболочкой.

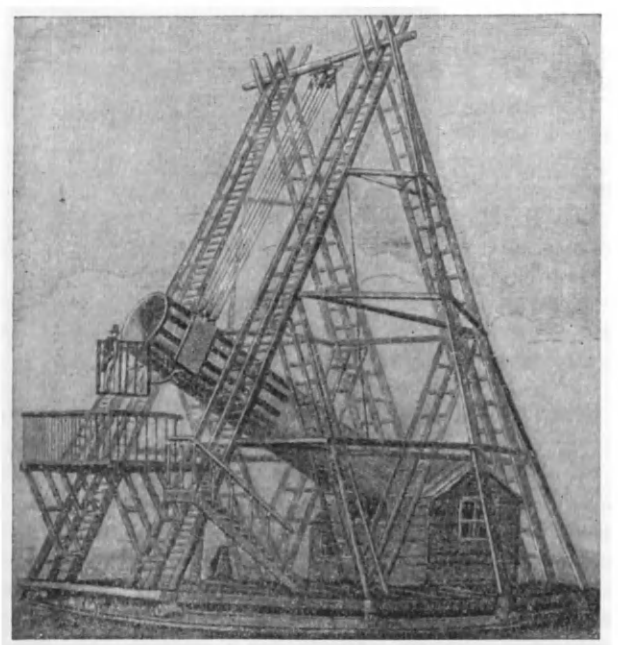
Кант считал, что все звезды Млечного Пути когда-то образовались одновременно. Гершель же впервые предположил, что звез-

ды имеют разный возраст и образование звезд продолжается непрерывно.

Эта идея Гершеля была потом забыта, и ошибочное мнение о единовременном происхождении в далеком прошлом всех звезд долго господствовало в науке. Только в последние десятилетия на основе огромных успехов астрономии XX в. и в особенности благодаря трудам советских ученых установлено, что звезды имеют различный возраст. Изучены целые классы звезд, бесспорно существующих миллионы лет, в отличие от других звезд, возраст которых определяется миллиардами лет. Взгляды Гершеля на природу туманностей в общих чертах подтверждены современной наукой, установившей, что газовые и пылевые туманности широко распространены в нашей и в других галактиках. Природа этих туманностей оказалась еще сложнее, чем предполагал Гершель.

Вместе с тем Гершель и в конце жизни был убежден, что некоторые туманности — далекие звездные системы, которые со временем будут разложены на отдельные звезды. И в этом он, так же как Кант и Ламберт, оказался прав.

Раньше было сказано, что в XVIII в. астрономы обнаружили собственное движение многих звезд. Гершелю путем расчетов удалось в 1783 г. убедительно доказать, что и наше Солнце со всеми своими планетами движется по направлению к созвездию Геркулеса.



Большой телескоп Гершеля.

Главной своей задачей Гершель считал выяснение строения нашей Галактики, ее формы и размеров. Этим он занимался несколько десятилетий. В его распоряжении не было тогда данных ни о расстояниях между звездами, ни о размещении их в пространстве, ни об их светимости. Не имея этих данных, Гершель предположил, что все звезды в среднем имеют одинаковую светимость и распределены в пространстве приблизительно равномерно, так что расстояния между ними более или менее одинаковы, а Солнце находится около центра системы. При этом Гершель не знал явления поглощения света в мировом пространстве и считал, кроме того, что его телескопу, которым он пользовался для этой работы (длиной в 6 *м* и с зеркалом 50 *см*), доступны даже самые далекие звезды Галактики. С помощью этого телескопа он производил подсчеты звезд в различных участках неба и пытался определить, как далеко в том или ином направлении простирается наша Галактика. Таким путем он пытался выяснить форму и размеры Галактики.

Но исходные предположения Гершеля были ошибочны. Мы знаем теперь, что звезды в очень больших пределах различаются между собой по светимости и что распределены они в Галактике неравномерно. Галактика настолько велика, что границы ее были недоступны даже телескопу-гиганту Гершеля. Поэтому он не мог прийти к правильным выводам о форме Галактики и о положении в ней Солнца. Гершель полагал, что Солнце находится близко от центра Галактики. На самом деле оно расположено далеко от него.

Размеры Галактики Гершель сильно приуменьшил. В 40-х годах XIX в. В. Я. Струве правильнее подошел к решению этих вопросов. Но Струве справедливо назвал Гершеля первым астрономом, который смело поставил перед собой такую сложную задачу.

Гершель занимался и другими вопросами астрономии. Между прочим, он разгадал сложную природу солнечного излучения и сделал вывод, что в состав его входят световые, тепловые и химические лучи (излучение, не воспринимаемое глазом). Иначе говоря, Гершель предвосхитил открытие инфракрасных и ультрафиолетовых лучей, выходящих за пределы обычного солнечного спектра.

Свое увлечение астрономией Гершель передал родным и близким. Его сестра Каролина Гершель (1750—1848) много помогала ему в научных работах. Она сама вела наблюдения неба и открыла несколько комет. Сын

Вильяма Гершеля — Джон Гершель (1792—1871) был одним из наиболее выдающихся английских астрономов XIX в. Его популярная книга «Очерки астрономии», переведенная на русский язык, сыграла большую роль в распространении астрономических знаний в нашей стране.

ПЬЕР СИМОН ЛАПЛАС

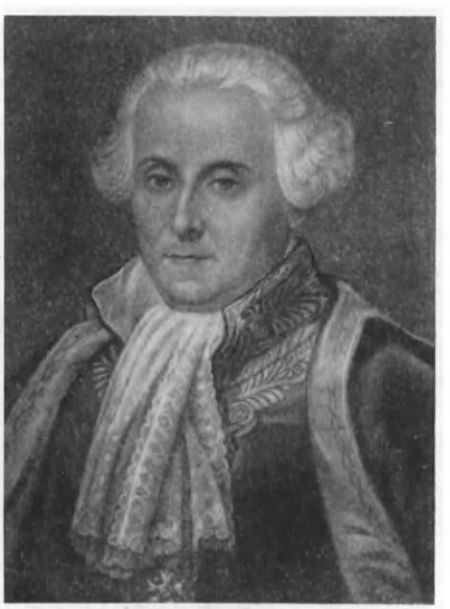
В истории науки о Вселенной XVIII столетие — это век развития математической астрономии. Законы Кеплера и закон всемирного тяготения Ньютона были положены в основу астрономии как науки. Стало незыблемой истиной, что планеты обращаются вокруг Солнца, а спутники — вокруг планет приблизительно по эллиптическим орбитам, в соответствии с этими законами.

Однако астрономические наблюдения показывали, что движение планет и их спутников, в том числе Луны — спутника Земли, в действительности гораздо сложнее. Каждое тело солнечной системы, обращаясь вокруг своего центра притяжения (каким является Солнце для планет, Земля для Луны или иная планета для своих спутников), испытывает не только могучее притяжение Солнца — властелина всей системы, но и притяжение всех других тел той же системы. Таким образом, в движении каждого из этих тел обнаруживаются «возмущения» — отклонения от движения по законам Кеплера.

Уже в первой и в начале второй половины XVIII в. русский математик, академик, швейцарец по происхождению, Эйлер (1707—1783) и французские математики Клеро (1713—1765) и Д'Аламбер (1717—1783) разработали теорию сложного движения Луны, исследовали движение некоторых планет и создали новые способы учета «возмущений». Такую же работу осуществил во второй половине того же века французский математик Лагранж (1736—1813). Необходимо было распространить эти исследования на солнечную систему в целом и показать, что движения всех тел этой системы, при очень большой их сложности, подчиняются общим закономерностям, в основе которых незыблемо лежит закон тяготения. Эту задачу решил выдающийся французский математик и астроном Пьер Симон Лаплас (1749—1827).

Лаплас родился в Нормандии (область на северо-западе Франции). Он был сыном крестьянина-фермера, и ему с большим трудом удалось получить элементарное образование. Но пытливого юношу неодолимо влекло к точным наукам; он самостоятельно изучил математику, механику, астрономию. Его научные интересы с самого начала сосредоточились на небесной механике, призванной объяснить закономерности в движениях тел солнечной системы. Первые же работы юного Лапласа в этом направлении принесли ему известность в ученом мире. Переехав затем в Париж, Лаплас всю свою долгую жизнь посвятил занятиям наукой в избранном им направлении.

Венцом научной деятельности Лапласа был его бессмертный труд «Трактат о небесной механике», вышедший в пяти томах в 1798—1825 гг. В этом труде, основанном на сложнейших математических расчетах, Лаплас показал, что, как ни сложны движения тел солнечной системы, они связаны едиными и непреложными математическими закономерностями, вытекающими из закона всемирного тяготения. Лаплас подробно исследовал «возмущения» в движениях Луны, Юпитера и Сатурна и дал им научное объяснение. Он показал, что солнечная система — очень устойчивое образование. Со времени ее возникновения движения входящих в нее тел совершаются лишь с небольшими изменениями, и эти движения так будут совершаться и дальше миллионы и миллиарды лет. В солнечной системе нет таких сил, которые



Пьер Симон Лаплас.

могли бы ее разрушить и изменить закономерность движений входящих в нее небесных тел, в том числе и Земли.

Лаплас был не только великим исследователем-математиком, но и блестящим писателем-популяризатором. Все то, что в его время было известно о строении солнечной системы, он описал в популярной книге «Изложение системы мира». Она была издана в 1796 г. и пользовалась широкой известностью. В ней Лаплас изложил и свои взгляды на происхождение солнечной системы.

До середины XVIII в. в науке господствовало мнение, что Земля и все небесные тела — словом, природа, с тех пор как она возникла, существует в навсегда данном виде, без каких-либо изменений. В середине века М. В. Ломоносов и И. Кант впервые четко высказали мысль об изменяемости природы. Во Вселенной нет ничего неизменного. Солнце, Земля, планеты, все другие небесные тела когда-то возникли из каких-то иных форм вещества и с тех пор непрерывно развиваются и изменяются. И возникли они миллионы, может быть, многие миллиарды лет назад, а не несколько тысяч, как утверждалось в религиозных легендах.

Кант, в частности, выдвинул гипотезу образования звезд с окружающими их планетами и целых звездных систем из рассеянной материи, некогда заполнявшей всю бесконечную Вселенную. Но он не был математиком и обосновать свою гипотезу расчетами не мог. Книга, в которой он изложил свои взгляды на строение и развитие Вселенной, не получила в свое время широкого распространения.

Лаплас, не зная о труде Канта, совершенно самостоятельно разработал свою гипотезу, которая с тех пор называется космогонической гипотезой Лапласа. В отличие от Канта, Лаплас хотел выяснить происхождение не звездных систем вообще, а именно солнечной системы. Но так как Солнце — одна из звезд, то он полагал, что и другие звезды и окружающие их планеты произошли так же, как и солнечная система. По гипотезе Лапласа, солнечная система образовалась из первичной туманности.

Лаплас ставил своей задачей создать такую гипотезу происхождения солнечной системы, которая объясняла бы все наблюдаемые в ней явления и закономерности. Для своего времени он блестяще решил эту задачу. Его гипотеза была общепризнанной в науке в течение столетия. Однако к концу XIX в. она пришла в противоречие с вновь открытыми закономерностями в солнечной системе и была оставлена. Но основное положение ее — что звезды (в их числе и Солнце) и планеты произошли из рассеянной материи, существующей во Вселенной в виде бесчисленных газовых и пылевых туманностей, — разделяется и современной наукой.

Круг своей деятельности Лаплас не ограничивал занятиями математикой и астрономией. В годы Великой французской революции он активно участвовал в разработке метрической системы мер и в реформе народного образования.

Лаплас был ученым-материалистом. Сохранился такой рассказ. Наполеон, ознакомившись с трудом Лапласа «Изложение системы мира», спросил у него, почему в этом труде нет упоминания о боге. Лаплас ответил, что его система мира не нуждается в этой гипотезе. Тем самым он утверждал, что все явления в природе объясняются законами самой природы и нет необходимости привлекать к их объяснению какие-то сверхъестественные, божественные силы.

ДЖЕМС БРАДЛЕЙ

В начале XVIII в. английский астроном Э. Галлей сделал выдающееся открытие. Он установил, что звезды, которые с древности считались неподвижными, на самом деле движутся в пространстве. Правда, Галлей установил такое движение только для трех звезд. Но уже в следующие десятилетия его обнаружили у многих звезд. Становилось несомненным, что движение в глубинах мирового пространства присуще всем звездам.

У астрономов не вызывало сомнений и то, что звезды находятся на самых различных расстояниях от солнечной системы, что расстояния даже до близких звезд невообразимо огромны.

Однако определить их оказывалось невозможным — слишком малы были параллаксы [1] звезд и измерить их не удавалось. Перед астрономами XVIII в. настойчиво вставала задача — добиться в наблюдениях такой точности, которая позволила бы определить расстояния до звезд и изучить их движения. Это составило бы основу для выяснения строения звездного мира, в чем астрономы правильно усматривали свою главную цель.

[1] Параллакс звездный угол, — под которым с той или иной звезды был бы виден радиус земной орбиты (149 500 тыс. *км*). Знание параллакса позволяет вычислить расстояние до звезды.

В определении расстояний до звезд наука многим обязана английскому астроному Джемсу Брадлею (1693—1762).

Брадлей еще в молодые годы увлекся астрономией и изучил ее под руководством своего дяди — известного тогда астронома Паунда. Позднее, уже профессором Оксфордского университета, он получил в свое ведение обсерваторию, основанную Паундом в Уанстете. С 1740 г., после Галлея, Брадлей возглавлял старейшую английскую обсерваторию в Гринвиче. Но многие важные свои наблюдения Брадлей проводил еще в 20-х и 30-х годах в Уанстете.

Джемс Брадлей.

Долго и упорно Брадлей наблюдал звезду гамма Дракона, чтобы определить ее параллакс. Он подметил периодические смещения этой звезды, но они оказались иного характера, чем смещения параллактические. После долгих повторных наблюдений и размышлений Брадлей пришел к выводу, что открыл явление аберрации — изменение видимого положения звезды на небе, происходящее из-за движения Земли вместе с наблюдателем вокруг Солнца.

К этому времени учение Коперника давно уже господствовало в науке, его подтверждало все развитие астрономии. Но открытие аберрации явилось первым прямым доказательством движения Земли, а тем самым и полной истинности учения Коперника.

Хотя Брадлею так и не удалось измерить параллакс звезды (это смог сделать только В. Я. Струве спустя сто лет), но он пришел к твердому выводу, что даже у ближайших звезд параллаксы меньше 1″, 0, следовательно, и расстояния их выражаются в десятках триллионов километров.

Позже, в Гринвиче, Брадлей занимался определениями положений ярких звезд и достиг в этом бóльшей точности, чем все его предшественники. Эти наблюдения Брадлея явились ценнейшим материалом для последующих исследователей. Самым выдающимся из них был немецкий астроном Фридрих Вильгельм Бессель (1784—1846).

ФРИДРИХ ВИЛЬГЕЛЬМ БЕССЕЛЬ

Свой жизненный путь Фридрих Вильгельм Бессель, уроженец Мюнхена, начал мелким торговым служащим. Усердно занимаясь самообразованием, он быстро и успешно овладел знаниями по математике и астрономии, которую избрал своей специальностью. 20-летним юношей Бессель самостоятельно вычислил орбиту кометы Галлея.

Большое значение для Бесселя имело знакомство с Генрихом Ольберсом (1758—1840) — врачом из Бремена. Ольберс еще в молодости был любителем астрономии, а потом стал одним из крупнейших астрономов своего времени. По его рекомендации Бессель стал ассистентом у другого крупного астронома из среды любителей — Иоганна Шретера (1745—1816). Занимая должность судьи в городе Лилиентале, близ Бремена, Шретер построил себе обсерваторию и приобрел широкую известность своими наблюдениями Луны и планет. Бессель, работая на обсерватории Шретера, занялся исключительно наблюдениями звезд. Его занятия в этом направлении шли настолько успешно, что вскоре принесли ему репутацию астронома-наблюдателя и вычислителя-математика.

В 1810 г. Бессель стал профессором астрономии в Кёнигсбергском университете. Здесь под его руководством вскоре была построена обсерватория, директором которой он оставался до конца своей жизни.

Бессель обработал наблюдения звезд, проведенные в свое время Брадлеем в Гринвиче. При этом он поставил задачу — «освободить» наблюдения от всех ошибок, которые в них содержатся.

При астрономических наблюдениях такие ошибки неизбежны. Они происходят из-за несовершенства инструментов, из-за всякого

рода помех в земной атмосфере, даже из-за особенностей зрения и нервной системы самого наблюдателя. В совокупности эти ошибки сильно влияют на результаты наблюдений. Но если вскрыть их, тщательно изучить и исправить полученные данные наблюдений, то можно достигнуть исключительной точности. Астрономы и раньше старались устранить влияние ошибок при наблюдениях, но Бессель разработал математические методы исправления наблюдений и, поправив таким образом наблюдения Брадлея, издал их в виде каталога 3200 звезд. По своей точности каталог оказался образцовым для того времени.

Фридрих Вильгельм Бессель.

В дальнейшем Бессель сам вел наблюдения положений звезд. Он определил положения для 75 тыс. звезд и таким образом создал огромные звездные каталоги, которые стали основой современных знаний о звездном небе.

Бессель был одним из первых астрономов, измеривших параллаксы, а тем самым и расстояния до звезд. Вслед за В. Я. Струве, который в 1835—1836 гг. впервые определил расстояние до звезды Веги в созвездии Лиры, Бессель в 1838 г. измерил расстояние до звезды 61 в созвездии Лебедя. Эта звезда оказалась одной из ближайших к солнечной системе.

Занимаясь изучением собственных движений звезд, Бессель обнаружил в движении ярких звезд—Сириуса и Проциона—такие особенности, которые можно было объяснить только тем, что эти звезды имеют спутников, но таких слабых, что их нельзя было в то время увидеть в телескопы. Впоследствии их обнаружили.

Бессель вошел в историю науки как замечательный ученый, отдавший все свои силы, весь свой талант совершенствованию методов астрономических наблюдений, без чего невозможен был прогресс астрономии.

ВАСИЛИЙ ЯКОВЛЕВИЧ СТРУВЕ

Современная передовая наука достигла больших успехов в изучении глубин Вселенной. Установлено, что наше Солнце входит в грандиозную звездную систему — Галактику, состоящую более чем из 100 млрд. звезд, а Галактика — одна из бесчисленных звездных систем в бесконечной Вселенной.

Наша Галактика, имеющая форму линзы, или чечевицы, настолько огромна, что луч света проходит от одного ее конца до другого примерно за сто тысяч лет. Расстояния до других далеких галактик, доступных современным астрономическим инструментам, составляют миллионы и даже миллиарды световых лет. Однако полтораста лет назад астрономы не знали точных расстояний даже до ближайших звезд. Почти ничего не знали они и о строении нашей звездной системы, а предположения о существовании других звездных систем, высказывавшиеся передовыми мыслителями, были только гениальными догадками. Подтвердить их наука еще не могла.

В развитии знаний о нашей звездной системе огромное значение имели важные открытия, сделанные в конце первой половины XIX в. выдающимся русским астрономом Василием Яковлевичем Струве (1793—1864).

Струве родился в немецком — в то время датском — городе Альтоне и провел в нем свои школьные годы. Пятнадцати лет он поступил в университет в Дерпте (ныне г. Тарту Эстонской ССР) и с этого времени всю свою жизнь и деятельность всецело связал с нашей страной, с нашей наукой, которую обогатил своими трудами. Отец и старший брат Струве были педагогами-языковедами, под их влиянием и он вначале избрал себе ту же специальность. Но потом его вниманием всецело завладели точные науки, и особенно астрономия.

Блестящая одаренность Струве в соединении с редкой настойчивостью и трудолюбием помогли ему очень быстро овладеть новой для него областью знаний. Работая на Дерптской университетской обсерватории, Струве велико-

лепно освоил методы астрономических наблюдений. В 1814 г. он уже издал свое первое астрономическое сочинение о точном определении широты и долготы Дерптской обсерватории. Скоро Струве стал астрономом-наблюдателем этой обсерватории. В 1818 г., в возрасте 25 лет, он стал профессором астрономии и директором Дерптской обсерватории.

Василий Яковлевич Струве.

В то время обсерватория была очень плохо оборудована. Но скоро благодаря стараниям Струве она получила наилучшие инструменты, в том числе рефрактор с объективом в 9 дюймов [1] — для той поры самый лучший в мире. Его создал выдающийся немецкий оптик Фраунгофер.

На Дерптской обсерватории Струве провел поистине гигантскую работу по исследованию двойных звезд. В то время изучение звездных пар имело в астрономии особенно важное значение. Изучение движений звезд, входящих в пары, давало возможность определить их орбиты и установить, что движения по орбитам происходят в строгом соответствии с законом всемирного тяготения. А это означало, что закон тяготения действует не только в нашей солнечной системе, но и в далеких глубинах мирового пространства.

Исследования Струве позволяли также «взвесить» звезды, входящие в пары, и определить их массы.

[1] Дюйм равен 2,5 *см*.

Работая упорно и систематически, Струве исследовал 120 тыс. звезд и установил двойственность около 2500 из них. Это был крупнейший вклад в науку. При исследовании звезд Струве очень тщательно измерял угловые расстояния между звездами, входящими в пары, и определял их точное положение на небе.

В свое время Коперник указал на огромные расстояния до звезд, в сравнении с которыми ничтожно малы размеры солнечной системы. В конце первой половины XVIII в. исследования Дж. Брадлея и И. Ламберта привели к бесспорному выводу, что расстояния даже до ближайших звезд измеряются десятками триллионов километров. Но попытки астрономов точно определить эти расстояния успеха не имели. Решил эту задачу Струве. В 1835—1836 гг. он определил расстояние до звезды Веги. Оно оказалось равным 250 триллионам *км*, или 26,5 светового года. Это примерно в 90 тыс. раз превышает расстояние от Солнца до Урана. Подавляющее же большинство звезд находится гораздо дальше, чем Вега. Работа Струве убедительно показала могущество науки и открыла неограниченные перспективы дальнейшего проникновения в глубь Вселенной.

Вслед за Струве в 1838 г. Бессель измерил расстояние до звезды 61 в созвездии Лебедя, а вскоре английский астроном Гендерсон (1798—1842) определил расстояние до звезды альфа Центавра (4,3 светового года). Она оказалась ближе других звезд. Так было положено начало точным определениям расстояний до звезд.

Еще наблюдения двойных звезд создали Струве славу крупнейшего астронома. В 1832 г. его избрали академиком, но он продолжал работать в Дерпте, потому что Академия наук тогда не имела хорошей обсерватории.

Когда было принято решение о строительстве большой обсерватории в окрестностях Петербурга, к этому делу привлекли В.Я. Струве как самого выдающегося русского астронома. Он стал организатором и руководителем строительства Пулковской обсерватории. Оборудованная лучшими по тому времени инструментами, обсерватория была открыта в 1839 г. Струве составил план работы обсерватории на многие годы и почти четверть века являлся ее директором. Под его руководством она стала лучшей обсерваторией мира.

Кипучая организаторская работа не помешала Струве проводить и научные исследования. В Пулкове он продолжал изучение двойных звезд и начал исследования строения

нашей звездной системы — Галактики. До Струве только Гершель занимался этим вопросом. Но он сделал лишь первые предположения о форме и размерах Галактики, о распределении в ней звезд и о положении Солнца. Да и эти предположения были еще очень далеки от действительности. Исследования Струве имели большое значение для науки: изучая распределение звезд в Галактике, Струве установил, что они располагаются неравномерно и чем дальше от центра Галактики, тем больше расстояния между ними. При этом Солнце находится не вблизи центра Галактики, как думали некоторые ученые, а, наоборот, очень далеко от него.

Одновременно Струве указал, что в нашей звездной системе существуют облака темного рассеянного вещества, которые ослабляют свет находящихся за ним звезд. Он сделал первые попытки определить величину этого ослабления света. Существованием межзвездного вещества Струве объяснял то обстоятельство, что до нас не доходит свет от многих слабых звезд, расположенных в глубинах Галактики.

На протяжении многих десятилетий после Струве астрономы обсуждали вопрос: существует или не существует поглощение света (или «межзвездное поглощение», как его назвали)? И только в 1930 г. было точно установлено, что оно существует.

Таким образом, больше ста лет назад, опережая свою эпоху, Струве глубоко и продуманно решил основные для звездной астрономии вопросы о распределении звезд в Галактике и о межзвездном поглощении света.

Струве был не только непревзойденным исследователем неба. Как передовой ученый и патриот, он использовал свои знания и организаторский талант для решения очень важных практических задач, связанных с картографией нашей страны. Еще в 20-х годах прошлого века под его руководством была измерена дуга земного меридиана в Прибалтике, а в 1844—1852 гг. он руководил грандиозным мероприятием — измерением дуги меридиана на огромном пространстве от Дуная до Ледовитого океана, общим протяжением более 2 800 *км*. К участию в этой работе он привлек лучших русских астрономов и геодезистов. В результате проведенной работы были получены ценнейшие материалы для составления точных карт России.

Струве был прекрасным педагогом. Еще на Дерптской обсерватории под его руководством работали молодые русские астрономы из разных университетов. Многие из них потом стали крупными учеными.

Позднее, в Пулкове, Струве неизменно руководил работой сотрудников обсерватории.

Научная деятельность Струве необычайно плодотворна. Своими исследованиями двойных звезд и строения нашей Галактики он оказал огромное влияние на развитие русской и мировой астрономии. В историю науки Струве вошел как один из самых выдающихся астрономов XIX в.

Лучшим памятником Струве является созданная им Пулковская обсерватория. Ее история — одна из самых ярких страниц развития астрономии в XIX и XX вв.

Созданная для разработки звездной астрономии, обсерватория внесла выдающийся вклад в эту область науки. Составленные на ней звездные каталоги по своей точности превосходили каталоги всех других обсерваторий. На Пулковской обсерватории не только завершали свое научное образование многие русские ученые-астрономы. Ее посещали для заимствования опыта работы крупнейшие астрономы Европы и Америки. По этой причине ее стали называть астрономической столицей мира».

Династия астрономов

Русский астроном Василий Яковлевич Струве был родоначальником целой династии астрономов. Сын его Отто Васильевич (1819—1905) был, так же как и его отец, директором Пулковской обсерватории и выдающимся исследователем двойных звезд. Сыновья Отто Васильевича Струве Герман Оттович (1854—1920) — астроном Пулковской обсерватории, а потом директор обсерваторий в Кёнигсберге (ныне Калининград) и в Берлине и Людвиг Оттович (1858—1920)—профессор астрономии и директор обсерватории Харьковского университета.

Герман Оттович Струве был крупным ученым в области астрометрии, наблюдений больших планет и их спутников. Людвиг Оттович Струве занимался главным образом изучением движений звезд.

Сын Германа Оттовича Струве и правнук Василия Яковлевича Струве — Георг Струве — также был астрономом. Он работал в Германии.

Сын Людвига Оттовича Струве, тоже правнук Василия Яковлевича Струве — Отто Людвигович (1897—1963)— учился в Харькове, потом работал в США и стал одним из крупнейших астрофизиков нашего времени.

Потомки Василия Яковлевича Струве работали и работают и в других областях научной и практической деятельности. Правнук его, академик Василий Васильевич Струве, — выдающийся советский ученый в области истории Древнего Востока.

После В. Я. Струве Пулковской обсерваторией более четверти века руководил его сын О. В. Струве. При нем в программу обсерватории вошли также астрофизические исследования и была построена астрофизическая лаборатория.

В 1890—1895 гг. обсерваторию возглавлял выдающийся русский астроном Ф. А. Бредихин (см. стр. 199). Он не только расширил астрофизические исследования, но и привлек в Пулково многих молодых русских ученых.

Преемником Бредихина был О. А. Баклунд (1846—1916). При нем были основаны отделения обсерватории в Николаеве и Симеизе.

Особенно широко деятельность обсерватории развернулась в советскую эпоху. На обсерватории выросли новые кадры астрономов, появились новые инструменты, выполнялись важнейшие исследования по всем отраслям астрономии.

В первые годы Советской власти обсерваторию возглавлял выдающийся астрофизик А. А. Белопольский. Потом ее директорами были крупные астрономы А. А. Иванов, Б. П. Герасимович, С. И. Белявский, Г. Н. Неуймин. С 1947 г. директор Пулковской обсерватории — академик А. А. Михайлов.

В годы Великой Отечественной войны немецко-фашистские захватчики разрушили обсерваторию до основания.

Заново построенная после войны Пулковская обсерватория вновь заняла достойное место среди основных обсерваторий мира.

Состоявшееся 21 мая 1954 г. торжественное открытие обсерватории явилось праздником не только советской, но и мировой науки. Представители 17 государств прибыли на торжество и приветствовали возрожденное Пулково. Сейчас на обсерватории снова ведутся научные исследования по всем отраслям астрономии.

■

МАРИАН АЛЬБЕРТОВИЧ КОВАЛЬСКИЙ

Среди русских астрономов, обогативших своими трудами науку о Вселенной, выдающееся место занимает Мариан Альбертович Ковальский (1821—1884). До недавнего времени это имя было мало известно широкому кругу читателей. Только в советскую эпоху установлен приоритет Ковальского в решении вопросов, имевших большое значение в истории астрономии.

М. А. Ковальский был сыном мелкого чиновника, рос в тяжелых материальных условиях и поэтому с большим трудом смог пробить себе дорогу к образованию. Сильная воля, настойчивость в преодолении трудностей— таковы отличительные черты этого ученого. Он смело выбирал самые трудные вопросы науки и успешно решал их.

Астрономией Ковальский заинтересовался еще студентом Петербургского университета. Окончив в 1845 г. университет, он работал на Пулковской обсерватории, где совершенствовался в астрономических наблюдениях и вычислениях под руководством В. Я. Струве. В 1847 г. Русское географическое общество снарядило большую экспедицию для исследования Северного, главным образом Заполярного, Урала. Астрономом экспедиции по предложению Струве был назначен Ковальский.

В то время огромная территория Заполярного Урала была совершенно не исследована. Путь экспедиции лежал через труднопроходимые горы и дремучие леса. До этой экспедиции на всем Заполярном Урале знали координаты только одного географического пункта, а остальная территория была «белым пятном» на карте. Астроному экспедиции предстояло определить долготы, широты и высоты над уровнем моря возможно большего числа географических пунктов.

Здесь-то и проявилась удивительная работоспособность Ковальского. Совершая труднейшие переходы пешком и на лыжах, в сорокаградусные морозы и во время сильных ветров, молодой ученый определил координаты почти 200 географических пунктов. Одновременно он производил метеорологические и магнитные наблюдения.

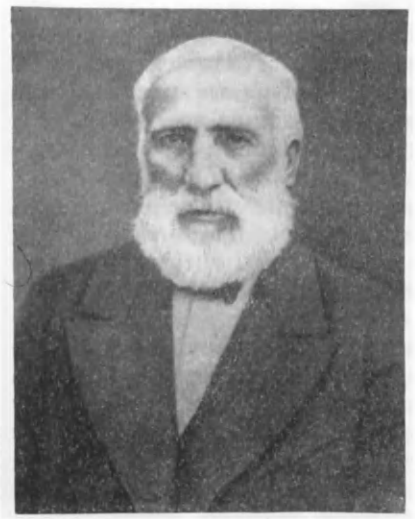
Так в самом начале своей научной деятельности М. А. Ковальский проявил себя и как талантливый астроном, и как путешественник-исследователь.

В 1850 г. Ковальского пригласили на должность профессора астрономии в Казанский университет, с которым он затем не расставался до самой смерти. Обладая блестящими математическими способностями, Ковальский сосредоточил свое внимание на вопросах теоретической астрономии, изучающей движение небесных тел под действием силы тяготения.

В 1846 г. была открыта новая планета — Нептун. Требовалось достаточно точно определить орбиту этой планеты, иначе она могла

скоро исчезнуть из поля зрения астрономов, затеряться в небе; кроме того, необходимо было разработать теорию ее движения на долгие годы вперед.

Задача была очень трудная, так как в своем движении вокруг Солнца Нептун, кроме мощного солнечного притяжения, испытывает



Мариан Альбертович Ковальский.

еще притяжение больших планет — Юпитера, Сатурна, Урана. Большие планеты вызывают неправильности, или, как принято говорить, «возмущения», в движении Нептуна, а это сильно затрудняло определение его действительной орбиты. Однако Ковальский проделал огромную вычислительную работу и создал теорию движения Нептуна.

Но особенно большое значение имели труды Ковальского о собственных движениях звезд. Эти исследования привели его к важнейшим выводам о строении нашей звездной системы — Галактики.

В. Я. Струве в 40-х годах прошлого века установил, что звезды наиболее близко друг к другу располагаются в центре Галактики, а по мере приближения к ее краям расстояния между ними увеличиваются.

На основании изучения движения звезд Ковальский выдвинул и обосновал теорию вращения всей нашей звездной системы вокруг ее центрального звездного сгущения. Он решительно отверг мнение некоторых астрономов о существовании колоссального «центрального Солнца», которое одно своим притяжением управляет движением всех звезд, подобно тому как наше Солнце управляет движением планет и других тел солнечной системы. Одновременно он пришел к выводу, что размеры Галактики гораздо больше, чем думали астрономы в его время.

В этих трудах Ковальский на много десятилетий опередил свое время. Только в 1927 г. голландский ученый Оорт окончательно установил вращение Галактики. Выяснилось, что нет «центрального Солнца», которое управляло бы движением миллиардов звезд в Галактике. В нашей звездной системе есть звезды-великаны, в миллионы и даже миллиарды раз превышающие по объему Солнце, но вещество в них чрезвычайно разрежено, и по своей массе, а значит, и по силе притяжения они не так уж сильно отличаются от Солнца.

Много труда потратил М. А. Ковальский на разработку новых методов астрономических вычислений. Определение времени наступления солнечных и лунных затмений, их продолжительности и условий видимости всегда отнимало у астрономов много времени и не всегда было достаточно точным. Ковальский разработал новые методы предвычисления затмений, требующие гораздо меньше времени и обеспечивающие необходимую точность. Он разработал также новые и более совершенные способы определения орбит двойных звезд. Это давало возможность определять массы этих звезд.

М. А. Ковальский известен не только как крупнейший теоретик, но и как неутомимый наблюдатель. На Казанской обсерватории он много лет определял точные положения звезд избранного им для изучения обширного участка неба. Ковальский подготовил каталог определенных им положений более 4200 звезд, изданный уже после его смерти.

Ковальский был не только ученым, но и прекрасным педагогом. Самые трудные вопросы он излагал в своих лекциях всегда просто и ясно. Он воплощал в себе все лучшие черты русских ученых, которые в тяжелых условиях царского режима смело двигали науку вперед.

ФЕДОР АЛЕКСАНДРОВИЧ БРЕДИХИН

С древнейших времен люди наблюдали невооруженным глазом не только Солнце, планеты и наиболее яркие звезды, но и кометы.

Неожиданное появление комет с их причудливыми по форме хвостами нарушало при-

вычные представления о «неизменном» состоянии неба и наводило страх на суеверных людей, которые видели в кометах предвестниц грядущих бедствий.

Передовые ученые еще в древности пытались объяснить появление комет и разгадать их природу. Но подлинно научное объяснение природы комет, происхождения кометных хвостов и причудливого разнообразия их форм дал только во второй половине XIX в. выдающийся русский астроном, основоположник астрофизики в нашей стране Федор Александрович Бредихин (1831—1904).

Федор Александрович Бредихин.

Бредихин родился в г. Николаеве в семье, давшей нашей стране много отважных моряков. В юности он и сам собирался посвятить себя службе на флоте. Но в Московском университете Бредихин серьезно заинтересовался астрономией. Этот интерес особенно усилился, когда он стал посещать Московскую обсерваторию.

Окончив в 1855 г. университет, Бредихин всецело посвятил себя астрономии. В 1857 г. он стал преподавателем, а с 1863 г. — профессором астрономии Московского университета. Преподавание астрономии в старейшем русском университете он поставил на очень высокий научный уровень. Ф. А. Бредихин был одним из тех передовых русских ученых, которые не только развивали науку, но и всячески заботились о распространении научных знаний в народе. Он читал публичные лекции и писал популярные статьи о достижениях астрономии. У него учились многие русские астрономы.

В 60-х годах Бредихин начал свои замечательные исследования комет и продолжал их до последних дней своей жизни.

Давно уже было известно, что хвосты комет обычно направлены в сторону, противоположную Солнцу. Отсюда некоторые ученые делали вывод, что вещество хвоста отталкивается от Солнца под влиянием какой-то силы, противоположной силе тяготения. Эту силу стали называть отталкивательной, но природа ее оставалась для ученых загадочной.

Ф. А. Бредихин путем точных расчетов показал, что решающее значение в образовании хвостов комет имеет исходящая от Солнца отталкивательная сила. По разработанной им теории, хвост кометы образуется при ее приближении к Солнцу. Под воздействием солнечных лучей центральная часть кометы — ядро — нагревается. Выброшенные из ядра кометы частицы материи подвергаются действию отталкивательной силы. Если солнечное тяготение притягивает частицу вещества к Солнцу, то давление падающих на эту частицу солнечных лучей отталкивает ее от Солнца. При этом для очень малых частиц отталкивательная сила превышает силу солнечного тяготения. В результате этого выброшенные частицы «отгоняются» в сторону от Солнца и образуют хвост кометы, который вытягивается нередко на миллионы, а иногда на десятки и сотни миллионов километров.

В начале XX в. виднейший русский физик П. Н. Лебедев блестяще проведенными в лаборатории опытами доказал, что в мировом пространстве, кроме силы тяготения, действует еще сила светового давления. После того как подтвердилось существование давления света на твердые тела и газы, световое давление было признано той силой, которая играет роль в образовании хвостов комет.

Формы кометных хвостов различны и, как показал Бредихин, зависят от отталкивательной силы Солнца. У одних комет они почти прямые, у других сильно изогнуты. Ф. А. Бредихин пришел к выводу, что у комет образуются хвосты трех типов. К первому типу он отнес хвосты, которые образуются под действием отталкивательной силы, во много раз превышающей силу тяготения. Эти хвосты обычно почти прямые. Сильно искривленные хвосты образуются при отталкивательной силе, примерно равной силе тяготения или превышающей ее не более чем в 2—2,5 раза. Это хвосты второго типа. И, наконец, хвосты третьего типа образуются под действием отталкивательной

силы, значительно меньшей, чем сила тяготения. Они поэтому не «бегут» от Солнца, а, наоборот, отклоняются в его сторону.

Формы кометных хвостов Бредихин связывал также с химическим составом комет. Он предполагал, что чем легче частицы веществ, образующие хвост, тем больше воздействие на них отталкивательной силы. Бредихин считал, что хвосты первого типа состоят из самых легких газов, второго типа — из углеводородов и паров легких металлов и, может быть, пыли, а в хвостах третьего типа присутствуют тяжелые металлы (в газообразном состоянии) и, возможно, также пыль. Позднейшие исследования спектров комет подтвердили многие предположения Ф. А. Бредихина и значительно углубили представления о природе хвостов комет.

Неутомимо занимаясь исследованием комет, Ф. А. Бредихин продолжал свою профессорскую деятельность в университете. С 1873 по 1890 г. он был директором Московской обсерватории и направлял ее деятельность по новому тогда пути астрофизических исследований. Благодаря трудам Бредихина и его ближайших учеников — В. К. Цераского и А. А. Белопольского, тоже ставших крупнейшими учеными, Московская обсерватория приобрела мировую известность.

В число важных научных достижений Бредихина вошла разработанная им теория образования метеорных потоков. Эти потоки он рассматривал как результат распада комет.

Ф. А. Бредихин выдвинул также гипотезу происхождения периодических комет. Он считал, что эти кометы образуются путем отделения частей от кометы-родоначальницы. Эта гипотеза объясняла существование «семейств комет», т. е. групп комет, имеющих очень сходные между собой орбиты.

Бредихин плодотворно работал и в других областях астрономии. Он организовал и вел спектральные наблюдения Солнца — тогда это было совсем новым делом. Много лет он занимался наблюдениями планеты-гиганта Юпитера и загадочного красного пятна на его поверхности.

В 1890 г. Ф. А. Бредихина избрали академиком и назначили директором Пулковской обсерватории. Здесь он расширил круг астрофизических исследований и привлек к работе в обсерватории талантливых молодых ученых из различных университетов России. Любовь к молодежи и вера в ее творческие силы всегда были характерными чертами Бредихина. Он охотно поручал молодым ученым разработку ответственных научных тем, чем давал им возможность выйти на самостоятельный путь исследования. Большую помощь он оказывал также другим отечественным обсерваториям и работавшим на них отдельным ученым.

В 1895 г. Бредихин оставил руководство Пулковской обсерваторией, но научными исследованиями продолжал заниматься до конца своей жизни.

АРИСТАРХ АПОЛЛОНОВИЧ БЕЛОПОЛЬСКИЙ

Луч света, приходящий к нам от далеких звезд, — главный источник наших знаний о них. Разложенный призмой спектроскопа в разноцветную полоску, испещренную темными линиями, он позволяет делать важные выводы о химическом составе, физическом состоянии и движении далеких небесных тел, которые даже в сильнейшие телескопы видны только как светящиеся точки.

В этой увлекательнейшей области астрономии особое значение имеют труды выдающегося русского ученого Аристарха Аполлоновича Белопольского.

Белопольский родился в 1854 г. в Москве. Еще в детстве он увлекался природой: его интересовали и звездное небо, и камни на Земле, и животные, и растения. Он увлекался также художественной литературой и музыкой. Любовь к книгам сочеталась у него с любовью к физическому труду — он рано научился конструировать и мастерить разного рода механизмы.

По окончании гимназии Белопольский поступил на физико-математический факультет Московского университета. Здесь он слушал лекции крупнейших русских ученых — Ф. А. Бредихина по астрономии и А. Г. Столетова по физике. Тогда он еще не думал о деятельности ученого, а предполагал изучить математические науки, чтобы стать инженером. Но именно увлечение техникой привело его к астрономии. Ф. А. Бредихин пригласил Белопольского работать механиком на обсерватории. Оказавшись в тесном общении с такими учеными, как Бредихин и Цераский, молодой студент еще больше заинтересовался астрономией и по окончании университета стал научным работником обсерватории.

На Московской обсерватории А. А. Бело-

польский работал 11 лет и занимался различными исследованиями. Самая значительная его работа этого периода посвящена изучению вращения Солнца. По сделанным многочисленным фотографиям перемещения солнечных пятен на поверхности Солнца он уточнил закон изменения скорости вращения Солнца на разных широтах. Оказалось, что на солнечном экваторе вращение происходит быстрее, а по мере удаления от экватора — медленнее. Было

Аристарх Аполлонович Белопольский.

известно, что твердое однородное тело так вращаться не может. Поэтому Белопольский сделал вывод, что Солнце состоит из газов разной плотности и разной температуры.

В 1888 г. А. А. Белопольский перешел на Пулковскую обсерваторию. Здесь он работал непрерывно 46 лет — до конца жизни. В Пулкове он занимался спектральными исследованиями, которые принесли ему мировую славу.

Спектральный анализ и фотография пришли на помощь астрономам в начале второй половины XIX в. Они стали основой новой области астрономии — астрофизики. Основы изучения физической природы небесных тел заложили известные ученые: англичане Хеггинс (1824—1910) и Локьер (1836—1920), француз Жансен (1824—1907), итальянец Секки (1818—1878), немец Фогель (1842—1907) и русский астроном Бредихин. Белопольский был их достойным продолжателем и открывателем новых путей в науке. Получив в свое ведение огромный, 76-сантиметровый пулковский телескоп, он приспособил к нему сконструированный им спектрограф — прибор для фотографирования спектров. В дальнейшем Белопольский тщательно продумывал и совершенствовал конструкции применявшихся им приборов и приспособлений.

Еще до начала астрофизических исследований Белопольского астрономы знали, что если в спектре какого-либо небесного тела, например далекой звезды, наблюдается смещение спектральных линий к фиолетовому концу, то звезда движется по направлению к нам; если, наоборот, замечено смещение линий к красному концу, значит, звезда удаляется от нас. Это явление называется принципом Доплера, по имени австрийского физика, в свое время высказавшего это положение.

Принцип Доплера помог Белопольскому обнаружить движения многих небесных тел в сторону приближения к нам или удаления от нас (так называемое движение по лучу времени). Ему же принадлежит заслуга применения принципа Доплера для решения других важнейших научных вопросов. Особенное значение имели его исследования переменных звезд типа цефеид (см. стр. 123).

Белопольский открыл, что изменения блеска цефеид происходят в соответствии с их движением по лучу зрения. Это движение обнаруживается по смещению линий в спектре. Таким образом, цефеиды то приближаются, то удаляются от нас. Белопольский сначала предположил, что цефеиды — это спектрально-двойные звезды. Однако в дальнейшем он выяснил, что загадка цефеид сложнее и не объясняется их двойственностью.

На основании исследований Белопольского другой замечательный русский ученый — физик Н. А. Умов (1846—1915) высказал мнение, ставшее потом общепринятым, что цефеиды — не двойные звезды, а одиночные, но размеры их непостоянны. Они «пульсируют»: периодически то расширяются, то сжимаются под влиянием внутренних физических причин. Когда звезда расширяется, ее поверхность приближается к нам, вызывая смещение линии спектра к фиолетовому концу. При сжатии звезды происходит обратное явление. С расширениями и сжатиями звезды связаны изменения ее блеска и температуры.

С помощью принципа Доплера А. А. Белопольский решал и другие задачи. В свое время на основании математических расчетов ученые предположили, что кольцо Сатурна не может быть сплошным, а должно состоять из множества мелких тел. Белопольский решил спектральными наблюдениями проверить выводы математиков. Измерив смещения линий в спект-

ре более близких и более далеких к планете частей кольца, он убедился, что кольцо вращается так, как может вращаться только тело, не имеющее сплошной массы: более близкие к планете части кольца вращаются быстрее, более далекие — медленнее. А это значит, что кольцо состоит из множества мелких тел.

Одновременно с Белопольским это открытие сделали американский астроном Килер (1857—1903) и французский астроном Деландр (1853—1948).

Таким образом, применяя принцип Доплера, Белопольский достиг замечательных научных успехов. Но принцип Доплера по отношению к световым колебаниям еще не был проверен опытами в лаборатории. Большинство ученых вообще считало такую проверку невозможной, так как смещение спектральных линий небесных тел вызывается их движением с огромными скоростями, которые невозможно воспроизвести в лаборатории. Казалось, нечего было и мечтать об опытной проверке. Но многие ученые сомневались в возможности по смещению линий в спектре делать выводы о приближении к нам или удалении от нас небесных тел. Поэтому проверка принципа Доплера была необходима.

А. А. Белопольский был не только теоретиком, но и искусным изобретателем и конструктором. Это и помогло ему провести опыты, окончательно подтвердившие принцип Доплера, а стало быть, и правильность полученных с его помощью астрономических выводов. Он построил прибор, в котором луч солнечного света после многократного отражения от нескольких зеркал, вращающихся навстречу одно другому, попадал в щель спектрографа, а оттуда на фотографическую пластинку. Отражение света от движущихся зеркал должно было дать тот же эффект — в смысле смещения линий спектра, как если бы перемещался сам источник света (в данном случае Солнце). Так именно и произошло, и принцип Доплера подтвердился опытом.

Многие труды А. А. Белопольского посвящены спектральным исследованиям новых звезд, вспыхивавших в конце XIX и в первой четверти XX в., определению времени вращения Юпитера и Венеры, изучению комет и другим вопросам.

В Пулкове Белопольский до последних дней продолжал начатые еще в Москве исследования вращения Солнца. С помощью спектрографа и руководствуясь принципом Доплера он определил приближение и удаление отдельных точек солнечной поверхности. Этим он подтвердил свои прежние выводы о замедлении вращения Солнца от экватора к полюсам (вблизи полюсов период вращения Солнца доходит до 34 суток, тогда как на экваторе он составляет всего 25 суток). Белопольский подметил также, что вращение Солнца вообще со временем несколько замедляется.

В 1900 г. А. А. Белопольского избрали академиком. С 1917 по 1919 г. он работал директором Пулковской обсерватории. Великую Октябрьскую революцию Белопольский встретил уже в преклонном возрасте. Но это не помешало ему с юношеской энергией принять участие в создании советской науки. Почти в 80-летнем возрасте он неутомимо работал в составе экспедиции, выбиравшей место для постройки большой астрофизической обсерватории на юге нашей страны. Умер Белопольский в 1934 г.

Всю свою жизнь А. А. Белопольский провел в напряженном труде. Он сам создавал инструменты, с которыми работал. Им опубликовано более 270 научных работ, у него училось несколько поколений астрофизиков.

Аристарх Аполлонович Белопольский принадлежал к числу передовых ученых-материалистов, которые считали, что в природе нет неразрешимых задач, и смело искали и находили новые пути для проникновения в далекие глубины Вселенной.

■

ЭДУАРД ЧАРЛЗ ПИКЕРИНГ

К концу XIX в., после того как на помощь астрономии пришли спектральный анализ и фотография, изучение мира звезд вступило в новую фазу. К этому времени уже стали известны точные положения многих тысяч звезд и изучались их собственные движения. Открылись также широкие возможности для изучения спектров звезд, выяснения их температур, а отсюда — и состояния вещества в них.

Изменения блеска звезд — у одних строго периодические, у других, наоборот, неправильные — свидетельствовали о том, что в звездах происходят какие-то сложные физические процессы. Для разгадки их надо было изучать переменные звезды и спектры звезд. Такую задачу поставил перед собой американский астроном Эдуард Чарлз Пикеринг (1846—1919). Пикеринг сначала был физиком. Благодаря своим выдающимся способностям в 22 года он стал уже

профессором физики в технологическом институте в Бостоне. Затем он перешел работать на первую американскую обсерваторию, созданную при Гарвардском университете. В 1877 г. Пикеринг стал директором этой обсерватории и профессором астрономии в университете.

Когда начали изучать спектры звезд, то оказалось, что они чрезвычайно разнообразны,

Эдуард Чарлз Пикеринг.

хотя химический состав всех звезд примерно одинаковый. Различия в спектрах звезд характеризуют различия в их температуре, а отсюда и в состояниях вещества. Первую классификацию звезд по характеру их спектров предложил итальянский астроном А. Секки. По этой классификации звезды разделялись на белые — самые горячие, желтые — менее горячие (к ним относится и Солнце) и красные — холодные звезды. Классификация Секки не отличалась совершенством. Потом эту классификацию развил несколько подробнее немецкий астроном Г. Фогель. Но и классификация Фогеля была неполноценной, так как основывалась на изучении спектров еще немногих звезд.

Пикеринг со своими учениками и сотрудниками провел огромную работу по собиранию данных о спектрах значительно большего количества звезд. На основе этих данных была создана новая, гарвардская, классификация звездных спектров, в которой дана подробная «лестница» звезд от самых горячих до самых холодных. В этой классификации вся совокупность звезд разделяется по спектральным классам, каждый из которых охватывает звезды, близкие между собой по температуре и по характеристике спектра. Эта гарвардская классификация звездных спектров прочно вошла в науку, и астрономы пользуются ею до настоящего времени.

Особое внимание Пикеринг уделил переменным звездам. Их изучение он справедливо считал основой для выводов о строении и развитии звездного мира. Пикеринг организовал на обсерватории систематические работы по отысканию новых, т. е. ранее неизвестных, переменных звезд. В этом деле на помощь ему пришла фотография. Тщательное изучение фотопластинок с одними и теми же участками неба, заснятыми в разное время, позволяет подметить изменение блеска той или иной звезды и установить, что это переменная звезда. Дальнейшие наблюдения данной звезды дают возможность выяснить период изменения ее блеска или неправильный характер этого изменения.

В ходе своих исследований Пикеринг открыл существование так называемых спектрально-двойных звезд. Это далекие от нас звездные пары (а иногда кратные системы). Составляющие их звезды расположены так близко друг от друга, что их двойственность невозможно рассмотреть даже в самые сильные телескопы.

В России систематическую работу по отысканию и изучению новых переменных звезд организовал на Московской обсерватории ее директор — крупный русский астрофизик В. К. Цераский (1849—1925). Поисками переменных звезд на фотографиях более четверти века занималась здесь жена В. К. Цераского — Л. П. Цераская, по специальности педагог-языковед. Исследовал же эти звезды крупный астроном С. Н. Блажко (1870—1956), позднее возглавлявший обсерваторию. В советскую эпоху исследования переменных звезд приобрели особенно широкий размах, и Московская обсерватория (ныне Государственный астрономический институт им. П. К. Штернберга) стала мировым центром в этой области науки.

Изучение переменных звезд, начатое Пикерингом, имело большое значение для науки.

■

ГЕНРИХ НОРРИС РЕССЕЛ

Крупнейшие заслуги в изучении звезд принадлежат американскому астроному Генриху Норрису Ресселу (1877—1957). Его научная деятельность протекала в г. Принстоне, на се-

веро-востоке США. Здесь Рессел с 1906 г. был профессором астрономии и директором обсерватории Принстонского университета.

В результате долгих исследований Рессел установил связь между спектрами звезд и их светимостью. При этом определились большие различия в светимостях звезд. Оказалось, что белые и голубые, т. е. самые горячие, звезды отличаются и огромной светимостью. Звезды же желтые и красные резко разделяются на две группы: звезды с большой светимостью, в сотни и тысячи раз бóльшей, чем у Солнца, и звезды со сравнительно малой светимостью — такой, как у Солнца, или меньшей. Так было установлено, что по светимости звезды подразделяются на гигантов и карликов. Позднее выяснилось, что гиганты и карлики по светимости являются гигантами и карликами также по размерам и по массе, хотя различия в массах гигантов и карликов не столь велики, как различия в светимостях и размерах. Наше гигантское Солнце с его колоссальным излучением — всего только желтый карлик, рядовая звезда в нашей Галактике.

Так было установлено, что большинство звезд — это гиганты и карлики, причем карликов несравненно больше, чем гигантов. Стало также известно, что, кроме гигантов и карликов, во Вселенной имеются сверхгиганты (горячие — бело-голубые и холодные — красные), субгиганты и субкарлики (т. е. звезды, по светимости приближающиеся либо к гигантам, либо к карликам) и, наконец, белые карлики.

Генрих Норрис Рессел.

Рессел и датский астроном Э. Герцшпрунг (род. в 1873 г.) построили специальную диаграмму, на которой показана связь между спектрами звезд и их светимостью. Эта диаграмма (ее называют диаграмма «спектр-светимость» или диаграмма Герцшпрунга — Рессела) играет огромную роль в изучении звездного мира. Она все время дополняется и исправляется в свете новых данных.

Рессел явился основоположником современных представлений о природе и путях развития звезд. Он считал, что звезды с разными спектрами находятся на разных стадиях развития. Хотя ему и не удалось построить правильную схему развития звезд, эта его идея была верной. Теперь установлено, что существующие ныне звезды имеют самый различный возраст и что самые горячие и яркие из них — белые и голубые — являются молодыми.

Рессел много работал и в других областях астрономии, особенно в области космогонии солнечной системы. Многие крупные американские астрономы были его учениками.

КАРЛ ШВАРЦШИЛЬД И АРТУР СТЭНЛИ ЭДДИНГТОН

В начале XX в. разные страны дали миру многих выдающихся астрономов-исследователей мира звезд. Но пределы данной статьи не позволяют рассказать о них, поэтому ограничимся сведениями о деятельности еще двух астрофизиков — немецкого ученого Карла Шварцшильда (1873—1916) и английского Артура Стэнли Эддингтона (1882—1944).

Карл Шварцшильд учился в Мюнхенском университете. Его учителем здесь был Г. Зеелигер (1849—1924) — крупный немецкий астроном, много занимавшийся изучением строения Млечного Пути. Влияние Зеелигера определило и направление научных интересов Шварцшильда. С 1901 по 1909 г. Шварцшильд состоял профессором и директором обсерватории Гёттингенского университета и с 1909 г. возглавлял Потсдамскую астрофизическую обсерваторию. Шварцшильд много сделал в области изучения блеска звезд, где применил фотографические методы исследования. Составленный им каталог точнейших определений блеска 3500 звезд явился ценнейшим приобретением для науки.

Особенно много Шварцшильд работал в области изучения движения звезд в нашей Галактике. Эти его исследования очень много дали

для познания строения Галактики и выяснения закономерностей движений звезд в ней.

Шварцшильд одним из первых среди ученых по-настоящему занялся изучением строения звездных атмосфер и внутреннего строения звезд. Известно, что строение солнечной атмосферы сложное. Но Солнце — рядовая звезда. Следовательно, атмосферы других звезд не менее сложны, а у звезд-гигантов, например, атмосферы и гораздо обширнее, чем у рядовых звезд. Шварцшильд впервые разработал теорию строения звездных атмосфер. Во второй половине XX в., когда данных о физической природе звезд было накоплено гораздо больше, чем имелось в распоряжении Шварцшильда, ученые развивают и углубляют представления о звездах и их атмосферах.

Артур Стэнли Эддингтон.

Жизнь и деятельность Шварцшильда оборвалась рано. В 1914 г. его призвали в армию, и он погиб на фронте.

В настоящее время в США работает видный исследователь строения и развития звезд Мартин Шварцшильд. Это сын К. Шварцшильда.

Артур Стэнли Эддингтон учился в Кембриджском университете (Англия). С 1906 по 1913 г. он был ассистентом старейшей в Англии Гринвичской обсерватории, а с 1913 г. — профессором и директором обсерватории Кембриджского университета.

Эддингтон также много занимался изучением движений звезд. Но главная его заслуга в том, что он впервые разработал теорию внутреннего строения звезд. Поскольку физические знания тогда были далеки от их современного уровня, предположения и расчеты Эддингтона могли быть только приближением к современным представлениям о строении звезд и о происходящих в них физических процессах.

Шварцшильд и Эддингтон заложили основу наших знаний о строении звезд. Теперь мы знаем об этом гораздо больше.

ЭДВИН ХАББЛ

Высказанные в начале второй половины XVIII в. Кантом, Ламбертом и некоторыми другими учеными предположения, что наша Галактика — одна из бесчисленных звездных систем в бесконечной Вселенной, были в свое время только смелыми догадками. Подтвердить их правильность наука не могла, так как не располагала еще никакими сведениями о форме и размерах самой Галактики. Передовые ученые конца XVIII и первой половины XIX в. разделяли эти предположения, хотя также не могли подкрепить их никакими доказательствами.

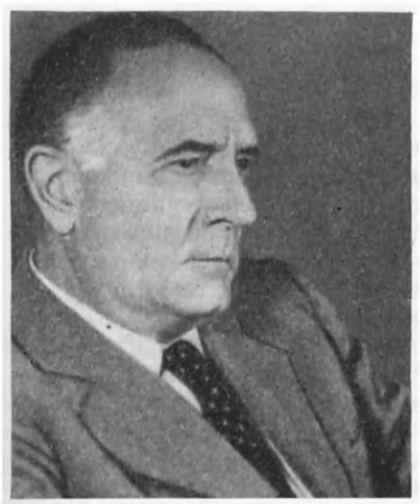
Изучение Галактики далеко продвинулось вперед благодаря трудам В. Гершеля и В. Я. Струве. В середине XIX в. ирландский астроном В. Парсонс при помощи своего гигантского телескопа обнаружил, что многие из туманностей, которые не разделяются на отдельные звезды, имеют спиральную форму. После открытия спектрального анализа и применения его к изучению небесных тел оказалось, что у многих туманностей, в особенности у спиральных, спектр не отличается от обычного спектра звезд. Этим как будто подтверждалось, что такие туманности могут быть далекими звездными системами. Но во второй половине XIX в. большинство ученых не разделяло мнения о существовании множества звездных систем. Эти ученые полагали, что во Вселенной существует одна звездная система — это наша Галактика, а сама Вселенная имеет конечные размеры.

В начале XX в. новые открытия пробудили у ученых бо́льший, чем раньше, интерес к природе спиральных и других «неразложимых» туманностей. В некоторых из них (в частности, в туманности в созвездии Андромеды) были замечены вспыхнувшие новые звезды. Когда удалось при помощи спектрального анализа из-

мерить скорости движения некоторых туманностей, они оказались огромными — тысячи километров в секунду. В то же время все попытки измерить непосредственно перемещение туманностей на фоне неба оказались безуспешными. А это означало, что туманности находятся на расстояниях, во много раз превосходящих расстояния до самых далеких звезд Млечного Пути.

Сколько-нибудь точному определению эти расстояния долго не поддавались. В 1920 г. шведский астроном Лундмарк показал, что расстояние до туманности в Андромеде составляет не менее 650 тыс. световых лет. В том же году американский астроном Кёртис привел важные доводы в пользу того, что спиральные туманности представляют собой звездные системы, удаленные от нас на сотни тысяч, миллионы и десятки миллионов световых лет. Однако многие астрономы возражали против выводов Лундмарка и Кёртиса. Они все еще считали, что спиральные туманности принадлежат к нашей звездной системе, а сами звездными системами не являются.

В 1924 г. весь мир облетела весть, что американский астроном Эдвин Хаббл при помощи только что вошедшего в строй гигантского телескопа обсерватории Маунт-Вильсон (в Калифорнии) с зеркалом 250 *см* в диаметре окончательно доказал, что туманность в Андромеде и некоторые другие туманности имеют звездное строение и находятся далеко за пределами Млечного Пути.



Эдвин Хаббл.

Таким образом, впервые было доказано, что наша Галактика — не единственная звездная система во Вселенной. В истории астрономии началась новая эпоха — эпоха открытия и изучения других звездных систем и исследования безграничных просторов Вселенной. Начало этой эпохи и многие ее последующие достижения связаны с именем Эдвина Хаббла.

Хаббл родился в 1889 г. в штате Миссури (США). Он учился в Чикагском университете, а потом продолжал свое образование в Оксфордском университете в Англии. В 1914 г. Хаббл вернулся в Чикаго и стал ассистентом Йеркской обсерватории (близ Чикаго), где имеется крупнейший в мире рефрактор с объективом в 102 *см*. Однако успешно начатая Хабблом научная работа прервалась. Шла первая мировая война, и его призвали в действующую армию. По возвращении из армии Хаббл стал астрономом обсерватории Маунт-Вильсон — одной из крупнейших астрофизических обсерваторий мира.

Уже первые свои труды Хаббл посвятил фотографическому изучению слабых туманностей. В этих трудах он утверждал, что спиральные туманности состоят из звезд. Хаббл назвал их внегалактическими туманностями, т. е. находящимися за пределами нашей Галактики.

Сделанное в 1924 г. Хабблом открытие принесло ему мировую известность. Суть открытия заключалась в том, что на полученных Хабблом при помощи 250-сантиметрового рефрактора фотографиях крайние (менее яркие) области трех туманностей — в Андромеде, в Треугольнике и еще одной, обозначенной в каталоге номером 6822,— отчетливо разлагались на звезды. Исследование фотографий показало, что среди этих звезд много переменных — цефеид. Это обстоятельство имело огромное значение.

Еще в конце XIX в. выдающийся американский астроном Э. Пикеринг начал на обсерватории Гарвардского университета обширные исследования переменных звезд. В 1908 г. сотрудница Пикеринга — Ливитт (1868 — 1921) открыла замечательную особенность переменных звезд—цефеид: чем больше период изменения блеска у них, тем больше их светимость, т. е. их истинная сила света. Это значит, что если из наблюдения той или иной цефеиды установлена величина периода изменения ее блеска, то по определенной формуле вычисляется и ее сила света по сравнению с Солнцем. А после этого уже легко рассчитать, на каком расстоянии от нас должна находиться эта цефеида, если она при установленной светимости представляется с Земли звездой данной видимой звездной величины. Так как цефеиды — звезды огромной светимости (все они

гиганты или сверхгиганты), то их в первую очередь и обнаружили астрономы во внегалактических туманностях, звездное строение которых было открыто Хабблом.

Таким образом, Хаббл определил расстояние до исследованных им внегалактических туманностей. Расстояние до туманности в созвездии Андромеды оказалось, по его вычислениям, огромным — около миллиона световых лет. В настоящее время это расстояние в свете новых данных принимается в полтора миллиона световых лет.

Примерно таким же оказалось и расстояние до туманности в созвездии Треугольника. Таким образом, расстояния от нас до близких туманностей в десятки раз больше размеров нашей звездной системы.

Но это было только началом. В последующие годы Хаббл исследовал очень много внегалактических туманностей. Они теперь называются галактиками (в отличие от них наша Галактика пишется с прописной буквы). Оказалось, что далеко не все эти галактики имеют спиральную форму. Многие из них эллиптической, а некоторые неправильной формы. Таковы, между прочим, Магеллановы Облака (Большое и Малое) — огромные скопления звезд, видимые невооруженным глазом в южном полушарии неба.

Хаббл составил подробную классификацию галактик по их форме и по другим особенностям.

В течение последующих лет, благодаря трудам Хаббла и других астрономов, быстро расширились границы изученной части Вселенной. При помощи фотографии (на пластинках) астрономы открыли миллионы галактик, находящихся от нас на все более и более далеких расстояниях, и обнаружили скопления и целые «облака» галактик.

В 1941 г. работы Хаббла вновь прервались: ученого привлекли к военно-техническим делам. После второй мировой войны Хаббл возобновил свои исследования на обсерватории Маунт-Вильсон и одновременно принял деятельное участие в проектировании новой обсерватории на горе Паломар. Здесь в послевоенные годы установлен величайший в мире рефлектор (с зеркалом диаметром 508 *см*).

Хаббл скончался в 1953 г. Он был одним из самых выдающихся и талантливых астрономов нашей эпохи и пионером изучения далеких звездных систем, похожих на нашу.

Наше время — эпоха непрерывного и необычайно быстрого расширения знаний о Вселенной и проникновения во все более далекие ее глубины с помощью не только спектрального анализа и фотографии, но и нового мощного средства — радиоисследований.

ГРИГОРИЙ АБРАМОВИЧ ШАЙН

Жизнь Григория Абрамовича Шайна (1892—1956) — выдающегося советского ученого, одного из крупнейших астрофизиков — ярчайший пример неустанного творческого научного труда, увенчанного важными и плодотворными достижениями.

Г. А. Шайн родился и вырос в Одессе. Он был сыном бедного ремесленника. С ранних лет интересуясь различными областями науки и искусства, Шайн с большим трудом прокладывал себе путь к образованию. Материальная необеспеченность семьи лишила будущего ученого возможности учиться в гимназии, и он учился самостоятельно. В возрасте 19 лет Шайн сдал экстерном экзамен за полный курс гимназии. Но еще до этого он начал успешно заниматься своей любимой астрономией. Стремясь глубже овладеть этой наукой, он с исключительной настойчивостью изучал математику и физику. Уже тогда Шайн с особенным увлечением вел наблюдения за небесными светилами с крыши дома при помощи простейших астрономических приборов. Шайн познакомился с астрономами Одесской университетской обсерватории, и они допустили его к работе на ней. Ко времени сдачи экзаменов за среднюю школу он имел уже печатную работу — исследование орбиты одного из метеорных потоков.

С 1912 г. Г. А. Шайн учился в Юрьевском университете. Потом работал ассистентом профессоров астрономии в Пермском и Томском университетах. В 1921 г. Г. А. Шайн стал астрономом Пулковской обсерватории, а с 1923 г. работал в ее Симеизском отделении, в Крыму.

В эти годы определилось основное направление последующих трудов Г. А. Шайна. Он поставил своей целью исследование физической природы звезд, туманностей и строения звездных систем. Шайн в совершенстве овладел методами спектрального анализа и фотографирования небесных тел. Учителем его был А. А. Белопольский.

В 1924 г. на Симеизской обсерватории установили рефлектор с зеркалом в 102 *см*, долгое

время остававшийся одним из крупнейших в Европе. Г. А. Шайн руководил установкой его и использовал этот мощный инструмент для спектральных исследований звезд. Вместе с другим симеизским астрономом — В. А. Альбицким (1891—1952) — он определил лучевые скорости многих звезд.

В свое время еще Галилей, наблюдая в телескоп перемещение пятен на диске Солнца, сделал правильный вывод, что Солнце вращается вокруг своей оси, чем и объясняется

Григорий Абрамович Шайн.

перемещение пятен на нем. Но Солнце — одна из бесчисленных звезд. Следовательно, и звезды должны вращаться. Но даже и в крупнейшие современные телескопы звезды представляются светящимися точками. Поэтому нечего было и думать о возможности увидеть на звездах какие-либо детали, подобные солнечным пятнам, по перемещениям которых можно было бы установить вращение звезд. Оно могло быть установлено только путем тончайших спектральных исследований, основанных на применении принципа Доплера (см. стр. 202). Такие исследования и выполнил Г. А. Шайн одновременно и в контакте с работавшим в США правнуком В. Я. Струве известным астрономом О. Л. Струве (1897—1963). Они не только установили, что звезды вращаются, но и измерили скорость этого вращения. При этом оказалось, что самые горячие звезды на их экваторах вращаются со скоростью, исчисляемой сотнями километров в секунду, тогда как скорость вращения Солнца на его экваторе составляет только 2 *км/сек*.

Открытие вращения звезд и исследование их лучевых скоростей наряду с другими трудами, выполненными Шайном в те же годы, создали ему широкую известность среди астрономов всех стран. В 1939 г. Г. А. Шайна избрали академиком, а затем членом старейшего в мире Лондонского астрономического общества.

Работу Г. А. Шайна в Симеизе прервала Великая Отечественная война. Заняв Крым, немецко-фашистские захватчики разрушили Симеизскую обсерваторию. Ее 102-сантиметровый рефлектор не удалось эвакуировать, и он попал в руки врагов, которые вывезли его в Германию и привели в полную негодность.

В грозные годы войны, несмотря на все трудности, Г. А. Шайн продолжал свои исследования в Абастумани, на обсерватории Академии наук Грузинской ССР. После освобождения Крыма он вместе с другими астрономами вернулся в Симеиз. В послевоенные годы Симеизскую обсерваторию не только восстановили, но и построили вблизи нее, в селе Партизанском, новую мощную обсерваторию. Обе они составили одно научное учреждение — Крымскую астрофизическую обсерваторию Академии наук СССР, одну из крупнейших в мире. Академика Г. А. Шайна назначили директором новой обсерватории. Ему выпала труднейшая задача: он должен был руководить строительством обсерватории и оборудовать ее первоклассными инструментами и приборами.

Как только вновь были установлены на обсерватории первые инструменты, Шайн развернул исследовательскую работу на ней.

В первой половине XX в. изучение звезд раскрыло многообразие звездного мира. Астрономы установили, что звезды по размерам и силе света делятся на гиганты и карлики, уточнили различия звезд по особенностям их спектров, собрали много данных о массах и температурах звезд, движениях и распределении их в пространстве. Все это привело ученых к неоспоримому выводу, что существующие ныне звезды имеют различный возраст и возникли неодновременно. Возникновение звезд продолжается и теперь.

Но из чего возникают звезды? Очевидно, из таких форм вещества, которые имеются в нашей и других звездных системах. Ими могут быть газовые и газово-пылевые туманности. В нашей Галактике (как и в других) они обнаружены в большом количестве. Их плотность ничтожна, но размеры по сравнению с размерами звезд огромны, а общая

масса сравнима с массой всех звезд Галактики. Следовательно, для решения вопроса о происхождении звезд и самих туманностей необходимо было тщательно изучить газовые туманности. Огромный вклад в это дело внес Г. А. Шайн.

Академик Шайн не ограничился исследованием уже известных газовых туманностей. Он обнаружил в нашей и других галактиках множество новых газовых туманностей, состоящих из разреженного водорода. Они не видны глазом в телескоп и улавливаются только путем фотографирования их особыми способами. Шайн со своими сотрудниками открыл свыше 300 таких туманностей. Выяснилось, что некоторые туманности — не бесформенные массы газа, а имеют ярко выраженное волокнистое строение и в них происходят разнообразные физические (в частности, магнитные) явления. Оказалось, что многие туманности имеют огромные массы — в тысячи раз большие, чем масса Солнца. Многие свои исследования, посвященные туманностям, Григорий Абрамович выполнил вместе со своей сотрудницей — талантливым астрономом Верой Федоровной Газе (1899—1954).

Большое значение имеют и другие исследования Шайна. В особенности важны его труды по изучению звезд с обильным содержанием углерода. Шайн много и успешно занимался также изучением спектрально-двойных звезд и другими вопросами.

В 1952 г. Григорий Абрамович Шайн по состоянию здоровья вынужден был отказаться от поста директора обсерватории, но научную работу он продолжал вести до последних дней своей жизни.

■

УЧЕНЫЙ-РЕВОЛЮЦИОНЕР ПАВЕЛ КАРЛОВИЧ ШТЕРНБЕРГ

Далеко не все знают, что Павел Карлович Штернберг, имя которого носит Государственный астрономический институт Московского государственного университета, был не только видным астрономом, но и замечательным революционером, активным участником Великой Октябрьской социалистической революции.

Штернберг родился в 1865 г. в г. Орле. Настойчивость и упорство в работе, стремление каждое начатое дело доводить до конца были свойственны ему с юных лет. Он рано заинтересовался астрономией. Еще гимназистом он сам изготовил штатив для подаренной ему астрономической трубы, установил ее на крыше дома, в котором жил, и регулярно наблюдал небо.

Окончив гимназию, Штернберг в 1883 г. поступил в Московский университет. Здесь на физико-математическом факультете он стал учеником Ф. А. Бредихина. В 1887 г., по окончании университета, Штернберга пригласили работать на Московской обсерватории. В первые годы он был рядовым сотрудником и помогал Бредихину в исследованиях комет, а с 1890 г. стал астрономом-наблюдателем и одновременно начал преподавать в университете.

Молодой ученый принимал активное участие в перестройке обсерватории и расширении ее научной работы.

Для своих научных трудов П. К. Штернберг всегда выбирал темы, требовавшие особенно тщательных наблюдений и измерений. Его труды по точности выполнения всегда служили образцом для астрономов.

В 90-х годах XIX в. и в начале XX в. Штернберг занимался точным определением широты Московской обсерватории в связи с движением полюсов. Земные полюсы — не неподвижные точки; они перемещаются по земной поверхности, и, как ни ничтожны эти перемещения, измеряемые немногими метрами, они все же вызывают изменение широт различных мест на Земле.

Тщательные исследования привели Штернберга к выводу, что движение полюсов очень сложно и для полного уяснения его нужны наблюдения в обоих полушариях Земли. Он указывал и на возможную связь между движением полюсов и такими явлениями в истории Земли, как ледниковые эпохи и неоднократно происходившие наступления моря на сушу.

Много внимания П. К. Штернберг уделял также работам по определению силы тяжести в разных местах Европейской России. Эти работы имеют большое практическое значение: они помогают обнаруживать залежи полезных ископаемых. В советскую эпоху такие исследования развернулись на территории нашей страны в огромных масштабах. Но на рубеже XIX—XX вв. Штернберг был смелым новатором в этом деле.

Немало времени Штернберг уделял преподавательской работе, и не только в университете, но и в средней школе. Он умел живо и увлекательно передавать учащимся знания по математике и физике. Когда в 1900 г. передовые московские профессора, несмотря на

препятствия со стороны властей, добились восстановления в Москве Высших женских курсов с университетской программой, П. К. Штернберг стал профессором астрономии на этих курсах.

Штернберг жил и работал в то время, когда рабочий класс России готовился к великой борьбе с самодержавием и капитализмом. Изучение трудов Маркса и Ленина и наблюдение в фабричном районе за жизнью и борьбой рабочих определили политические взгляды ученого. Он решил идти с партией Ленина, бороться за свержение капитализма и установление социалистического строя.

Штернбергу не пришлось быть в Москве в дни Декабрьского вооруженного восстания 1905 г. Он находился в заграничной командировке и вернулся только в начале 1906 г., после подавления восстания. По возвращении он включился в работу большевистской организации. Это было время, когда от революции отходили соглашатели и колеблющиеся, а партия сплачивала свои ряды, чтобы организованно отступить после поражения и собрать силы для подготовки победоносной революции. Штернберг, оставаясь астрономом обсерватории, выполнял ответственные поручения партии. Ему, например, поручили сохранить оставшееся после Декабрьского восстания оружие, и часть его долго хранилась на обсерватории.

Свою революционную работу Штернберг проводил в условиях строжайшей конспирации; даже его ближайшие товарищи по обсерватории не подозревали, что он революционер-большевик.

Для подготовки вооруженного восстания необходим был подробный план Москвы со всеми ее извилистыми улицами и переулками, проездами и проходными дворами. Такого плана Москвы не имели и царские власти. Благодаря энергии и изобретательности Штернберга московская организация большевиков создала такой план на глазах у властей и даже с их помощью. В научных кругах Москвы хорошо знали, что Штернберг много занимался исследованиями напряжения силы тяжести. Поэтому никого не удивило, когда он поставил в университете вопрос о необходимости получить от московских властей разрешение проводить такие исследования со студентами на территории самой Москвы. Штернберг ссылался на то, что наблюдения на обсерватории и педагогическая работа не дают ему возможности организовать экспедицию за пределы Москвы.

Университет выхлопотал Штернбергу такое разрешение, и вскоре на улицах Москвы появились студенты с непривычными для глаз обывателей приборами. Все, кто хотел узнать, что это за приборы и что с их помощью делают, получали разъяснение, что измеряется напряжение силы тяжести с целью узнать, нет ли под Москвой залежей железа или других металлов. Полиция получила указание не мешать работам.

Павел Карлович Штернберг.

В действительности же производилась съемка детального плана Москвы, а выполняли это отчаянно смелое дело не столько студенты, сколько переодетые рабочие, которых Штернберг заранее научил обращаться с геодезическими приборами. Заснятые планы районов города тщательно хранились и потом были использованы во время октябрьских боев 1917 г.

Выполняя разные партийные поручения, П. К. Штернберг не ослаблял и научной деятельности. После перестройки Московской обсерватории он работал с самым крупным ее инструментом — 15-дюймовым астрографом. Штернберг использовал его для применения фотографии к точным измерениям в астрономии, так как поставил перед собой задачу — подметить движение в пространстве одной из далеких туманностей.

Как ни огромны небесные тела, для обнаружения их движения нужны точнейшие измерения на фотографиях, тщательно заснятых в разное время. Штернберг и здесь оказался

мастером несравненной точности. За эту работу он получил ученую степень доктора и звание профессора, а когда в 1916 г. директор обсерватории В. К. Цераский по болезни оставил работу, Штернберг заменил его.

В стране назревали события всемирно-исторического значения. 12 марта 1917 г. было свергнуто царское правительство. В первые месяцы после Февральской революции П. К. Штернберг участвовал в легальной работе московской большевистской организации. Он много работал по организации Красной гвардии, сыгравшей важную роль в октябрьских боях 1917 г.

Но легальная работа партии продолжалась недолго. В июле 1917 г. Временное правительство стало преследовать партию большевиков.

После ареста многих деятелей партии, разгрома партийных организаций и газет большевики вынуждены были уйти в подполье. Состоявшийся вскоре VI съезд партии взял курс на подготовку вооруженного восстания для свержения власти капиталистов и помещиков.

Вместе с другими членами партии П. К. Штернберг готовился к решающим революционным боям. Но и в самое напряженное время он не оставлял научной работы.

В боях за победу пролетарской революции в Москве Штернберг принимал самое активное участие. Выделенный Московским комитетом партии большевиков боевой партийный центр назначил его своим уполномоченным в Замоскворецкий район Москвы. Отсюда должен был начаться обстрел Кремля, в котором находился штаб контрреволюции.

П. К. Штернберг проявил качества подлинного большевистского руководителя. Имея перед собой хорошо вооруженного и опытного в военном отношении противника, он понимал, что успех дела могут обеспечить только смелые наступательные действия. По его инициативе и под его руководством осуществлялся артиллерийский обстрел Кремля. Это обеспечило победоносный штурм и окончательный разгром засевших в Кремле белогвардейских войск.

После победы Октябрьской революции П. К. Штернберг некоторое время был комиссаром Московской губернии, а затем по поручению правительства работал над перестройкой системы высшего образования. Предстояла задача сделать доступными для рабочих и крестьян университеты и другие высшие учебные заведения, где до революции получали образование представители имущих классов. Это было трудное дело. Оно еще осложнялось тем, что реакционная часть профессуры и буржуазное студенчество всячески противодействовали этой перестройке.

При ближайшем участии П. К. Штернберга было разработано новое положение о высшей школе, широко открывшее ее двери людям из народа. В этой работе его горячо поддерживал проф. К. А. Тимирязев.

Наступали трудные дни для молодой Советской республики: все силы контрреволюции, поддерживаемые иностранными империалистами, объединились в борьбе против власти Советов. Партия направила Штернберга на Восточный фронт против Колчака. Как член Реввоенсовета одной из армий Восточного фронта, а потом Реввоенсовета всего фронта, Павел Карлович участвовал в организации первых побед над армией Колчака, а затем и в окончательном ее разгроме. Даже тяжело больной, он оставался на фронте, пока его не заставили уехать в Москву для лечения. Вылечить Штернберга от тяжелого легочного заболевания не удалось. 1 февраля 1920 г. он скончался.

К. А. Тимирязев справедливо назвал Штернберга ученым-героем. Советские астрономы и весь советский народ чтут память крупного ученого, большевика Павла Карловича Штернберга.

■

ЮНЫЕ АСТРОНОМЫ

ЛЮБИТЕЛЯМ АСТРОНОМИИ

Дорогие читатели!

Из прочитанных статей вы узнали о далеком от нас мире небесных тел. Узнали о строении Вселенной, о звездах и звездных системах, о планетах, кометах, метеорах и других небесных телах и явлениях. Получили также представление о том, как складывалась наука астрономия, каких успехов она достигла, какое значение имеет познание Вселенной для прогресса человечества.

Вероятно, некоторые из вас заинтересовались астрономией и будут с увлечением читать рекомендуемые книги. А некоторые, может быть, не ограничатся одним чтением книг и пожелают практически чем-либо быть полезными для астрономии. Наука о Вселенной развивалась трудами не только астрономов-профессионалов. В разные времена и в разных странах любители астрономии — люди самых различных профессий — отдавали этой науке свое свободное время и вносили в нее серьезный вклад.

Читая о замечательных достижениях астрономии в нашу эпоху, о гигантских телескопах и других совершенных и сложных инструментах, при помощи которых осуществляются эти достижения, вы можете подумать, что в наше время любители уже не могут играть активную роль в науке и делать ценные открытия. В самом деле, разве доступно рядовому любителю иметь мощный телескоп и сложнейшие приборы современной астрофизики? Ведь их сооружение требует огромных затрат и применения таких знаний и опыта, которыми обладают только люди, всецело посвятившие себя астрономии и овладевшие всеми методами и средствами исследования.

И тем не менее, в наше время перед любителями астрономии, и особенно юными, открываются очень широкие возможности не только приобретать астрономические знания, но и приносить большую пользу науке.

Во многих областях астрономии, таких, как наблюдения метеоров, исследование переменных звезд, изучение Луны, больших планет, да и в других областях, можно получать ценные результаты с самыми скромными средствами. В умелых руках и при живом интересе к делу обычный бинокль, небольшой телескоп, простая фотографическая аппаратура дают возможность проводить наблюдения, а в иных случаях и делать открытия, нужные и ценные для науки.

Для занятий юных любителей у нас созданы самые благоприятные условия. Обсерватории и астрономические кружки при дворцах пионеров и планетариях, юношеские секции при отделениях Всесоюзного астрономо-геодезического общества всемерно помогают юным любителям. Они объединяют их усилия и направляют на решение наиболее увлекательных и важных в научном отношении задач.

В нашей стране осуществляется грандиозная программа построения коммунистического общества, начертанная XXII съездом Коммунистической партии Советского Союза. Партия провозгласила, что нынешнее поколение советских людей будет жить при коммунизме. А человек коммунистического общества должен быть с широкими интересами, глубоко и разносторонне образованным. Программа строительства коммунизма предусматривает дальнейшее сокращение рабочего дня. Тем самым неизмеримо будут улучшаться имеющиеся уже и сейчас условия к тому, чтобы каждый гражданин, независимо от своей профессии (будь он рабочий или инженер, работник сельского хозяйства, врач, педагог и т. д.), являясь полноценным специалистом в своем основном деле, имел бы достаточно времени для занятий в любой области науки, искусства, практической деятельности, которая помимо специальности, его глубоко заинтересует. Для одних такой областью есть и будет музыка или театр, для других — изобразительное искусство, для третьих — спорт, для четвертых — техника. А некоторые (может быть, их будет и не так мало) пожелают быть любителями астрономии и в этом найдут большое удовлетворение и источник творческой радости.

Можно не сомневаться и в том, что иные из вас, юные читатели, станут астрономами-специалистами, будут работать на больших обсерваториях, примут участие в будущих научных экспедициях на Луну и на близкие планеты. Но это дело каждого — в надлежащее время сознательно и продуманно выбрать себе специальность. Быть же активными любителями астрономии могут все те из вас, кто интересуется этой наукой и хочет быть для нее полезным.

Вашему вниманию предлагаются две статьи, из которых вы почерпнете самые начальные знания о том, как сделать любительский телескоп, как оборудовать астрономическую площадку, как и что систематически наблюдать на небе.

ТЕЛЕСКОП АСТРОНОМА-ЛЮБИТЕЛЯ

Каждому, вероятно, известно, что важнейший прибор, главное орудие астронома — это т е л е с к о п. Но в чем состоит основное преимущество телескопа перед невооруженным глазом, ясно далеко не всем.

Принято думать, что главное свойство телескопа — увеличивать изображения небесных светил. Подходя к телескопу, школьники обычно спрашивают: «А во сколько раз он увеличивает?» На самом деле мощность телескопа определяется не увеличением, а д и а м е т р о м его о б ъ е к т и в а. Ведь чем больше диаметр объектива, тем больше его площадь, а значит, и количество света, которое он собирает. Даже небольшой школьный телескоп с диаметром объектива 80 *мм* собирает света в 250 раз больше, чем глаз. Это объясняется тем, что диаметр зрачка глаза — 5 *мм*, т. е. в 16 раз меньше диаметра школьного телескопа, а $16^2 = 256$. Поэтому в школьный телескоп мы увидим звезды в 250 раз более слабые, чем невооруженным глазом. Нужно помнить, что звезды даже в самый сильный телескоп кажутся светящимися точками, поэтому к их наблюдениям термин «увеличение» неприменим.

Иное дело — Солнце, Луна, планеты, кометы, туманности и другие так называемые протяженные небесные тела. Благодаря сочетанию в оптической системе телескопа объектива и окуляра можно получить увеличенные изображения этих светил. Посмотрим, как они получаются.

Объектив телескопа — это система линз, задача которой — построить действительное изображение светила. Это изображение, получаемое в главном фокусе объектива, можно принять на экран, сфотографировать, поставив здесь фотопластинку, или же рассматривать в специальную сложную лупу — окуляр. Расстояние от объектива или окуляра до главного фокуса называется его фокусным расстоянием. Окуляр имеет свое фокусное расстояние, обычно во много раз меньшее, чем у объектива. Увеличение телескопа равно отношению фокусных расстояний объектива и окуляра.

Можно подумать, что следует добиваться как можно бóльших увеличений телескопа. Тогда мы сможем рассмотреть мельчайшие подробности на Луне, Марсе и других планетах. На самом деле это далеко не так. Возможность рассматривать те или иные мелкие подробности (разрешающая сила телескопа) определяется опять-таки не увеличением, а диаметром объектива. Чтобы узнать, какие наименьшие детали можно различить в данный телескоп, надо разделить число 120 на диаметр объектива, выраженный в миллиметрах. Мы получим видимые размеры наименьших различимых деталей в секундах дуги. Напомним, что одна секунда дуги — $^1/_{3600}$ часть градуса. Это угол, под которым видна обычная спичка с расстояния 400 *м*. На расстоянии Луны одной секунде дуги соответствует линейный размер детали в 2 *км*, на расстоянии Марса (в период великого противостояния) — в 300 *км*. Такие детали можно различить в телескоп с объективом в 120 *мм* и более.

Конечно, применение больших увеличений позволяет лучше рассматривать мелкие детали поверхности Луны или планет. Но оно имеет и отрицательные стороны. При больших увеличениях изображение становится бледным, неясным, так как собранное объективом количество света распределяется на бóльшую площадь изображения. Кроме того, при больших увеличениях во столько же раз возрастают колебания изображения, вызванные колебаниями атмосферы, а также искажения, связанные с несовершенством оптики телескопа (аберрации). Поэтому не следует гнаться за большими увеличениями, а лучше выбрать такое увеличение, при котором светило в данный телескоп видно наиболее четко.

Телескопы бывают различных типов. Основные типы — это рефракторы, рефлекторы и менисковые телескопы.

Рефрактор — наиболее старый тип телескопа. Слово «рефрактор» означает «преломляющий». Объектив рефрактора состоит из линз, преломляющих падающие на них лучи. Устройство оптической системы рефрактора было описано выше.

В СССР для школ выпускаются два типа школьных телескопов-рефракторов. Большая модель (рис. 1) — телескоп с объективом диаметром 80 *мм*, фокусным расстоянием 800 *мм* и тремя окулярами, дающими увеличение в 28, 40 и 80 раз. Телескоп смонтирован на так называемой экваториальной установке. Она позволяет, когда телескоп наведен на светило, следить за ним длительное время, поворачивая телескоп только вокруг одной оси. Эта ось, называемая полярной, должна быть направлена на Полярную звезду. Наклон полярной оси к горизонту должен быть равен широте места, которую можно определить по географической карте. Перпендикулярно полярной оси проходит ось склонений. Поворотом трубы телескопа вокруг обеих осей мы наводим его на светило, после чего закрепляем зажимными винтами, и дальше, следя за светилом в окуляр, медленно поворачиваем телескоп с помощью микрометрического ключа.

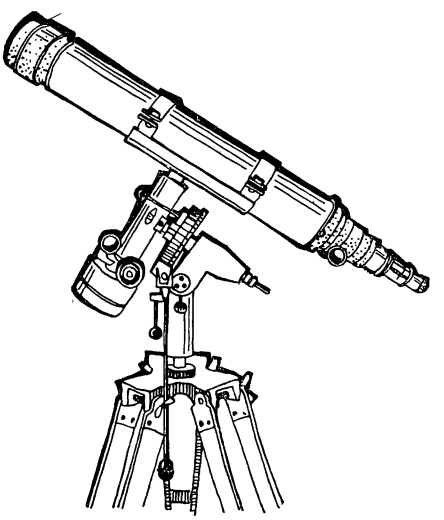


Рис. 1. Школьный телескоп-рефрактор с объективом 80 *мм* (большая модель) на экваториальной установке.

Малая модель школьного телескопа-рефрактора (рис. 2) имеет диаметр объектива 60 *мм*, фокусное расстояние 600 *мм*, снабжена окулярами, дающими увеличения в 30 и 60 раз. В отличие от большой модели малая модель школьного телескопа имеет а з и м у т а л ь н у ю установку. В ней труба телескопа может поворачиваться вокруг двух осей: вертикальной и горизонтальной. Чтобы следить за светилом, телескоп приходится поворачивать одновременно вокруг обеих осей, а это представляет большое неудобство [1]. Ведь суточный путь светила по небу обычно расположен под углом к горизонтальному направлению. К тому же этот угол в течение суток меняется.

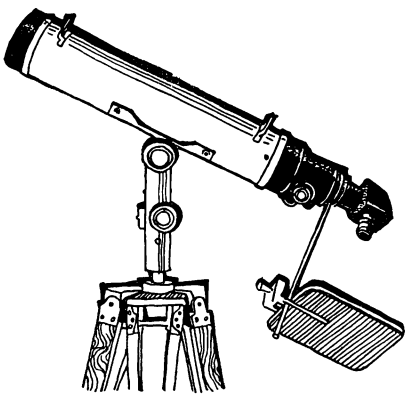


Рис. 2. Школьный телескоп - рефрактор с объективом 60 *мм* (малая модель) на азимутальной установке.

К обоим телескопам прилагаются различные дополнительные приспособления: солнечный экран, зенит-призма, темные стекла и светофильтры и др.

Часто юный любитель астрономии не имеет возможности приобрести фабричный телескоп, но с удовольствием готов взяться за изготовление небольшого телескопа своими силами.

Как же сделать самодельный телескоп и что в него можно будет наблюдать?

Можно предложить два варианта самодельного телескопа: для начинающих любителей — рефрактор из очковых стекол, для более опытных — самодельный рефлектор.

Изготовление самодельного рефрактора — очень простое дело, доступное любому школьнику. Прежде всего нужно достать оптику: объектив и окуляр. В качестве объектива придется использовать простую двояковыпуклую линзу — очковое стекло «конвекс» в 1 диоптрию (фокусное расстояние его равно 1 *м*). Такие линзы можно достать в оптических магазинах и в аптеках. Если не будет линзы в 1 диоптрию, можно взять в 0,75 или 1,25 диоптрии (их фокусные расстояния будут равны соответственно 133 и 80 *см*). Линза должна быть непременно круглая и иметь по возможности большой диаметр (до 50 *мм*).

В качестве окуляра можно взять сильную лупу (небольшого диаметра), окуляр от микроскопа (в том числе школьного, имеющегося в продаже в магазинах), от старого теодолита, нивелира или бинокля.

Чтобы определить, какое увеличение даст наш телескоп, нужно измерить фокусное расстояние окуляра (фокусное расстояние объектива равно 100 *см*, деленным на число диоптрий очковой линзы). Сделать это можно так. Наведем в ясный день окуляр на Солнце и расположим за ним лист белой бумаги. Будем приближать и удалять лист, пока не получим самого маленького и яркого изображения Солнца (чтобы бумага не загорелась, окуляр нужно прикрыть засвеченной пленкой или пластинкой). Расстояние между центром окуляра и изображением и будет равно его фокусному расстоянию. Поделив фокусное расстояние объектива на фокусное расстояние окуляра, получим увеличение телескопа. Для самодельного рефрактора оно может составлять 20—50 раз.

Трубу телескопа (рис. 3) можно сделать из бумаги или картона (бумажная труба даже лучше и ее проще изготовить). Для этого нужно подобрать несколько листов бумаги большого формата (не меньшего, чем длина будущей трубы) и изготовить деревянную круглую болванку такой же длины, диаметром на 2—3 *мм* большим, чем линза объектива. На эту болванку лист бумаги надо намотать несколько раз, пока не получится труба необходимой прочности и толщины. При наматывании бумаги необходимо промазывать слои ее клеем. Клей годится и обычный конторский, и казеиновый, и клейстер из картофельной или пшеничной муки грубого помола. Наружную поверхность трубы надо хорошо покрыть лаком, а внутреннюю — вычернить тушью, чтобы

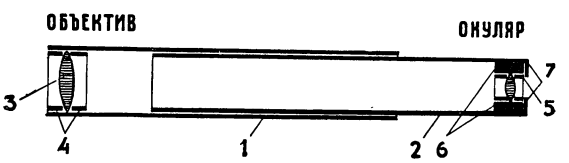


Рис. 3. Схема самодельного телескопа-рефрактора из очковых стекол: 1 — главная труба, 2 — окулярная трубка, 3 — объектив, 4 — оправа объектива, 5 — окуляр, 6 — оправа окуляра, 7 — диафрагма.

[1] О том, как избежать этого неудобства в случае азимутальной установки, рассказано в книге П. Г. Куликовского «Справочник любителя астрономии» (Физматгиз, 1961, стр. 246).

избежать вредных отражений света от стенок трубы. Сделать это лучше всего до начала проклеивания трубы.

Для окуляра таким же образом делается выдвижная трубка меньшего диаметра (рис. 3). Для изготовления этой трубки подбирается внутренний диаметр ее в зависимости от внешнего диаметра оправы окуляра и делается вторая деревянная болванка такого же диаметра.

Длина главной трубы (1) должна быть сантиметров на десять меньше фокусного расстояния объектива, длина окулярной трубки — около 40 *см*. Окулярная трубка (2) должна плотно на трении вдвигаться и выдвигаться, чтобы можно было наводить телескоп на фокус («на ясное зрение»). Звезды в телескоп при установке на фокус должны казаться яркими точками, а не размытыми дисками.

Объективная линза (3) вставляется в передний конец трубы с помощью оправы (4), состоящей из двух картонных колец с разрезом и двух коротких бумажных трубок чуть меньшего диаметра, чем линза. С помощью этих трубок линза плотно зажимается между кольцами.

Разумеется, трубу можно сделать и из других подручных материалов: из листовой жести, дюраля и т. д.

Наблюдать, держа трубу в руках, очень неудобно. Поэтому надо изготовить для нашего телескопа простой, но удобный штатив. Проще всего сделать деревянный азимутальный штатив, на котором труба может поворачиваться вокруг двух осей: вертикальной и горизонтальной (рис. 4). Однако при такой конструкции штатива трубу нельзя будет наводить на области неба близ зенита.

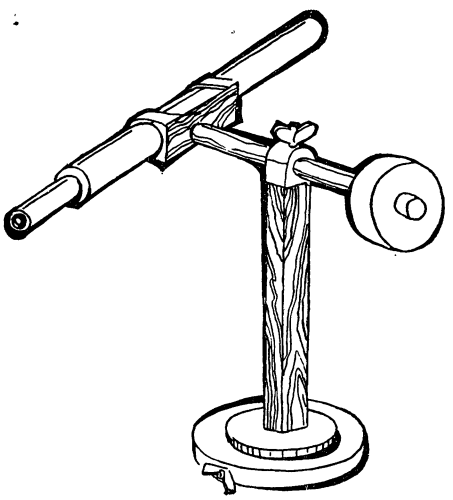


Рис. 5. Усложненный азимутальный штатив с противовесом.

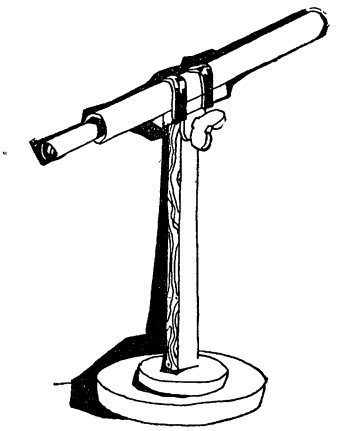


Рис. 4. Простой деревянный азимутальный штатив для самодельного телескопа.

Устранить это неудобство можно. Надо только слегка изменить конструкцию штатива, как показано на рис. 5. Трубу на другом конце горизонтальной оси нужно уравновесить грузом. Чтобы не поддерживать все время трубу рукой, надо сделать стопорный винт, а еще лучше — два: для вертикальной и горизонтальной оси.

Вполне по силам любителю и изготовление экваториального штатива по типу показанного на рис. 1. В этом случае полярная ось делается круглого сечения и закрепляется в двух втулках под углом к горизонтальной плоскости, равным широте места. Вторая ось (так называемая ось склонений) устанавливается перпендикулярно ей, как показано на рис. 5.

Самодельный рефрактор позволит любителю наблюдать горы на Луне, пятна на Солнце (обязательно прикрывать окуляр темным стеклом!), кольцо Сатурна, фазы Венеры, диск и полосы Юпитера, четыре его спутника, диск Марса, двойные звезды, некоторые звездные скопления (Плеяды, Ясли, хи(χ) и аш (h) Персея). Но для сложных наблюдений этот инструмент, разумеется, будет недостаточен.

При известном запасе терпения и умении любитель астрономии может изготовить собственными силами хороший телескоп-рефлектор с диаметром главного зеркала в 100—150 *мм* (а после приобретения необходимого опыта — и большего размера).

Рефлектор — отражательный телескоп. В нем роль объектива играет вогнутое зеркало. Если придать отражающей поверхности зеркала форму параболоида вращения, лучи от светила, падающие на зеркало параллельным пучком, после отражения сойдутся в его главном фокусе, где и получится действительное изображение светила. Чтобы

его можно было наблюдать и фотографировать, не загораживая падающий пучок лучей, между зеркалом и фокусом, ближе к последнему, ставится под углом 45° плоское дополнительное зеркало, отражающее пучок лучей вбок. В такой системе, называемой системой Ньютона (рис. 6), окуляр находится сбоку трубы. Существуют и другие системы рефлекторов, но они более сложны и для любителя трудноосуществимы.

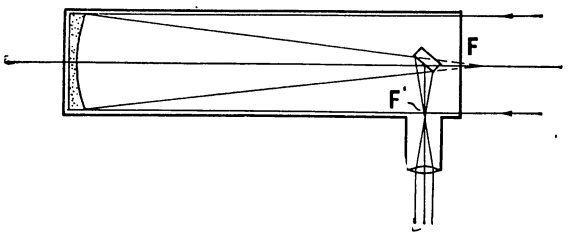


Рис. 6. Схема рефлектора системы Ньютона.

На первых порах можно ограничиться изготовлением сферического главного зеркала. Оно вполне заменит параболическое, и не понадобятся сложные шлифующие машины. Достаточно будет лишь небольшого, но прочного круглого столика или тумбочки, двух одинаковых стеклянных дисков диаметром 100—150 *мм* и толщиной 10—18 *мм*, некоторого запаса шлифующих материалов (абразивов) и ряда несложных деревянных приспособлений.

Стеклянные диски можно сделать на заводах автомобильного стекла, иллюминаторного корабельного стекла, в мастерских, изготовляющих зеркала. Но можно взять толстое зеркальное стекло и попросить в мастерской выточить из него диски нужного диаметра [1].

В качестве абразива лучше всего подходит карборунд (карбид кремния), несколько хуже — корунд и наждак. Абразив состоит из множества зерен. Понадобятся абразивы с зернами различной величины, они обычно обозначаются номерами — от № 40 (самый крупнозернистый) до № 200 (самый мелкозернистый). Нужно следить за однородностью абразива и не допускать засорения мелкозернистых сортов более крупными зернами или смешивания разных сортов абразива.

В ходе работы придется приготовить еще более мелкие сорта абразивов; они называются минутниками. Для приготовления их берется стеклянная банка высотой 30 *см*, наливается в нее вода и высыпается смесь отработанных абразивов. Через 5 минут вода осторожно сливается в другую посуду, а осевшие зерна собираются — это будет пятиминутник. Таким же способом (он называется о т м у ч и в а н и е м) выделяются 10-, 20-, 40-, 60-, 120- и 240-минутники. Последняя фракция (часть) абразива — самая мелкая: ее зерна имеют диаметр около 0,001 *мм*.

При шлифовке один из дисков прочно закрепляется на столе, тумбе или бочке с помощью небольшой деревянной доски и трех гвоздей с насаженными на них пробками (рис. 7). Ко второму диску с помощью смолы приклеивается деревянная рукоятка, за которую работающий будет двигать верхний диск по нижнему.

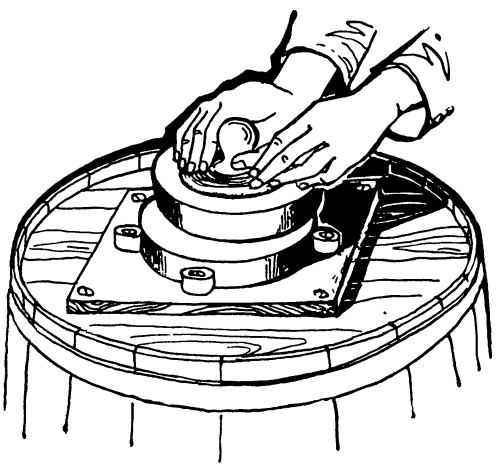


Рис. 7. Установка шлифовальника на бочке.

Шлифовка начинается самым крупным сортом абразива (№ 40). Порошок абразива замешивается в воде, пока не образуется довольно густая кашица, которая тонким слоем наносится на нижний диск и прикрывается верхним диском.

Процесс шлифовки такой. Достаточно осторожно, без нажима, сдвигаем верхний диск к себе и от себя так, чтобы центры дисков смещались на $^1/_3$—$^1/_2$ их радиуса. Проделав такое движение (штрих), повернемся немного относительно стола, н е в ы п у с к а я и з р у к рукоятку верхнего диска, и сделаем новый штрих. Потом еще раз подвинемся вокруг стола, но на этот раз о т п у с т и м рукоятку и сделаем третий штрих. Так, чередуя движения вокруг стола с рукояткой и без нее, мы добьемся того, что оба диска будут поворачиваться

[1] Если в качестве материала для дисков взято бывшее зеркало, с его задней поверхности необходимо удалить лак и серебряный слой.

друг относительно друга, а работающий двигаться вокруг стола и обоих дисков, делая штрихи по различным радиальным направлениям.

В результате такого процесса, как показывают теория и опыт, верхний диск (будущее зеркало) получит точно сферическое углубление, а нижний диск (шлифовальник) — такую же выпуклость.

По мере приближения углубления к величине, заданной расчетом, нужно переходить ко все более и более мелким сортам абразива, от грубой шлифовки к тонкой. После окончания шлифовки производится полировка зеркала.

Полирующим материалом служит обычно крокус (хуже — мумия), а полировальником — шлифовальник. На шлифовальник при этом наносится слой смолы, который делится потом на квадратные ячейки — фасетки.

Мы не можем здесь подробно описывать весь процесс шлифовки и полировки зеркала, а также его серебрения и испытания, изготовления диагонального плоского зеркальца, трубы и штатива.

Наша задача заключалась лишь в том, чтобы познакомить юных любителей астрономии с этим процессом, показать, что в нем нет ничего сложного или недоступного школьнику.

Всем, кто пожелает изготовить себе самодельный телескоп-рефлектор, нужно достать книгу М. С. Навашина «Телескоп астронома-любителя» (Физматгиз, 1962), где весь процесс постройки телескопа описывается очень подробно, или же «Инструкцию к изготовлению самодельного рефлектора», составленную тоже М. С. Навашиным (Изд-во АН СССР, 1962).

Третий тип телескопа — менисковый. Он изобретен в 1941 г. советским ученым, членом-корреспондентом Академии наук СССР Д. Д. Максутовым. В этом телескопе, как и в рефлекторе, свет собирает вогнутое зеркало, но не параболическое, а сферическое. Главная особенность телескопа Максутова состоит в том, что на пути падающих лучей ставится мениск — вогнуто-выпуклая линза; она предназначена исправлять искажения, создаваемые главным зеркалом.

Менисковый телескоп имеет ряд преимуществ перед другими типами телескопов. Помимо хорошего качества изображений и большой светосилы, в менисковом телескопе пучок лучей как бы складывается втрое (рис. 8). От этого труба получается очень короткой, а сам телескоп — портативным.

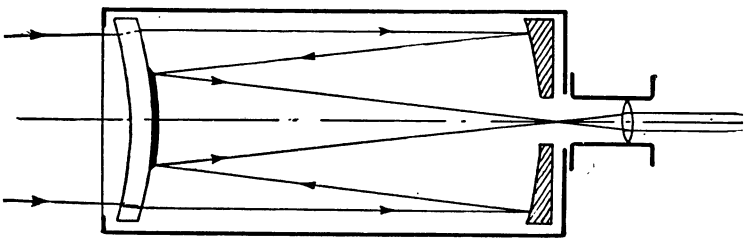


Рис. 8. Схема менискового телескопа.

Для школ выпускается так называемый школьный менисковый телескоп с диаметром зеркала 70 *мм* (рис. 9). Длина его трубы всего 220 *мм*, хотя фокусное расстояние составляет 704 *мм*. Два окуляра дают увеличения в 25 и 70 раз. Установка этого телескопа — азимутальная, настольная, поэтому для наблюдений его надо каждый раз выносить и ставить на небольшой, но высокий стол или кирпичный столб.

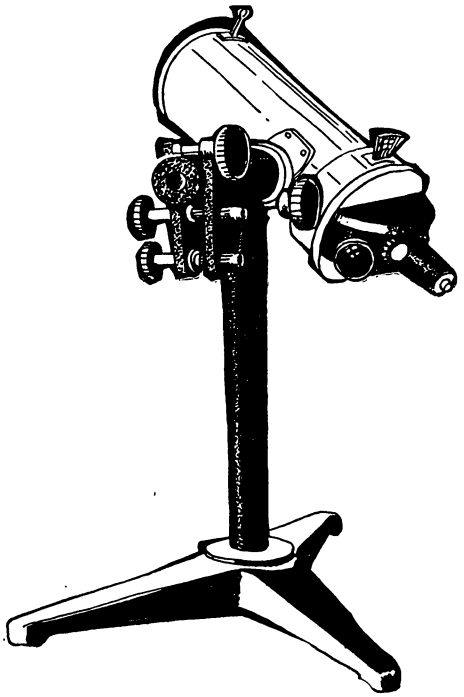


Рис. 9. Школьный менисковый телескоп на настольном штативе.

Любитель, имеющий школьный менисковый телескоп, может улучшить его установку. Для этого надо приделать к горизонтальной оси металлический стержень с противовесом (как на рис. 5), удалить основание штатива с тремя лапами и укрепить вертикальную ось на фотографическом или геодезическом штативе-треножнике (рис. 10).

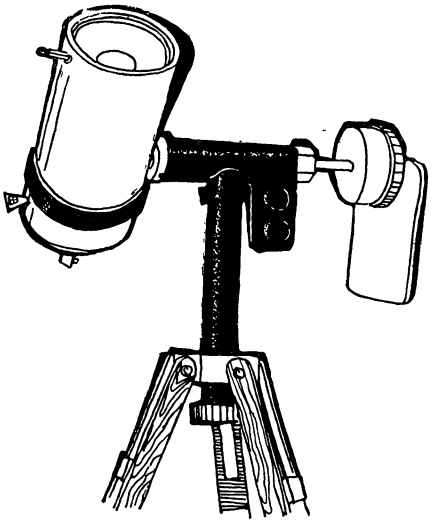


Рис. 10. Установка школьного менискового телескопа на фотографическом штативе с противовесом и солнечным экраном.

В современных астрономических наблюдениях большую роль играют дополнительные приборы, присоединяемые к телескопу. Обычно это или фотокамера, или спектрограф, или фотоэлектрическое приспособление. Астроному-любителю тоже не следует ограничиваться простым рассматриванием небесных светил в телескоп. Ведь каждому будет приятно получить и показать товарищам собственные снимки Солнца, Луны, звездного неба, метеоров. Некоторые фотографии могут иметь и научную ценность. Поэтому обладателю телескопа — школьного рефрактора, менискового телескопа или самодельного рефлектора — нужно подумать об установке на телескоп фотокамеры.

Здесь можно использовать два пути. Можно сделать из фанеры легкую, но прочную камеру для насадки на окулярный конец телескопа. В задней части камеры нужно сделать пазы для кассет, рассчитанных на фотопластинки 6 × 9 *см*. Камера должна быть внутри зачернена тушью, а то место, которым она присоединяется к телескопу, оклеено внутри черным бархатом, чтобы не проникал посторонний свет. Фотографирование в этом случае производится на пластинках.

Второй путь — использование имеющихся у многих школьников фотоаппаратов типа «ФЭД», «Зоркий», «Зенит». Особенно удобны зеркальные фотоаппараты типа «Зенит», так как их оптическая система позволяет непосредственно видеть светило в момент фотографирования, и притом с использованием оптики телескопа. Объектив фотоаппарата удаляется, и с помощью переходной трубки, которую нужно заказать механику или сделать самому в школьных мастерских, аппарат присоединяется к окулярному концу телескопа. Преимущество такого аппарата — наличие затвора, быстрая смена кадров пленки, удобство в обращении.

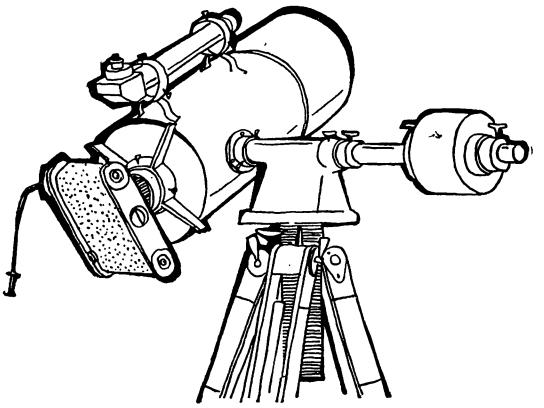
Фотографировать можно либо в фокусе объектива, либо с окулярным увеличением. В первом случае окуляр из телескопа нужно вынуть. Изображения светил получатся в сравнительно небольшом масштабе, но четкие и яркие (при фотографировании в телескоп с фокусным расстоянием 800 *мм* диски Солнца и Луны будут иметь в диаметре около 7 *мм*). Во втором случае окуляр остается на месте. Изображения будут иметь большой масштаб, но станут более бледными из-за уменьшения освещенности. Можно, конечно, увеличить экспозицию, но тогда дрожание инструмента и колебания воздуха смажут, испортят изображение.

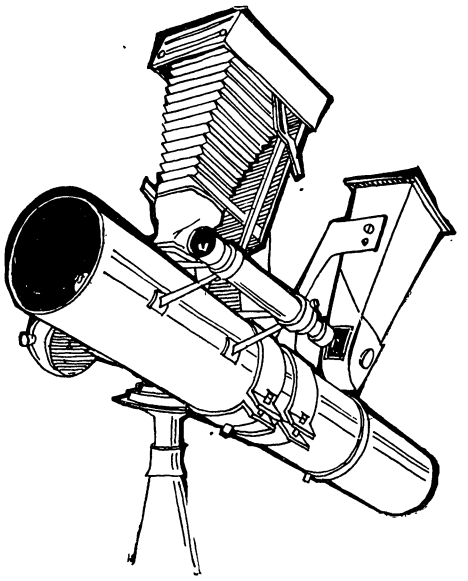
О том, как фотографировать небесные тела, подробнее рассказывается в следующей статье — «Астрономические наблюдения любителя астрономии» (см. стр. 222). Здесь уместно лишь напомнить, что всякое дополнительное приспособление, присоединяемое к телескопу (фотокамера, солнечный экран), уравновешивается, например, с помощью металлических колец, надеваемых на объективную часть трубы. Усиливается и общий противовес, находящийся на другом конце оси склонений (или горизонтальной оси).

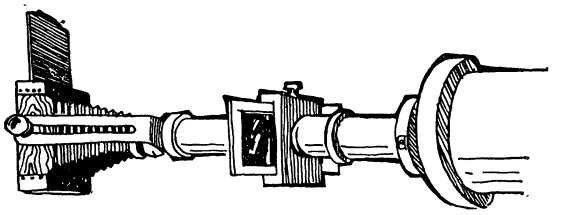
Все насадки должны быть жесткими и прочными. Расстояние между камерой и объективом должно изменяться (для наводки на фокус), поэтому камеру надо крепить к окулярной трубке, а не к главной трубе. Различные способы прикрепления фотокамер к любительским телескопам показаны на рис. 11—14.

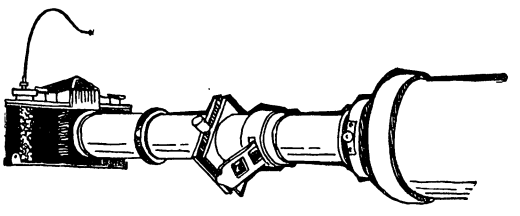
Если имеется возможность, для телескопа надо построить небольшой павильон с откидывающейся крышей (рис. 15). Особенно желательно это для установки самодельного рефлектора, перенос которого каждый раз из помещения на улицу и обратно весьма сложен и нежелателен по многим причинам (изменяется форма зеркала из-за разности температур, каждый раз заново производится установка по Полярной звезде и т. д.).

Павильон строится из досок и обшивается фанерой. Части крыши укрепляются на петлях и при наблюдении откидываются, открывая горизонт и все небо. Сам телескоп должен быть смонтирован на прочном кирпичном или деревянном столбе в центре павильона. Высота









Рисунки 11, 12, 13, 14. Четыре способа крепления фотокамер к любительским телескопам.

столба должна быть такой, чтобы точка пересечения осей телескопа была примерно на уровне верхнего края стен павильона. Ширина павильона не менее чем на метр должна превосходить длину трубы телескопа, чтобы можно было вести наблюдения почти при горизонтальном положении трубы. Прежде чем строить павильон, надо сделать его чертежи и по ним небольшой макет павильона из бумаги или картона в масштабе, чтобы проверить, правильно ли подогнаны друг к другу створки крыши и другие детали.

Во избежание порчи телескопа от пыли, осадков и других причин трубу надо всегда закрывать крышкой, а весь инструмент — чехлом из водонепроницаемого материала. Верхние створки крыши павильона следует обить листовым железом, чтобы внутрь не проникали капли дождя.

Кроме телескопа, в павильоне должны находиться столик или тумбочка и стул или лесенка для наблюдателя. Столик нужен для записей, зарисовок и для хранения во время работы журналов наблюдений, звездных атласов, астрономического календаря, альбома для зарисовок, карандашей, часов и других вещей, необходимых при наблюдениях. На стенах павильона можно повесить подвижную карту звездного неба, карту Луны, рисунки и фотографии небесных светил. Для освещения павильона ночью можно использовать на первых порах карманный фонарик, а затем освещение от батарей или аккумуляторов или же подвести переменный ток от сети.

Вот и все оборудование астрономического павильона.

Некоторые наблюдения (например, метеоров) потребуют установки фотоаппаратов и других приспособлений, не связанных с телескопом. Это можно сделать вне павильона, оборудовав астрономическую площадку. Как ее устроить и как проводить наблюдения небесных светил, рассказано в упоминавшейся выше статье «Астрономические наблюдения любителя астрономии» (см. стр. 222).

За последние годы, особенно в Чехословакии, широко развернулось движение за организацию на местах народных обсерваторий. Большинство этих обсерваторий сооружается любителями астрономии, их организациями и органами народного просвещения. К настоящему времени в Чехословакии создано около 50 народных обсерваторий. Такие же обсерватории возникают в Германской Демократической Республике, Румынии, Болгарии.

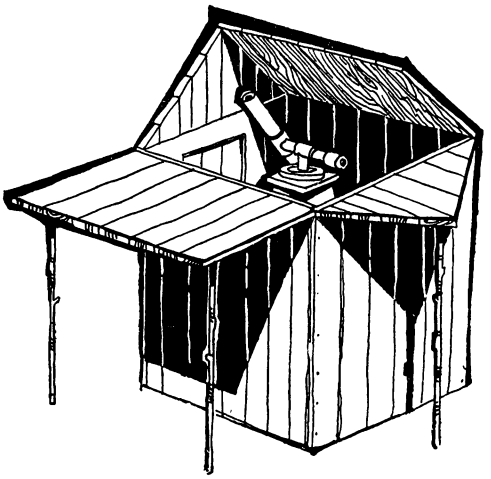


Рис. 15. Павильон-обсерватория с открывающейся крышей.

В Советском Союзе создано несколько десятков народных обсерваторий. Большинство из них находится при дворцах культуры (например, при Дворце культуры Московского автозавода им. Лихачева), при домах пионеров, планетариях, в парках и т. д. Некоторые народные обсерватории построены методом народной стройки. Среди них — детская обсерватория при Крымской станции юных техников в г. Симферополе, народные обсерватории при школе поселка Новая Прага Кировоградской области, при Херсонском мореходном училище и др. Куйбышевское отделение Всесоюзного астрономо-геодезического общества построило обсерваторию в Зубчаниновке, Эстонское отделение — близ г. Тарту.

Во всех народных обсерваториях любители астрономии ведут активную наблюдательскую работу и распространяют астрономические знания среди населения.

АСТРОНОМИЧЕСКИЕ НАБЛЮДЕНИЯ ЛЮБИТЕЛЯ АСТРОНОМИИ

Самое увлекательное из всего, чем можно занять свой досуг, это, пожалуй, наблюдения природы, а из них наиболее заманчивы наблюдения небесных светил и явлений. Астрономические наблюдения лучше вести со специально оборудованной площадки или на обсерватории. В условиях города такой наблюдательный пункт можно оборудовать во дворе или на балконе своего дома, но лучше это сделать при школе, доме пионеров, станции юных техников. В сельской местности условия для любительских наблюдений неба гораздо лучше: там легче выбрать место, с которого хорошо обозревается небосвод. На нем и оборудуется площадка или обсерватория.

Организация наблюдательного пункта, будь то открытая площадка или павильон-обсерватория, начинается с определения полуденной линии и приближенных географических координат данного пункта. Они отсчитываются по географической карте. Полуденная линия определяется по тени от вертикального столба в местный истинный полдень. Она проводится на ровной площадке, и на ней устанавливается либо деревянный, либо кирпичный столб высотой около 1 *м*. На расстоянии 1—2 *м* от него к северу, югу, востоку и западу устанавливаются еще 4 столба, к верхним концам которых строго горизонтально прикрепляются доски. На эти столбы-столики устанавливаются необходимые для наблюдений приборы — переносные телескопы, фотокамеры и др. (рис. 1).

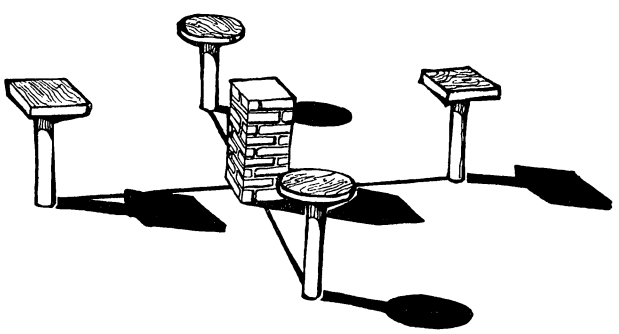


Рис. 1. Так устанавливаются на площадке столбы-столики для астрономических приборов.

При благоприятных условиях лучше соорудить павильон-обсерваторию.

После общего ознакомления со звездным небом и отдельными небесными светилами и явлениями любитель астрономии разрабатывает программу своих наблюдений. В нее включается то, что можно наблюдать с помощью имеющихся приборов и что представляет познавательный и научный интерес. Это могут быть прежде всего наблюдения Солнца и солнечной активности, наблюдения метеоров и искусственных спутников Земли, наблюдения Луны, планет, комет, переменных звезд [1].

[1] Консультацию по вопросам организации наблюдений любитель астрономии может получить во Всесоюзном астрономо-геодезическом обществе (Москва, К-9, п/я 1268).

Разрабатывая программу индивидуальных или коллективных астрономических наблюдений, надо ставить задачи практического и научного значения, помня, что даже со скромными возможностями любителя при большом желании можно сделать немало полезного для науки. В истории астрономии известны имена многих любителей, которые обогатили науку о Вселенной важными открытиями.

Вместе с тем не следует думать, что стоит только приступить к наблюдениям, как открытия посыплются одно за другим. В настоящее время наука о физических свойствах небесных тел — астрофизика — достигла такой высокой степени развития, что только длительные и систематические наблюдения могут, после их обработки, дать полезные для науки результаты. Поэтому в дальнейшем мы будем прямо указывать, какие наблюдения могут представлять научную ценность, а какие будут иметь лишь познавательное значение для самого любителя или для астрономического кружка.

Наблюдения Солнца и солнечных затмений

Наблюдать Солнце целесообразно в телескоп с диаметром объектива не менее 60 *мм*. Наблюдения можно производить визуально или фотографически.

Наблюдая Солнце, надо постоянно иметь в виду, что смотреть на него простым глазом, а тем более в телескоп нельзя, так как можно мгновенно и навсегда потерять зрение.

Для визуальных наблюдений Солнца либо применяется специальный солнечный окуляр, либо диафрагмируется объектив до $^1/_3$ диаметра, а на окуляр надевается колпачок с темным стеклом или светофильтром. Но лучше всего использовать солнечный экран — устройство для проецирования увеличенного изображения солнечного диска на экран-бумагу и последующей зарисовки. Для этого заранее готовят листы чертежной бумаги. На каждом из них вычерчивается окружность диаметром 100 *мм* и во время наблюдения с ней совмещается изображение солнечного диска (рис. 2). Такие зарисовки легче обрабатывать, пользуясь координатными сетками и вспомогательными таблицами (см. кн.: В. В. Шаронов. Солнце и его наблюдение. Изд. 2. Гостехиздат, 1953). К фабричным телескопам-рефракторам солнечный экран прилагается, для самодельных телескопов его нетрудно изготовить самому. Экран должен скользить на опорной штанге (или двух штангах), прикрепляемой к трубе телескопа. В нужном положении (когда изображение Солнца имеет диаметр 100 *мм*) экран закрепляется с помощью винта.

Рис. 2. Наблюдение Солнца в школьный телескоп-рефрактор с солнечным экраном.

Для фотографирования Солнца к телескопу приспосабливается специальная фотокамера с затвором и кассетой (рис. 3) или пленочный фотоаппарат типа «Зенит» (в зеркальную систему без темного стекла смотреть нельзя!). В последнем случае надо использовать переходную трубку и снимать с окулярным увеличением, чтобы добиться увеличения солнечного диска до $^2/_3$ или $^3/_4$ ширины кадра. При фото-

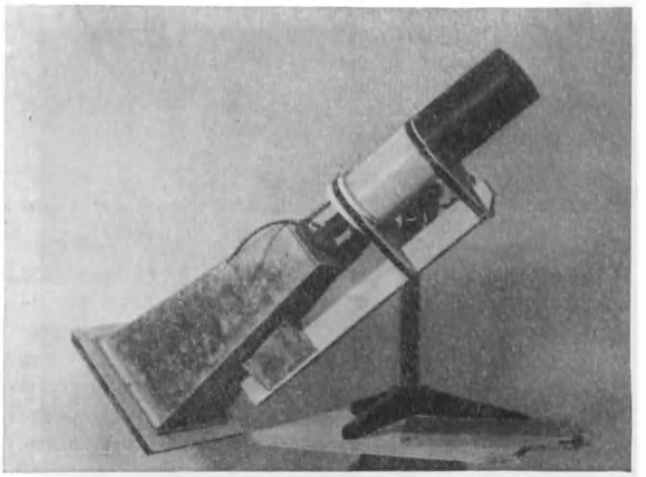


Рис. 3. Школьный менисковый телескоп с самодельной фотокамерой.

графировании с помощью самодельной фотокамеры на пластинки изображение солнечного диска на негативе должно иметь диаметр 50—75 *мм* (в зависимости от формата пластинок), и печатание на фотобумагу производится контактно. С пленки «Зенита» изображение увеличивается до диаметра 100 *мм*.

Пластинки и пленки для фотографирования Солнца надо применять самой малой чувствительности. Продолжительность экспозиции определяется опытным путем, но начинается фотографирование с наименьшей экспозиции, которую дает затвор. Чтобы шторка затвора не сгорела, в переходную трубку вставляется достаточно темный светофильтр или объектив телескопа диафрагмируется настолько, чтобы было неяркое, но четкое изображение солнечного диска. Наводится телескоп с фотокамерой на Солнце по тени, отбрасываемой прибором на подставленный экран. Наводку на фокус рекомендуется делать ночью по звездам и раз навсегда заметить положение кремальеры, соответствующее точному фокусу.

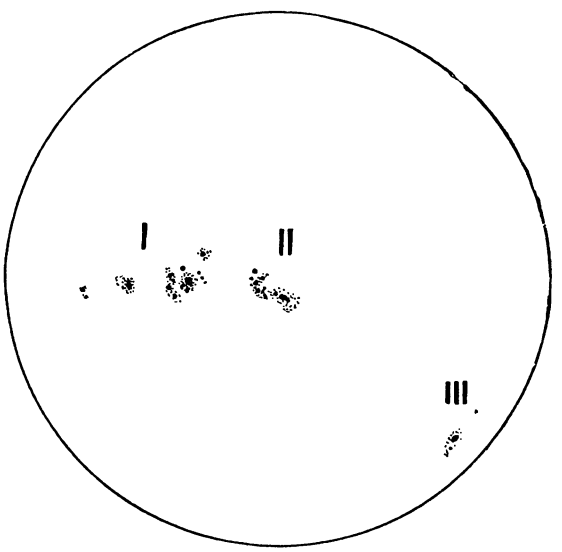


Рис. 4. Диск Солнца с пятнами. Группы пятен обозначены римскими цифрами.

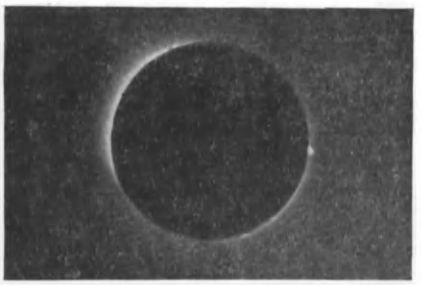
По полученным зарисовкам и фотографиям Солнца можно вести систематическую регистрацию солнечной активности. Для этого каждый раз надо считать количество пятен и групп пятен на диске Солнца. Нужно помнить, что за группу считается не только несколько близко расположенных пятен, но и одинокое пятно. Индексом (показателем) солнечной активности считается сумма удесятеренного числа групп и общего числа пятен. Эта величина называется относительным числом солнечных пятен или числом Вольфа. Так, например, на рис. 4 на диске Солнца имеются 3 группы, содержащие 10 пятен. Значит, число Вольфа равно 30 + 10, т. е. 40.

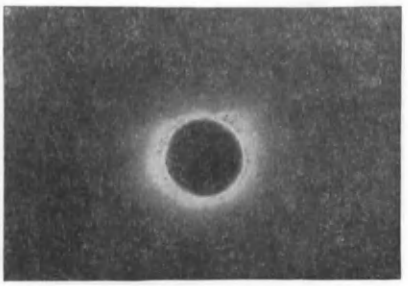
Любителям астрономии следует иметь в виду, что в 1965 г. солнечная активность проходит через очередной минимум и будет немало дней, когда на Солнце не удастся заметить ни одного пятна. В этом случае число Вольфа равно нулю. Но если появится хотя бы одно пятно, это число будет равно 11 (ведь одиночное пятно считается группой!).

Ввиду того что в СССР хорошо налажена Служба Солнца, которая пользуется для наблюдений мощными современными телескопами, любительские наблюдения солнечной активности не имеют научной ценности. Но они представляют прекрасный материал для самостоятельного изучения этого явления природы. Наблюдая Солнце в течение нескольких лет, можно построить график солнечной активности, вывести средние месячные и годовые числа Вольфа и сравнить их с публикуемыми в «Астрономическом календаре»; можно также сопоставить их ход с годовыми числами гроз, полярных сияний и с другими явлениями, связанными с солнечной активностью.

Наблюдения полярных сияний как одной из форм влияния солнечной активности на состояние верхних слоев земной атмосферы представляют особый интерес для любителей, живущих в северных районах страны. При подробном описании этого явления особое внимание обращается на изменения в окраске и форме сияния, а также отмечается направление движения отдельных его частей и продолжительность всего явления с указанием времени начала, наибольшей интенсивности и конца сияния. К описанию обязательно прилагаются зарисовки или фотоснимки полярного сияния.

Наблюдения солнечных затмений представляют для любителя астрономии исключительный интерес. Полное солнечное затмение — это сравнительно редкое явление. Оно позволяет видеть внешние слои атмосферы Солнца — хромосферу и корону, которые обычно нельзя наблюдать из-за ослепительного блеска самого Солнца. Кроме того, во время затмения можно с успехом наблюдать многие геофизические явления в атмосфере и на поверхности Земли. Опытному любителю астрономии и особенно астрономическому кружку вполне доступны визуальные наблюдения и фотографирование





Рисунки 5, 6. Любительские фотографии солнечной короны, сделанные во время полного солнечного затмения.

солнечной короны (рисунки 5 и 6), хромосферы, протуберанцев, а во время частного затмения — фотографирование Солнца, актинометрические и метеорологические наблюдения (см. кн.: Солнечные затмения и их наблюдения. Сб. статей под ред. А. А. Михайлова. Физматгиз, 1960). Ближайшее полное солнечное затмение, видимое в СССР только в труднодоступных районах Сибири и Арктики, будет в 1968 г.

Наблюдения искусственных спутников Земли и метеоров

Наблюдать искусственные спутники Земли может каждый любитель астрономии. При наблюдении можно отмечать путь движения спутника по звездной карте и время его прохождения около какой-нибудь яркой звезды. С помощью обычного фотоаппарата, закрепленного на струбцинке, можно сфотографировать видимую трассу движения спутника. Камера наводится на возможно более высокий участок трассы движения спутника (что делается при его появлении над горизонтом), и объектив остается открытым в течение всего времени прохождения спутника по фотографируемому участку неба (рис. 7). Для фиксации моментов времени можно каждую минуту закрывать объектив фотоаппарата на 10 секунд крышкой. В результате следы спутника на негативе будут иметь перерывы (марки времени). Моменты перерывов и поправки часов с точностью до секунды записываются в журнал наблюдений. (Подробнее см. в кн.: С. А. Каплан. Как увидеть, услышать и сфотографировать искусственные спутники Земли. Физматгиз, 1958.)

Наблюдения метеоров представляют особый интерес для любителя астрономии. Их можно провести на высоком уровне, и при сравнительно скромных возможностях и правильной организации они могут иметь большое значение для науки.

Наблюдателю метеоров надо хорошо знать расположение на небосводе всех созвездий и ярких звезд, звездные величины и цвета возможно большего количества звезд, угловые расстояния между наиболее примечательными звездами. Начинающему наблюдателю необходимо также научиться определять продолжительность очень малых интервалов времени (долей секунды), в течение которых может быть виден метеор. Для этого надо тренироваться в счете секунд, принимая на слух удары секундного маятника или следя за движением секундной стрелки.

Простейший вид визуальных наблюдений — это счет метеоров. Наблюдатель избирает определенную область неба и в течение нескольких часов обозревает ее, учитывая количество замеченных метеоров, скажем, по пятиминутным интервалам времени. Более серьезные наблюдения предусматривают определение блеска метеора в звездных величинах, его цвета, длины видимого пути и расстояния

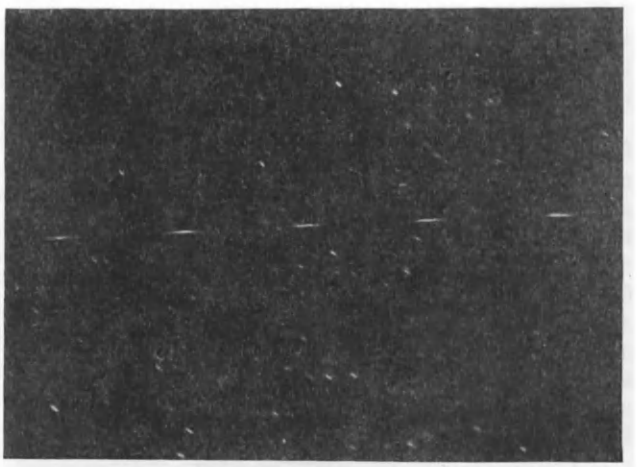


Рис. 7. Фотография пути искусственного спутника Земли.

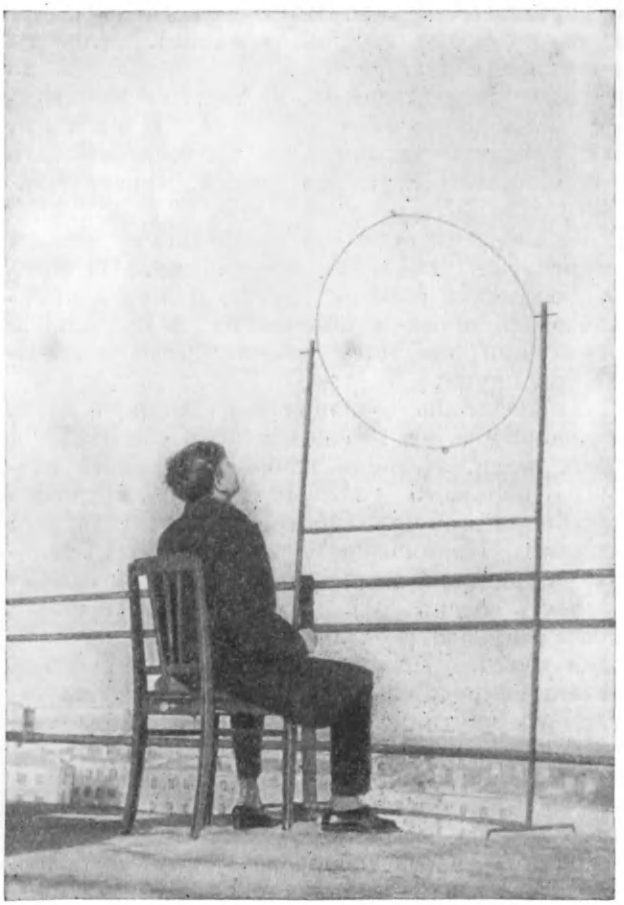


Рис. 8. Так наблюдают метеоры через круг.

середины траектории метеора от центра обозреваемой области неба в градусах. Желательно определять и угол положения метеора, т. е. угол между видимым путем метеора и отвесной линией, проходящей через начало его пути. Отсчет ведется по часовой стрелке.

Наиболее ценным способом визуальных наблюдений метеоров считается метод группового счета. При этом методе наблюдения ведут несколько (от 4 до 6) независимых друг от друга наблюдателей в одной и той же строго ограниченной области. Для этого перед каждым наблюдателем устанавливается проволочный круг диаметром 1 *м* на расстоянии 1 *м* от глаз наблюдателя. Плоскость круга располагается перпендикулярно линии, идущей от глаз наблюдателя к центру избранной области неба. В этом случае наблюдатель сосредоточивает свое внимание только на участке неба, который виден через круг (рис. 8). В случаях, когда ведутся наблюдения метеорных потоков, центр обозреваемой области неба выбирается вблизи радианта (см. стр. 108) данного потока. Положение радиантов указывается в «Школьном астрономическом календаре». Во всех остальных случаях наблюдают область, близкую к зениту (тогда наблюдать приходится лежа, а круг устанавливается горизонтально), либо около полюса мира (центром области будет тогда Полярная звезда).

При наблюдениях метеоров методом группового счета надо иметь секретаря, который ведет все записи под диктовку наблюдателей. У секретаря должен быть заранее разграфленный журнал наблюдений, куда после пролета каждого метеора вписываются (в строгой очередности) данные всех наблюдателей. Наблюдения должны быть совершенно независимы, нельзя обсуждать их во время работы, а тем более спорить, чья оценка блеска или другой характеристики метеора правильнее.

В журнале наблюдений каждый наблюдатель в отдельности записывает и сообщает порядковый номер метеора, момент полета (с точностью до 1 секунды), оценку звездной величины (с точностью до 0,5) и длину видимого пути метеора. Остальные данные (угол положения, наличие следа, время его видимости и характеристику его изменений) сообщает один наблюдатель.

Метод группового счета дает возможность определить общее число метеоров каждой звездной величины, в том числе и тех метеоров, которые не заметил ни один из наблюдателей. Дело в том, что из-за свойств нашего глаза мы не можем заметить все слабые метеоры, пролетающие внутри избранной области неба. Для каждой звездной величины есть определенная «зона видимости». Яркие метеоры (1-й величины и ярче) замечают обычно все наблюдатели. Но уже метеоры 2-й величины замечают не все. Наблюдателей, одновременно видевших более слабые метеоры, будет еще меньше.

По числу одновременно наблюдаемых метеоров можно рассчитать зоны видимости и величины, на которые надо умножить количество наблюдавшихся метеоров, чтобы получить их истинное число. Эти величины называются коэффициентами замечаемости.

По мере приобретения опыта в ведении визуальных наблюдений метеоров можно переходить к нанесению наблюдаемых метеоров на специально заготавливаемые копии звездных карт.

Метеоры изображаются стрелками, и на конце каждой стрелки указывается порядковый номер, под которым метеор заносится в журнал наблюдений.

Большой научный интерес представляют телескопические наблюдения метеоров. Для их ведения лучше всего использовать хороший полевой бинокль. Прибор направляется в одну из избранных точек небосвода (зенит или полюс мира) или в точку, расположенную в 3—5° от радианта метеорного потока. В последнем случае выбирается какая-нибудь не очень яркая звезда, и ее держат в центре поля зрения бинокля в течение всего времени наблюдения. В журнал наблюдений записывается то же, что и при наблюдениях с проволочным кругом. Но длина пути метеора оценивается в десятых долях диаметра поля зрения бинокля и обязательно указываются основные данные прибора. Как и при наблюдении с кругом, наблюдения в бинокль ведут также 4—6 наблюдателей с совершенно одинаковыми биноклями, а записи ведет секретарь.

Наибольший интерес для любителя представляют фотографические наблюдения метеоров (рис. 9). Фотографировать метеоры можно любым фотоаппаратом, но лучше с более светосильной оптикой. Пластинки или пленки выгоднее брать изопанхроматические с наибольшей чувствительностью. При фотографировании метеоров аппарат направляется либо в зенит, либо в область радианта метеорного потока и устанавливается неподвижно. Его надо оберегать от воздействия постороннего света.

Продолжительность экспозиции в безлунную ночь может быть до двух часов. При ярком лунном свете снимать нельзя. Полет яркого метеора в области неба, куда направлена фотокамера, регистрируется в журнале наблюдений; при этом указывается время полета и примерное расположение метеора на небе. Можно наносить метеоры на звездную карту. Чтобы удобнее было отождествлять звезды на фотоснимке, надо во время экспозиции через каждые 15—20 минут делать десятисекундные перерывы, закрывая объектив крышкой или картонкой. Время перерывов надо тоже записывать в журнал. (Подробнее о наблюдении метеоров см. кн.: И. Т. Зоткин. Инструкция для наблюдений метеоров. Изд-во АН СССР, 1961.)

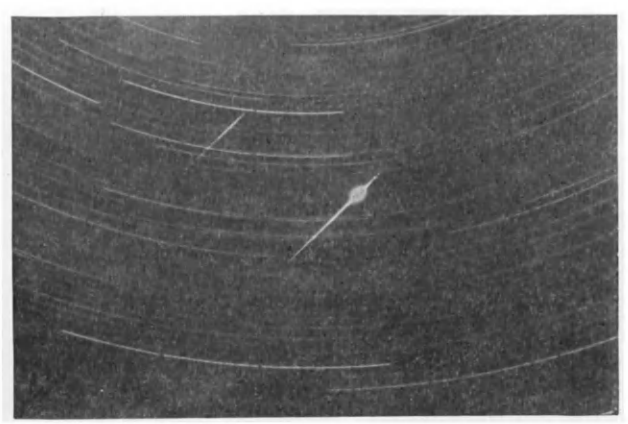


Рис. 9. Фотография двух ярких метеоров.

Наблюдения болидов (очень ярких метеоров), полет которых нередко завершается выпадением на земную поверхность метеоритов, должны подробно описываться с приложением зарисовок. В этих случаях обязательно указываются место и время наблюдения, направление полета болида, его яркость и цвет, отмечаются звуковые явления, если они наблюдались, характеризуется остающийся после болида след.

Наблюдения серебристых облаков

Серебристые облака — интереснейшее, но еще мало изученное явление природы, и поэтому любительские наблюдения их имеют большую ценность. По-видимому, серебристые облака, плавающие на высоте 80—85 *км*, имеют такую же природу, как и перистые, т. е. состоят из кристалликов льда. Считается, что водяные пары могут попадать в высокие слои атмосферы вследствие переноса их из приземных слоев восходящими токами воздуха и в результате сильных вулканических извержений. Возможно образование паров воды непосредственно в верхних слоях атмосферы и путем соединения водорода и кислорода. Метеорные или вулканические пылинки могут служить ядрами конденсации, на которых происходит вымерзание водяных паров с образованием ледяных кристалликов. Произведенные недавно американскими учеными сборы проб частиц серебристых облаков с помощью высотных ракет подтвердили эту гипотезу.

Серебристые облака наблюдаются в летнее полугодие и в ограниченной полосе широт — от 50 до 65° в северном и южном полушариях. Они видны только во время сумеречного осве-

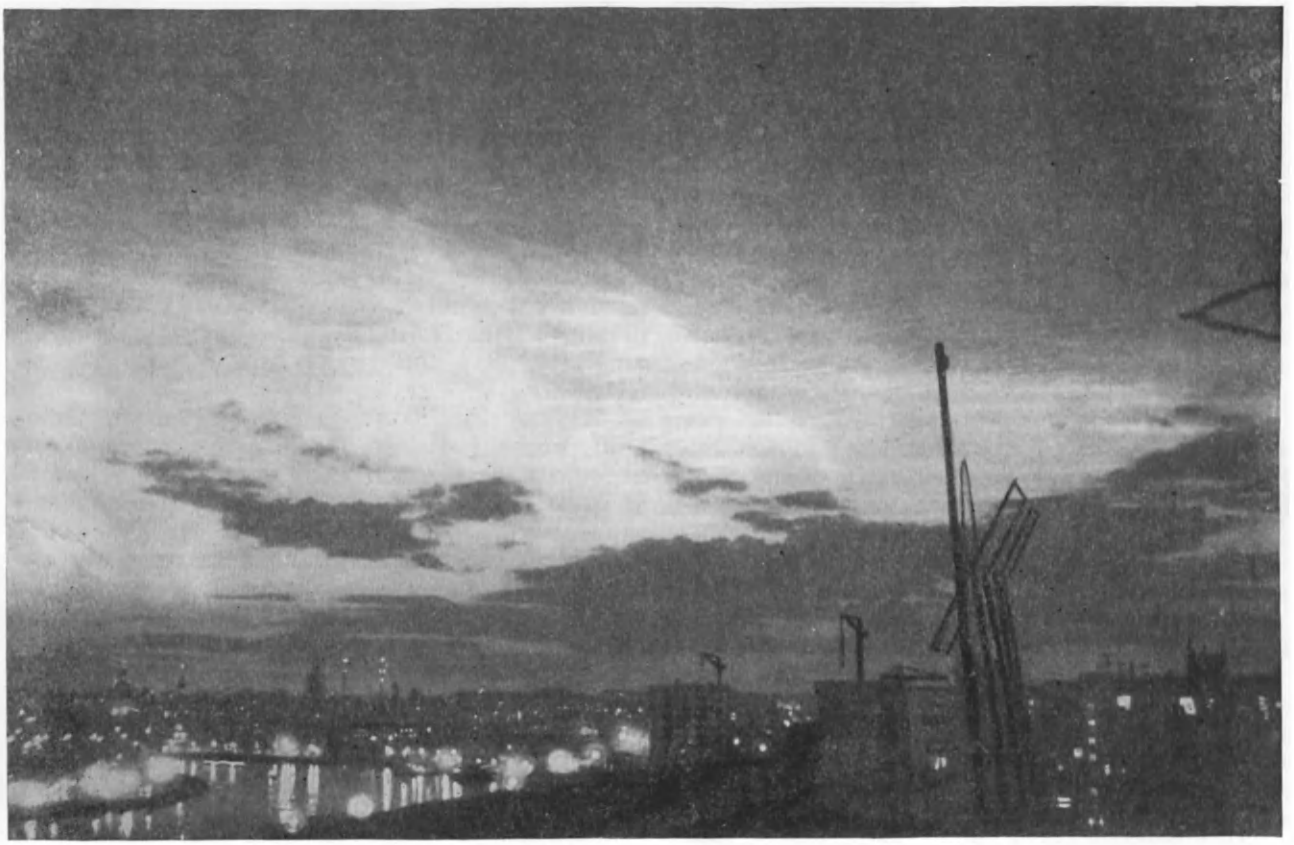


Рис. 10. Фотография серебристых облаков. Получена в Москве любителем астрономии Н. К. Семакиным.

щения стратосферы, когда угол погружения Солнца под горизонт составляет от 5 до 18°. В это время солнечные лучи не освещают земную поверхность, но продолжают освещать верхние слои атмосферы, где на высоте 80—85 *км* и образуются серебристые облака. Поэтому, в отличие от обычных облаков, которые в сумерки кажутся темными, серебристые облака, освещенные Солнцем, ярко светятся. Они наблюдаются на фоне сумеречного сегмента неба, в северной стороне, невысоко над горизонтом.

Серебристые облака имеют небольшую плотность (сквозь них видны звезды) и быстро изменяют очертания, постепенно перемещаясь относительно горизонта. Они могут иметь вид размытой бледноватой пленки («флер») или полос и гребешков, которые иногда пересекаются под небольшими углами. Реже в серебристых облаках наблюдаются завихрения.

Наблюдая серебристые облака, надо подробно описывать их вид и изменения, происходящие в их форме, отмечать направление движения, время появления и исчезновения. Еще лучше через равные интервалы времени зарисовывать и фотографировать их. Звезды на рисунке должны быть в таком же положении относительно видимого горизонта, как и на небе в момент наблюдений. Горизонт тоже зарисовывается в виде силуэтной линии. На рисунке важно отметить резко выделяющиеся детали облаков и приложить к рисунку подробное описание их.

Особую ценность имеют фотоснимки серебристых облаков. Фотографировать серебристые облака можно любым аппаратом, но лучше аппаратом с более светосильной оптикой. Если светосила объектива будет 1 : 2 или 1 : 3,5 и чувствительность пленки 90—200 единиц по ГОСТ, то хорошие снимки можно получить при экспозиции в несколько секунд. Камеру надо направлять так, чтобы на снимке вышла основная часть поля облаков, а в нижней части фотоснимка были бы видны четко выделяющие-

ся силуэты строений или деревьев (рис. 10). После съемки определяются азимуты этих объектов и высота облаков над горизонтом в градусах.

Наблюдения Луны и планет

Наблюдения Луны можно вести при помощи самодельных и школьных телескопов заводского изготовления и даже биноклей. Если же любитель астрономии имеет хороший самодельный рефлектор, то наблюдения Луны при правильной организации могут иметь и научную ценность. Особый интерес представляют наблюдения лунных затмений.

Наблюдая Луну, можно учиться зарисовывать отдельные детали. Умение зарисовывать виденное в трубу пригодится наблюдателю и при наблюдениях планет. Ознакомление с деталями лунной поверхности, с различными формами лунного рельефа даст любителю много интересного. Перед наблюдениями необходимо ознакомиться с лунной топографией по картам Луны, запомнить вид и названия основных лунных «морей» и крупнейших кратеров и цирков. Наблюдения Луны нужно вести при разных ее фазах, т. е. при разных условиях освещения. Для наблюдения нужно выбрать одну или несколько небольших областей на Луне и систематически зарисовывать их при разных углах падения солнечных лучей, указывая момент наблюдения. По этим наблюдениям можно будет установить рельеф местности, определить высоту лунных гор, отдельных пиков и валов кратеров.

Еще лучше фотографировать Луну. Для этого к телескопу, так же как и при фотографировании Солнца, приспосабливается специальная фотокамера. Если съемка производится без окулярного увеличения, то экспозиция дается моментальная; при окулярном увеличении экспозиция будет от 1 до 5 секунд, и в этом случае телескоп должен иметь часовой механизм (см. кн.: Н. Н. Сытинская. Луна и ее наблюдение. Гостехиздат, 1956).

Наблюдения планет (Венеры, Марса, Юпитера и Сатурна) могут представлять интерес для любителя, если производятся в телескоп с диаметром объектива не менее 80 *мм*. Визуальные наблюдения заключаются в зарисовках и описаниях видимых деталей поверхности и атмосферы планет. Очень важно при наблюдениях выбрать наиболее подходящее увеличение (не обязательно самое большое), которое обеспечивает наибольшую четкость изображения, и терпеливо ожидать момента успокоения воздуха. В такой момент хорошо видны детали поверхности наблюдаемой планеты; одну из таких деталей надо запомнить и тут же изобразить на рисунке. Затем приходится вновь ожидать подходящего момента для зарисовки другой детали. Время от времени надо сравнивать рисунок с видом планеты. Так в течение некоторого времени (не более 15 минут) можно получить рисунок всей видимой части планеты. Ценность таких зарисовок увеличивается, если они делаются независимо друг от друга несколькими наблюдателями. Это позволяет исключить индивидуальные ошибки каждого наблюдателя и при окончательной обработке рисунка, т. е. при определении широт и долгот деталей, получить более достоверную картину того, что наблюдалось.

Возможности для наблюдения различных планет у любителя астрономии различны. Всего легче наблюдать Юпитер благодаря сравнительно большим размерам его диска и хорошо заметным полосам, параллельным экватору планеты. В полосах иногда наблюдаются детали: темные и светлые пятна, перемычки (мостики) между полосами и др. Диск планеты надо изображать с помощью заранее приготовленного картонного шаблона в виде эллипса с осями 50 и 47 *мм*.

Сатурн внешне похож на Юпитер, но полосы на нем бледнее и видны не всегда. Зато большой интерес представляет кольцо Сатурна, вернее, три кольца, разделенные темными промежутками. Иногда можно наблюдать тень кольца на планете и тень планеты на кольце.

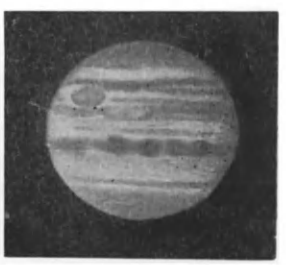


Рис. 11. Рисунок Юпитера.

На диске Венеры не обнаруживаются никакие заметные детали, но ее фазы часто отличаются от теоретических, а рога серпа бывают удлиненные. Поэтому при наблюдениях Венеры надо обратить главное внимание на форму ее терминатора (границы светлой и темной частей диска). Зарисовки Венеры надо делать на шаблонных кругах диаметром 50 *мм*.

Наблюдения и зарисовки Марса можно делать лишь с помощью телескопов диаметром в 100 *мм* и более.

Приспособив фотоаппарат типа «Зенит» к окулярному концу телескопа, можно получить и фотоснимки планет с окулярным увеличением, но для этого телескоп должен иметь часовой механизм (см. кн.: В. А. Бронштэн. Планеты и их наблюдение. Гостехиздат, 1957).

Наблюдения комет

Наблюдения комет возможны, если есть светосильный рефлектор, школьный телескоп-рефрактор или менисковый телескоп и даже бинокль. Если наблюдатель хорошо знает звездное небо и терпеливо систематически просматривает его в свой телескоп, то не исключена возможность, что ему удастся даже открыть новую комету. Вдали от Солнца комета имеет вид туманного пятнышка, которое отличается от туманностей тем, что за несколько часов заметно смещается относительно звезд. По мере приближения к Солнцу у кометы развивается светящийся хвост и она становится более заметной.

Задача наблюдателя состоит в определении точного положения кометы среди звезд и в изучении видимой структуры головы и хвоста кометы. Точное положение кометы определяется с помощью достаточно подробного звездного атласа.

Любитель может даже сфотографировать яркую комету. Для этого нужен фотоаппарат типа «ФЭД», который при помощи струбцинки насаживается на ось склонений или прикрепляется к трубе телескопа, снабженного часовым механизмом или хорошим микрометрическим ключом. При помощи ключа наблюдатель, смотря в окуляр, ведет телескоп вслед за кометой. Экспозиция (при полном отверстии объектива и чувствительных пленках) может составлять от 1 до 5 минут.

Наблюдения переменных звезд

Наблюдения переменных звезд наиболее доступны и перспективны для любителя астрономии и имеют научное значение. Их можно вести, имея хотя бы шестикратный бинокль и звездный атлас. Цель наблюдений состоит в определении блеска переменной звезды в звездных величинах в каждый момент наблюдения и в построении графика изменения блеска за возможно более длительный период времени. Анализ такого графика позволяет вскрыть основные закономерности изменения блеска переменной звезды, на основании которых можно судить о ее физической природе.

Программу наблюдений переменных звезд надо составлять после ознакомления с литературой, указанной в данной статье и в библиографическом указателе раздела «Мир небесных тел», и определения условий видимости заинтересовавших наблюдателя звезд. Для приобретения необходимого опыта лучше начинать с наблюдений хорошо изученных переменных звезд и лишь потом переходить к наблюдениям недостаточно изученных и совсем не изученных.

Блеск переменной звезды определяется путем сравнения с блеском соседних (не.переменных) звезд. Удобнее всего это делать по методу Нейланда — Блажко. Метод этот заключается в следующем. Зная (хотя бы приблизительно) пределы изменения блеска переменной звезды, наблюдатель выбирает в ее окрестностях звезды сравнения. Блеск некоторых из них должен быть примерно такой, какой бывает у переменной в максимуме ее блеска, у других — примерно такой, как блеск переменной в минимуме, у третьих — соответствующий промежуточным значениям ее блеска. После этого составляется карта окрестностей данной переменной с обозначением звезд сравнения (рис. 12). В каждый момент наблюдений переменная может быть либо равна по блеску одной из звезд сравнения, либо несколько ярче одной и

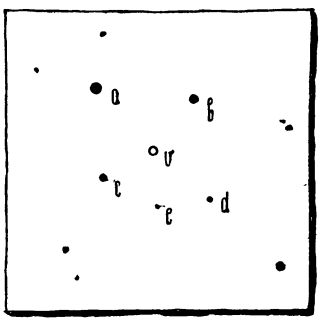


Рис. 12. Карта окрестностей переменной звезды. Вокруг переменной звезды *V* находятся звезды сравнения *a*, *b*, *c*, *d*, *e*.

слабее другой звезды сравнения. В первом случае переменной приписывается та звездная величина, которую имеет звезда сравнения, равная по блеску переменной. Во втором случае блеск переменной сравнивается с блеском двух звезд сравнения посредством условных единиц блеска — степеней. Степенью называется мини-

мальная разность блеска, которую может заметить наблюдатель.

Если переменная, например, ярче звезды сравнения d, но слабее звезды сравнения c и при этом разность блеска между переменной и d в 2 раза больше, чем разность блеска между переменной и c, то запись может иметь вид: $c1v\ 2\ d$, где буквой v обозначается переменная звезда. Зная блеск звезд сравнения в звездных величинах ($c = 6^m,8$; $d = 7^m,1$), определяем разницу в их блеске, также выраженную в звездных величинах: $d - c = 7^m,1 - 6^m,8 = 0^m,3$. Что же касается разности в блеске между данными звездами сравнения в условных степенях, то она равна сумме степеней, записанных слева и справа от переменной, т. е. $1 + 2 = 3$. Теперь находим значение условной степени, выраженное в звездных величинах: $0^m,3 : 3 = 0^m,1$. И, наконец, прибавив к звездной величине c $^1/_{10}$ звездной величины или вычтя из d $^2/_{10}$, получим блеск переменной звезды в звездных величинах. В данном случае он будет $6^m,9$.

В журнале наблюдений данной переменной звезды записываются порядковый номер наблюдения, дата и время наблюдения, оценка блеска переменной в степенях. В примечании характеризуются условия наблюдений. Пример: 121.1963 г. апрель, 21, 22 часа 45 мин. $c\ 1\ v\ 2\ d$. Хорошо.

При обработке наблюдений дата и время пересчитываются в дни так называемого юлианского периода [1], счет которым ведется с 4713 г. до н. э. Приведенная выше дата соответствует 2 438 141 дню юлианского периода, а декретное время после пересчета в мировое (время нулевого меридиана) и в доли суток составит 0,3229 суток. Таким образом, указанные дата и время в сутках и долях суток юлианского периода составят $2\ 438\ 141^d,3229$, и, следовательно, наблюдение в обработанном виде будет записано так: $2\ 438\ 141^d,3229.\ 6^m,9$. Такая запись момента наблюдения удобна, так как позволяет легко определять промежуток времени, прошедший между двумя моментами, путем вычитания меньшего из большего.

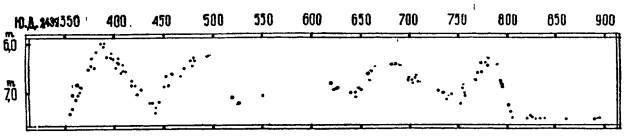


Рис. 13. График изменения блеска переменной звезды.

По мере накопления наблюдений строится график изменения блеска переменной и уточняются или заново определяются амплитуда (размах колебаний) и период изменения блеска данной звезды (рис. 13).

Области неба, где много переменных звезд, можно фотографировать и исследование вести по снимкам, но для этого нужны телескоп с часовым механизмом и фотокамера со светосильным объективом большого диаметра.

Очень многие переменные звезды еще мало изучены или даже совсем не изучались. Астрономам-специалистам не под силу охватить все эти звезды систематическими наблюдениями. Поэтому помощь любителей астрономии, овладевших методикой и техникой наблюдений переменных звезд, будет весьма ценной.

Подробнее о переменных звездах рассказано в книге: П. П. Паренаго и Б. В. Кукаркин. Переменные звезды и способы их наблюдения. (Изд. 2. Гостехиздат, 1947.) Детальные указания о наблюдении переменных звезд можно найти в «Инструкции для наблюдений переменных звезд», составленной Н. Е. Курочкиным (Изд-во АН СССР, 1962).

Данные выше советы по проведению любительских наблюдений неба содержат лишь первые, самые общие указания. Поэтому любителю астрономии необходимо изучить указанные в данной статье пособия и книги, рекомендованные в указателе научно-популярной литературы данного раздела тома, особенно руководства для астрономических наблюдений.

По вопросам обработки и использования результатов научно-любительских наблюдений неба необходимо обращаться во Всесоюзное астрономо-геодезическое общество по адресу: Москва, К-9, п/я 1268, Астрономическая секция ВАГО. Оттуда же можно получить инструкции для наблюдений, звездные карты для нанесения метеоров и другие издания ВАГО.

[1] Юлианским периодом называется непрерывный счет дней в течение 7980 лет. Это наименьшее кратное трех циклов: солнечного в 28 лет, лунного в 19 лет и римского индиктиона в 15 лет (индикт — единица старинного церковного летосчисления, равная 15 годам). Таблицу пересчета в дни юлианского периода см. в «Справочнике любителя астрономии» или в «Постоянной части Астрономического календаря».

ЧТО МОЖНО УВИДЕТЬ В ПЛАНЕТАРИИ

Хотите побывать на полюсе или на экваторе? Хотите умчаться на Луну или на Марс? Много увлекательных путешествий по Земле и в космическом пространстве можно совершить, сидя в удобном кресле в зале планетария.

Медленно погружается в темноту круглый, как цирк, зрительный зал с его полотняным куполом в виде вогнутого полушария. Величаво звучит торжественная мелодия, и вдруг в непроглядном мраке над вашей головой разом вспыхивают сотни звезд.

Казалось бы, кого удивит звездное небо! Мы к нему привыкли с детства, и все же это зрелище в планетарии производит незабываемое впечатление. Вы словно вознеслись на вершину высокой горы, где ни здания, ни деревья не заслоняют безоблачное, искрящееся алмазной россыпью небо.

Сердце этой искусственной Вселенной — аппарат «планетарий» — точно воспроизводит все видимые невооруженным глазом светила и их движение. Но самое интересное, что аппарат может в сотни раз ускорить неуловимо медленное перемещение звезд и планет, Солнца и Луны. Быстро плывут «хоры стройные светил», совершая свой суточный оборот по небу планетария за четыре и даже за одну минуту.

Чудесный аппарат дает еще большую «власть над временем», показывая движение Солнца, Луны и планет за долгие промежутки времени. Вы можете «прожить» в планетарии целый год всего лишь за одну минуту или даже за несколько секунд. Благодаря этому ускорению движений — в сотни тысяч и миллионы раз!— многие небесные явления раскрываются с такой убедительной наглядностью, какая недоступна при непосредственных наблюдениях.

Разве уследить, как день за днем изменяется видимый путь Солнца над горизонтом? Разве так уж проста и понятна привычная смена фаз нашего вечного спутника — Луны? Еще труднее уяснить себе странные перемещения планет, как будто блуждающих среди звезд.

Полотняное небо планетария позволяет сравнить то, что мы видим, наблюдаем, с тем, что происходит в действительности. И тогда понятными становятся небесные «тайны», которые раньше смущали астрономов и породили тысячелетние заблуждения, суеверия и предрассудки.

Аппарат показывает, как видно движение небесных светил для наблюдателя на любой географической широте, и словно переносит вас в любую точку земного шара, притом в любое время года, дня и ночи. Такое воображаемое путешествие вы совершите с быстротой, которой могли бы позавидовать даже наши славные космонавты.

Вы улетаете из Москвы в самом начале лета, 22 июня, и мчитесь на север со скоростью 100 *км/сек*. Передвижная географическая карта в центре полотняного неба помогает следить за трассой вашего путешествия. Не пройдет и 38 секунд, как вы уже на Северном полюсе, разумеется, в тот же день — 22 июня.

В это время там Солнце на небе так низко, как в Москве зимой, но движется оно совсем необычно; нигде не опускаясь, совершает полный круг над горизонтом.

Планетарий позволяет прожить целый год на полюсе за одну минуту. Вы увидите, как незаходящее Солнце Арктики совершает свои круги все ниже, а 23 сентября опускается под горизонт и снова покажется лишь через 6 месяцев — 21 марта.

Только один раз в год восходит и заходит Солнце на полюсе: там день и ночь — год прочь! А звезды никогда не восходят и не заходят: каждая из них круглый год движется на одном и том же расстоянии от горизонта.

Полгода царит на полюсе ночь, но мрак ее рассеивают не только звезды: ежемесячно две недели светит незаходящая Луна. А нередко на небе загораются полярные сияния в виде разноцветных лучей или прихотливо извивающихся занавесей. Об этом странном, непривычном для нас мире и замечательных достижениях советской науки в полярных районах можно услышать на лекциях в планетарии.

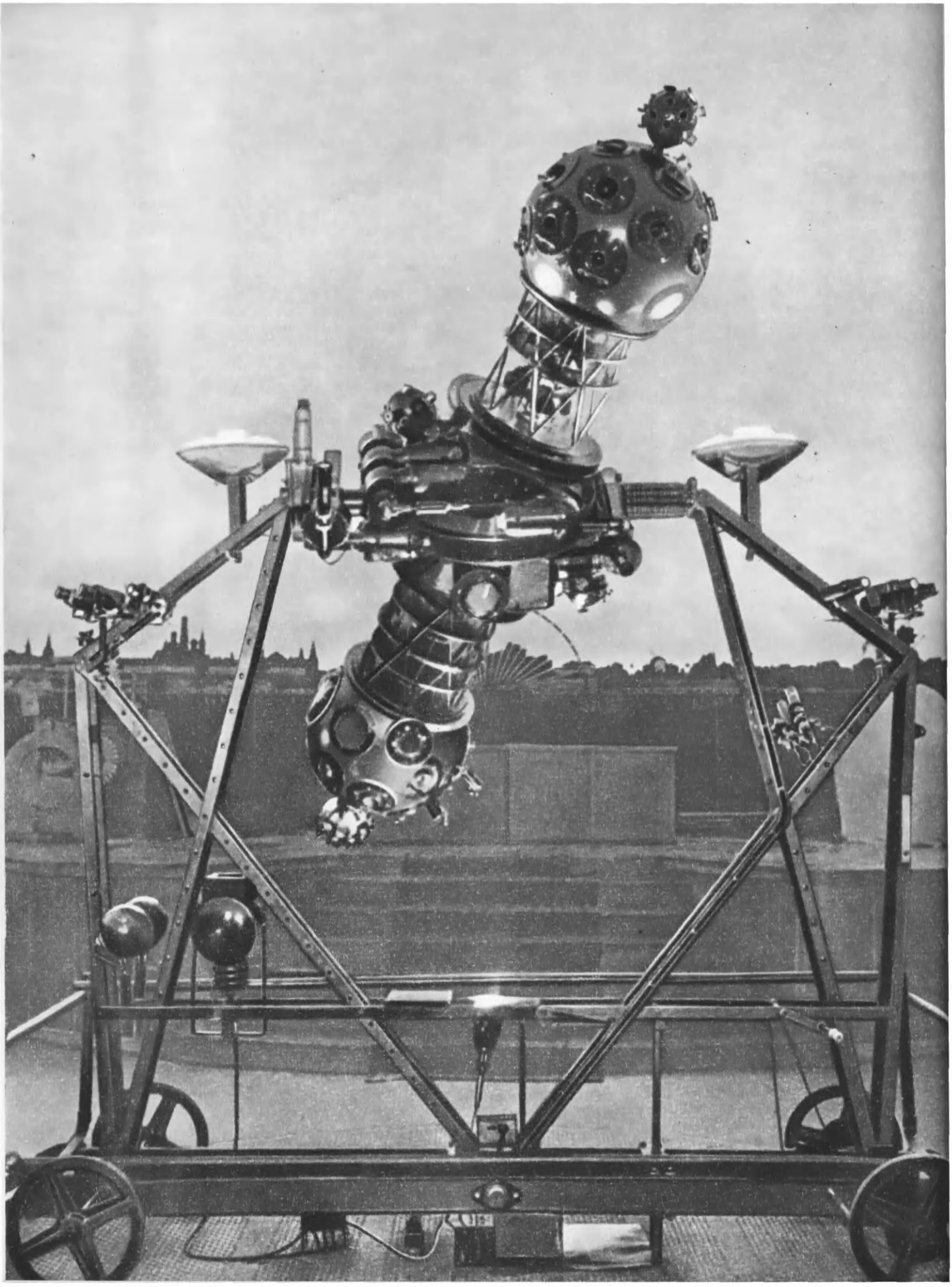
За 2 минуты вы можете переселиться с полюса на экватор. Никогда так высоко не поднимается Солнце в Москве, как на экваторе, а в полдень 21 марта и 23 сентября оно стоит прямо над головой, в зените. День здесь всегда равен ночи, и ежедневно в течение 12 часов Солнце опаляет Землю своими знойными лучами.

На ночном небе экватора вы увидите многие знакомые вам созвездия. И движутся все звезды не с востока на юг и с юга на запад, как

Здание Московского планетария.

На обороте: Аппарат «планетарий».

ПЛАНЕТАР



у нас, а поднимаются с востока вверх и так же круто опускаются к горизонту. Здесь звезды ведут себя совсем не так, как на полюсе: все они в течение ночи восходят и заходят.

В планетарии вы можете совершить еще более увлекательное путешествие по планетам солнечной системы. Каждая из них — особый мир со своими, необычными для нас природными условиями. У Меркурия одна сторона всегда обращена к Солнцу, и там вечный день с испепеляющей жарой в 400°, а противоположная сторона, где царит вечная ночь, скована жестоким морозом, доходящим до 250°. На самой отдаленной планете, Плутоне, Солнце кажется лишь очень яркой звездой.

Вот появилось небольшое туманное пятнышко у горизонта. Оно быстро растет, светлеет и превращается в яркую звезду с длинным шлейфом-хвостом. Это — знаменитая комета Галлея. Последний раз эта редкая гостья приблизилась к Солнцу в 1910 г. и снова вернется из глубин солнечной системы лишь в 1986 г.

Мало кому посчастливилось увидеть «хвостатые звезды», но вовсе не нужно ждать очередного визита Галлеевой кометы— вам покажут ее в планетарии. Здесь в любое время вы можете наблюдать метеоры, болиды, «звездные дожди», солнечные и лунные затмения.

Без астрономических знаний и наблюдений нельзя ориентироваться в пространстве и времени, находить верный и кратчайший путь для морских и воздушных кораблей, создавать географические карты, необходимые для всех отраслей хозяйства, изучать магнитное поле Земли и предвидеть его изменения. Обо всем этом увлекательно рассказывает в планетарии лекция «Звезды служат людям».

Еще недавно многим казалось, что наука о небе стремится удовлетворить лишь жажду познания и далека от земных дел. Это неверно. Как и другие науки, астрономия всегда была помощницей человека, расширяя его власть над природой и облегчая покорение могучих ее сил. А в наше время перед астрономией открылось новое, беспредельное в прямом смысле этого слова, поле практической деятельности.

В 1957 г. поднялся в небо первый в истории человечества искусственный спутник Земли; за ним последовали другие, потом корабли-спутники и автоматические межпланетные станции. Само небо приблизилось к нам, когда проник в космос первый космический капитан Юрий Гагарин и увидел Солнце одновременно со звездами в черной бездне мирового пространства.

Теперь вы можете совершить космическое путешествие в планетарии и полюбоваться, будто издалека, нашей планетой, окруженной голубым ореолом атмосферы. В планетарии вы увидите, сколько строгих экзаменов и труднейших тренировок должны выдержать будущие космонавты, чтобы заслужить право на подвиг. Не удивительно, что больше всего привлекают многочисленных гостей планетария лекции, посвященные освоению космоса. На них посетители узнают, как советские ученые тщательно и предусмотрительно, можно сказать придирчиво, готовили эту величественную победу человека над природой.

Человечество пока только на пороге новой, космической эры. Сбываются заветные мечты гениального Циолковского, и теперь не за горами путешествия на Луну и на Марс. Это уже не фантазия, и в планетарии вы можете увидеть полет на Марс, давно уже привлекающий внимание астрономов.

* * *

В 1929 г. открылся первый в СССР Московский планетарий. Теперь у нас свыше сорока постоянных и еще больше передвижных планетариев. Они уже не в диковинку. Обновляется непрерывно программа их лекций, совершенствуется вся работа.

Многочисленна семья наук, и ни одна из них не замыкается в себе, не отгораживается от других крепостной стеной. Напротив, все теснее становится их дружба и взаимопомощь. Астрономия еще в древности была тесно связана с математикой и механикой, а теперь также с физикой, химией, метеорологией, геологией, геофизикой, географией, биологией. Астрономия обогащает другие науки и в свою очередь пользуется их достижениями.

Вот почему планетарии не ограничиваются лекциями только на астрономические темы, а знакомят посетителей с использованием солнечной и атомной энергии, полупроводников и ультразвука, радиолокации и ракетной техники, радиоэлектроники и кибернетики, показывают, как астрономические знания помогают преобразовывать природу, подчинять ее силы и богатства воле человека.

Если вы знакомы с астрономией, в планетарии все равно вам интересно будет послушать лекции и посмотреть кинофильмы, показывающие методы изучения Вселенной, ее строение, «рождение» и развитие звезд, происхождение Земли и других планет.

Планетарии проводят, кроме популярных, еще и учебные лекции. Они помогают школьникам лучше усвоить многие разделы географии, физики, астрономии. А для тех, кто особенно интересуется увлекательной небесной наукой, при планетариях созданы и работают кружки юных любителей астрономии.

Планетарии в разных городах нашей страны не только знакомят с основами астрономии, но все больше становятся подлинно народными университетами.

Как устроен аппарат «планетарий»

Эта своеобразная «машина времени» внешне напоминает огромную гимнастическую гирю с двумя шарами. В центре каждого шара горит ослепительно-яркая лампа силой в тысячу свечей; снаружи она не видна, блестят только стекла — объективы 16 проекционных фонарей. Под этими стеклами укреплены тончайшие металлические пластинки с круглыми отверстиями, некоторые из них меньше острия иглы. Сквозь эти отверстия проходят лучи лампы и создают на искусственном небе светлые кружки — изображения небесных светил. Но это совсем не так просто.

Каждый фонарь ведает только своим «небесным районом», а на металлической пластинке просверлено больше сотни отверстий. Нужно разместить их точь-в-точь так же, как расположены на небе настоящие звезды, да еще точно рассчитать величину каждого отверстия: чем оно крупнее, тем ярче светит «его» звезда на небе планетария.

«Звездам числа нет»,— писал Ломоносов, и это верно. Но даже при очень остром зрении на ясном небе невооруженным глазом в одном полушарии можно увидеть около 3000 звезд. Их и показывает аппарат при помощи одного шара. Для чего же второй шар?

Ночью каждый из нас не раз любовался Большой и Малой Медведицами, Цефеем, Кассиопеей и другими созвездиями. Но есть и такие созвездия, которые никогда не видны в нашем, северном полушарии — их можно наблюдать только в южном полушарии или в планетарии: эти невидимые у нас созвездия и показывает второй шар аппарата.

На каждом из больших шаров виден маленький. В нем также 16 фонарей. Когда загорается лампа внутри маленького шара, на искусственном небе возникают названия созвездий — небесный свод превращается в наглядную звездную карту.

Аппарат показывает, как движутся небесные светила в течение суток или года. При этом взаимное расположение звезд, как и в действительности, не изменяется. Поэтому все 16 фонарей, которые дают изображения видимых звезд, помещены в одном шаре.

А как быть с Солнцем? Подобно звездам, оно в течение суток движется по небу с востока на запад. Но на протяжении года Солнце совершает еще одно движение: перемещается на фоне звезд в противоположном направлении — с запада на восток. Солнце каждый месяц переходит из одного 12 созвездий зодиака в другое (см. стр. 67).

Ясно, что для Солнца нужен свой, особый фонарь, не зависящий от больших шаров аппарата, ведающих только звездами. Однако это не мешает показывать в планетарии наше дневное светило и ночью, среди звезд, и наблюдать годовое путешествие Солнца по созвездиям зодиака.

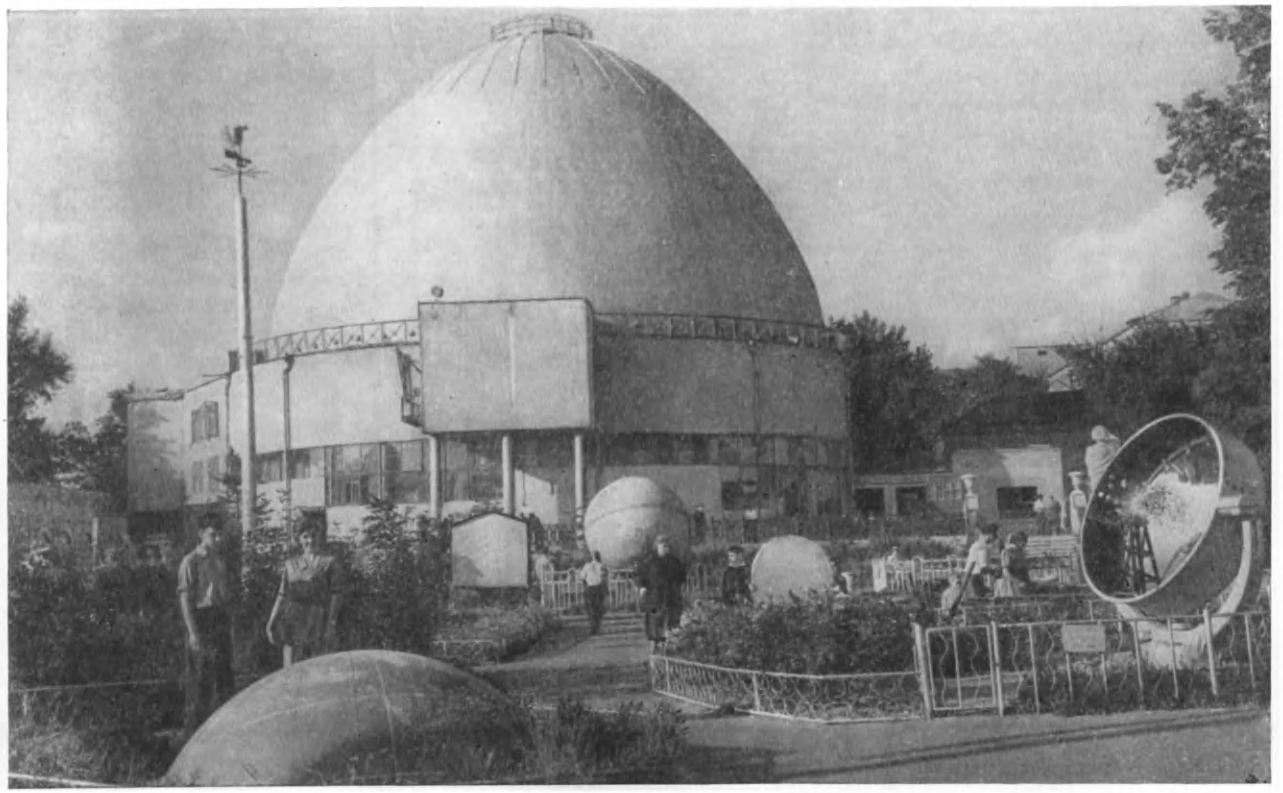
Еще сложнее наблюдаемые с Земли движения Луны и 5 планет, видимых невооруженным глазом: Меркурия, Венеры, Марса, Юпитера и Сатурна. Для каждого из этих светил также необходимы отдельные фонари, они установлены между большими шарами аппарата. Особенно сложен фонарь, «командующий» Луной: он показывает не только движение Луны, но и смену ее фаз.

Около двухсот фонарей в аппарате «планетарий», а в центре его — своя «электростанция»: семь моторов управляют движением отдельных частей или всего аппарата. Он может вращаться с различной скоростью и в разных направлениях: сверху вниз, справа налево, по часовой стрелке и против ее движения.

С помощью одного мотора можно показать, как передвигаются по небу светила в течение суток, всего лишь за 4 минуты, а с помощью другого даже за одну минуту, т. е. в 1440 раз быстрее, чем на самом деле. Но и это еще не все возможности аппарата.

Движениями Солнца, Луны и планет управляют 3 мотора: один сокращает годовое движение до 4 минут, другой — до 1 минуты, а третий — даже до 7 секунд. Течение времени словно ускоряется более чем в $4^1/_2$ млн. раз!

Шестой мотор поворачивает аппарат вокруг его горизонтальной оси, и таким образом можно показать вид небесного свода на любой гео-



Астрономическая площадка Московского планетария.

графической широте. Благодаря этому вы, спокойно сидя в зрительном зале, совершаете то путешествие от полюса к экватору, о котором было рассказано.

С помощью последнего, седьмого мотора демонстрируется удивительное небесное явление, которое наблюдать непосредственно нельзя: для этого нужно прожить много тысячелетий.

Дело в том, что направление земной оси в мировом пространстве не всегда одинаково, а неуловимо медленно изменяется. Только астрономы «уловили» — измерили ничтожно малую величину ежегодного отклонения земной оси. Но пройдут десятки веков, и Полярная звезда, которая сейчас находится почти над Северным полюсом, будет все больше удаляться от него.

Для наших далеких потомков, через 13 тыс. лет, «полярной» будет уже яркая звезда Вега в созвездии Лиры. Тогда в северном полушарии можно будет любоваться созвездием Южного Креста, которое сейчас невидимо у нас. А еще через 13 тыс. лет ось нашей планеты вновь вернется к нынешнему положению. Это медленное перемещение земной оси в течение 26 тысячелетий аппарат при помощи седьмого мотора «уплотняет» до 4 минут, словно ускоряя течение времени в 3,4 млрд. раз!

СПРАВОЧНЫЙ ОТДЕЛ

ОСНОВНЫЕ ДАННЫЕ О НЕБЕСНЫХ ТЕЛАХ

АСТРОНОМИЧЕСКИЕ ЗНАКИ

Знаки тел солнечной системы

Солнце	☉
Луна	☾
Меркурий	☿
Венера	♀
Земля	♁
Марс	♂
Юпитер	♃
Сатурн	♄
Уран	♅
Нептун	♆
Плутон	PL
Комета	☄
Астероид № 5	⑤

ЗЕМЛЯ

Экваториальный радиус	6 378 245 *м*
Полярный радиус	6 356 863 »
Сплюснутость земного эллипсоида	$\frac{1}{298,3} \pm 0,4$
Длина окружности экватора	40 075 696 *м*
Поверхность Земли	$5,1 \cdot 10^8$ *км*^{2}
Объем Земли	$1,08 \cdot 10^{12}$ *км*^{3}
Масса Земли	$5,975 \cdot 10^{27}$ *г*
Средняя плотность Земли	5,5 *г/см*^{3}

ЛУНА

Расстояние Луны от Земли:	
наименьшее	363 000 *км*
наибольшее	405 500 »
среднее	384 400 »
Видимый угловой диаметр Луны:	
наименьший	29′24″
наибольший	33′40″
на среднем расстоянии от Земли	31′ 05″
Диаметр Луны	3473 *км* (0,27 диаметра Земли)
Поверхность Луны	$3,8 \cdot 10^7$ *км*^{2} (0,074 поверхности Земли)
Объем Луны	$22 \cdot 10^9$ *км*^{3} (0,02 объема Земли)
Масса Луны	$7,33 \cdot 10^{25}$ *г* $\left(\frac{1}{81,56}\right.$ массы Земли$\left.\right)$
Плотность Луны	3,33 *г/см*^{3} (0,6 плотности Земли)
Звездный месяц	27 сут. 7 час. 43 мин. 11,47 сек.
Синодический месяц	29 сут. 12 час. 44 мин. 2,78 сек.

ЗНАКИ ЗОДИАКАЛЬНЫХ СОЗВЕЗДИЙ

♈ Овен (а также точка весеннего равноденствия)
♉ Телец
♊ Близнецы
♋ Рак (а также точка летнего солнцестояния)
♌ Лев (а также знак восходящего узла орбиты)
♍ Дева
♎ Весы (а также точка осеннего равноденствия)
♏ Скорпион
♐ Стрелец
♑ Козерог (а также точка зимнего солнцестояния)
♒ Водолей
♓ Рыбы

ЗНАКИ ФАЗ ЛУНЫ

● Новолуние
☽ Первая четверть
○ Полнолуние
☾ Последняя четверть

СОЛНЦЕ

Расстояние от Земли (среднее)	$149\,500\,000 \pm 17\,000$ *км*[1] (одна астрономическая единица)
Видимый угловой диаметр Солнца:	
наименьший	31′27″
наибольший	32′31″
средний	31′59″
Диаметр Солнца	1 391 000 *км* (109 диаметров Земли)
Поверхность Солнца	$6 \cdot 10^{12}$ *км*^{2} (в 11 900 раз больше поверхности Земли)
Объем Солнца	$1{,}4 \cdot 10^{18}$ *км*^{3} (1 301 000 объемов Земли)
Масса Солнца	$1{,}98 \cdot 10^{33}$ (333 434 массы Земли)
Плотность Солнца (средняя)	1,4 *г/см*^{3} (0,26 плотности Земли)
Период вращения точек экватора (относительно звезд)	25 сут.
Мощность общего излучения Солнца	$5{,}1 \cdot 10^{23}$ лошадиных сил
Видимая звездная величина	−26,8
Абсолютная звездная величина	+4,7
Температура поверхности Солнца	около 6000°

[1] По последним радиолокационным данным $149\,599\,000 \pm 500$ *км*.

СВЕДЕНИЯ О НЕКОТОРЫХ НАИБОЛЕЕ ИЗВЕСТНЫХ МАЛЫХ ПЛАНЕТАХ[1]

Планеты	Название	Диаметр (в *км*)	Звездная величина в близком и дальнем противостоянии	Большая полуось орбиты (в астрономических единицах)	Сидерический период обращения (в годах)
1	Церера	770	7,0—7,9	2,8	4,60
2	Паллада	490	6,7—9,3	2,8	4,61
3	Юнона	190	7,0—10,0	2,7	4,36
4	Веста	390	5,9—7,0	2,4	3,63
433	Эрос	6×32	6,7—11,3	1,5	1,76
944	Гидальго	25—50	11,0—19,0	5,8	13,93
1036	Ганимед	50	12,5	2,7	4,34
—	Гермес	1—2	8,0—18,0	1,3	1,47
1566	Икар	1—2	12,5	1,1	1,12

[1] Таблицу с данными о планетах см. на стр. 99.

СПУТНИКИ ПЛАНЕТ

Планета	Спутник	Кто и когда открыл	Расстояние от планеты		Сидерический период обращения (в сут.)	Наклонение к орбите планеты	Диаметр (в *км*)	Масса (в единицах массы Земли)
			в экв. радиусах планеты	в тыс. *км*				
Земля	Луна	—	60,3	384,4	27,3	5°09′	3473	1/81,56
Марс	2 спутника:							
	I. Фобос	Холл, 1877	2,8	9,4	0,3	25°11′	16	—
	II. Деймос	» 1877	7,0	23,5	1,3	24°16′	8	—
Юпитер	12 спутников; самые крупные из них:							
	I. Ио	Галилей, 1610	5,9	422	1,8	3°07′	3460	1/83
	II. Европа	» 1610	9,4	671	3,6	3°06′	3050	1/125
	III. Ганимед	» 1610	15,0	1071	7,2	3°02′	5070	1/40
	IV. Каллисто	» 1610	26,5	1884	16,7	2°43′	4750	1/67
Сатурн	9 спутников; более крупные из них:							
	I. Мимас	Гершель, 1789	3,1	186	0,9	26°45′	ок. 540	1/160000
	II. Энцелад	» 1789	4,0	238	1,4	26°45′	» 550	1/70000
	III. Тефия	Кассини, 1684	4,9	295	1,9	26°45′	» 920	1/9200
	IV. Диона	» 1684	6,3	377	2,7	26°45′	» 860	1/6000
	V. Рея	» 1672	8,8	527	4,5	26°42′	» 1440	1/2500
	VI. Титан	Гюйгенс, 1655	20,4	1222	15,9	26°07′	» 4850	1/43
	VII. Япет	Кассини, 1671	59,4	3562	79,3	16°18′	» 1330	1/4300
Уран	5 спутников:							
	I. Ариэль*	Койпер, 1948	5,1	130	1,4	—	—	—
	II. Умбриэль*	Лассель, 1851	7,5	192	2,5	97°59′	ок. 800	—
	III. Титания*	» 1851	10,5	267	4,1	97°59′	» 640	—
	IV. Оберон*	Гершель, 1787	17,2	439	8,7	97°59′	» 1600	—
	V. Миранда*	» 1787	23,0	587	13,5	97°59′	» 1450	—
Нептун	2 спутника:							
	I. Тритон**	Лассель, 1846	12,9	354	5,9	139°49′	» 3775	1/46
	II. Нереида	Койпер, 1949	200,0	5570	359,4	6°31′	» 300	—

* Движение обратное, совпадающее с направлением вращения Урана.
** Движение обратное.

САМЫЕ ЯРКИЕ ЗВЕЗДЫ НЕБА

Звезда и созвездие	Видимая звездная величина	Светимость	Расстояние (в световых годах)	Звезда и созвездие	Видимая звездная величина	Светимость	Расстояние (в световых годах)
Сириус (Б. Пес)	—1,6	23	8,8	Альтаир (Орел)	+0,9	8	16,3
Канопус (Киль)	—0,9	5200	180	Бетельгейзе (Орион)	+0,9	2800	293
Альфа Центавра	+0,3	1	4,3	Альфа Креста	+1,0	900 (?)	220 (?)
Вега (Лира)	+0,1	44	26,4	Альдебаран (Телец)	+1,1	120	68
Капелла (Возничий)	+0,2	120	45	Поллукс (Близнецы)	+1,2	30	35
Арктур (Волопас)	+0,2	76	36	Спика (Дева)	+1,2	600	155
Ригель (Орион)	+0,3	23000 (?)	650 (?)	Антарес (Скорпион)	+1,2	700	170
Процион (М. Пес)	+0,5	6	11,4	Фомальгаут (Южн. Рыба)	+1,3	11	23
Ахернар (Эридан)	+0,6	800	142	Денеб (Лебедь)	+1,3	6000 (?)	550 (?)
Бета Центавра	+0,9	1300	200	Регул (Лев)	+1,3	140	84

ПОЛНЫЕ СОЛНЕЧНЫЕ ЗАТМЕНИЯ с 1965 по 2000 г.

Середина полного затмения по московскому времени			Наибольшая продолжительность полного затмения (в мин.)	Где затмение будет видно как полное
Год	Месяц и число	Час		
1965	Май, 31	0	5	Тихий океан
1966	Ноябрь, 12	17	2	Боливия, Аргентина, Бразилия
1968	Сентябрь, 22	14	1	Арктика, Сибирь, Китай
1970	Март, 7	21	3	Мексика, Флорида
1972	Июль, 10	23	3	Северо-Восточная Азия, Канада
1973	Июнь, 30	15	7	Южная Америка, Африка, Атлантический океан
1974	» 20	8	5	Австралия, Индийский океан
1976	Октябрь, 23	8	5	Африка, Австралия
1977	» 13	0	3	Венесуэла, Тихий океан
1979	Февраль, 26	20	3	США, Канада
1980	» 16	12	4	Африка, Индия
1981	Июль, 31	7	2	Тихий океан, Сибирь
1983	Июнь, 11	8	5	Ява, Тихий океан
1984	Ноябрь, 23	2	2	Патагония, Тихий океан
1985	» 12	17	1	Антарктика
1986	Октябрь, 3	22	2	Гренландия
1987	Март, 29	16	0,3	Африка, Атлантический океан
1988	» 18	5	4	Индийский и Тихий океаны, Суматра
1990	Июль, 22	6	3	Финляндия, Северная Сибирь
1991	» 11	22	7	Тихий океан, Центральная Америка
1992	Июнь, 30	15	5	Атлантический океан
1994	Ноябрь, 3	17	5	Тихий океан, Южная Америка
1995	Октябрь, 24	8	2	Тихий и Индийский океаны
1997	Март, 9	4	3	Восточная Сибирь
1998	Февраль, 26	20	4	Тихий океан, Центральная Америка
1999	Август, 11	14	3	Западная Европа, Иран, Индия

ПОЛНЫЕ ЛУННЫЕ ЗАТМЕНИЯ с 1964 по 2000 г.

Год	Месяц и число	Начало полного затмения по московскому времени	Конец полного затмения по московскому времени	Видимость в Европейской части СССР
1964	Декабрь, 19	5 час. 3 мин.	6 час. 7 мин.	Да
1967	Апрель, 24	14 » 26 »	15 » 48 »	Нет
1967	Октябрь, 18	12 » 48 »	13 » 44 »	»
1968	Апрель, 13	7 » 21 »	8 » 17 »	»
1968	Октябрь, 6	14 » 10 »	15 » 12 »	»
1971	Февраль, 10	10 » 3 »	11 » 21 »	»
1971	Август, 6	21 » 53 »	23 » 35 »	Да
1972	Январь, 30	13 » 32 »	14 » 14 »	Нет
1974	Ноябрь, 29	17 » 38 »	18 » 54 »	Да
1975	Май, 25	8 » 1 »	9 » 31 »	Нет
1975	Ноябрь, 19	1 » 1 »	1 » 47 »	Да
1978	Март, 24	18 » 40 »	20 » 10 »	»
1978	Сентябрь, 16	21 » 22 »	22 » 44 »	»
1979	» 6	13 » 28 »	14 » 20 »	Нет
1982	Январь, 9	22 » 14 »	23 » 38 »	Да
1982	Июль, 6	9 » 39 »	11 » 21 »	Нет
1982	Декабрь, 30	13 » 53 »	14 » 59 »	»
1985	Май, 4	22 » 22 »	23 » 32 »	Да
1985	Октябрь, 28	20 » 22 »	21 » 4 »	»
1986	Апрель, 24	15 » 10 »	16 » 18 »	Нет
1986	Октябрь, 17	21 » 42 »	22 » 56 »	Да
1989	Февраль, 20	17 » 59 »	19 » 15 »	»
1989	Август, 17	5 » 15 »	6 » 53 »	Нет
1990	Февраль, 9	21 » 49 »	22 » 35 »	Да
1992	Декабрь, 10	2 » 6 »	3 » 20 »	»
1993	Июнь, 4	15 » 11 »	16 » 49 »	Нет
1993	Ноябрь, 29	9 » 1 »	9 » 51 »	»
1996	Апрель, 4	2 » 27 »	3 » 51 »	Да
1996	Сентябрь, 27	5 » 17 »	6 » 29 »	»
1997	» 16	21 » 14 »	22 » 20 »	»

КРАТКАЯ ХРОНОЛОГИЧЕСКАЯ ТАБЛИЦА ПО ИСТОРИИ АСТРОНОМИИ И КОСМОНАВТИКИ

До нашей эры

Около 3000 лет. Первые записи астрономических наблюдений в Египте и Вавилоне.

585. Первое предсказание в Греции солнечного затмения Фалесом.

IV в. Изложение Аристотелем (Греция) своих представлений о шарообразности Земли и об устройстве Вселенной с Землей в центре.

III в. Первое определение размеров земного шара греческим ученым Эратосфеном.

III в. Первые попытки определения расстояния до Луны и Солнца Аристархом Самосским (Греция).

II в. Составление первого систематического звездного каталога и открытие медленного перемещения небесного полюса Гиппархом (эллинистический Египет).

Наша эра

II в. Попытка обоснования геоцентрической системы мира греческим ученым Птолемеем (эллинистический Египет).

1515—1543. Обоснование гелиоцентрической системы мира Н. Коперником (Польша).

1609—1619. Открытие законов движения планет И. Кеплером (Австрия).

1609—1633. Первое применение зрительной трубы в астрономических наблюдениях; открытие пятен на Солнце, фаз Венеры, гор на Луне, спутников Юпитера, звездного строения Млечного Пути Галилеем (Италия).

1672. Первое достаточно точное определение расстояния Земли от Солнца Дж. Кассини (Франция).

1687. Опубликование закона всемирного тяготения И. Ньютоном (Англия).

1718. Открытие движения звезд в пространстве Галлеем (Англия).

1725. Основание обсерватории Академии наук в Петербурге.

1755. Опубликование первой научной гипотезы о происхождении небесных тел И. Кантом (Германия).

1761. Открытие атмосферы у планеты Венера М. В. Ломоносовым (Россия).

1781. Открытие Гершелем планеты Уран (Англия).

1801. Открытие первой малой планеты — Цереры Дж. Пиацци (Италия).

1836. Первое измерение расстояния до звезд В. Я. Струве (Россия).

1839. Открытие Пулковской обсерватории в России.

1846. Открытие И. Галле (Германия) планеты Нептун по вычислениям Леверье (Франция).

1847. Опубликование труда «Этюды звездной астрономии» В. Я. Струве, в котором заложены основы современных знаний о строении нашей Галактики.

1859. Начало применения спектрального анализа в астрономии.

1868. Открытие Жансеном (Франция) и Локьером (Англия) способа наблюдать солнечную атмосферу и протуберанцы вне затмения.

1877—1904. Разработка теории комет Ф. А. Бредихиным (Россия).

1908. Открытие соотношения между периодом изменения блеска переменных звезд — цефеид и их истинной силой света Г. Ливиттом (США).

1924. Открытие существования других звездных систем, подобных нашей Галактике, Э. Хаббломом (США).

1927. Открытие вращения нашей звездной системы — Галактики Я. Оортом (Голландия).

1927. Открытие вращения звезд Г. А. Шайном (СССР) и О. Л. Струве (США).

1941. Изобретение менискового телескопа Д. Д. Максутовым (СССР).

40-е годы XX в. Начало развития радиоастрономии.

Космонавтика

1957—1958. Запуск первых искусственных спутников Земли (СССР, США).

12 сентября 1959 г. Запуск советской космической ракеты «Луна-2», доставившей на Луну вымпел с изображением Герба СССР.

4 октября 1959 г. Запуск советской космической ракеты «Луна-3» с автоматической межпланетной станцией, сфотографировавшей обратную сторону Луны.

12 апреля 1961 г. Первый в мире полет в космос человека — советского летчика-космонавта Ю. А. Гагарина.

6 августа 1961 г. Полет в космос советского летчика-космонавта Г. С. Титова.

20 февраля 1962 г. Полет в космос американского летчика-космонавта Джона Гленна.

24 мая 1962 г. Полет в космос американского летчика-космонавта Малькольма Скотта Карпентера.

11—12 августа 1962 г. Групповой полет в космос советских летчиков-космонавтов А. Г. Николаева и П. Р. Поповича.

3 октября 1962 г. Полет в космос американского летчика-космонавта Уолтера Ширра.

14—16 июня 1963 г. Совместный полет в космос советских летчиков-космонавтов В. Ф. Быковского и В. В. Терешковой.

3 июля 1964 г. Запуск американской космической ракеты серии Рейнджер с автоматической межпланетной станцией, получившей 4 тыс. фотографий Луны.

12 октября 1964 г. Полет советского трехместного космического корабля «Восход» с экипажем в составе В. М. Комарова, К. П. Феоктистова и Б. Б. Егорова.

ЧТО ЧИТАТЬ ПО АСТРОНОМИИ

Задача предлагаемого краткого указателя научно-популярной литературы — помочь читателям Детской энциклопедии, ознакомившимся с материалом раздела «Мир небесных тел», расширить и углубить свои знания по астрономии. Поэтому в указатель включены преимущественно такие книги и брошюры, в которых более глубоко, но доступно для учащихся среднего и старшего возраста изложены те же вопросы, что и в астрономических статьях данного тома. Вместе с тем для школьников, интересующихся астрономией и близкими к ней науками и располагающих бо́льшими знаниями по математике и физике, рекомендованы и более сложные книги. Кроме того, в указатель включены руководства для любительских астрономических наблюдений.

Вся рекомендованная литература разбита на тематические разделы, а книги внутри разделов расположены по степени их трудности.

Как устроена Вселенная

Селешников С. И. Азбука звездного неба. Л., 1963. 64 стр. с илл.; 1 л. карт. (Об-во «Знание» РСФСР, Ленинградское отд.)

Книга более широко, чем ДЭ, знакомит читателя с небесной сферой, небесными координатами и основными созвездиями северного неба.

Левин Б. Ю. Происхождение Земли и планет. Изд. 4, доп. М., «Наука», 1964. 84 стр. с илл. (Популярные лекции по астрономии.)

Советский ученый рассказывает о строении солнечной системы и развитии идей о происхождении ее, начиная с гипотез Канта и Лапласа. Наибольшее внимание уделено изложению гипотезы происхождения Земли и планет, разработанной академиком О. Ю. Шмидтом (1891—1956) при участии других ученых, в том числе и автора книги.

Воронцов-Вельяминов Б. А. Очерки о Вселенной. Изд. 5. М., «Наука», 1964. 552 стр. с илл.

Книга написана советским астрономом и педагогом-популяризатором, состоит из трех разделов. В разделе «Глаза и руки астронома» рассказывается о работе астрономов и о том, как делаются астрономические открытия. Раздел «Мир твердого вещества» посвящен большим и малым планетам солнечной системы, метеорам, кометам. Раздел «Мир газа» раскрывает «великое многообразие звезд» и безграничный мир галактик, удаленных от нас на миллионы и миллиарды световых лет. Специальные главы в конце книги посвящены успехам радиоастрономии и вопросам происхождения и развития небесных тел.

Комаров В. Н. Космос, бог и вечность мира. М., Госполитиздат, 1963. 251 стр. с илл.

Рассказ о том, как успехи естествознания, в частности астрономии, опровергают религиозные измышления о сотворении мира, о божественных силах, будто бы создавших Вселенную и управляющих ею. Книга способствует борьбе против религиозных предрассудков.

Перельман Я. И. Занимательная астрономия. Изд. 10. М., Физматгиз, 1961. 212 стр. с илл.

Книга известного популяризатора науки Я. И. Перельмана давно приобрела широкую известность. Она построена по принципу четко и остроумно поставленных вопросов и развернутых ответов на них.

Рябов Ю. А. Движения небесных тел. Изд. 2, доп. М., Физматгиз, 1961. 215 стр. с илл.

Небесная механика (раздел астрономии, изучающий законы движения тел в солнечной системе) сложилась на основе разработанных в конце XVII в. Ньютоном и Лейбницем дифференциального и интегрального исчислений и последующих достижений математики. Книга Ю. А. Рябова — первый и удачный опыт изложения этих проблем, доступного для читателей со школьной подготовкой по математике.

Опарин А. И. и **Фесенков В. Г.** Жизнь во Вселенной. М., Изд-во АН СССР, 1956. 224 стр. с илл. (Научно-популярная серия.)

Что жизнь существует не только на Земле, но и в разных «уголках» бесконечной Вселенной,— это в наше время представляется бесспорным. Но насколько часто или насколько редко встречаются во Вселенной обитаемые планеты и могут ли быть обитаемы, кроме Земли, другие планеты нашей солнечной системы — эти волнующие вопросы пока еще являются спорными, требующими дальнейших исследований. В книге, написанной двумя выдающимися учеными (биохимиком и астрономом), освещаются современные взгляды на эти вопросы.

Шепли Х. Звезды и люди. Пер. с англ. М., Изд-во иностр. лит., 1962. 152 стр. с илл.; 2 л. илл.

Шкловский И. С. Вселенная, жизнь, разум. М., Изд-во АН СССР, 1962. 239 стр. с илл.; 9 л. илл. (Научно-популярная серия.)

Первая из этих книг написана американским астрономом, вторая — советским астрофизиком-радиоастрономом. В обеих книгах в живом, увлекательном изложении рассматриваются вопросы о распространенности во Вселенной органической жизни, в частности разумной жизни. Эти волнующие вопросы еще не решены наукой, но высказываемые в обеих книгах гипотезы и предположения вызывают огромный интерес.

Перель Ю. Г. Развитие представлений о Вселенной. Изд. 2. М., Физматгиз, 1962. 391 стр. с илл.

В книге освещается история познания Вселенной, начиная с примитивных представлений людей древности о строении видимого мира до современных достижений науки. Наибольшее внимание уделяется развитию представлений о строении и развитии Вселенной в XVIII—XX вв. и особенно современным представлениям о Вселенной. Специальная глава в конце книги посвящена вопросу о жизни во Вселенной.

Солнце

Кононович Э. В. Солнечная корона. М., Физматгиз, 1958. 88 стр. с илл. (Популярные лекции по астрономии.)

Это беседа о Солнце вообще. В ней изложены современные представления о Солнце как о ближайшей к нам звезде, о строении Солнца и источниках его энергии, о грандиозных физических процессах, происходящих в недрах Солнца и его атмосфере, о влиянии этих процессов на явления, происходящие на Земле. Наиболее подробно описаны загадки солнечной короны — самой внешней оболочки Солнца.

Пикельнер С. Б. Солнце. М., Физматгиз, 1961. 84 стр. с илл. (Популярные лекции по астрономии.)

Мензел Д. Наше Солнце. Пер. с англ. М., Физматгиз, 1963. 328 стр. с илл.

Авторы обеих книг — астрофизики (советский и американский) — в доступной форме излагают современные знания о природе Солнца и о его влиянии на Землю. В книге С. Б. Пикельнера изложение сжатое, в книге Д. Мензела — более подробное.

Луна и планеты

Фесенков В. Г. Разгадывая тайны планет. М., Воениздат, 1962. 96 стр. с илл.; 1 л. карт. (Научно-популярная б-ка.)

В первых главах книги автор знакомит читателя со строением солнечной системы и законами движения планет, в последующих — излагает выводы и гипотезы современной науки о природе Меркурия, Венеры, Марса, Юпитера, Сатурна и спутника нашей планеты — Луны. Ряд страниц посвящен радиоастрономическим наблюдениям планет.

Барабашов Н. П. Луна. М., «Советская Россия», 1958. 68 стр. с илл.

Паршин И. А. Луна. М., Физматгиз, 1960. 56 стр. с илл.; 2 л. илл. (Популярные лекции по астрономии.)

Сытинская Н. Н. Природа Луны. М., Физматгиз, 1959. 176 стр. с илл.; 2 л. карт.

Луна — ближайшее к нам небесное тело, и полеты на Луну бесспорно явятся первым этапом на пути к завоеванию солнечной системы. Поэтому вопросы о природе Луны и устройстве ее поверхности приобретают в наше время особый интерес.

В последних трех книгах изложены современные знания о Луне. В книге И. А. Паршина даны также сведения и об обратной стороне Луны, заснятой советской автоматической межпланетной станцией в конце 1959 г.

Барабашов Н. П. Венера. М., «Советская Россия», 1961. 40 стр. с илл.

Венера — ближайшая к нам из больших планет. И тем не менее мы еще очень мало знаем о ее природе. Неизвестно пока, как быстро Венера вращается вокруг своей оси (иначе говоря, какова продолжительность ее суток), как устроена поверхность этой планеты и какая на ней температура, каков состав нижних слоев ее атмосферы. Нельзя, следовательно, ответить и на волнующий вопрос о возможности жизни на Венере. В брошюре, написанной советским астрономом, изложено то, что уже известно о Венере, и те предположения о ее природе, которыми располагает современная наука.

Сытинская Н. Н. Планета Марс. М., Физматгиз, 1962. 64 стр. с илл. (Популярные лекции по астрономии.)

Загадки Марса нередко служат поводом для различных домыслов и фантастических предположений. Открытие на Марсе в конце XIX в. необычных образований, названных «каналами», дало повод для предположений о возможности существования на этой планете разумных обитателей. И в наше время иногда высказываются абсурдные мнения о космических кораблях, будто бы прилетавших на Землю с Марса. Однако научные исследования Марса показывают, что климат этой планеты очень суров, а в атмосфере его не обнаружено необходимого для жизни кислорода. В книге советского исследователя Луны и планет Н. Н. Сытинской изложены наши современные знания о Марсе.

Тейфель В. Г. Планеты-гиганты. М., «Наука», 1964. 86 стр. с илл. (Популярные лекции по астрономии.)

Природа планет-гигантов (Юпитера, Сатурна, Урана, Нептуна) резко отличается от природы Земли и «ближних» к ней планет (Венеры, Марса). Размеры планет-гигантов, их низкая температура, наличие обширных атмосфер из ядовитых газов — все это свидетельствует о том, что развитие этих планет шло иными путями, чем развитие планет «земной» группы. В книге излагаются современные знания о планетах-гигантах и их многочисленных спутниках.

Кометы, метеоры и метеориты

Зигель Ф. Ю. Кометы. Изд. 2. М., Гостехиздат, 1955. 72 стр. с илл. (Популярные лекции по астрономии.)

Хотя кометы наблюдались еще в глубокой древности, научное объяснение их природы дано только за последние сто лет и в значительной степени в последние десятилетия. Автор рекомендуемой книги рассказывает о строении и движении комет, о физических явлениях, происходящих в кометах, о происхождении комет и их связи с другими «малыми телами» солнечной системы.

Федынский В. В. Метеоры. М., Гостехиздат, 1956. 112 стр. с илл. (Популярные лекции по астрономии.)

Изучение метеоров, заполняющих межпланетное пространство и постоянно сталкивающихся с Землей,— одна из тех увлекательных областей астрономии, где любители, располагающие самыми скромными средствами наблюдения, могут принести большую пользу науке. Для этого необходимо ознакомиться с природой метеоров. Известный ученый В. В. Федынский рассказывает о роли метеорного вещества в солнечной системе, о происхождении метеорных потоков и связи их с кометами и малыми планетами, о значении изучения метеоров для выяснения общих вопросов, связанных с происхождением солнечной системы.

Кринов Е. Л. Метеориты. М., Физматгиз, 1958. 108 стр. с илл. (Популярные лекции по астрономии.)

Метеориты — единственные небесные тела, попадающие на Землю и доступные для непосредственного исследования в земных лабораториях. Известный исследователь метеоритов Е. Л. Кринов изложил в своей книге современные данные о строении и химическом составе метеоритов, об условиях их падения, о происхождении метеоритов, которое тесно связано с происхождением других тел солнечной системы. В книге подробно рассказывается также о гигантских метеоритах нашего века — Тунгусском метеорите-комете и Сихотэ-Алинском метеорите и о результатах их изучения.

Мир звезд

Каплан С. А. Физика звезд. М., Физматгиз, 1961. 152 стр. с черт.

Исследование звезд, их строения, объяснение грандиозных физических процессов, происходящих в недрах звезд,— это сложнейшая область науки. В рекомендуемой книге кратко освещаются основные этапы развития науки о звездах и вклад в нее советских и зарубежных ученых. В интересах глубины изложения автор пользуется формулами, требующими от читателя элементарных знаний по математике и физике.

Бок Б. и **Бок П.** Млечный Путь. Пер. с англ. М., Физматгиз, 1959. 264 стр. с илл.

Млечный Путь — это гигантская звездная система, состоящая из многих миллиардов звезд, множества газовых и пылевых туманностей. Их изучение раскрывает великое многообразие мира звезд и туманностей и является основой для более общих выводов о происхождении и путях развития звезд и звездных систем. В книге, написанной американскими астрономами, излагаются современные знания о Млечном Пути.

Воронцов-Вельяминов Б. А. Просторы галактик. М., «Знание», 1963. 48 стр. с илл.

Оптические и радиоастрономические средства современной астрономии позволяют глубоко изучить галактики, отстоящие от нас на миллиарды световых лет. В брошюре рассказывается о природе галактик (в том числе и о нашей Галактике), об их звездном «населении»; описываются некоторые близкие к нам галактики. В конце брошюры сообщаются новейшие данные исследования галактик, приводящие к интереснейшим выводам об их возникновении и путях развития.

Астрономия на службе человека

Куликов К. А. Астрономия на службе народного хозяйства. М., Гостехиздат, 1957. 79 стр. с илл. (Популярные лекции по астрономии.)

Астрономия является научной основой для многих важнейших практических дел. Велико значение этой науки в определении географических координат и в картографии, в исследовании силы тяжести в разных местах, а отсюда и в разведке полезных ископаемых, в решении многих других практических задач.

Селешников С. И. История календаря и его предстоящая реформа. Изд. 3, доп. и перераб. Л., Лениздат, 1962. 131 стр. с илл.

Шур Я. И. Рассказы о календаре. М., Госполитиздат, 1962. 216 стр. с илл.

В последних двух книгах излагаются астрономические основы календарного счета времени, освещается история календаря и летосчисления с древнейших времен. Рассказывается об истории современного, григорианского календаря, о его достоинствах и недостатках, о проекте реформы календаря.

Из истории астрономии

Баев К. Л. Создатели новой астрономии. Коперник, Бруно, Кеплер, Галилей. Изд. 2. М., Учпедгиз, 1955. 125 стр. с илл. и карт.

Это книга о жизни и деятельности великих ученых — революционеров в науке, решительно отбросивших устарелые представления о Земле как о неподвижном центральном теле Вселенной и создавших основы новой науки, которая, развиваясь на протяжении последних веков, раскрывает грандиозную картину Вселенной.

Воронцов-Вельяминов Б. А. Очерки истории астрономии в СССР. М., Физматгиз, 1960. 228 стр. с илл. Библиогр.: «Важнейшая литература по истории астрономии в СССР» (стр. 225—227).

Леонов Н. И. Научный подвиг самаркандских астрономов XV века. М., Физматгиз, 1960. 118 стр. с илл.; 1 л. илл.

Самаркандский правитель, выдающийся астроном Улугбек в первой половине XV в. построил грандиозную научную обсерваторию. О ней, о самаркандских ученых и их выдающихся трудах — звездном каталоге и планетных таблицах, которые долго оставались непревзойденными, рассказывает Н. И. Леонов. Автор также знакомит читателей с жизнью и деятельностью выдающихся ученых Средней Азии IX—XIV вв., которые были достойными предшественниками самаркандских астрономов XV в.

Руководства для астрономических наблюдений

Цесевич В. П. Что и как наблюдать на небе. Руководство к организации и проведению любительских научных наблюдений небесных светил. Изд. 3. М., Физматгиз, 1963. 462 стр. с илл.

Куликовский П. Г. Справочник любителя астрономии. Изд. 3, перераб. и доп. М., Физматгиз, 1961. 494 стр. с илл. Приложения: карты звездного неба и др.— всего 18 л. карт. «Астрономическая библиография» (стр. 328—338).

Задача этих книг — вооружить любителя астрономии необходимыми знаниями для ведения самостоятельных систематических наблюдений неба.

В обеих книгах даются общие сведения о солнечной системе и о Вселенной, необходимые для любителя астрономии сведения по математике и обстоятельные указания для проведения наблюдений Солнца, Луны, больших планет, комет, метеоров и переменных звезд.

Шаронов В. В. Солнце и его наблюдения. Изд. 2. М., Гостехиздат, 1953. 220 стр. с илл.; 3 л. илл.; 8 л. карт.

Сытинская Н. Н. Луна и ее наблюдение. М., Гостехиздат, 1956. 254 стр. с илл.

Бронштэн В. А. Планеты и их наблюдение. М., Гостехиздат, 1957. 207 стр. с илл.; 1 л. карт, 5 л. координатных сеток.

Все три книги являются руководством для любителей астрономии, желающих заняться систематическими наблюдениями Солнца, Луны, планет.

Набоков М. Е. Астрономические наблюдения с биноклем. М., Гостехиздат, 1948. 184 стр. с илл.

В книге рассказывается об астрономических наблюдениях при помощи бинокля. Наибольшее внимание уделено наблюдениям метеоров и переменных звезд.

Навашин М. С. Телескоп астронома-любителя. М., Физматгиз, 1962. 376 стр. с илл.

В книге изложены принципы устройства телескопа, основы оптических конструкций, техники изготовления главного и вспомогательного зеркал, монтировка телескопа, работа и обращение с ним.

«Астрономический календарь». Основан в 1895 г. любителями астрономии в Нижнем Новгороде. Теперь издается Всесоюзным астрономо-геодезическим обществом в Москве в издательстве «Наука». Делится на постоянную и переменную (выходящую ежегодно) части. С 1895 г. вышло 68 выпусков переменной части.

«Постоянная часть Астрономического календаря». Изд. 5. М., Физматгиз, 1962. 772 стр. с илл.

«Постоянная часть»— это написанное коллективом астрономов обширное руководство для любительских наблюдений Солнца, Луны, планет, комет, метеоров, переменных звезд и других небесных светил. В конце книги приведен обширный табличный и справочный материал.

СЛОВАРЬ-УКАЗАТЕЛЬ

А

Аберрации телескопа — искажения или недостаточная отчетливость изображений, создаваемых оптикой телескопа; связаны со свойствами линз и зеркал и волновой природой света.—215

Аберрация света — изменение видимого положения звезды на небесной сфере, вызываемое движением Земли с находящимся на ней наблюдателем и конечной скоростью распространения света.—194

Абу-ль-Вефа, Мохаммед бен-Мохаммед [940—998 (по другим данным — 997)] — арабский астроном и математик; составил точные таблицы синусов и тангенсов, которые позволили ему усовершенствовать астрономические вычисления.—24

Автоматическая межпланетная станция «Зонд-1» — запущена в Советском Союзе 2 апреля 1964 г.— 167

Автоматическая межпланетная станция «Венера» — запущена в Советском Союзе 12 февраля 1961 г.— 166

Автоматическая межпланетная станция «Луна-4» — запущена в Советском Союзе 2 апреля 1963 г.—167

Автоматическая межпланетная станция «Маринер-II» — запущена в США 27 августа 1962 г. к Венере; прошла на расстоянии 37 000 *км* от Венеры и подтвердила данные о высокой температуре ее поверхности.— 166

Автоматическая межпланетная станция «Марс-1» — запущена в Советском Союзе 1 ноября 1962 г.—166

Адамс, Джон Кауч (1819—1892) — английский астроном; на основании теоретических расчетов, независимо от У. Леверье и даже раньше его, установил существование планеты Нептун.—41, 98

Азимутальная установка телескопа — установка, позволяющая производить вращение телескопа вокруг вертикальной и горизонтальной осей.—216

Алголь (бета Персея) — звезда с меняющимся блеском, относится к типу затменных переменных (см.); расположена в созвездии Персея. Блеск ее меняется от 2-й до 3,5-й звездной величины (см.).—122

Али Кушчи (год рожд. неизв. — 1474) — самаркандский астроном и математик., работавший на обсерватории Улугбека (см.).—25, 26

Аль-Баттани, Абу Абдаллах Мохаммед бен-Джабир (858—929) — арабский астроном; произвел новые определения угла наклона эклиптики к экватору, ввел в употребление тригонометрические функции.—24

Альбицкий, Владимир Александрович (1891—1952) — советский астроном; совместно с Г. А. Шайном определил лучевые скорости (скорости движения вдоль луча зрения) многих звезд.—209

Альдебаран — самая яркая звезда в созвездии Тельца, 1-й звездной величины, красновато-желтого цвета.—125

Алькор — слабая звезда, 5-й звездной величины; видима невооруженным глазом около звезды Мицар (см.) в созвездии Большой Медведицы.— 62, 120, 121

Альфа Центавра — система из трех звезд в созвездии Центавра, наиболее близких к солнечной системе; расстояние 4,3 светового года (см.).—35, 45, 121, 238

Амбарцумян, Виктор Амазаспович (р. 1908) — советский астрофизик, академик, президент Академии наук Армянской ССР; автор важнейших трудов, посвященных изучению физической природы и происхождения звезд, звездных систем и межзвездной среды.— 57, 138

Андромеда — созвездие северного полушария неба, видимое в конце лета, осенью, в начале зимы.—63

Антарес — самая яркая звезда в созвездии Скорпиона, 1-й звездной величины, красного цвета; относится к звездам-сверхгигантам: диаметр более чем в 450 раз превосходит диаметр Солнца, а объем больше объема Солнца в 90 млн. раз.—117, 119, 123, 238

Ариабхата (р. в V в.— дата смерти неизв.) — индийский астроном и математик; в его сочинении «Ариабхатиам» сжато изложены математические сведения, необходимые для астрономических вычислений.—27

Аризонский метеоритный кратер — кратер в США, образовавшийся в результате падения гигантского метеорита; поперечник кратера около 1200 *м*, глубина 174 *м*, высота вала 40—50 *м*.—112

Аристарх Самосский (жил в III в. до н. э.) — один из великих греческих ученых эпохи эллинизма; впервые определил расстояние от Земли до Луны и до Солнца и высказал идею о движении Земли вокруг Солнца. Его называют «Коперником древнего мира». За свое учение был обвинен в безбожии и изгнан из Афин.— 22, 27, 183, 241

Аристотель (384—322 до н. э.) — древнегреческий ученый; обосновал шарообразную форму Земли и других небесных тел; в то же время утверждал, что Земля является неподвижным телом — центром Вселенной, вокруг которого обращаются все небесные тела.—21, 183, 241

Ариэль — спутник Урана.—238

Арктур — самая яркая звезда в созвездии Волопаса, нулевой звездной величины, оранжевого цвета; по размерам — звезда-гигант.—238

Архимед (ок. 287—212 до н. э.) — древнегреческий математик и механик.—183

Астероиды — см. Малые планеты.

Астрология — ложное учение, с помощью которого пытались предсказывать судьбу государств, народов и отдельных людей и наступление событий по расположению небесных светил.—20

Астрономическая единица — единица для измерения больших расстояний в солнечной системе, принятая в астрономии; равна среднему расстоянию Земли от Солнца — 149,5 млн. *км*.—35

Астрономические обсерватории — научно-исследовательские учреждения, в которых при помощи телескопов и других астрономических приборов ведутся наблюдения небесных светил и изучаются законы их движения и развития.—54—59

Астрономия — наука, занимающаяся изучением строения и развития небесных тел и их систем.—15, 183—185

Астрофизика — раздел астрономии, изучающий физические свойства и химический состав небесных тел и межзвездной среды главным образом при помощи спектрального анализа, фотографии и радиоастрономических методов.—55

Атмосфера Земли.—143, 173—175

Ахернар — самая яркая звезда созвездия Эридана, 1-й звездной величины, белого цвета; в СССР не видна.—238

Б

Баклунд, Оскар Андреевич (1846—1916) — русский астроном, швед по происхождению; в 1895—1916 гг. был директором Пулковской обсерватории; основные

научные исследования его относятся к небесной механике и геодезии.—198

Баллистика — наука о движении артиллерийских снарядов, ракет и т. д.—167

Белопольский, Аристарх Аполлонович (1854—1934) — русский астроном; исследовал законы вращения Солнца, доказал метеоритное строение колец Сатурна, произвел важнейшие исследования спектров звезд и их лучевых скоростей, опытным путем подтвердил правильность принципа Доплера (см.) в применении к свету.—51, 97, 198, 201—203

Белые карлики — звезды, имеющие очень малые размеры и светимость (в сотни и тысячи раз меньшие, чем размеры и светимость Солнца) и вместе с тем высокую температуру; отличаются чрезвычайно большой плотностью вещества (плотнее воды в десятки и сотни тысяч и даже в миллионы раз).—119

Белявский, Сергей Иванович (1883—1953) — советский астроном; открыл 37 малых планет, в том числе Владилену, названную так в честь Владимира Ильича Ленина.—100, 198

Бессель, Фридрих Вильгельм (1784—1846) — немецкий астроном; разработал методы точного определения положений звезд, составил обширные звездные каталоги, вслед за В. Я. Струве положил начало точному определению расстояний до звезд.—194, 195

Бетельгейзе — вторая по блеску звезда в созвездии Ориона, 1-й звездной величины, красноватого цвета; относится к звездам-сверхгигантам; по диаметру в 300 раз, по объему в 27 млн. раз больше Солнца.—49, 117—119, 123, 238

Бируни (972 или 973—1048) — среднеазиатский ученый, астроном, географ, историк; впервые на Среднем Востоке высказал мысль о движении Земли вокруг Солнца; определил размеры Земли.—24—26

Блажко, Сергей Николаевич (1870—1956) — советский астроном, профессор Московского университета, исследователь переменных звезд.—204

Близнецы — см. Зодиакальные созвездия

Болид — ослепительно яркий метеор; имеет вид светящегося шара с огненным хвостом. После его пролета на небе в течение некоторого времени виден слабо светящийся туманный след.—109, 110, 115

Большая Медведица — созвездие северного полушария неба. Семь его наиболее ярких звезд образуют фигуру, напоминающую ковш с ручкой.—61, 62, 65, 120, 146

Брадлей, Джемс (1693—1762) — английский астроном, один из основоположников современной звездной астрономии.—193, 194, 196

Брамагупта (598—660?) — индийский математик и астроном; в его сочинениях можно найти утверждение о вращении Земли вокруг оси, соображения о размерах Земли и Луны.—27

Бредихин, Федор Александрович (1831—1904) — русский астроном; наиболее известен как создатель теории образования кометных хвостов и теории происхождения метеорных потоков; с 1890 по 1895 г. руководил Пулковской обсерваторией.—58, 103, 104, 106, 108, 137, 198—201, 241

Бруно, Джордано (1548—1600) — итальянский мыслитель, атеист; развивая учение Коперника, утверждал бесконечность Вселенной и бесчисленность звезд, солнц и обитаемых планет.—30, 31

Быковский, Валерий Федорович (р. 1934) — советский летчик-космонавт, на космическом корабле «Восток-5», запущенном 14 июня 1963 г., совершил за 119 часов полета 81 оборот вокруг Земли и пролетел 3 млн. 300 тыс. *км*.—18, 166, 241

В

Варахамихара — индийский математик и астроном VI в. н. э.; в его сочинениях можно найти объяснение затмений, рассуждения о расстояниях до Солнца и Луны.—27

Вега— самая яркая звезда в созвездии Лиры и одна из самых ярких звезд неба, нулевой звездной величины, белого цвета.—45, 61, 117, 238

Великое противостояние Марса — см. Противостояние Марса.

Венера — вторая по расстоянию от Солнца планета солнечной системы; после Солнца и Луны самое яркое светило на небе; бывает видима во время вечерних сумерек на западной стороне неба, рано утром — на восточной; по размерам и массе близка к Земле.—20, 89—92, 95, 229

Вернадский, Владимир Иванович (1863—1945) — советский естествоиспытатель, минералог и кристаллограф, один из основоположников геохимии и биогеохимии; для астрономии важное значение имеют его работы по изучению химического состава земной коры, океана, атмосферы, исследования о роли радиоактивных элементов в эволюции земного шара; первым обратил внимание на огромную роль живого вещества в истории земной коры.—137

Веста — наиболее яркая из малых планет; бывает видна невооруженным глазом; открыта в 1807 г. немецким астрономом Г. Ольберсом.—100, 237

Весы — см. Зодиакальные созвездия.

Видманштеттеновы фигуры — рисунок, наблюдающийся на полированной поверхности железного метеорита, протравленной слабым раствором кислоты; названы по имени австрийского ученого Видманштеттена, впервые получившего эти фигуры в 1808 г. —114

Виноградов, Александр Павлович (р. 1895)— советский биохимик, геохимик и химик-аналитик; основные исследования посвящены изучению закономерностей распределения химических элементов в верхней части земной коры, выяснению состава первичных пород, из которых образовался осадочный покров Земли, и др.; занимается исследованием метеоритов.—115

Високосный год.—150, 151

Водолей — см. Зодиакальные созвездия.

Воронцов-Вельяминов, Борис Александрович (р. 1904) — советский астрофизик; выполнил ряд важных исследований новых звезд, газовых и планетарных туманностей, межзвездной среды, галактик; автор многих учебников и научно-популярных книг.—137

Вращение Галактики.—129

Вращение звезд. —209

Время декретное — по декрету Советского правительства в 1930 г. все часы в нашей стране были переведены на 1 час вперед.—157

Время местное — в связи с вращением Земли вокруг своей оси на каждом меридиане Земли свое истинное время — местное.—156, 157

Время поясное — весь земной шар разделен на 24 пояса, отстоящих друг от друга на расстоянии 15° долготы; внутри каждого пояса гражданское время условились считать одинаковым.—157, 158

Вселенная — окружающий нас мир, бесконечный в пространстве, во времени и по многообразию форм заполняющего его вещества и его превращений.—130, 132

Всехсвятский, Сергей Константинович (р. 1905)— советский астрофизик,известный исследователь комет,

солнечной короны и солнечного корпускулярного излучения.—58

Вспышки солнечные — резкое и быстрое увеличение яркости какого-нибудь участка хромосферы Солнца, расположенного в активной области; вспышки сопровождаются усилением коротковолнового излучения Солнца и потоков заряженных частиц.—80

Вторая космическая скорость — минимальная скорость тела вблизи поверхности Земли, достижение которой позволяет ему, преодолев земное притяжение, навсегда удалиться от Земли; равна 11,2 *км/сек.*— 168, 173

Вторая советская космическая ракета («Луна-2»)— запущена 12 сентября 1959 г.; впервые в истории человечества достигла другого небесного тела — Луны.— 68, 74, 162, 241

Второй советский искусственный спутник Земли— запущен 3 ноября 1957 г.; просуществовал 163 дня, совершив около 2370 оборотов вокруг Земли. —160

Г

Гагарин, Юрий Алексеевич (р. 1934) — советский летчик-космонавт, первый в мире человек, совершивший космический полет на космическом корабле «Восток» 12 апреля 1961 г.—18, 92, 164, 241

Газе, Вера Федоровна (1899—1954) — советский астроном; совместно с акад. Г. А. Шайном занималась изучением газово-пылевых туманностей.—210

Галактика — звездная система, в которую входят все звезды, видимые в созвездиях невооруженным глазом и в телескоп, и все звезды Млечного Пути. В Галактике насчитывается более 100 млрд. звезд. Диаметр этой звездной системы составляет почти 100 тыс. световых лет. Все звезды в Галактике движутся вокруг ее центра.—129, 130, 191, 195, 197, 199

Галактика в Андромеде — звездная система, сходная с нашей Галактикой по своему строению и многообразию входящих в нее звезд; видна в созвездии Андромеды невооруженным глазом.—130, 131

Галактика в Треугольнике — спиральная звездная система, расположенная в созвездии Треугольника.—131

Галактики (пишутся со строчной буквы)— звездные системы, подобные нашей Галактике.—130—132, 208

Галактический экватор — большой круг на небесной сфере, образуемый при пересечении ее средней плоскостью Млечного Пути (см.).—129

Галилей, Галилео (1564—1642) — итальянский физик, механик и астроном; одним из первых применил телескоп для наблюдений неба; показал, что Млечный Путь—множество звезд; открыл фазы Венеры, вращение Солнца вокруг своей оси, формы рельефа лунной поверхности, четыре больших спутника Юпитера; сделал выдающиеся открытия в физике и механике.—31, 32, 70, 91, 96, 184, 209, 241

Галле, Иоганн Готфрид (1812—1910) — немецкий астроном, специалист по исследованию метеоров и комет; в сентябре 1846 г. обнаружил планету Нептун по данным, предвычисленным Леверье.—41, 98, 100, 241

Галлей, Эдмунд (1656—1742) — английский астроном, открыл собственное движение звезд в пространстве; установил, что комета, потом названная его именем, относится к солнечной системе и появляется периодически.—37, 38, 189, 193, 241

Ганимед — наибольший по размерам и массе из четырех самых ярких спутников Юпитера, открытых Галилеем.—238

Ганимед — малая планета.—237

Гевелий, Ян (1611—1687) — польский астроном-наблюдатель; построил в г. Гданьске большую обсерваторию, снабженную точными угломерными инструментами; изучал Луну (составил первое подробное описание ее поверхности) и кометы (открыл четыре новые кометы), составил звездный каталог.—34, 185

Гелиоцентрическая система мира (система Коперника) — учение, обоснованное Коперником, согласно которому Земля есть одна из планет, обращающихся вокруг Солнца — центра планетной системы. Это учение стало основой развития новой астрономии.— 28—30, 32

Геоцентрическая система мира (система Птолемея) — ошибочное учение, господствовавшее в древности и в средние века, утверждавшее, что Земля неподвижна, а Солнце, Луна, планеты и звезды обращаются вокруг Земли; опровергнуто Коперником, установившим, что Земля — одна из планет солнечной системы.—23, 24, 27, 32

Гендерсон, Томас (1798—1842)— английский астроном, один из пионеров определения точных расстояний до звезд. В 1840 г. определил расстояние до звезды альфа в созвездии Центавра, оказавшейся ближайшей к солнечной системе звездой.—196

Гераклит (ок. 530—470 до н. э.) — древнегреческий философ-материалист, выдвинул идею об изменяемости в природе.—21

Гермес — малая планета.—237

Герцшпрунг, Эйнар (р. 1873) — датский астроном; много занимался изучением звездных скоплений, переменных звезд, проблемой эволюции звезд.—205

Гершель, Вильям (1738—1822) — английский астроном, открыл и исследовал много туманностей, двойных звезд, планету Уран, обнаружил движение Солнца в пространстве среди звезд; впервые на основе наблюдений пытался выяснить строение нашей звездной системы — Галактики. Впервые выдвинул мнение, что возникновение звезд непрерывно продолжается и в нашу эпоху.—97, 185, 189—192, 241

Гершель, Джон (1792—1871) — английский астроном, сын В. Гершеля; продолжая работы отца, он изучал двойные звезды (составил 11 каталогов), туманности, звездное небо южного полушария.— 192

Гершель, Каролина (1750—1848)— любитель астрономии, сестра В. Гершеля; открыла 8 комет и 14 туманностей; помогала брату в проведении наблюдений и их обработке.—191

Гиады — звездное скопление в созвездии Тельца, содержит около 100 звезд. Расположено на небе недалеко от звезды Альдебаран.—125

Гидальго — малая планета.—237

Гиппарх (II в. до н. э.) — древнегреческий астроном; установил разделение звезд по их видимому блеску на звездные величины (см.), определил расстояние до Луны и ее размеры; составил обширный и для своего времени точный звездный каталог.—22, 241

Гленн, Джон — американский космонавт, совершивший космический полет 20 февраля 1962 г.; за 4 часа 56 мин. сделал 3 оборота вокруг Земли.— 165, 241

Год — единица измерения времени, равная промежутку, соответствующему одному полному обороту Земли вокруг Солнца. В году содержится 365 суток 5 часов 48 минут и 46 секунд с долями.—20, 145—147, 151

Гранулы — газовые образования на солнечной поверхности, имеющие вид зерен. Размеры отдельных гранул измеряются сотнями километров.—78

Григорианский календарь (новый стиль) — введен в 1582 г. папой Григорием XIII; более точный, чем юлианский календарь (см.); в настоящее время принят в большинстве стран земного. шара.—151, 152

Гриссом, Вирджил — американский космонавт, совершивший кратковременный полет в космос 27 июля 1961 г.—165

Гудрайк, Джон (1765—1786) — английский любитель астрономии, один из первых исследователей переменных звезд.—122

Гюйгенс, Христиан (1629—1695) — нидерландский механик, физик, математик и астроном; открыл спутник Сатурна—Титан и кольца Сатурна, производил наблюдения Марса и Юпитера, туманности Ориона; работал над усовершенствованием оптики телескопов и маятниковых часов.—35, 96

Д

Давление света — механическое действие света, оказываемое им на частицы, находящиеся на пути его распространения. Давление света на твердые тела и на газы впервые обнаружено и измерено русским физиком П. Н. Лебедевым (см.) в 1899—1909 гг. —106

Д'Аламбер, Жан Лерон (1717—1783) — французский математик и философ; разрабатывал труднейшие вопросы движения небесных тел.—192

Движение полюсов Земли — смещение полюсов, происходящее из-за того, что земной шар не занимает неизменного положения по отношению к своей оси вращения; за движением полюсов следит специальная сеть обсерваторий — широтных станций.—140, 210

Двойные звезды — системы, состоящие из двух звезд, каждая из которых обращается вокруг их общего центра тяжести. Обычно одна из звезд в паре бывает ярче, и ее называют главной звездой, а другую — ее спутником (напр., Мицар и его спутник Алькор). Системы, состоящие из трех, четырех или больше звезд, называются кратными звездами.—120, 121, 190

Дева — см. Зодиакальные созвездия.

Деймос — спутник Марса.—95, 238

Декарт, Рене (1596—1650) — французский философ, физик, математик, физиолог.—184

Деландр, Анри (1853—1948) — французский астроном; проводил систематическое фотографирование хромосферы Солнца, получил много фотографий планет и туманностей, исследовал вращение колец Сатурна.—203

Дельта Цефея — переменная звезда в созвездии Цефея, блеск которой меняется со строгой периодичностью. Период изменения блеска равен 5 суткам 8 часам и 47 минутам. Все переменные звезды такого типа стали называть по имени этой звезды цефеидами (см.).—123

Демокрит (ок. 460—370 до н. э.) — древнегреческий философ-материалист, один из основоположников учения об атомах; считал, что во Вселенной существуют бесчисленные миры, одни из которых формируются, другие достигли расцвета, третьи разрушаются и гибнут.—21

Деферент и эпицикл — окружности, по которым, по мнению Птолемея, движутся планеты; деферент — бóльшая окружность, центром которой является Земля, эпицикл — меньшая окружность, центр которой обращается по деференту вокруг Земли.—23

Диаграмма Герцшпрунга — Рессела (диаграмма спектр — светимость) — график, на котором нанесены абсолютные величины звезд в зависимости от их спектральных классов; исследование этой диаграммы позволяет сделать важные выводы о природе звезд и об их эволюции.—205

Диггес, Томас (год рожд. неизв. — 1595) — английский ученый, один из первых последователей учения Коперника в Англии; развивая и углубляя учение Коперника, пришел к выводу, что Вселенная бесконечна, а Солнце — одна из бесчисленных звезд.—30

Диона — спутник Сатурна.—238

Диффузные туманности — обширные облака рассеянного (газового или состоящего из твердых частиц—пылинок) вещества, расположенные в межзвездном пространстве. Многие ученые полагают, что звезды и планеты возникли из диффузных туманностей в результате их уплотнения.—127, 128

Е

Евклид — древнегреческий математик, работавший в Александрии в III в. до н. э. Обобщил накопленные в древности знания по геометрии.—183

Европа — один из четырех самых ярких спутников Юпитера, открытых Галилеем.—238

Егоров, Борис Борисович (р. 1937) — советский летчик-космонавт, совершивший полет на трехместном космическом корабле «Восход», запущенном 12 октября 1964 г.— 166, 241

Ж

Жансен, Пьер (1824—1907) — французский астроном, один из пионеров применения спектрального анализа в астрономии.—202, 241

Железные метеориты.—114

Железокаменные метеориты.—114

З

Задача двух тел — проблема небесной механики, связанная с определением движения двух сферических тел с известной массой, находящихся под действием силы взаимного тяготения.—169

Закон всемирного тяготения — закон, устанавливающий, что любые два тела взаимно притягиваются друг к другу и сила их притяжения прямо пропорциональна массам притягивающихся тел и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними; открыт английским ученым И. Ньютоном (см.) в 1687 г. — 37, 38—41, 172, 184, 241

Законы движения планет Кеплера — три закона, открытые Кеплером, которым подчиняются движения тел солнечной системы.—33, 34, 169, 241

Затменные переменные звезды — очень тесные двойные звезды, орбита которых проходит через луч зрения. При обращении вокруг общего центра тяжести обе звезды попеременно закрывают друг друга, так

что общий блеск системы во время этих затмений ослабевает. Алголь (см.) — первая из обнаруженных звезд такого типа.—122

Звездная величина — принятая в астрономии единица измерения видимого блеска звезд и других небесных тел. Чем слабее светится звезда, тем больше число, обозначающее ее звездную величину. Самые яркие звезды назвали звездами 1-й величины. Самые слабые звезды, видимые невооруженным глазом, относятся к звездам 6-й звездной величины. К действительным размерам и светимости звезд звездная величина не имеет прямого отношения.—61, 116

Звездные скопления — группы звезд, разделенные между собой меньшим расстоянием, чем обычные межзвездные расстояния; звезды в такой группе связаны общим движением в пространстве и имеют общее происхождение.—125, 126

Звездный дождь — см. Метеорный поток.

Звезды — гигантские раскаленные, самосветящиеся газовые шары. Солнце — одна из звезд, притом средняя по размерам и светимости. По своим характеристикам звезды многообразны; различаются звезды-гиганты и карлики, одиночные, двойные и кратные, переменные звезды и новые.— 116—125

Зверев, Митрофан Степанович (р. 1903) — советский астроном, зам. директора Пулковской обсерватории.— 55

Зеелигер, Гуго (1849—1924) — немецкий астроном, занимался вопросами теоретической астрономии, строения Млечного Пути и др.— 205

Земля — планета, на которой мы живем. Среднее расстояние Земли от Солнца принято в астрономии в качестве единицы для измерения больших расстояний (см. Астрономическая единица).— 92, 93, 95, 133, 137, 236

Зенит — точка пересечения отвесной линии с воображаемой небесной сферой над головой наблюдателя.— 64

Зодиакальные созвездия — 12 созвездий: Овен, Телец, Близнецы, Рак, Лев, Дева, Весы, Скорпион, Стрелец, Козерог, Водолей, Рыбы, расположенных вдоль пути годичного перемещения Солнца по небу среди звезд. В каждом из созвездий Солнце ежегодно бывает приблизительно в течение месяца.— 67, 237

И

Ибн-Юнус (950—1009) — арабский астроном; провел обширные наблюдения на обсерватории близ Каира, составил таблицы движения Луны, Солнца и планет.—24

Икар — малая планета, подходящая к Солнцу в своем движении по орбите ближе всех известных тел солнечной системы.— 101, 237

Ио — один из четырех самых ярких спутников Юпитера, открытых Галилеем.— 238

Ионосфера — слой земной атмосферы, атомы и молекулы которого частично ионизованы под влиянием коротковолнового излучения Солнца и корпускулярных потоков.— 174

Искусственные спутники Земли — искусственные небесные тела, научные лаборатории, оснащенные автоматическими приборами для исследования верхних слоев атмосферы и изучения некоторых явлений во внеземном пространстве.— 159—169, 172

Искусственные спутники Земли «Электрон».—167

Искусственный спутник Земли «Эхо-2».— 167

К

Казы-заде Ар-Руми — математик и астроном XV в., работавший на самаркандской обсерватории Улугбека (см.).— 25

Календарь — система счета времени. В основе его лежат единицы измерения времени, данные нам самой природой: год и сутки.— 20, 22, 141, 145—155

Каллисто — один из четырех самых ярких спутников Юпитера, открытых Галилеем.— 63, 238

Каменные метеориты.—114

Канопус — самая яркая после Сириуса звезда неба; относится к сверхгигантским звездам: по светимости она ярче Солнца в несколько тысяч раз; в наших широтах не видна.—238

Кант, Иммануил (1724—1804) — известный немецкий ученый; утверждал бесконечность звездной Вселенной; в 1755 г. впервые выдвинул научную гипотезу происхождения небесных тел.—133, 189, 190, 193, 241

Капелла — самая яркая звезда в созвездии Возничего, нулевой звездной величины, желтого цвета — 117, 119, 238

Карпентер, Малькольм Скотт — американский космонавт, совершивший космический полет 24 мая 1962 г. (3 оборота вокруг Земли).—166, 241

Кассини, Джованни Доменико (1625—1712) — астроном, итальянец по происхождению, потом работавший во Франции; открыл вращение Юпитера и Марса, четыре спутника Сатурна, деление кольца Сатурна, определил расстояние от Земли до Солнца.— 34, 35, 241

Кассиопея— хорошо знакомое всем созвездие северного полушария неба; в северных районах и средней полосе Советского Союза незаходящее созвездие, в крайних южных районах хорошо видимо летом и осенью.—63

ал-Каши, Джемшид ибн-Масуд (год рожд. неизв. — ум. ок. 1436) — математик и астроном XV в., работавший на Самаркандской обсерватории Улугбека; принимал участие в составлении Самаркандского звездного каталога.—25, 26

Квадратура — взаимное расположение Земли, Солнца и одной из внешних планет (отстоящих от Солнца дальше Земли), при котором направление на планету составляет прямой угол с направлением на Солнце.— 43

Кеплер, Иоганн (1571—1630) — австрийский астроном; установил три основных закона, по которым совершаются движения планет вокруг Солнца.—29, 32—35, 38, 125, 169, 184, 241

Кёртис, Хебер (1872—1942) — американский астроном; утверждал, что многие туманности являются далекими звездными системами, подобными нашей Галактике. Это мнение было подтверждено в 1924 г. открытием Хаббла.— 207

Килер, Джемс Эдуард (1857—1903) — американский астроном, исследователь спектров планет, звезд и туманностей; изучал кольца Сатурна.—203

Клеро, Алексис Клод (1713—1765) — французский математик; изучал движение тел солнечной системы.—184, 192

Ковальский, Мариан Альбертович (1821—1884)— русский астроном. Наиболее важные его работы посвящены изучению движения звезд, строению Галактики и небесной механике.— 198, 199

Козерог — см. Зодиакальные созвездия.

Козырев, Николай Александрович (р. 1908) — советский астрофизик, исследователь Луны и планет, внутреннего строения звезд.—56

Кольца Сатурна— образование, окружающее планету Сатурн и состоящее из бесчисленного множества мелких частиц, обращающихся вокруг планеты по законам Кеплера. Толщина колец меньше 15 *км*, поперечник внешнего края — 275 тыс. *км*.—96, 202, 203

Комаров, Владимир Михайлович (р. 1927) — советский летчик-космонавт, совершивший полет на трехместном космическом корабле «Восход», запущенном 12 октября 1964 г.—166, 241

Комета Биэлы — комета, которая в XIX в. распалась на части и породила метеорный поток (см.), давший обильные звездные дожди.—104

Комета Галлея — первая комета, у которой была определена орбита и для которой предсказано ее очередное появление. Обращается вокруг Солнца с периодом около 76 лет, очередное появление ожидается в 1986 г.—37, 102

Комета Энке — комета с очень коротким периодом обращения вокруг Солнца (3,3 года), причем этот период постепенно уменьшается; наблюдается с 1786 г. Названа по имени немецкого астронома И. Ф. Энке (1791—1865).—102, 105

Кометоискатель — специальная астрономическая труба для отыскания комет; отличается большой светосилой и дает большое поле зрения.—102

Кометы — небесные тела, входящие в состав солнечной системы; имеют вид туманных пятнышек с ярким сгустком в центре — ядром. У ярких комет при приближении к Солнцу появляется хвост в виде светящейся полосы.—100—107

Коперник, Николай (1473—1543) — польский ученый; опроверг ложную геоцентрическую систему мира Аристотеля— Птолемея, открыл действительное устройство солнечной системы, в которой Земля — только рядовая планета.—16, 27—30, 32, 35, 64, 91, 184, 196, 241

Космический корабль «Восток»— см. Гагарин Ю. А.

Космический корабль «Восток-2» — см. Титов Г. С.

Космический корабль «Восток-3» — см. Николаев А. Г.

Космический корабль «Восток-4» — см. Попович П. Р.

Космический корабль «Восток-5» — см. Быковский В. Ф.

Космический корабль «Восток-6» — см. Николаева-Терешкова В. В.

Космический корабль «Восход»—см. Комаров В. М.

Космогоническая гипотеза Канта.—193

Космогоническая гипотеза Лапласа.—133—134, 193

Космогоническая гипотеза О. Ю. Шмидта.—134—137

Крабовидная туманность — туманность в созвездии Тельца, образовавшаяся в результате вспышки сверхновой звезды, которая наблюдалась в 1054 г.; является мощным источником радиоизлучения.—125

Красное смещение в спектрах галактик — смещение линий в спектрах далеких галактик к красному концу спектра; по всей вероятности, объясняется принципом Доплера (см.) в связи с удалением галактик от нас.—132

Крылов, Алексей Николаевич (1863—1945) — советский математик, механик и кораблестроитель. Основные исследования — в области теории кораблестроения, строительной механики корабля, артиллерии и баллистики.—41

Кукаркин, Борис Васильевич (р. 1909) — советский астроном, исследователь переменных звезд, строения и развития звездных систем.— 56

Кулик, Леонид Алексеевич (1883—1942) — советский ученый; занимался изучением метеоритов, в особенности изучением обстоятельств падения Тунгусского метеорита.— 113

Кульминация светила — явление прохождения светила через меридиан небесный (см.).—65

Л

Лагранж, Жозеф Луи (1736—1813) — французский математик и механик.—184, 192

Ламберт, Иоганн Генрих (1728—1777) — немецкий математик, физик и философ; утверждал, что наша звездная система — одна из бесчисленных звездных систем в бесконечной Вселенной.—189, 190, 196

Лаплас, Пьер Симон (1749—1827) — французский математик и астроном. Основные труды Лапласа посвящены разработке теории движения тел солнечной системы на основе закона всемирного тяготения. Разработал гипотезу образования Солнца и планет (см.).— 133, 134, 184, 189, 192, 193

Лебедев, Петр Николаевич (1866—1912) — русский физик; точнейшими опытами доказал существование давления света (см.), что очень важно для астрономии.—106, 200

Лев — см. Зодиакальные созвездия.

Леверье, Урбен Жан Жозеф (1811—1877) — французский астроном. На основании его вычислений была в 1846 г. открыта планета Нептун.—41, 98, 101, 241

Левкипп (предположительно 500—440 до н. э.)— древнегреческий философ, один из основоположников теории атомного строения материи.—21

Лейбниц, Готфрид Вильгельм (1646—1716) — немецкий математик и философ.— 36, 184

Лексель, Андрей Иванович (1740—1784) — русский астроном; исследовал движение кометы, получившей впоследствии его имя; доказал, что открытое В. Гершелем новое небесное тело является не кометой, как это предполагалось, а планетой, названной Ураном.— 189

Ливитт, Генриэтта (1868—1921) — американский астроном; установила зависимость между периодом изменения блеска переменных звезд — цефеид и их светимостью. Это открытие стало основой для определения расстояний до далеких звездных систем.—207, 241

Линия перемены дат — воображаемая линия на земном шаре; проходит преимущественно в Тихом океане по меридиану, имеющему долготу 180°, местами отклоняясь от него. Путешественники, направляющиеся с запада на восток, пересекая эту линию, дважды считают один и тот же день, направляющиеся в обратном направлении — пропускают один день.—158

Локьер, Джозеф Норман (1836—1920)—английский астрофизик, исследователь спектров Солнца и звезд.— 202, 241

Ломоносов, Михаил Васильевич (1711—1765) — русский ученый-энциклопедист; был выдающимся астрономом своей эпохи. Он открыл существование атмосферы у Венеры, создал новый тип телескопа, разработал ряд приборов и методов для нужд практической астрономии; много сделал для изучения нашей страны в астрономо-географическом отношении.—17, 22, 91, 106, 116, 187—189, 193, 241

Луна — спутник Земли. Радиус ее немногим более 1/4 земного; объем в 50 раз меньше объема Земли. Луна всегда обращена к нам одной и той же стороной; лишена атмосферы.— 67—75, 94, 95, 236

Лундмарк, Кнут (1889—1958) — шведский астроном; в 1920 г. определил расстояние до туманности

в Андромеде и установил, что она находится далеко за пределами нашей Галактики.—207

Лунно-солнечный календарь — система календаря, в которой была сделана попытка согласовать три естественные единицы времени — год (см.), месяц (см.) и сутки (см.).—147

Лунное затмение — небесное явление, вызываемое тем, что Луна, обращаясь вокруг Земли, попадает в тень, отбрасываемую Землей, и становится невидимой.—87, 88, 240

Лунные кратеры— горный хребет в виде правильного кольца, окружающего ровную и гладкую площадку; в центре этой площадки возвышается коническая гора.—71

Лунные «моря» — обширные равнинные места на Луне, совершенно не содержащие воды.—70

Лунные цирки — кольцевые горы на Луне, отличающиеся от кратеров тем, что не имеют центральной горы.—71

Лунный календарь—система календаря, основой которого является лунный месяц (см.).—147

М

Магеллановы Облака (Большое и Малое) — ближайшие к нашей Галактике звездные системы; имеют неправильную форму; расположены в южном полушарии неба и в СССР не видны; изобилуют гигантскими и сверхгигантскими звездами, в частности, в Магеллановых Облаках обнаружены звезды (напр., звезда S Золотой Рыбы), излучающие в миллион раз больше света, чем Солнце.—130, 208

Магнитное поле Земли.—176

Максутов, Дмитрий Дмитриевич (1896—1964) — советский оптик; создал телескоп нового типа — менисковый (см.), обладающий исключительно высокими оптическими качествами.—48, 55, 219, 241

Малые планеты, или астероиды — небольшие тела, входящие в состав солнечной системы; имеют в поперечнике размеры от 800 *км* до 1—2 *км* и менее; движутся вокруг Солнца по тем же законам, по которым обращаются и планеты. Большинство малых планет движется вокруг Солнца в пространстве между орбитами Марса и Юпитера. Некоторые из них (напр., Икар, Гермес) имеют крайне вытянутые орбиты и иногда оказываются ближе к Солнцу, чем Земля и даже Меркурий.—100, 101, 115, 237

Марс — четвертая по удаленности от Солнца планета солнечной системы; полный оборот вокруг Солнца совершает за один год и 11 месяцев.—20, 93—95, 100, 135, 229

Мартынов, Дмитрий Яковлевич (р. 1906) — советский астроном, исследователь переменных звезд, межзвездной среды и планет.—59

Межзвездная среда — разреженное вещество, заполняющее пространство между звездами; состоит из газа и небольших твердых частиц (пыли), по большей части собранных в туманности. В межзвездную среду входят те же химические элементы, из которых состоят Солнце и звезды.—126—129

Межзвездное поглощение света— ослабление видимого блеска далеких звезд, вызываемое облаками темной пылевой материи, заполняющими значительные области межзвездного пространства.—197

Межпланетный газ — разреженная газовая среда, заполняющая солнечную систему.—175

Менисковый телескоп — зеркально-линзовый телескоп; оптическая система его состоит из сферического вогнутого зеркала и выпукло-вогнутой линзы — мениска; разработан Д. Д. Максутовым.—48, 55, 219

Меридиан небесный — воображаемая линия на небесной сфере, проходящая через полюсы мира и зенит места наблюдения; пересекает линию горизонта в точках севера и юга.—64

Меркурий — ближайшая к Солнцу планета солнечной системы; обращен к Солнцу всегда одной и той же стороной.— 20, 89, 94, 95, 101

Месье, Шарль (1730—1817) — французский астроном, исследователь комет; в 1784 г. составил первый каталог туманностей и звездных скоплений.—125

Местлин, Михаэль (1550—1631) — австрийский математик и астроном, учитель Кеплера, последователь системы Коперника.—32

Месяц — период времени, связанный с обращением Луны вокруг Земли; различают сидерический, или звездный, месяц (период обращения Луны вокруг Земли), равный в среднем 27 суткам 7 часам 43 минутам 11 секундам, и синодический месяц (период смены лунных фаз), равный в среднем 29 суткам 12 часам 44 минутам 2 секундам.— 70, 147

Метагалактика — грандиозная совокупность отдельных галактик и скоплений галактик. Все усматриваемые в самые мощные телескопы звездные системы составляют только часть Метагалактики, границы которой пока остаются недоступными для наблюдений. Но и Метагалактика — только ничтожная часть бесконечной Вселенной.—132

Метеоритные кратеры— углубления, нередко большие, в земной поверхности, образовавшиеся от падения гигантских метеоритов (см. Аризонский метеоритный кратер).—112

Метеоритный дождь— выпадение на небольшой площади земной поверхности сразу большого числа отдельных метеоритов, образовавшихся в результате разрыва в воздухе одного крупного метеорита.—112

Метеориты — камни или куски железа, упавшие на Землю из межпланетного пространства. Метеориты состоят из тех же химических элементов, из которых состоит Земля.—104, 110—115

Метеорный поток — периодическое появление на небе большого числа метеоров. Это объясняется встречей Земли с роем метеорных частиц. При некоторых обстоятельствах Земля, пересекая орбиту метеорного роя, попадает в наиболее плотную его часть, и тогда наблюдается звездный дождь.—104, 108

Метеоры — небесные явления, получившие в народе название «падающие звезды». Их появление связано с тем, что в атмосферу Земли из межпланетного пространства влетают мельчайшие твердые частицы, сгорающие в атмосфере. Очень яркие метеоры называются болидами (см.). Наблюдения метеоров имеют большое значение для изучения физического состояния верхних слоев атмосферы.—107—110, 143

Метон (ок. 460 до н. э.— год смерти неизв.) — древнегреческий астроном и математик; его работы имели важное значение для построения календаря.— 148

Мимас — спутник Сатурна.—238

Мира Кита — звезда омикрон в созвездии Кита, названная Мира, что по-латыни значит «удивительная», за изменения своего блеска; иногда она становится сравнительно яркой звездой, 3-й звездной величины, а иногда можно ее видеть только в телескопы; долгопериодическая переменная, давшая название целому классу переменных звезд; красный сверхгигант.—123

Миранда — спутник Урана.— 238

Михайлов, Александр Александрович (р. 1888) — советский астроном, академик, с 1947 г. директор Пулковской обсерватории.—55, 85, 198

Мицар — средняя звезда в ручке ковша созвездия Большой Медведицы; вместе с Алькором (см.) образует двойную звезду.—62, 120, 121

Млечный Путь — широкая светящаяся полоса, хорошо видимая на небе в темные осенние или зимние ночи; состоит из огромного множества звезд; все они входят в нашу звездную систему — Галактику (см.), одной из звезд которой является Солнце.— 126, 129, 189

Мустель, Эвальд Рудольфович (р. 1911) — советский астрофизик, исследователь звездных атмосфер, новых и сверхновых звезд и Солнца.—55

Н

Наблюдения искусственных спутников Земли.— 225

Наблюдения комет.—230

Наблюдения Луны.— 229

Наблюдения метеоров.—225—227

Наблюдения переменных звезд —230, 231

Наблюдения планет.—229, 230

Наблюдения полярных сияний.—224

Наблюдения серебристых облаков.—227—229

Наблюдения солнечных затмений.—224, 225

Наблюдения Солнца.—223, 224

Народные обсерватории — любительские обсерватории, часто сооружаемые методом народной стройки.—221

Насирэддин Туси, Мухаммед (1201—1274) — азербайджанский астроном и математик; основал обсерваторию в г. Мараге; составил очень важный для своего времени каталог звезд.—24, 25

Небесная механика — раздел астрономии, посвященный изучению движения небесных тел, и в первую очередь тел, составляющих нашу солнечную систему, на основе закона всемирного тяготения.—167, 184, 185

Небесный меридиан — см. Меридиан небесный.

Небесный экватор — см. Экватор небесный.

Неделя — промежуточная единица измерения времени между сутками и месяцем; возникла в древних государствах Востока.—150

Неймановы линии — узор из тонких прямых линий, появляющийся на протравленных кислотой поверхностях некоторых железных метеоритов; названы по имени исследователя метеоритов немецкого ученого Неймана.—114

Непер, Джон (1550—1617) — шотландский математик, изобретатель логарифмов.—184

Нептун — восьмая от Солнца планета солнечной системы; открыта в 1846 г. немецким астрономом Галле на основании вычислений Леверье.—98, 101, 199

Нереида — спутник Нептуна.—238

Неуймин, Григорий Николаевич (1886—1946) — советский астроном; в 1944—1946 гг. — директор Пулковской обсерватории; открыл 63 малые планеты и 7 комет.—100, 198

Николаев, Андриян Григорьевич (р. 1929) — советский летчик-космонавт; на космическом корабле «Восток-3», запущенном 11 августа 1962 г., совершил за 94 часа 22 минуты полета более 64 оборотов вокруг Земли, пролетев около 2640 тыс. *км*. —18, 164, 241

Николаева-Терешкова, Валентина Владимировна (р. 1937) — первая в мире женщина, совершившая космический полет; на космическом корабле «Восток-6», запущенном 16 июня 1963 г., за 71 час сделала 48 оборотов вокруг земного шара и пролетела около 2 млн. *км*.—18, 166, 241

Николай Кузанский (1401—1464) — философ и ученый эпохи Возрождения, высказавший мнение о движении Земли и о том, что она не является центром Вселенной. Кузанский был одним из предшественников Коперника.—27

Никонов, Владимир Борисович (р. 1905) — советский астроном, исследователь цветов и спектров звезд, конструктор ряда астрономических приборов, один из пионеров применения электронных приборов в астрономии.—56

Новолуние — см. Фазы Луны.

Новые звезды — звезды, излучение которых внезапно увеличивается в тысячи раз, а затем медленно уменьшается. Иногда в нашей и в других галактиках наблюдаются вспышки сверхновых звезд. При таких вспышках звезды излучают свет в миллионы и сотни миллионов раз интенсивнее, чем Солнце. Причины таких вспышек наукой полностью еще не выяснены.— 124, 125

Ньютон, Исаак (1643—1727) — английский математик, физик, астроном; открыл закон всемирного тяготения, впервые объяснил причину явлений приливов и отливов.—27, 35—41, 67, 143, 167, 169, 184, 241

О

Оберон — спутник Урана.—238

Обратная сторона Луны.—73, 163

Обсерватории астрономические — см. Астрономические обсерватории.

Объектив — оптическая система, состоящая из одной или нескольких линз, с помощью которой можно получить увеличенное изображение предмета. Используется в телескопах-рефракторах. — 46, 214, 215

Овен — см. Зодиакальные созвездия.

Окуляр — часть телескопа; служит для рассматривания изображения, образуемого объективом; состоит обычно из нескольких линз.—46, 215, 216

Ольберс, Генрих Вильгельм (1758—1840) — немецкий астроном, исследователь комет и малых планет; высказал гипотезу о происхождении малых планет в результате разрыва большой планеты, располагавшейся между орбитами Марса и Юпитера.—194

Оорт, Ян Хендрик (р. 1900) —голландский астроном; в 1927 г. окончательно доказал вращение нашей звездной системы — Галактики — вокруг ее центрального звездного сгущения (ядра Галактики).—107, 125, 241

Орлов, Александр Яковлевич (1880—1954)— советский астроном; основные его работы относятся к небесной механике, исследованиям силы тяжести и движения полюсов Земли (см.). —59

Орлов, Сергей Владимирович (1880—1958)— советский астроном; исследовал физическую природу комет, их происхождение и связь с малыми планетами и метеорами.—58, 104

Ось мира — воображаемая прямая линия, вокруг которой происходит видимое суточное вращение неба. Она параллельна оси вращения Земли.—64

П

Павильон телескопа.—220, 221

Паллада — вторая по размерам малая планета, открытая Ольберсом (см.) в 1802 г.—100, 237

Паллас, Петр Симон (1741—1811) — русский естествоиспытатель, привез в Петербург найденный в Сибири метеорит, получивший название «Палласово железо».—110

Параллакс звездный, или годичный — угол, под которым с той или иной звезды был бы виден радиус земной орбиты (149 500 тыс. *км*). Расстояние, на котором этот угол равен одной секунде (приблизительно 31 триллион *км*), называется парсеком и является мерой расстояний до далеких глубин Вселенной. Парсек равен 3,26 световых лет.— 193

Паренаго, Павел Петрович (1906—1960) — советский астроном, выполнил ряд важных исследований строения Галактики, переменных звезд, динамики звездных систем, провел комплексное исследование области туманности в созвездии Ориона.—56

Парсонс (лорд Росс), Вильям (1800—1867)— английский астроном, построивший в 1845 г. гигантский по тому времени рефлектор, с диаметром зеркала 182 *см*, и исследовавший при его помощи многие внегалактические туманности.—185, 206

Пегас — созвездие, расположенное в северном полушарии неба; видимо в конце лета, осенью и ранней зимой.—63

Пепельный свет — слабое свечение не освещенной непосредственно Солнцем части лунного диска; объясняется освещением Луны солнечным светом, отраженным от поверхности Земли.—69, 92

Первая космическая скорость — скорость тела вблизи поверхности Земли, достижение которой позволяет ему превратиться в искусственный спутник с круговой орбитой; равна 7,9 *км/сек*.—168, 172

Первая советская космическая ракета («Мечта» или «Луна-1») — запущена 2 января 1959 г., прошла на расстоянии 5—6 тыс. *км* от Луны и превратилась в искусственную планету; при запуске ее впервые в истории человечества была превышена вторая космическая скорость (см.).—68, 161, 168, 176

Первый групповой полет в космос — совершен летчиками-космонавтами Советского Союза А. Г. Николаевым и П.Р. Поповичем 11—15 августа 1962 г.—164, 241

Первый советский искусственный спутник Земли— запущен 4 октября 1957 г. —159

Переменные звезды — звезды, блеск которых со временем меняется. В зависимости от характера этого изменения и причин, его вызывающих, они подразделяются на различные типы (см. Цефеиды, Затменные переменные звезды, Новые звезды).—122, 123, 230, 231

Периодичность солнечной активности.—81

Персей — созвездие, расположенное в северном полушарии неба; видимо почти весь год, кроме поздней весны. В него входит переменная звезда Алголь (см.).— 62, 63

Пиацци, Джузеппе (1746—1826) — итальянский астроном; открыл первую малую планету — Цереру.— 99,241

Пикар, Жан (1620—1682) — французский астроном; измерил дугу земного меридиана между Парижем и Амьеном, что позволило более точно определить размеры Земли.—39

Пикеринг, Эдуард (1846—1919) — американский астроном; занимался исследованием переменных звезд. Ему принадлежит также принятая всеми астрономами классификация спектров звезд.—203, 204

Пифагор (ок. 580 до н. э.—500 до н. э.) — древнегреческий математик и философ.—21

«Планетарий»— проекционный аппарат, с помощью которого воспроизводят картины звездного неба и движения небесных тел. Планетариями называются также научно-просветительные учреждения, в которых устанавливаются аппараты «планетарий» и ведется работа по распространению астрономических знаний среди населения.—232—235

Планетарные туманности — туманности круглой формы, видимые в телескоп в виде маленьких дисков, напоминающих диск планеты; иногда имеют вид кольца с яркой звездой в центре; состоят из очень разреженного газа. Внутри такой газовой туманности всегда есть горячая звезда.—128

Планеты — небесные тела, входящие в состав солнечной системы и, несомненно, имеющиеся в системах других звезд; имеют шарообразную форму. Планеты солнечной системы светят отраженным от их поверхности солнечным светом.—88—101

Плеяды — звездное скопление; относится к типу рассеянных скоплений; расположено в созвездии Тельца.—125, 127

Плутон — девятая и самая далекая от Солнца планета солнечной системы; открыт в 1930 г. астрономом Томбо (США).—98, 99, 135

Поверхность Луны.—70—75

«Полет-1»— маневрирующий космический аппарат, запущенный в Советском Союзе 1 ноября 1963 г.—166

«Полет-2»— маневрирующий космический аппарат, запущенный в Советском Союзе 12 апреля 1964 г.—166

Полнолуние — см. Фазы Луны.

Полюс мира — пересечение воображаемой оси мира с воображаемой небесной сферой. Северный полюс находится в созвездии Малая Медведица, вблизи Полярной звезды, Южный полюс — в созвездии Октанта.—64

Полярная звезда — самая яркая звезда в созвездии Малой Медведицы. Названа Полярной, так как расположена вблизи северного полюса мира. По блеску относится к звездам 2-й звездной величины.—61, 64

Полярные сияния — электрическое свечение неба ночью, происходящее чаще всего в полярных областях Земли.—224

Попович, Павел Романович (р. 1930) — советский летчик-космонавт; на космическом корабле «Восток-4», запущенном 12 августа 1962 г., совершил за 70 часов 57 минут более 48 оборотов вокруг Земли и пролетел около 1980 тыс. *км*.—18, 164, 241

Прикладной час — величина, выражаемая в часах и минутах и характеризующая среднее запаздывание наивысшего уровня прилива относительно кульминации (см.) Луны.—42

Приливы и отливы — периодическое наступание и отступание воды у берегов океанов. Вызываются действием притяжения Луны и Солнца на Землю.— 41—44, 143

Принцип Доплера — изменение частоты колебаний или длины волны при движении источника этих колебаний относительно наблюдателя; выдвинут австрийским физиком Христианом Доплером (1803—1853) в 1842 г.; по отношению к свету доказан в лабораторных условиях А. А. Белопольским (см.); в астрономии используется для определения скоростей звезд и галактик по лучу зрения и для исследования вращения небесных тел.—202, 203

Проблема жизни на Марсе.—94—95

Происхождение звезд.—138

Происхождение комет.—107

Происхождение метеоритов.—115

Происхождение солнечной системы. —132—138

Противостояние Марса — положение Марса на орбите, когда он и Земля находятся по одну сторону от Солнца и приблизительно на одной прямой линии. Если противостояние случится в тот момент, когда это расстояние наименьшее (55,5 млн. *км*), то его называют великим; оно создает наиболее благоприятные условия для наблюдения Марса. Великие противостояния повторяются через каждые 15—17 лет.—93

Протуберанцы — громадные выступы причудливой и иногда быстро изменяющейся формы в солнечной атмосфере; состоят из раскаленных газов.—81

Прохождение Венеры по диску Солнца.—91

Процион — самая яркая звезда в созвездии Малого Пса. Звезда эта двойная, имеет спутника, являющегося белым карликом.—195, 238

Птолемей, Клавдий — древнегреческий астроном, работавший в Александрии во II в. н. э.; разработал геоцентрическую систему мира, господствовавшую в науке вплоть до великого открытия Коперника, опубликованного в его книге в 1543 г. —23, 24, 27, 241

Пулковская обсерватория — главная астрономическая обсерватория Академии наук СССР; одна из крупнейших обсерваторий мира — «астрономическая столица мира», как ее называли; открыта в 1839 г. — 17, 55, 196, 198, 241

Р

Радиант — точка на небесной сфере, откуда (как представляется для наблюдателя с Земли) вылетают метеоры при встрече Земли с метеорным потоком.—108

Радиационные пояса Земли — пояса заряженных частиц, окружающих Землю; открыты с помощью искусственных спутников Земли и космических ракет.— 175, 176

Радиоастрономия — новый метод исследования небесных тел и глубин Вселенной, основанный на изучении радиоволн, приходящих на Землю из мирового пространства.—53

Радиоизлучение галактик.—132

Радиолокация Луны и планет — метод исследования, при котором к этим небесным телам направляется узкий пучок коротких радиоволн; отраженные ими радиолучи регистрируются, и по ним можно определять расстояния, а также устанавливать некоторые физические свойства Луны и планет; уже проведены радиолокации Луны, Меркурия, Венеры, Марса и Юпитера.— 54, 92

Радиолокация метеоров — метод исследования метеоров, аналогичный радиолокации Луны и планет; этот метод позволяет изучать метеоры в любое время суток, независимо от погоды.—54, 109

Радиотелескопы — приборы для исследования космического радиоизлучения; представляют собой радиоприемник чрезвычайно высокой чувствительности, присоединенный к антенне, принимающей излучение. Антенны радиотелескопов по назначению сходны с зеркалами рефлекторов и иногда достигают гигантских размеров; например, подвижная антенна исследовательской станции в Джодрелл Бэнк (Англия) представляет собой металлическое зеркало поперечником в 76 *м*.— 52, 53

Райт, Томас (1711—1786) — английский астроном; высказал свои идеи о строении нашей звездной системы.—189

Рак — см. Зодиакальные созвездия.

Расстояния до звезд.—45

Регмаглипты — углубления на поверхности метеорита, образующиеся в результате воздействия на него атмосферы.—110

Рессел, Генри Норрис (1877—1957) — американский астроном; автор ряда важных исследований по астрофизике, звездной астрономии, космогонии; окончательно установил зависимость между светимостью звезд и их спектральным классом.—204, 205

Рефлектор — телескоп, в котором изображения небесных светил получаются с помощью отражения от вогнутого зеркала.—47, 48, 188, 189, 217

Реформа календаря (проект).—153

Рефрактор — телескоп, в котором изображения небесных светил получают с помощью линзового объектива, создающего изображение, которое может быть рассмотрено глазом в окуляр или сфотографировано. В последнем случае рефрактор называют астрографом.— 48, 215

Рея — спутник Сатурна.—238

Ригель — самая яркая звезда в созвездии Ориона, нулевой звездной величины, белого цвета; по светимости сверхгигант: ее светимость в 23 тыс. раз превосходит светимость Солнца.—238

Рыбы — см. Зодиакальные созвездия.

С

Сарос — период повторяемости солнечных и лунных затмений (по-древнеегипетски «сарос» означает «повторение»); равен 18 годам и 11 дням (либо 10 дням, если за это время было 5 високосных лет); был известен еще астрономам древности.—85, 88

Сатурн — шестая по расстоянию от Солнца планета солнечной системы; имеет девять спутников, наибольший из них — Титан.— 20, 96—97, 101, 135, 229

Сверхновые звезды — см. Новые звезды.

Светимость звезд — величина, принятая в астрономии для выражения мощности излучения звезды в сравнении с излучением Солнца. По своей светимости звезды разделяются на гиганты и карлики. Гиганты излучают свет в сотни и даже тысячи раз сильнее Солнца. Есть звезды-сверхгиганты, излучающие свет в десятки и сотни тысяч раз интенсивнее, чем Солнце. Звезды-карлики излучают свет как Солнце или во много раз слабее его.—117

Световой год — единица расстояния в астрономии; обозначает расстояние, которое свет, распространяясь со скоростью 300 тыс. *км/сек*, проходит за один год. Световой год равен 63 290 астрономическим единицам, или 9,5 триллиона километров.—238

Северный, Андрей Борисович (р. 1913) — советский астроном; основные его работы посвящены физике Солнца и внутреннему строению звезд; директор Крымской астрофизической обсерватории Академии наук СССР.—55

Секки, Анджело (1818—1878)— итальянский астроном; одним из первых изучал спектры звезд, Солнца и планет.—202, 204

Серебристые облака — облака, наблюдающиеся летом во время сумерек и плавающие в атмосфере на высоте 80—85 *км*; очень неплотные (сквозь них видны звезды) и изменчивые; по всей вероятности, состоят из ледяных кристалликов.—227

Сигналы времени — передаются по радио для проверки часов; помимо специальных сигналов, переда-

ваемых для проверки очень точных часов, каждый час передаются широковещательные сигналы — шесть точек (заключительная точка дается ровно в целое число часов, нуль минут, нуль секунд с точностью до сотых долей секунды).—52, 140, 141

Сизигии — новолуние и полнолуние.—43

Синодический месяц — см. Месяц.

Сидерический (или звездный) месяц — см. Месяц.

Сириус — самая яркая по видимому блеску звезда неба; имеет спутника, являющегося белым карликом.—35, 61, 117, 121, 148, 149, 195

Система мира Коперника — см. Гелиоцентрическая система мира.

Система мира Птолемея — см. Геоцентрическая система мира.

Сихотэ-Алинский метеорит — железный метеорит, упавший 12 февраля 1947 г. в районе горного хребта Сихотэ-Алинь на Дальнем Востоке; собрано около 23 *т* вещества этого метеорита.—112, 113

Скиапарелли, Джованни Вирджинио (1835—1910)—итальянский астроном, исследователь комет, метеоров и планет; широко известны его наблюдения планеты Марс, на которой он открыл сеть тонких прямых линий, названных им каналами.—104, 108

Скорпион — см. Зодиакальные созвездия.

Служба времени — работы, связанные с определением точного времени путем астрономических наблюдений, хранением времени с помощью точных астрономических часов и сообщением времени посредством радиосигналов.—52, 140, 141

Служба движения полюсов — сеть широтных станций, следящих за перемещениями полюсов по земной поверхности.—140

Снеллиус, Виллеброрд (1580—1626) — голландский математик и астроном; создал способы измерения дуги меридиана, применяемые и теперь.—39

Созвездия — участки, на которые разделяют звездное небо по фигурам, образуемым яркими звездами. Всего насчитывается 88 созвездий; ими пользуются для ориентировки на звездном небе. Принадлежность звезд к одному созвездию — это их «видимая», или перспективная, близость. На самом деле звезды, причисляемые к одному созвездию, находятся на самых различных расстояниях от нас.—61—63

Солнечная корона — самая внешняя часть атмосферы Солнца. Во время полных солнечных затмений корона наблюдается в виде серебристо-жемчужного сияния, окружающего закрытый Луной диск Солнца.—78, 79, 86

Солнечная система, или планетная система— совокупность небесных тел — планет, астероидов, комет и т. д., обращающихся вокруг Солнца под действием силы его тяготения.—67—115

Солнечное затмение — небесное явление, обусловленное тем, что Луна, обращаясь вокруг Земли, проходит между нею и Солнцем и закрывает собой солнечный диск. Затмения бывают полные, кольцеобразные и частные.—82—87, 239

Солнечные пятна — представляют собой воронкообразные области более холодных газов на поверхности Солнца, находящихся под действием магнитных сил. Число пятен в году меняется. Наименьшее число пятен бывает приблизительно через каждые 11 лет.—79, 80

Солнечные установки — сооружения, использующие непосредственно солнечную энергию для нужд народного хозяйства.—143

Солнечный календарь — система календаря, в основу которой кладется продолжительность солнечного года, в настоящее время действует в большинстве стран земного шара.—149

Солнце — ближайшая к нам звезда, центральное тело нашей солнечной системы; отстоит от Земли на расстоянии 149,5 млн. *км*. (По последним радиолокационным данным 149 599 000 ± 500 *км*.)—50, 75—81, 117, 119, 121, 133—136, 138, 143, 185, 202, 203

Спектральная классификация звезд.—204

Спектрально-двойные звезды — тесные пары звезд, которые нельзя увидеть раздельно при помощи современных оптических средств; двойственность их обнаруживается по периодическим смещениям линий в их спектрах.—121, 204

Спектральный анализ — метод в астрофизике, позволяющий изучать химический состав светил с помощью исследования их спектров.—50, 118, 143, 184

Спектроскоп — прибор для визуального изучения спектров.—50

Спиральные галактики.—131

Спутник Сириуса — белый карлик (см.).—119

Спутники планет — небесные тела, обращающиеся вокруг планет под действием силы их тяготения; светят отраженным от их поверхности солнечным светом. Спутником Земли является Луна.—95—98, 238

Стандартный коронограф — прибор для фотографирования солнечной короны во время полных солнечных затмений.—86

Стрелец — см. Зодиакальные созвездия.

Струве, Василий Яковлевич (1793—1864) — русский астроном, основатель и первый директор Пулковской обсерватории; исследовал двойные звезды и заложил основы современных представлений о строении нашей звездной системы — Галактики.—16, 29, 45, 195—199, 241

Струве, Отто Васильевич (1819—1905)—русский астроном, сын В. Я. Струве; исследовал двойные звезды, измерил параллаксы некоторых звезд, наблюдал планеты, их спутники, кометы и туманности.— 197, 198

Струве, Отто Людвигович (1897—1963) — американский астроном, правнук В. Я. Струве; известен своими работами в области изучения спектров звезд и эволюции небесных тел; совместно с Г. А. Шайном (см.) открыл вращение звезд.—197, 209, 241

Субботин, Михаил Федорович (р. 1893) —советский астроном, директор Института теоретической астрономии Академии наук СССР, автор многих исследований по небесной механике.—56

Сутки — единица измерения времени, равная периоду вращения Земли вокруг своей оси.—145—147

Суточное вращение неба — кажущееся вращение неба вокруг полюса мира. В действительности вращается Земля вокруг своей оси, а наблюдателю на Земле кажется, что перемещаются звезды на небе.— 63, 64

Т

Тектиты — стекловидные образования, находимые в почве в разных местах земного шара.Некоторые исследователи относят их к особому типу стеклянных метеоритов, однако природа тектитов окончательно еще не установлена.—114

Телескоп — инструмент с оптическим устройством для наблюдений небесных светил.—46—48, 188, 189, 214—222

Телескоп самодельный.—216—219

Телескоп школьный.—214—216, 219
Телец — см. Зодиакальные созвездия.
Температуры звезд.— 118
Температуры на Луне.—75
Терминатор — линия, отделяющая на Луне (или планете) освещенную часть от неосвещенной.—69
Тефия (иначе—Фетида) — спутник Сатурна.—238
Титан — самый большой из спутников Сатурна, по размерам примерно равный Меркурию. На Титане обнаружена атмосфера.—97, 238
Титания — спутник Урана.—238
Титов, Герман Степанович (р. 1935) — советский летчик-космонавт; на космическом корабле «Восток-2», запущенном 6 августа 1961 г., в течение 25 часов 18 минут совершил 17 оборотов вокруг Земли и пролетел свыше 700 тыс. *км*.—18, 92, 164, 241
Тихо Браге (1546—1601) — датский астроном-наблюдатель; в своих исследованиях достиг наибольшей точности, которую можно было получить без телескопов. Его наблюдения использовал Кеплер для установления законов движения планет.—33, 125
Тихов, Гавриил Адрианович (1875—1960)— советский астрофизик; известен своими исследованиями планеты Марс и цвета небесных светил.—58
Траектории космических полетов.—171
Трансплутон — планета за орбитой Плутона, существование которой предполагают некоторые ученые.—98
Третий советский искусственный спутник Земли— запущен 15 мая 1958 г.; представлял собой целую космическую лабораторию, с помощью которой были получены важные сведения о верхних слоях атмосферы, метеорных телах, магнитном поле Земли и др.; просуществовал 691 сутки, совершив 10 037 оборотов вокруг Земли.—160
Третья советская космическая ракета («Луна-3»)— вывела 4 октября 1959 г. на заданную орбиту автоматическую межпланетную станцию, которая облетела Луну и сфотографировала ее обратную сторону. Полученные изображения с помощью телевизионной системы были переданы на Землю.—68, 73, 162, 163, 170, 241
Тритон — спутник Нептуна, один из крупнейших спутников в солнечной системе.—98, 238
Тунгусский метеорит — космическое тело, вторгшееся в атмосферу Земли 30 июня 1908 г. и взорвавшееся на некоторой высоте над земной поверхностью в сибирской тайге, в районе р. Подкаменная Тунгуска. Полагают, что это было столкновение Земли с ядром небольшой кометы.—113, 114

У

Увеличение телескопа.—215, 216
Улугбек, Мухаммед (1394—1449) — правитель Самарканда, узбекский астроном и математик; построил в Самарканде замечательную обсерваторию; совместно с другими выдающимися астрономами того времени составил звездный каталог и таблицы движения планет, наиболее точные для своей эпохи.—25, 26, 47
Умбриэль — спутник Урана.—238
Умов, Николай Алексеевич (1846—1915) — русский физик; провел важные исследования земного магнетизма, электричества, диффузии водных растворов и оптики мутных сред; первым высказал мысль, что цефеиды — пульсирующие звезды.—202
Уран — седьмая по расстоянию от Солнца планета солнечной системы; открыт в 1781 г. В. Гершелем; имеет пять спутников.—98, 99, 134, 190

Ф

Фазы Луны — различные формы видимой части Луны. Различают четыре основные фазы: новолуние— Луна невидима; первая четверть — видна половина лунного диска; полнолуние — диск Луны освещен полностью; последняя четверть — видна опять половина диска Луны.—68—70, 146
Факелы — более яркие, чем окружающая фотосфера, участки на Солнце.—80
Фалес (конец VII—начало VI в. до н. э.)— древнегреческий ученый; сделал ряд открытий в арифметике, геометрии и астрономии; впервые предсказал солнечное затмение 585 г. до н. э.—21, 241
Феоктистов, Константин Петрович (р. 1926) — советский летчик-космонавт, совершивший полет на трехместном корабле «Восход», запущенном 12 октября 1964 г.—166, 241
Фесенков, Василий Григорьевич (р. 1889) — советский астроном, автор важных исследований по разным вопросам астрофизики, в том числе и по проблемам происхождения и эволюции небесных тел.—58, 135, 137, 138
Флоренский, Кирилл Павлович (р. 1915) — советский геохимик, руководитель трех экспедиций, исследовавших место падения Тунгусского метеорита.—114
Фобос — спутник Марса.—95, 238
Фогель, Герман Карл (1842—1907) — немецкий астроном; известен исследованиями спектров звезд, разработкой спектральной классификации и применением фотографии в астрономии.—202, 204
Фотографирование звезд.—49
Фотосфера Солнца—видимая поверхность Солнца.—78

Х

Хаббл, Эдвин (1889—1953) — американский астроном; впервые в 1924 г. установил, что далекие туманности, в частности туманность в Андромеде, являются звездными системами, равноправными с нашей Галактикой. Тем самым было доказано, что наша звездная система — не единственная во Вселенной.— 206—208, 241
Хайям, Омар (ок. 1040—1123) — среднеазиатский поэт, математик и философ, автор интересной системы календаря.—24, 25, 26
Харадзе, Евгений Кириллович (р. 1907) — советский астроном, академик АН Грузинской ССР, директор Абастуманской астрофизической обсерватории.—56
Хвосты комет—101, 103, 104, 106, 107, 200, 201
Хёггинс, Вильям (1824—1910) — английский астрофизик; один из первых изучал спектры звезд.—202
Хладни, Эрнст Флоренс Фридрих (1756—1827)— чешский ученый; впервые показал, что метеориты имеют внеземное (космическое) происхождение.—110
Хондры — округлые зерна, встречающиеся в каменных метеоритах (от греческого «хондрос»— зерно).—114
ал-Хорезми, Мухаммед бен-Муса (ок. 780—ок. 850) — среднеазиатский математик и астроном. Астрономические работы его посвящены солнечным часам, измерительным приборам, астрономическим таблицам. Автор известного в свое время руководства по алгебре.—24, 26
Хромосфера — нижние слои атмосферы Солнца, непосредственно примыкающие к фотосфере (см.); простираются до высоты 15 тыс. *км* над фотосферой.—78, 86

Ц

Цераская, Лидия Петровна (1855—1931) — первая женщина-астроном в России; работая на Московской обсерватории, открыла 219 переменных звезд.—204

Цераский, Витольд Карлович (1849—1925) — русский астрофизик.—201, 204

Церера — первая по времени открытия и самая крупная из малых планет; открыта итальянским астрономом Пиацци в 1801 г. — 99, 100, 237

Цесевич, Владимир Платонович (р. 1907) — советский астрофизик, исследователь переменных звезд.—59

Цефеиды — разновидность переменных звезд. Все цефеиды являются звездами-гигантами и сверхгигантами. Изменение блеска у них происходит строго периодически. Открытие зависимости между периодом изменения блеска у цефеид и их светимостью имело выдающееся значение. Оно дало возможность определить расстояния до очень далеких звездных систем, если в них имеются цефеиды.—123, 126, 202, 207

Цефей — созвездие, расположенное вблизи северного полюса мира, а поэтому видимое у нас круглый год. В нем находится переменная звезда дельта Цефея.—62, 63, 65

Циолковский, Константин Эдуардович (1857—1935) — русский ученый, основоположник космонавтики, сделал ряд крупных открытий в области ракетной техники и теории межпланетных сообщений.—159

Ч

Часы — прибор для хранения и измерения времени. Часы бывают солнечные, маятниковые, механические, кварцевые, атомные и др. —51

Числа Вольфа — одна из характеристик солнечной активности; число Вольфа равно удесятеренному числу групп пятен, наблюдающихся в данное время на диске Солнца, плюс общее число пятен.—224

Ш

Шайн, Григорий Абрамович (1892—1956) — советский астрофизик. Его основные труды посвящены изучению спектров звезд и структуры диффузных туманностей. Установил совместно с американским астрономом О. Струве вращательное движение звезд.—56, 208—210, 241

Шаровые скопления — см. Звездные скопления.

Шварцшильд, Карл (1873—1916) — немецкий астроном; провел важные исследования в области звездной астрономии и теоретической астрофизики, разработал теорию звездных атмосфер.—205, 206

Шварцшильд, Мартин — американский астроном, сын Карла Шварцшильда. Основные его работы посвящены теории внутреннего строения звезд.—206

Шепард, Аллан — американский космонавт, совершивший кратковременный (15 минут) полет в космос 5 мая 1961 г. —165

Ширра, Уолтер — американский космонавт, совершивший космический полет 3 октября 1962 г.; за 9 часов 13 минут сделал 6 оборотов вокруг Земли.—166, 241

Шкловский, Иосиф Самуилович (р. 1916) — советский астрофизик, провел важные радиоастрономические исследования, исследования солнечной короны, межзвездной среды и др. —56

Шмидт, Отто Юльевич (1891—1956) — советский ученый, академик; разработал гипотезу образования Земли и планет из холодных пылинок и газов, окружавших в свое время Солнце.—134—137

Шретер, Иоганн (1745—1816) — немецкий любитель астрономии, ставший одним из крупных астрономов своего времени. Основные исследования посвящены планетам: Меркурию, Венере, Марсу.—194

Штернберг, Павел Карлович (1865—1920)—астроном и революционный деятель; работал во многих областях астрономии, активный участник Великой Октябрьской социалистической революции и гражданской войны.—210—212

Э

Эддингтон, Артур Стэнли (1882—1944) — английский астроном; его исследования посвящены главным образом изучению движения звезд, их внутреннего строения, теории относительности.—205, 206

Эйлер, Леонард (1707—1783) — математик, механик и физик, работавший более 30 лет в Петербургской академии наук. Многие его труды посвящены исследованию движения тел солнечной системы.—184, 192

Экватор небесный— воображаемая линия на небесной сфере, образованная пересечением с небесной сферой плоскости, перпендикулярной к оси мира.—65

Экваториальная установка телескопа — установка, позволяющая осуществлять вращение телескопа вокруг двух осей: оси, параллельной оси мира (полярная ось), и оси, параллельной плоскости небесного экватора (ось склонения).—215

Эклиптика — большой круг небесной сферы, по которому происходит движение Солнца среди звезд.—67

Эллиптические галактики.—131

Энцелад — спутник Сатурна.—238

Эратосфен (ок. 276—194 гг. до н. э.) — древнегреческий ученый; первым определил размеры земного шара, заложил основы математической географии; в математике изучал простые числа.—22, 24, 241

Эрос — малая планета неправильной формы, иногда приближающаяся к Земле на расстояние 23 млн. *км*; наблюдения Эроса во время такого приближения в 1931 г. позволили с большой точностью установить величину астрономической единицы (см.).—237

Ю

Юлианский календарь (старый стиль) — солнечный календарь, введенный римским императором Юлием Цезарем в 46 г. до н. э. и разработанный александрийскими астрономами во главе с Созигеном; в большинстве стран применялся до конца XVI в.—150, 151

Юнона — третья по времени открытия малая планета; открыта в 1804 г. —100, 237

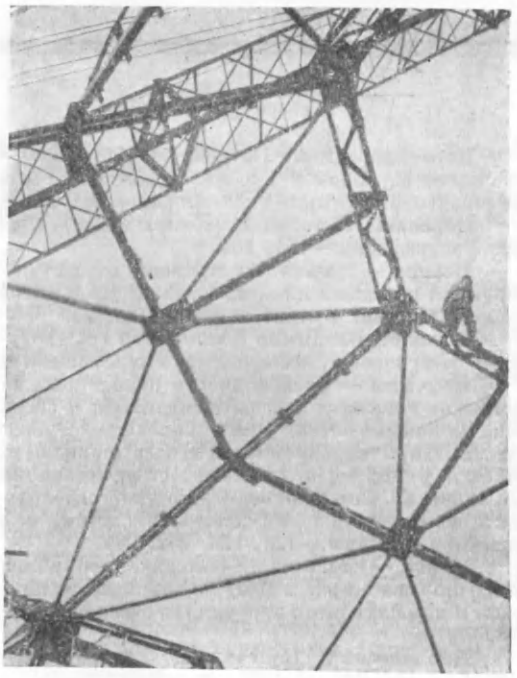
Юпитер — пятая по расстоянию от Солнца планета солнечной системы.—20, 95—97, 102, 103, 135, 229

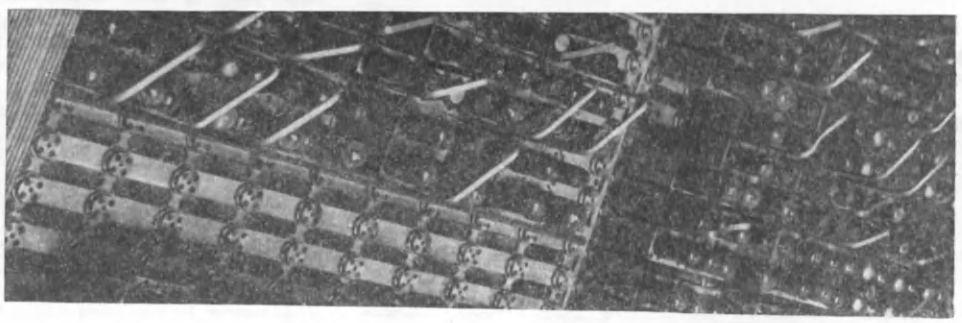
Я

Ядро Галактики.—129

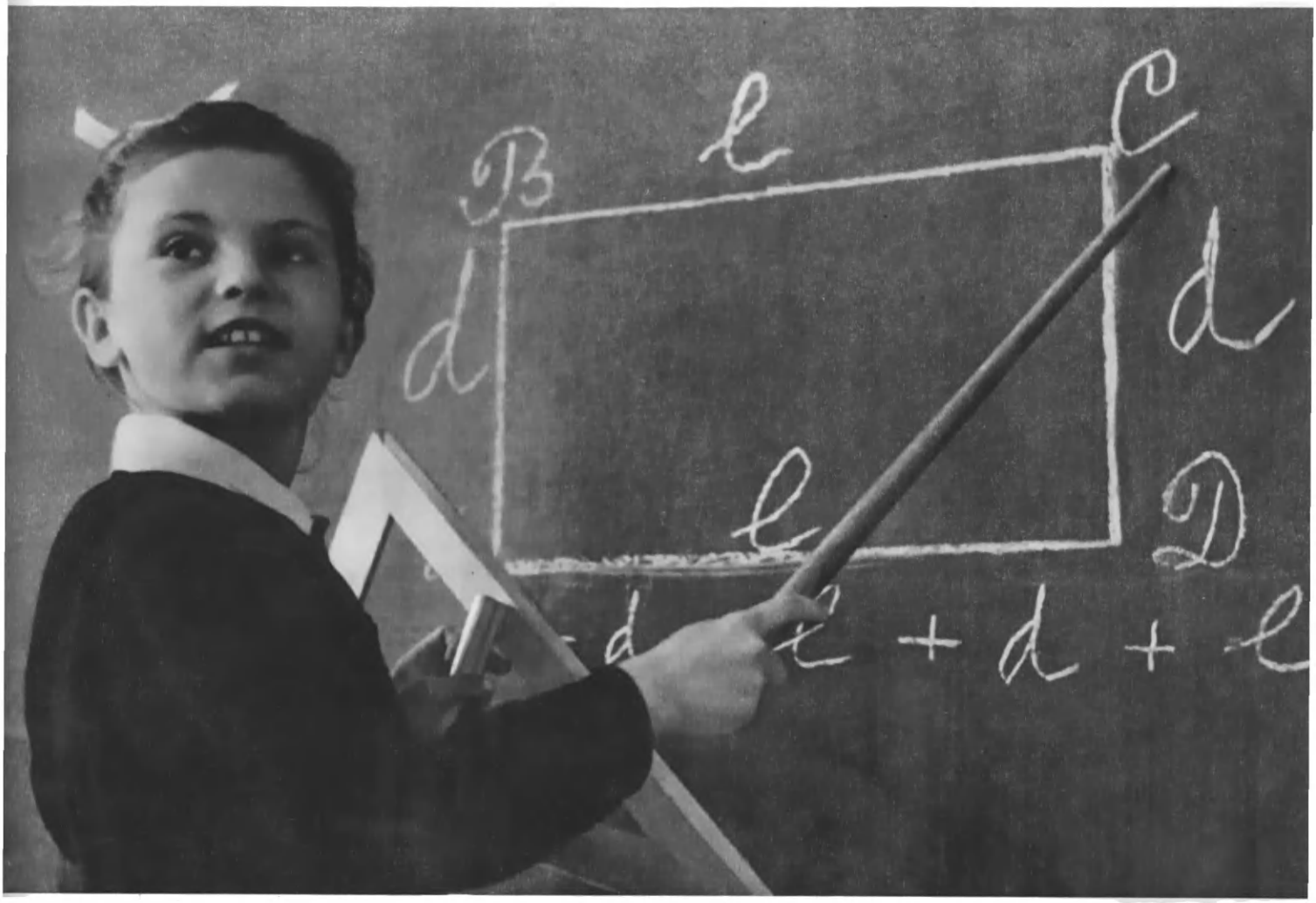
Ядро кометы.—100, 104, 105

Япет — спутник Сатурна.—238



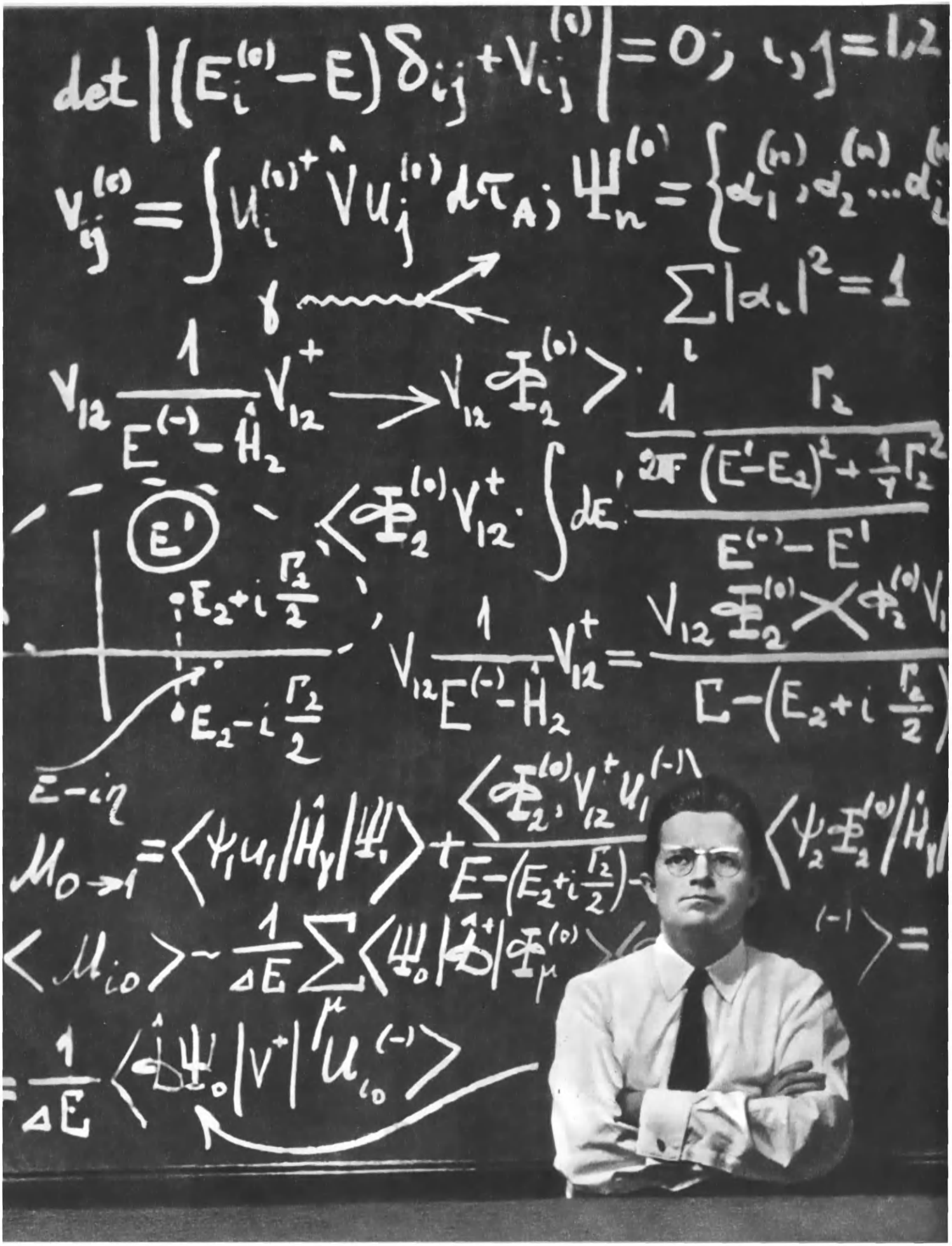


числа и фигуры



Юный математик.

На обороте: «Поединок».


$\det\left|(E_i^{(0)}-E)\delta_{ij}+V_{ij}^{(0)}\right|=0;\ i,j=1,2$
$V_{ij}^{(0)}=\int U_i^{(0)+}\hat{V}U_j^{(0)}\,d\tau_A;\ \Psi_n^{(0)}=\{\alpha_1^{(n)},\alpha_2^{(n)}\ldots$
$\sum_i|\alpha_i|^2=1$
γ
$V_{12}\frac{1}{E^{(-)}-\hat{H}_2}V_{12}^{+}\rightarrow V_{12}\Phi_2^{(0)}>$
$\frac{1}{2\pi}\frac{\Gamma_2}{(E'-E_2)^2+\frac{1}{4}\Gamma_2^2}$
E'
$E_2+i\frac{\Gamma_2}{2}$
$E_2-i\frac{\Gamma_2}{2}$
$<\Phi_2^{(0)}V_{12}^{+}\cdot\int dE'\frac{\ldots}{E^{(-)}-E'}$
$V_{12}\frac{1}{E^{(-)}-\hat{H}_2}V_{12}^{+}=\frac{V_{12}\Phi_2^{(0)}\times\Phi_2^{(0)}V_1}{E-\left(E_2+i\frac{\Gamma_2}{2}\right)}$
$E-i\eta$
$M_{0\to1}=\langle\Psi_1U_1|\hat{H}_y|\Psi_1\rangle+\frac{\langle\Phi_2^{(0)}V_{12}^{+}U_1^{(-)}\rangle}{E-\left(E_2+i\frac{\Gamma_2}{2}\right)}\langle\Psi_2\Phi_2^{(0)}|\hat{H}_y|$
$\langle M_{i0}\rangle\sim\frac{1}{\Delta E}\sum_\mu\langle\Psi_0|\hat{H}^{+}|\Phi_\mu^{(0)}\rangle\langle$
$(-1\rangle=$
$=\frac{1}{\Delta E}\langle\Psi_0|V^{+}|U_{i0}^{(-)}\rangle$

НЕСКОЛЬКО СЛОВ О МАТЕМАТИКЕ

Если спросить всех школьников, какой предмет нравится им больше других, то вряд ли большинство из них назовут математику. Обычно ее скорее уважают, чем любят. У нас в стране научные знания пользуются большим почетом, но, конечно, и среди наших школьников есть такие, которые тяготятся изучением математики. По-видимому, дело объясняется не только тем, что ее изучение многим нелегко дается и требует упорства и труда, но также и тем, что некоторые вопросы школьной математики иногда кажутся недостаточно интересными и даже порой скучными. Однако азбука и грамматика какого-либо языка часто также не очень интересны, а между тем только через их изучение лежит путь ко всей литературе с ее увлекательными сказками, рассказами, повестями, романами и стихами. Подобно этому, через те простейшие, азбучные положения математики, которые изучаются в школе, лежит столбовая дорога к современной математике — огромной, почти необозримой по своему богатству области человеческого знания, которая находит с каждым годом все большее применение.

Иногда приходится слышать мнение, что в математике в основном все уже известно, что времена открытий в этой науке давно прошли, а теперь остается только изучать теоремы, названные именами ученых прошлых веков, и применять их к решению разных задач. Но в действительности это далеко не так. Даже более того, именно сейчас математика переживает период чрезвычайно бурного развития, несмотря на то что родилась она много тысячелетий назад. Новые математические открытия в наши дни делаются буквально ежедневно во всех частях света. Чтобы получить представление о количестве этих открытий, достаточно знать следующее. В Советском Союзе издается ежемесячный реферативный журнал «Математика», в котором убористым шрифтом печатаются самые краткие сообщения (рефераты) о различных математических открытиях, сделанных в самое последнее время во всем мире. Так вот, комплект этого журнала за 1963 г. представляет собой огромный том (свыше 1100 страниц большого формата!), содержащий более 16 000 рефератов. Так велико число математических открытий, сделанных всего за один год: в среднем по 45 открытий в день! Конечно, не все они одинаково значительны, но все-таки почти каждое из них означает продвижение науки вперед, пусть иногда даже на совсем маленький шажок.

Такое бурное развитие математики тесно связано с тем, что теория и практика выдвигают все новые и новые задачи, которые математики должны решать. И вот когда старых знаний не хватает, приходится изобретать новые пути, находить новые методы. Ныне математика применяется не только в астрономии, механике, физике, химии и технике, где она применялась и раньше, но также в биологии, некоторых отраслях обще-

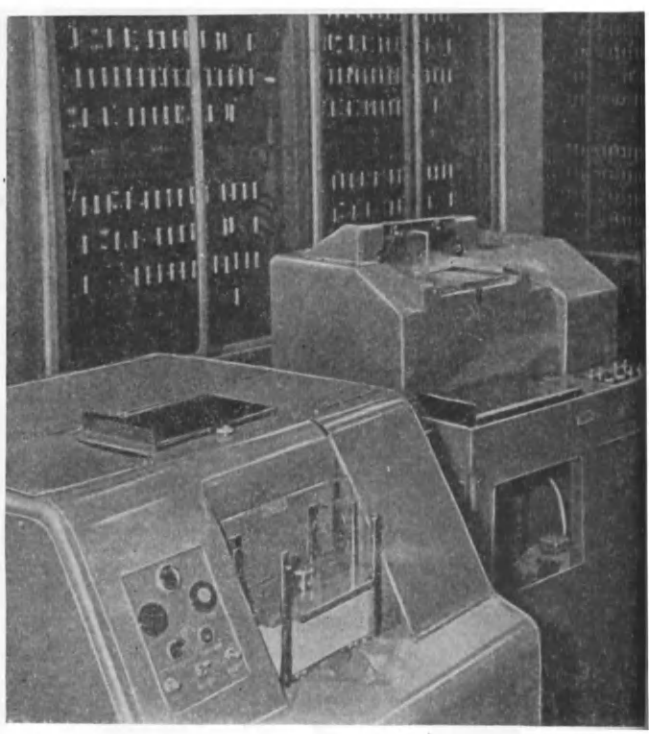
ственных наук и даже в языкознании. Особенно большое поле для ее применений открылось в связи с созданием быстродействующих электронных вычислительных машин. Они предсказывают погоду, вычисляют орбиты искусственных спутников, космических кораблей, переводят научные тексты с одного языка на другой.

В ближайшее время новые типы вычислительных универсальных и специализированных машин еще более широко будут применяться в самых разнообразных областях человеческой деятельности, в том числе для управления производственными процессами, для статистического и бухгалтерского учета, плановых и проектных расчетов.

Коротко математику можно охарактеризовать как науку о числах и фигурах. Трудно назвать такую отрасль человеческой деятельности, где не приходилось бы ставить и решать вопросы о количестве предметов, об их размерах и форме. С глубокой древности, по мере развития человеческого общества, накапливалось все больше сведений о числах, о размерах и формах различных предметов. Появилась необходимость приводить эти сведения в порядок, чтобы их легче было передавать от одного поколения другому. Так постепенно зарождалась математика.

Начатки математических знаний обнаруживаются уже примерно за 4 тыс. лет до н. э. Об этом свидетельствуют дошедшие до нас египетские папирусы, клинописные вавилонские таблички, где встречаются решения различных арифметических, геометрических и алгебраических задач.

Большого расцвета математика достигла в древней Греции. Более чем за 300 лет до н. э. здесь появились «Начала» Евклида — сочинение, в котором систематически излагалась геометрия в том примерно объеме, в каком она доныне изучается в средней школе, а также давались сведения о делимости чисел и о решении квадратных уравнений (в геометрической форме). В III в. до н. э. Архимед нашел способ определения площадей,

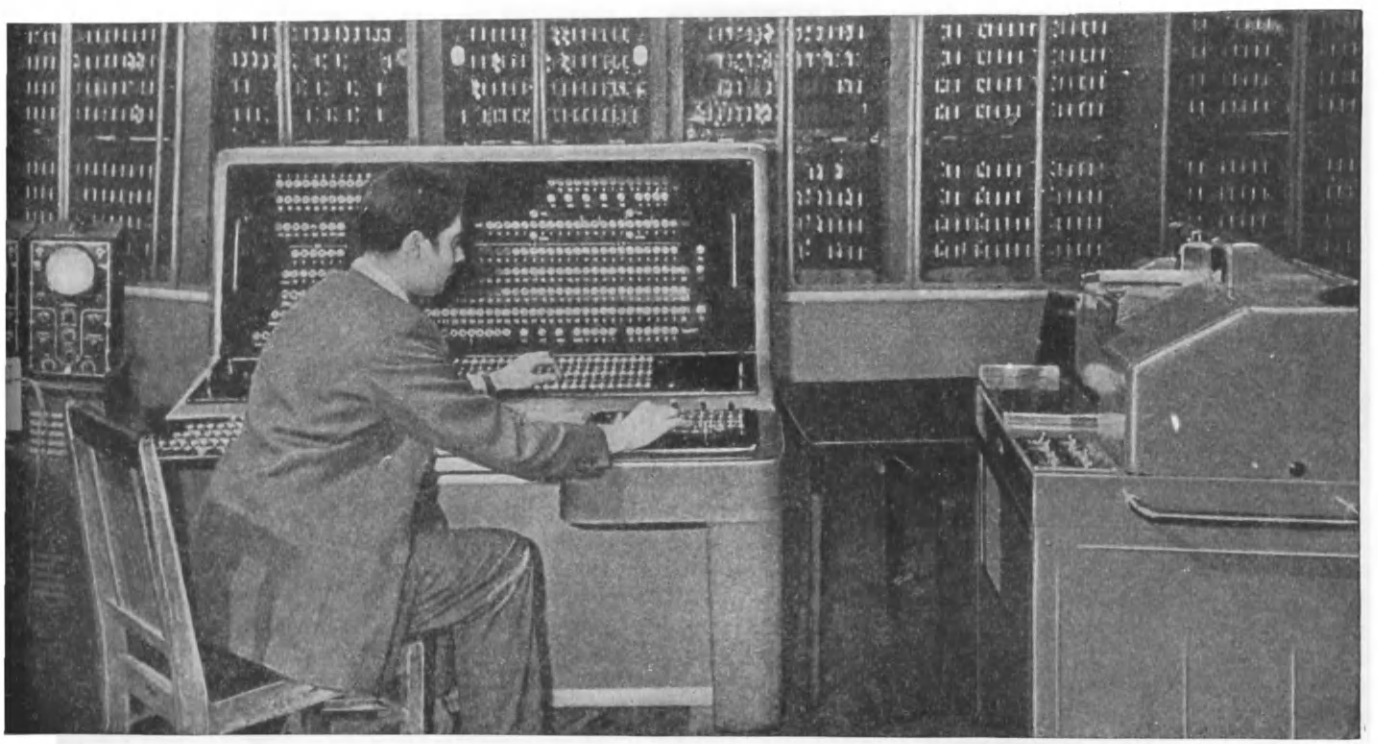


Современная математика на службе народного хозяйства. На снимке показан внешний вид электронной вычислительной машины БЭСМ-2.

объемов и центров тяжести простых фигур. В конце III в. до н. э. Аполлоний написал книгу о свойствах некоторых замечательных кривых — эллипса, гиперболы и параболы. Если к этому добавить еще, что во II в. н. э. Птолемей в астрономическом сочинении, известном под арабским названием «Альмагест», изложил основы тригонометрии, дал таблицы синусов (вернее, длин хорд окружности) и способы решения сферических треугольников (т. е. треугольников, сторонами которых являются дуги больших кругов, проведенных на шаре), то станет ясно, какой большой вклад в развитие математических знаний внесли древние греки за много столетий до нашего времени. Можно смело утверждать, что нынешние школьники изучают за все время пребывания в средней школе лишь небольшую часть этих знаний (правда, они получают также и ряд сведений, которые древним грекам были неизвестны).

Много сделали для развития математики ученые народов Востока (особенно больших успехов добились индийцы и арабы в развитии алгебры и тригонометрии). Ученым Западной Европы после длительного застоя в развитии науки во времена средневековья пришлось затратить немало усилий, чтобы усвоить труды их предшественников. Лишь после этого они смогли двигаться вперед самостоятельно. Расцвет математики в Европе начинается к XVII в. В это время зарождаются новые отрасли математики, которые относятся к так называемой высшей математике и изучаются ныне в высших учебных заведениях. Особенно глубоко высшая математика изучается на физико-математических факультетах университетов и педагогических институтов, некоторые ее разделы изучаются в высших технических учебных заведениях.

Основу высшей математики составляют аналитическая геометрия и дифференциальное и интегральное исчисления. Их создание, связанное с именами великих ученых XVII в.— Р. Декарта, П. Ферма́, И. Ньютона



и Г. Лейбница, позволило математически изучать движение, процессы изменения величин и геометрических фигур. Вместе с этим в математику вошли координаты, переменные величины и понятие функции. С координатами, переменными величинами и функциями школьники знакомятся при изучении алгебры и тригонометрии. Но при этом они остаются лишь у порога той высшей математики, которая в течение последних трехсот лет проявила себя как незаменимый инструмент исключительной силы и тонкости, позволивший сменяющим друг друга поколениям астрономов, физиков, механиков и представителям других областей науки решать труднейшие проблемы естествознания и техники.

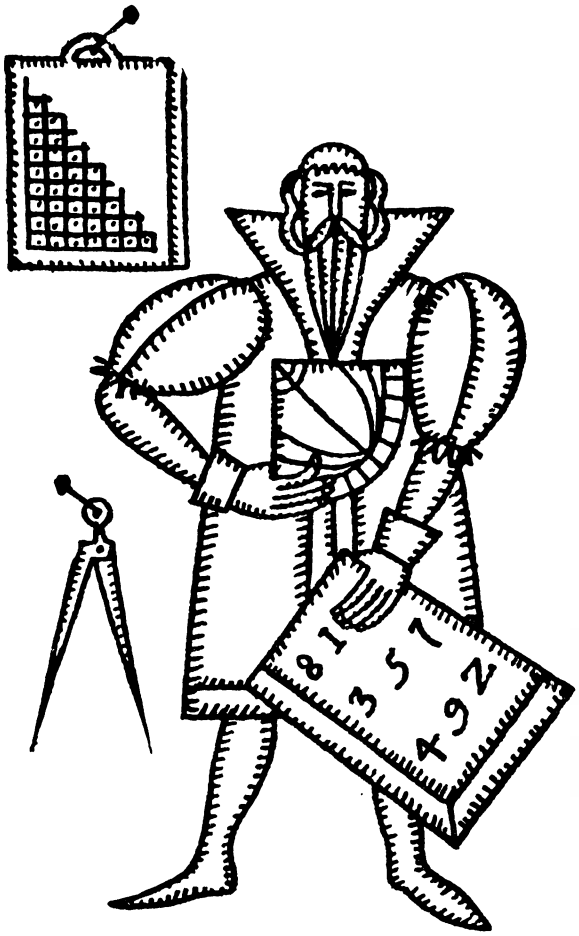
Невозможно проследить здесь, хотя бы и бегло, успехи математики за последние столетия. Отметим большой вклад, внесенный русскими учеными Н. И. Лобачевским, П. Л. Чебышевым и советскими математиками. Можно сказать, что современная математика достигла такой степени развития и так богата содержанием, что одному человеку, даже самому ученому, нельзя охватить ее всю и приходится специализироваться в какой-либо определенной ее области.

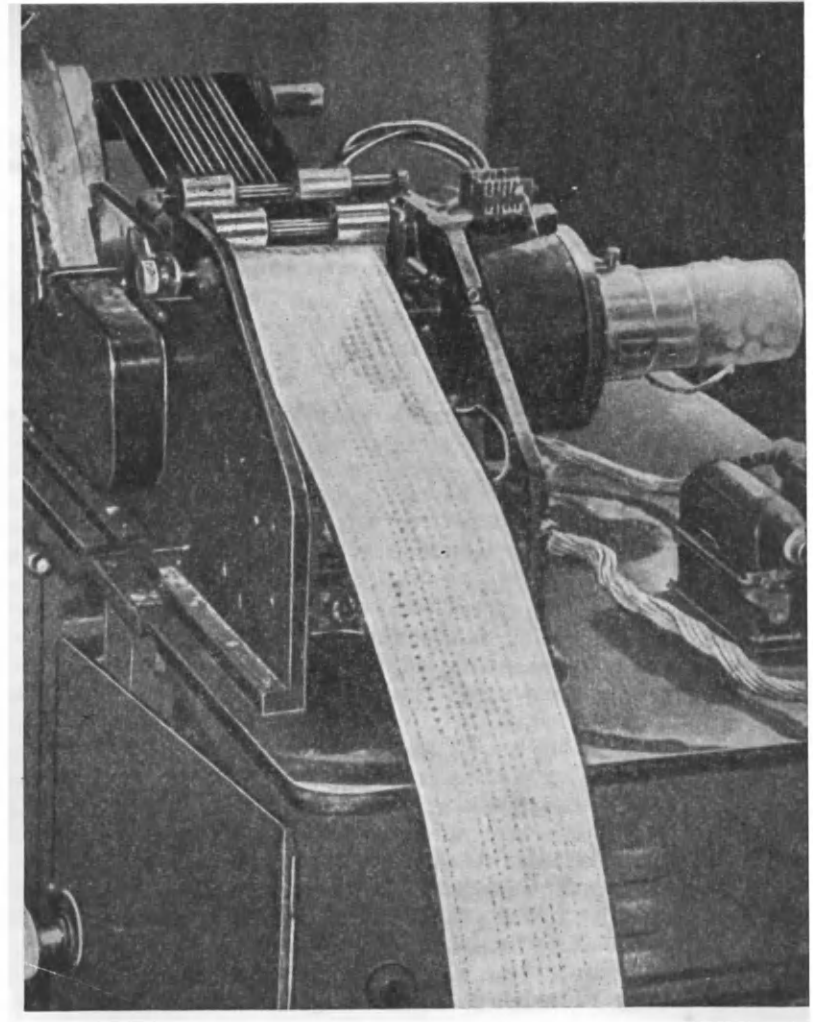
Надо заметить, что современная математика состоит не только из алгебры и геометрии, как школьный курс; сейчас насчитывается *несколько десятков* различных областей математики, каждая из которых имеет свое особое содержание, свои методы и области применения.

В разделе тома, посвященном математике и названном «Числа и фигуры», мы поместили несколько статей, тесно связанных со школьным курсом математики, дополняющих и углубляющих те знания, которые читатель уже имеет. Но мы считали необходимым также приподнять завесу, отделяющую элементарную, школьную математику от математики высшей.

Мы понимаем, что некоторые из наших статей нельзя назвать простыми и легкодоступными. Мы советуем при чтении таких статей вооружиться терпением, а также бумагой и карандашом и одолевать их шаг за шагом. Если читатель и тут потерпит неудачу — отчаиваться не следует. Можно вспомнить слова, с которыми знаменитый французский математик Ж. Лагранж обращался к молодым математикам: «Читайте, понимание придет потом».

Во всяком случае, мы надеемся, что каждый любитель математики найдет здесь такие статьи, которые будут для него сразу же доступны. Что касается остальных, то к ним можно обратиться позже, когда читатель продвинется вперед в школьном курсе. Словом, понимание придет!





ЧИСЛА

КАК ЛЮДИ СЧИТАЛИ В СТАРИНУ И КАК ПИСАЛИ ЦИФРЫ

Все числа мы привыкли записывать с помощью десяти знаков-цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Например, число, состоящее из четырех сотен, четырех десятков и четырех единиц, мы записываем так: 444. При этом один и тот же знак «4» обозначает число единиц, если он стоит на последнем месте, число десятков — если на предпоследнем, и число десятков десятков, т. е. сотен, если он стоит на третьем месте от конца. Такой принцип записи чисел называется п о з и ц и о н н ы м или п о м е с т н ы м, потому что каждая цифра получает числовое значение не только в зависимости от своего начертания, но и от того, на каком месте она стоит при записи числа. Позиционный принцип позволяет с помощью десяти знаков-цифр записать любое сколь угодно большое число. Действительно, пусть нам дано целое число N. Для того чтобы записать его в нашей системе, находим сначала остаток от деления N на 10, затем остаток от деления

частного на 10 и т. д.— до тех пор, пока в качестве частного не получим числа, меньшего 10. Например:

$$N = 523 = 10 \cdot 52 + 3;$$
$$52 = 10 \cdot 5 + 2;$$
$$5 = 10 \cdot 0 + 5.$$

Полученные остатки и являются последовательными цифрами нашего числа, записанного в позиционной десятичной системе:

$$N = 523,$$

или, более подробно:

$$N = 5 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 3.$$

Для тех, кто знаком с алгеброй, скажем, что каждое целое число M можно представить в таком же виде. Если

$$10^n \leqslant M < 10^{n+1},$$

то

$$M = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \cdots + a_1 10 + a_0,$$

где каждый из коэффициентов a_0, a_1,..., a_n меньше 10 (это просто остатки от последовательного деления числа M на 10). Следовательно, каждый из коэффициентов выразится одной из десяти цифр. Следуя десятичному позиционному принципу, записываем число M так:

$$M = a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0,$$

где a_0 означает число обычных единиц, или единиц первого разряда, содержащихся в M, a_1— число единиц второго разряда, т. е. десятков, a_2 — число единиц третьего разряда, т. е. сотен, и т. д.

Число 10 называется основанием нашей системы.

Итак, для записи чисел мы пользуемся десятичной позиционной системой счисления.

Счет двойками, тройками и дюжинами

Однако вовсе не обязательно считать десятками. Можно, например, вести счет двойками или тройками. Для этого за основание системы счисления примем число 2 или 3, а в остальном будем поступать точно так же, как это делали, когда основание равнялось десяти. Для записи по двоичной системе понадобятся всего две цифры: 0 и 1. Число «два» в этой системе запишется как 10, так как $2 = 1 \cdot 2 + 0$. А чтобы не спутать нашу запись с обычной, будем справа внизу ставить маленькую цифру $_2$— это будет означать, что основанием системы служит число «два». Итак, 10_2 будет записью числа 2. Число $3 = 1 \cdot 2 + 1$, поэтому его записью будет 11_2.

Число $4 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 1$, поэтому оно запишется в виде 100_2. Записью числа 5 будет 101_2, а числа 7 будет 111_2.

Чтобы найти запись любого числа N, нужно определить остатки от последовательного деления этого числа на 2. Мы предоставляем читателям проверить, что записью числа 35 в двоичной системе будет $100\,011_2$.

Если число N таково, что

$$2^n \leqslant N < 2^{n+1},$$

то его можно представить в виде:

$$N = a_n 2^n + a_{n-1} 2^{n-1} + \cdots + a_1 2 + a_0,$$

т. е. запись этого числа в двоичной системе будет иметь вид:

$$N = a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0,$$

но здесь уже каждый из коэффициентов a_i может принимать только два значения: 0 или 1.

Более подробно о двоичной системе, которая сейчас приобрела большое значение в связи с ее применением в быстродействующих вычислительных машинах, узнаете, если прочтете статью «Электронные вычислительные машины», помещенную в этом томе.

Для записи числа в троичной системе нужны три цифры, например 0, 1, 2. Число 3 здесь будет записываться как 10_3, а 4 — как 11_3. Записью числа 35 в той системе будет 1022_3.

Приведем таблицы сложения и умножения чисел, записанных по троичной системе:

Таблица сложения

	1	2
1	2_3	10_3
2	10_3	11_3

Таблица умножения

	1	2
1	1_3	2_3
2	2_3	11_3

Но можно считать и дюжинами, т. е. пользоваться системой счисления с основанием двенадцать. Еще не так давно в нашей стране и в Западной Европе некоторые предметы, например перья и карандаши, принято было считать дюжинами. Сервизы тоже обычно составляют из 12 чашек, 12 блюдец, 12 тарелок, а комплек-

ты мебели — из 12 стульев или кресел. Существовало даже специальное название для дюжины дюжин — гросс.

О широком распространении двенадцатеричной системы свидетельствуют такие факты: мы до сих пор делим год на 12 месяцев, а сутки на 24 часа, причем в повседневной жизни часы считаем только до 12, а затем начинаем счет сначала (час дня, два часа дня и т. д.). Число 12 часто встречается также в сказках и легендах (двенадцатиглавый змей, двенадцать братьев-разбойников), что тоже свидетельствует о древнем происхождении двенадцатеричной системы счисления.

Посмотрим, как будут изображаться числа в этой системе. Во-первых, в ней должно быть двенадцать цифр. Значит, к нашим десяти цифрам надо прибавить еще две, например A для обозначения десяти и $Б$ — для одиннадцати. Во-вторых, запись чисел в ней будет короче, чем в нашей системе, а таблица умножения длиннее. Число 12 запишется как 10_{12} (снова ставим значок $_{12}$ для того, чтобы знать, в какой системе сделана запись), число 13 — как 11_{12}, число $35=2\cdot12+11$ — как $2Б_{12}$, а число $133=11\cdot12+1$ — как $Б1_{12}$, т. е. оно станет двузначным. Приведем таблицу умножения чисел, записанных в этой системе [1]:

	2	3	4	5	6	7	8	9	*А*	*Б*
2	4	6	8	*А*	10	12	14	16	18	1*А*
3	6	9	10	13	16	19	20	23	26	29
4	8	10	14	18	20	24	28	30	34	38
5	*А*	13	18	21	26	2*Б*	34	39	42	47
6	10	16	20	26	30	36	40	46	50	56
7	12	19	24	2*Б*	36	41	48	53	5*А*	65
8	14	20	28	34	40	48	54	60	68	74
9	16	23	30	39	46	53	60	69	76	83
А	18	26	34	42	50	5*А*	68	76	84	92
Б	1*А*	29	38	47	56	65	74	83	92	*А*1

Некоторые ученые считали, что такая система была бы удобнее, чем десятичная, так как число 12 имеет больше делителей, чем число 10. На самом же деле это обстоятельство не дает больших преимуществ.

Ниже мы расскажем о том, что когда-то существовали нумерации с основанием 20 и даже 60.

[1] При записи этой таблицы мы опускаем значок 12. Но не надо забывать, что все числа записаны в двенадцатеричной системе.

А теперь сделаем некоторые общие выводы: 1) всякое число, отличное от единицы, может служить основанием позиционной системы счисления; 2) в системе счисления должно быть столько цифр, сколько единиц содержится в основании системы.

Несмотря на то что принципиально все позиционные системы счисления равноправны, в разных случаях удобнее пользоваться разными системами. Например, как мы уже говорили, при счете на электронных вычислительных машинах в основном пользуются двоичной системой.

Сейчас мы приведем несколько задач, для решения которых удобнее будет воспользоваться не десятичной системой счисления, а другими.

Задача на взвешивание

Вот одна из классических задач, решить которую можно сразу же, если выбрать систему счисления с подходящим основанием. Эта задача приведена в математической книге знаменитого математика XIII в. Леонардо Пизанского. Ею интересовался также в XVIII в. и Л. Эйлер.

Требуется выбрать 5 гирь так, чтобы с их помощью можно было взвесить любой груз до 30 *кГ* при условии, что гири ставятся только на о д н у чашу весов.

Какие же гири нужно выбрать?

Сумма веса всех гирь должна быть не меньше 30 *кГ*. Но, конечно, этого недостаточно. Если мы выберем, например, гири весом в 1, 2, 3, 10, и 15 *кГ*, то с их помощью нельзя будет взвесить грузы в 7, 8, 9, 22, 23 и 24 *кГ*.

Разберем математический смысл задачи. Чтобы взвесить некоторый груз, помещая гири только на одну чашу весов, надо представить его вес в виде суммы весов имеющихся гирь, причем так, чтобы каждая гиря бралась не более одного раза. Если выбранные нами гири имеют вес p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, то груз весом $Q \leqslant 30$ *кГ* должен представляться так:

$$Q = a_1p_1 + a_2p_2 + a_3p_3 + a_4p_4 + a_5p_5,$$

где каждый коэффициент равен единице, если кладем соответствующую гирю на чашу весов, и нулю, если не пользуемся ею при взвешивании.

При такой постановке вопроса видно сходство с представлением числа Q в двоичной системе счисления. Нужно только в качестве p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 взять гири весом: $p_1 = 1$ *кГ*, $p_2 = 2$ *кГ*, $p_3 = 4$ *кГ*, $p_4 = 8$ *кГ*, $p_5 = 16$ *кГ*.

Сумма их веса $1+2+4+8+16=31>30$ *кГ*. Кроме того, каждое число Q, не большее 31, можно представить в виде:

$$Q = b_4 2^4 + b_3 2^3 + b_2 2^2 + b_1 2 + b_0,$$

где каждый из коэффициентов b_0, b_1, b_2, b_3, b_4 будет, как нам и нужно, либо нулем, либо единицей.

Пусть, например, надо взвесить груз в 22 *кГ*. Запишем число 22 по двоичной системе:

$$22 = 10110_2.$$

Значит, нужно взять гири $p_2 = 2$ *кГ*, $p_3 = 4$ *кГ* и $p_5 = 16$ *кГ*.

Теперь несколько видоизменим задачу: пусть требуется выбрать 4 гири, с помощью которых можно было бы взвесить любой груз до 40 *кГ*, при условии, что гири можно класть и на левую и на правую чашу весов.

Нетрудно убедиться, что для решения этой задачи нужно воспользоваться троичной системой счисления, т. е. выбрать следующие 4 гири: $p_1 = 1$ *кГ*, $p_2 = 3$ *кГ*, $p_3 = 9$ *кГ*, $p_4 = 27$ *кГ*.

Пусть, например, надо взвесить груз в 19 *кГ*. Число 19 представим в виде:

$$19 = 3\cdot 6 + 1 = 3\cdot(3\cdot 2) + 1 = 2\cdot 9 + 1 = \\ = 0\cdot 27 + 2\cdot 9 + 0\cdot 3 + 1 = 201_3.$$

Теперь груз в 19 *кГ* кладем на правую чашу весов. На левую кладем груз в 1 *кГ*. Затем надо было бы положить туда еще 2 гири по 9 *кГ*, но у нас имеется только одна такая гиря.

Но $18=2\cdot 9$ можно представить еще и иначе:

$$18 = 2\cdot 9 = (3-1)\cdot 9 = 27 - 9,$$

т. е. на левую чашу весов надо положить еще гирю в 27 *кГ*, на правую — в 9 *кГ*.

Так же будем поступать и в других случаях. Если груз $Q \leqslant 40$ *кГ*, то его можно всегда представить в виде:

$$Q = b_3 3^3 + b_2 3^2 + b_1 3 + b_0,$$

где каждый из коэффициентов b_0, b_1, b_2, b_3 может равняться 0, 1 или 2. Если он равен 0, то соответствующую гирю отставляем в сторону; если 1, то кладем ее на левую чашу весов; если 2, то поступаем так, как только что делали, т. е. кладем гирю на правую чашу весов, а следующую по величине гирю — на левую.

Следует помнить, что, хотя в различных системах счисления числа записываются по-разному, основные свойства их от этого не меняются: так, число 20 будет делиться на 2, в какой бы системе мы его ни записали, а 27 не будет делиться на 2, но будет делиться на 3. Числа 3, 5, 7 останутся простыми в любых системах счисления. Однако признаки делимости, которые устанавливаются исходя из записи числа в определенной системе счисления, будут меняться вместе с основанием системы. Так, число делится на 5, если его запись по десятичной позиционной системе оканчивается нулем или пятеркой. Но число не всегда делится на 5, если на 0 оканчивается его запись в троичной системе, например числа 10_3 (т. е. 3), 100_3 (т. е. 9), 1000_3 (т. е. 27) не делятся на 5, а число 120_3 (т. е. 15) будет делиться на 5.

И русский, и француз, и немец одно и то же число назовут по-разному (на своем языке), а запишут его одинаково.

Наш устный счет

Теперь, естественно, возникает вопрос: почему мы все-таки пользуемся десятичной системой, а не системой с другим основанием? И еще: всегда ли люди записывали числа, пользуясь позиционным принципом?

На эти вопросы мы и постараемся дать ответ.

Чтобы лучше понять, как люди считали в старину, обратимся сначала к нашей речи, к нашему устному счету. Прежде всего заметим, что наш устный счет очень отличается от письменного.

Как мы называем число 444? Мы говорим: «Четыреста сорок четыре», т. е. произносим три разных слова. В то же время это число записываем тремя одинаковыми знаками. Если то же самое число нужно будет записать немцу или французу, то они напишут такие же три знака, а произнесет каждый из них различные слова: один — по-немецки, другой — по-французски.

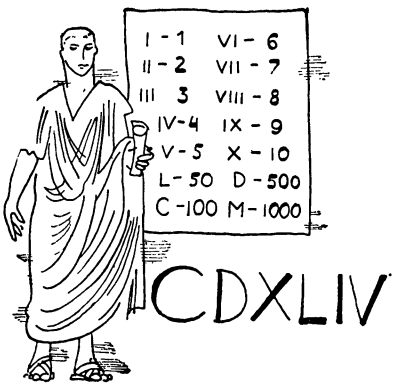
Итак, наша письменная нумерация носит международный характер, тогда как названия числительных и способы их образования у разных народов различны. Но дело не только в этом. Давайте рассмотрим более подробно, как мы называем числа.

Для нуля и первых девяти чисел мы употребляем специальные названия: «нуль», «один», «два»,..., «девять». Для следующего числа у нас есть новое слово — «десять»; мы не говорим «один, нуль», хотя и записываем его с помощью единицы и нуля: 10.

Все числа от 11 до 99, как правило, составляются из названий первых чисел: «одиннадцать» (т. е. один-на-десять), «тридцать один» (т. е. три-десять-один) и т. д. Для 100 мы употребляем новое слово — «сто». Все наименования чисел от 101 до 999 опять составные, а для 1000 вводится новое слово — «тысяча». Далее тоже идут новые слова: «миллион», «миллиард», «триллион» и т. д. Как видим, по мере роста самих чисел возрастает и количество названий для них. Из этого явствует, что способ наименования чисел не является позиционным. Наш устный счет сохранил следы каких-то более старых нумераций, одной из которых мы и сейчас пользуемся при записи чисел по римской системе.

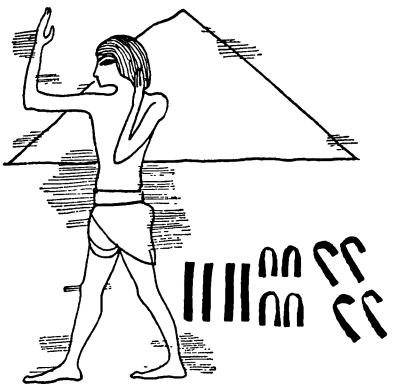
В римской системе имеются специальные знаки для единицы (I), пяти (V), десяти (X), пятидесяти (L), ста (C), пятисот (D) и тысячи (M). Остальные числа записываются при помощи этих символов с применением сложения и вычитания: III, например, есть запись числа три (I+I+I), IV — числа четыре (V—I), VI — числа шесть (V+I) и т. д. Наше число 444 запишется в римской системе так: CDXLIV.

Эта форма записи менее удобна, чем та, которой мы теперь пользуемся. Здесь четыре единицы записываются одними символами (IV), четыре десятка — другими (XL), четыре сотни — третьими (CD). Запись чисел получается намного длиннее. Но не только в этом дело: с числами, записанными в римской нумерации, очень трудно производить арифметические действия. Попробуйте, например, перемножить 444 на 36, если оба числа обозначены римскими цифрами, и вы сразу же убедитесь в трудности задачи. Сами римляне пользовались для производства арифметических операций специальной счетной доской — абаком.



Цифры в древнем Риме.

В римской системе есть и еще один существенный недостаток: она не дает способа для записи сколь угодно больших чисел. Например, чтобы написать по этой системе 1 000 000, надо либо 1000 раз повторить знак M, либо ввести новый символ. Таким образом, для записи чисел по мере их роста надо будет вводить все

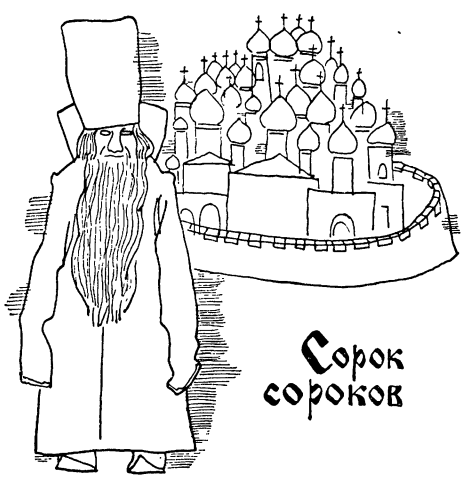


Так написали бы 444 древние египтяне.

новые и новые знаки. Это происходит потому, что римская нумерация не является позиционной. Знак V, например, означает в ней только пять единиц и не может обозначать пяти десятков или пяти сотен. Римская нумерация не является и строго десятичной. В ней сохранились следы другого основания — пяти. Действительно, здесь есть специальные знаки для пяти, пятидесяти и пятисот.

В нашем устном счете имеются некоторые черты, напоминающие эту систему. Так, мы тоже прибегаем к операции сложения, образуя числительные от 11 до 19: «одиннадцать» (один-на-десять) и т. д. Но начиная с 20 пользуемся для образования числительных еще и умножением, чего нет в римской системе: «двадцать» означает два-десять, т. е. два ×десять, «тридцать» — три×десять.

В нашем языке сохранились также следы нумерации с основанием 40, которой пользовались наши предки. Действительно, для этого числа употребляется новое, несоставное название — «сорок». Нам известны такие выражения:



«сорок сороков церквей», «сорок сороков черных соболей». О том, что число 40 когда-то играло особую роль при счете, говорят и некоторые связанные с ним поверья. Так, сорок первый медведь считался роковым для охотника. Аналогично этому широко распространен у европейских народов предрассудок, будто число 13 является несчастливым. Это связано с тем, что некогда была распространена двенадцатеричная система счисления.

Во французском языке сохранились следы нумерации с основанием 20; число 80 читается: quatre-vingts — «четыре-двадцать», число 90— quatre-vingts-dix — «четыре-двадцать-десять», число 120 — «шесть-двадцать»; в старофранцузском языке и другие названия чисел составлялись аналогичным образом. Следы двадцатеричной системы сохранились также в английском и голландском языках, следы пятеричной — в скандинавских языках.

Итак, устная речь показывает, что наши предки пользовались непозиционной нумерацией, причем в качестве оснований, кроме десяти, были и другие числа.

На основании каких же источников можно ответить на вопрос: как люди считали в старину?

Во-первых, на земном шаре сохранились народы, которые еще недавно стояли во многих отношениях на таком же низком уровне развития, как и наши далекие предки. Многие путешественники описали немало способов счета, применявшихся у таких народов. Это — один источник, с которым мы познакомимся.

Вторым источником являются письменные документы древних народов: египтян, вавилонян, древних греков, индейцев племени майя и других. Наконец, русские рукописи XI—XII вв. помогут нам узнать, как считали раньше на Руси. Итак, начнем по порядку.

Счет у первобытных народов

Еще недавно существовали племена, в языке которых были названия только двух чисел: «один» и «два». Но это не значит, конечно, что представители этих племен не могли сосчитать большее количество предметов.

У туземцев островов, расположенных в Торресовом проливе (отделяющем Новую Гвинею от Австралии), единственными числительными являлись «урапун» (один) и «окоза» (два). Островитяне считали так: «окоза-урапун» (три), «окоза-окоза» (четыре), «окоза-окоза-урапун» (пять) и «окоза-окоза-окоза» (шесть). О числах начиная с семи туземцы говорили «много», «множество». Таким образом, люди здесь освоили только небольшое количество целых чисел. Кстати, многие русские пословицы говорят о том, что именно так дело обстояло и у наших предков. Мы говорим: «У семи нянек дитя без глаза», «Семь бед — один ответ», «Семеро одного не ждут», «Семь раз отмерь, один раз отрежь». Здесь, очевидно, число «семь» употребляется в смысле «много»: у большого числа нянек дитя без глаза, много бед—один ответ и т. д.

Но вернемся к нашему рассказу.

Очень рано у людей появилась необходимость сообщать друг другу о том, что такое-то число предметов должно быть доставлено через столько-то дней или что каждое племя должно выставить такое-то число воинов. И даже те народы, у которых имелось только два числительных, умели в известном смысле «сосчитывать» довольно большое количество предметов. Вот как, по рассказу замечательного русского путешественника Н. Н. Миклухо-Маклая, поступали туземцы Новой Гвинеи: «Излюбленный способ счета состоит в том, что папуас загибает один за другим пальцы руки, причем издает определенный звук, например «бе-бе-бе...». Досчитав до пяти, он говорит «ибон-бе» (рука). Затем он загибает пальцы другой руки, снова повторяет «бе-бе...», пока не доходит до «ибон-али» (две руки). Затем он идет дальше, приговаривая «бе-бе», пока не доходит до «самба-бе» и «самба-али» (одна нога, две ноги). Если нужно считать дальше, папуас пользуется пальцами рук и ног кого-нибудь другого».

Итак, предметы при счете сопоставлялись обычно с пальцами рук и ног. При переговорах туземцу достаточно было сказать, например, что он дошел в своем счете до третьего пальца правой ноги. Чтобы отсчитать нужное количество предметов, счет начинали сначала, от первого пальца правой руки. При этом, отсчитывая каждый палец, одновременно отмечали и предметы. Островитяне Торресова пролива для такого пересчета употребляли не только пальцы, а и другие части тела (запястье, локоть, плечо), но всегда в определенном порядке. Так они могли пересчитывать до 33 предметов.

Суть этого способа заключается в том, что равночисленность некоторых совокупностей предметов устанавливалась при помощи сопоставления их с частями тела, а иногда и просто палочками. Разумеется, наиболее удобным «инструментом» пересчета являются пальцы, вследствие чего предметы при пересчете чаще всего группировали по пяти, по десяти и по двадцати. Этим и объясняется то, что основанием большинства сложившихся систем счисления является 10 (по числу пальцев на обеих руках), а иногда 5 или 20.

Со временем хозяйство племен становилось все более сложным и обширным. Чаще приходилось сосчитывать все большее количество различных предметов, и простое установление равночисленности при помощи счета на пальцах перестало удовлетворять людей.

Люди постепенно привыкали при счете располагать предметы устойчивыми группами по два, по десяти или двенадцати. Появились специальные слова для обозначения таких устойчивых совокупностей предметов. Так, у туземцев Флориды слово «на-куа» означало 10 яиц, «на-банара» — 10 корзин. Но слово «на», которое, казалось бы, соответствует числу 10, отдельно не употреблялось. То же можно было наблюдать на островах Фиджи и Соломоновых, где имелись специальные названия для 100 челноков, 100 кокосовых орехов, 1000 кокосовых орехов и в то же время отвлеченных чисел не было. Числа являлись по существу именованными, это еще «числа-совокупности» конкретных предметов.

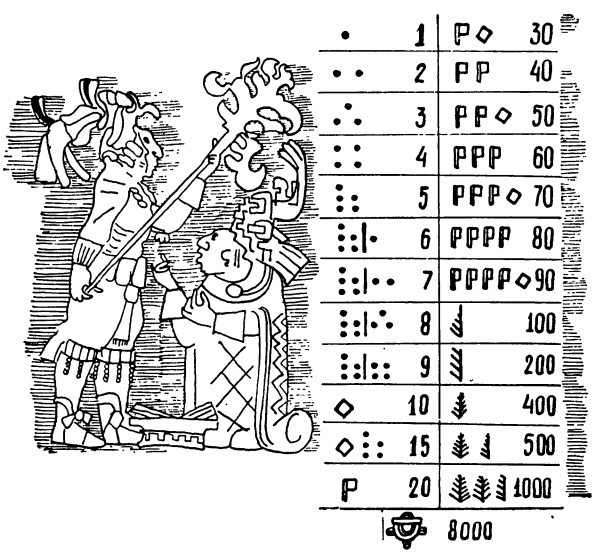
Но с течением времени такими устойчивыми «числами-совокупностями» начали обозначать не только данные предметы, а и другие, похожие на них. Например, «числа-совокупности», обозначающие определенное количество орехов, могли впоследствии употребляться для счета любых круглых предметов. Это привело к тому, что во многих языках первобытных народов образовалось несколько рядов числительных: одни употреблялись только для счета людей, другие — для подсчета круглых предметов, третьи — продолговатых и т. д. Например, у чишмиенов (Британская Колумбия) имелось семь видов числительных, каждый из них употреблялся для счета предметов определенного вида.

Однако у большинства народов числа, которыми считали «деньги», постепенно вытеснили все остальные. По-видимому, это произошло тогда, когда в качестве денег в основном служил скот: приходилось сосчитывать стада, обменивать на них другие предметы. Естественно, что числа, служившие для подсчета скота, получили наибольшее распространение: их все хорошо знали. Они-то и стали теми универсальными числами, которые позволили считать любые предметы.

Однако так образовались только те числа, которым соответствовали «числа-совокупности»: если счет велся десятками, то появились названия для десяти, десяти десятков (т. е. ста), десяти сотен (т. е. тысячи). Кроме того, индивидуальные названия получили, как правило, все числа, меньшие десяти. Что касается чисел 11, 12, ..., 19, 21 и т. д., то они составлялись из основных при помощи тех операций, которые первоначально фактически производились над пересчитываемыми предметами. Так, на языке кламатов (Северная Америка), а также племен Британской Колумбии для обозначения составных чисел употреблялись специальные глаголы. Например, индеец го-

ворил: «На дважды десять плодов я кладу сверху шесть»,— и это обозначало 26 плодов. Такая фраза полностью соответствует фактическому пересчету: индейцы располагали 10 предметов в ряд, с 11-го начинался новый ряд и т. д. А постепенно эти двигательные операции перешли в арифметические.

Хорошей иллюстрацией к такому способу счета служат обозначения чисел, принятые в XI—XVI вв. индейцами племени ацтеков (Мексика): единицу они обозначали точкой, двойку— двумя точками (см. рисунок) и т. д. до пяти.



Так в Мексике обозначали числа индейцы племени ацтеков в XI—XVI вв.

В запись числа шесть входила вертикальная черта, которая отделяла пять первых точек от шестой. Ясно, что здесь счет велся группами по пяти предметов. Черта отделяла одну такую группу от другой, причем сама черта никакого числа не обозначала.

Основной операцией для образования составных чисел было сложение, но наряду с этим применялось и вычитание, а иногда даже умножение. Например, в русском языке, как мы уже говорили, для образования числительных употребляются и сложение, и умножение (двадцать семь: два×десять+семь). В угро-финских языках применяется и вычитание: число 8 там произносится как «два-десять» (т. е. десять без двух), 80 — как «два-сто», 800 — «два-десять-сто» («десять-сто», т. е. тысяча, — принцип умножения!). Так происходило освоение натурального ряда чисел. Посмотрим теперь, какими были первые записи чисел и как люди оперировали числами.

Первые нумерации

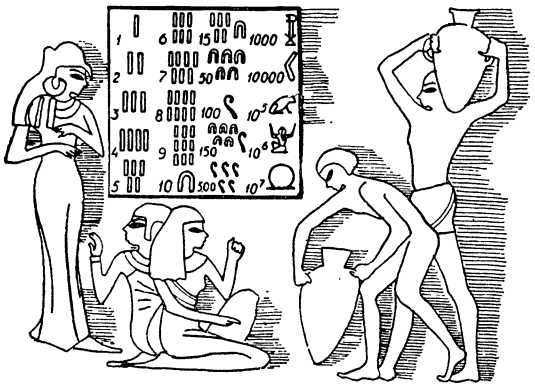
Одна из древнейших нумераций — египетская. До нас дошли надписи, сохранившиеся внутри пирамид, на плитах и обелисках. Они состоят из картинок-иероглифов, которые изображают птиц, зверей, людей, части человеческого тела (глаза, ноги) и различные неодушевленные предметы. Такой способ письма вообще характерен для ранних ступеней культуры. Подобные письмена были у обитателей Центральной Америки — индейцев племени майя, в Перу. Расшифровка их представляет огромные трудности, так как часто неизвестны ни язык древних народов, ни значение отдельных иероглифов. Казалось бы, задача является неразрешимой. И все-таки многие надписи уже прочитаны! Сначала были разгаданы письмена древних египтян, затем — вавилонская клинопись. В 30-х годах нашего века были прочитаны долго не поддававшиеся расшифровке хеттские надписи. И, наконец, совсем недавно найден ключ к разгадке письмен индейцев племени майя и надписей с острова Пасхи.

Сохранились два математических папируса, позволяющие судить о том, как считали древние египтяне. Один из них хранится в Британском музее в Лондоне, а другой — в Музее изобразительных искусств им. А. С. Пушкина в Москве. Для записи чисел древние египтяне употребляли иероглифы, означающие (последовательно): единицу, десять, сто, тысячу, десять тысяч, сто тысяч (лягушка), миллион (человек с поднятыми руками), десять миллионов:

Полагают, что иероглиф для сотни изображает измерительную веревку, для тысячи — цветок лотоса, для десяти тысяч — поднятый кверху палец, а... для десяти миллионов — всю Вселенную. Все остальные числа составлялись из основных с помощью только одной операции — сложения. При этом запись производилась не слева направо, как у нас, а справа налево. Число 15, например, записывалось так:

А число 444 писали так:

Мы видим, что древнеегипетская нумерация похожа на римскую, только при записи чисел не употребляется вычитание. Знакомясь с римской нумерацией, мы убедились, что умножать



Цифры в древнем Египте.

числа, записанные в непозиционной системе, очень неудобно. Как же считали древние египтяне? Оказывается, умножение и деление они производили путем последовательного удвоения чисел. Пусть, например, надо умножить 19 на 37. Египтяне последовательно удваивали число 37, причем в правом столбце записывали результаты удвоения, а в левом — соответствующие степени двойки:

1	37
2	74
4	148
8	296
16	592

Удвоение продолжалось до тех пор, пока не оказывалось, что из числа левого столбца можно составить множитель (в нашем примере: $19=1+2+16$). Египтяне отмечали соответствующие строки вертикальными черточками и складывали те числа, которые стоят в этих же строках справа. В данном случае надо сложить $37+74+592=703$. Так получали произведение.

Если теперь число 703 нужно было разделить на 19, то египтяне начинали последовательно удваивать делитель и продолжали это до тех пор, пока числа правого столбца оставались меньше 703. Затем из чисел правого столбца они пытались составить делимое, и тогда сумма чисел в левом столбце давала делитель:

1	19
2	38
4	76
8	152
16	304
32	608

В данном случае $703=608+76+19$, т. е. частное будет $1+4+32=37$. Если бы делимое не делилось без остатка на делитель, то его не удалось бы составить из чисел правого столбца. У нас получилось бы и частное и остаток.

Египетский способ умножения нетруден, но требует очень большого количества операций, даже при умножении двузначных чисел. Если бы пришлось перемножать таким способом трехзначные или четырехзначные числа, мы не могли бы обойтись без помощи машины. Заметим также, что для умножения и деления египтяне пользовались фактически представлением числа по двоичной системе.

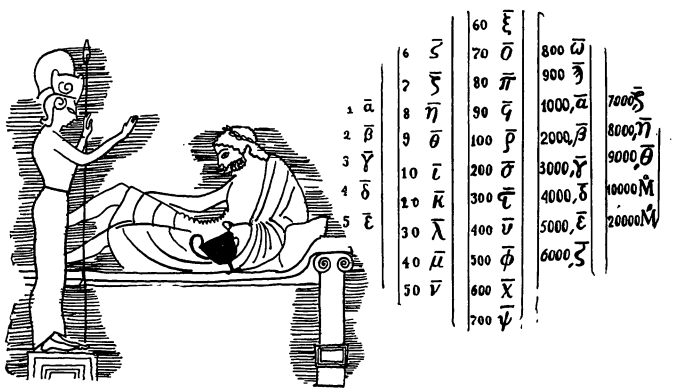
Алфавитные нумерации. «Псаммит»

Мы видели, что непозиционные нумерации малоудобны: запись чисел в них очень длинна, арифметические операции производить трудно. По мере развития торговли и ремесла эти неудобства становились все чувствительнее, и вот в Малой Азии, где были древнегреческие колонии, которые вели оживленную торговлю, в середине V в. до н. э. появилась система счисления нового типа, так называемая алфавитная нумерация. Ее обычно называют ионийской. В этой системе числа обозначались при помощи букв алфавита, над которыми ставились черточки: первые девять букв обозначали числа от 1 до 9, следующие девять — числа 10, 20, 30, ..., 90 и следующие девять — числа 100, 200, ..., 900. Таким образом можно было обозначать любое число до 999.

Для обозначения чисел 1000, 2000, ..., 9000 греки употребляли те же буквы, что и для чисел 1, 2, ..., 9, но только при их записи ставили косую черточку слева внизу. Как это делалось, видно из прилагаемого рисунка на стр. 274. Далее, для числа 10 000 употреблялся знак $\overset{\alpha}{\text{М}}$ — это число называлось мириадой; две мириады, т. е. 20 000, обозначались так: $\overset{\beta}{\text{М}}$. Этим способом можно было обозначить все числа до мириады мириад, т. е. до 10^8. Более высокие десятичные разряды уже не могли быть записаны в ионийской нумерации и не имели названия в древнегреческом языке.

Великий математик, механик и инженер древности Архимед (III в. до н. э.) посвятил целое сочинение тому, чтобы дать общий прием наименования сколь угодно больших чисел. Издавна у греков, как, впрочем, и у других народов, наглядным образом для представления об очень большом и даже неисчислимом количестве служило число песчинок. В народных

сказках, например, встречается «неразрешимая» задача: сосчитать звезды на небе, капли в море или песчинки на земле. Архимед показал, что такие задачи можно решить. Свое сочинение он так и назвал «Исчисление песка» («Псаммит»). В нем он построил систему счета, в которой имелись числа, не только превосходящие количество песчинок в его родной Сицилии, но и такие, которые больше числа песчинок во Вселенной, если даже считать, что Вселенная сплошь заполнена песком. Но что же понимали греки времен Архимеда под всей Вселенной? В своем сочинении Архимед, следуя за греческим астрономом Аристархом Самосским, полагал, что в центре Вселенной находится Солнце, а Земля и другие планеты вращаются вокруг него. Вселенная имеет форму сферы, на поверхности которой расположены неподвижные звезды. Это была первая гелиоцентрическая система мира.



Греческое алфавитное изображение чисел.

Для подсчета количества песчинок Архимед должен был, хотя бы приблизительно, определить размеры диаметров Вселенной и песчинки, а затем найти отношение их объемов. Архимед сделал это, опираясь на данные астрономии своего времени и на собственные исследования в этой области. Число песчинок, которое должно было у него при этом получиться, в нашей нумерации записывается так: 10^{63}. Это очень большое число, и до Архимеда не было средств ни для записи, ни для наименования чисел такого порядка.

Чтобы решить поставленную задачу, Архимед поступает следующим образом: все числа, меньшие мириады мириад, т. е. все числа от 1 до $10^8 - 1$, он объединяет в первую октаду (т. е. восьмерицу) и называет их «первыми числами». Число 10^8 служит единицей второй октады, в которую входят все числа от 10^8 до $10^{2 \cdot 8} - 1$. Это — «вторые числа». Аналогично этому число $10^{2 \cdot 8}$ является единицей третьей октады, а числа от $10^{2 \cdot 8}$ до $10^{3 \cdot 8} - 1$ являются «третьими». Продолжая это построение, можно дойти до мириадо-мириадной октады, которая содержит числа от $10^{(10^8-1) \cdot 8}$ до $10^{8 \cdot 10^8} - 1$. Все эти октады Архимед объединяет в первый период. Число $10^{8 \cdot 10^8}$ служит единицей первой октады второго периода и т. д. Этим способом можно дойти до последнего числа последней октады мириадо-мириадного периода. Здесь Архимед останавливается, но ясно, что с помощью его способа можно двигаться и дальше, объединив все периоды в какой-нибудь новый разряд.

Но и тех чисел, которые построил Архимед, вполне достаточно для подсчета числа песчинок во Вселенной. Необходимое число содержится уже в восьмой октаде первого периода. Архимед продолжил свое построение дальше для того, чтобы разъяснить метод наименования сколь угодно больших чисел.

Способ Архимеда близок к позиционному, но понадобилось еще около тысячи лет, прежде чем человечеству удалось создать десятичную позиционную систему счисления.

Так записывались числа в древнеславянской нумерации.

Алфавитные системы были, кроме ионийцев, у древних евреев, финикийцев, армян, грузин и других народов. Алфавитная нумерация была принята и в древней Руси. Над буквами, обозначавшими числа, ставился специальный знак — титло. Это делалось для того, чтобы отличать их от обычных слов.

Удобны ли алфавитные системы?

Запишем в славянской нумерации число 444: $\overline{\text{УМД}}$.

Мы видим, что запись получилась не длиннее нашей. Это объясняется тем, что в алфавитных нумерациях имелось 27 цифр, тогда как в египетской, например, для обозначения всех чисел до 1000 было всего лишь три цифры.

Но алфавитные нумерации имели и крупный недостаток: с их помощью нельзя обозначать сколь угодно большие числа. Они были очень удобны только для записи чисел до 1000.

Правда, славяне, как и греки, умели записывать и бо́льшие числа, но для этого к алфавитной системе добавляли новые обозначения. Числа 1000, 2000 и т. д. они записывали теми же буквами, что 1, 2 и т. д., только слева внизу ставился специальный знак ⸸, например, 1000 обозначали ⸸а҃. Аналогично:

2 = в҃, 2000 = ⸸в҃,
3 = г҃, 3000 = ⸸г҃,
9 = ѳ҃, 9000 = ⸸ѳ҃.

Число 10 000 опять обозначалось той же буквой, что и 1, только без титла, но его уже обводили кружком: 10 000 = а. Называлось это число «тьмой». Отсюда, между прочим, произошло выражение «тьма народу».

Итак, для обозначения тем первые 9 цифр обводились кружками:

20 000 = в, 30000 = г, 40 000 = д,
50 000 = є, . . . , 90 000 = ѳ,

10 тем, или 100 000, было единицей высшего разряда. Ее называли «легион». Для обозначения л е г и о н о в вокруг первых 9 цифр ставился кружок из точек:

100 000 = а, 200 000 = в и т. д.

10 легионов составляли новую единицу, которая называлась «леодр». Для обозначения л е о д р о в соответствующие числа заключали в кружок из черточек:

1 000 000 = а, 2 000 000 = в и т. д.

Эти обозначения можно рассматривать как зачатки позиционной системы, так как в ней для обозначения единиц разных разрядов применялись одни и те же символы, к которым добавлялись знаки для определения разряда. Такая система называлась «малым числом». В ней обозначения не шли дальше миллионов.

Но наряду с этим имелось и «большое», или «великое», число, в котором словом «т ь м а» обозначался уже миллион. Тьма тем (т. е. 10^{12}) называлась л е г и о н о м, легион легионов (т. е. 10^{24}) — л е о д р о м, леодр леодров (т. е. 10^{48}) — в о р о н о м и, наконец, число 10^{49} называлось к о л о д о й. В рукописи XVII в. говорится: «И более сего несть человеческому уму разумевати», т. е. для бо̀льших чисел уже нет названий. Для обозначения воронов буквы ставили в кружок из крестиков: а҃, а колоду обозначали так: а҃.

Алфавитные нумерации, как мы говорили, были мало пригодны для оперирования с большими числами, встречавшимися уже в древности (например, при астрономических расчетах). В ходе развития человеческого общества эти системы уступили место позиционным. Но остатки алфавитных нумераций сохранились в нашем обиходе и по сей день. Так, мы часто нумеруем пункты при помощи букв алфавита. Правда, буквы служат только для обозначения последовательного порядка, а не количества. Никаких арифметических операций над такими буквами мы уже не производим.

Позиционные системы

Первой известной нам позиционной системой счисления была шестидесятеричная система вавилонян, возникшая примерно за 2500—2000 лет до н. э. Основанием ее служило число 60. Следовательно, в ней должно было быть 60 цифр. А таблица умножения должна была состоять из $\frac{60 \cdot 60}{2} = 1800$ строк.

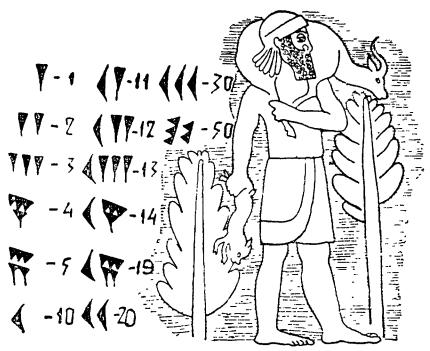
Как же вавилоняне записывали свои цифры и как запоминали такую чудовищную таблицу умножения?

Вавилоняне поступали так: записывали все числа от 1 до 59 по десятичной системе, применяя принцип сложения. При этом они пользовались всегда двумя знаками: прямым клином ▼ для обозначения 1 и лежачим клином ◄ для 10. Число 32, например, писали так:

◄◄◄▼▼.

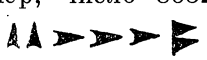
Эти знаки и служили цифрами в их системе. Число 60 снова обозначалось тем же знаком, что и 1, т. е. . Так же обозначались и числа 3600, 60^3 и все другие степени 60. Например, число 92 записывали так: .

Таким образом, «цифры», т. е. все числа от 1 до 59, вавилоняне записывали по десятичной непозиционной системе, а число в целом — по позиционной системе с основанием 60. Поэтому-то мы и называем их систему шестидесятеричной (а не шестидесятичной, как нужно называть, учитывая только одно основание 60).

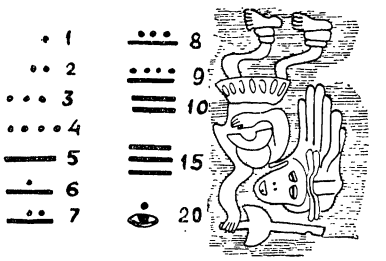


Клинописная запись чисел древних вавилонян.

Но нумерация вавилонян имела и еще одну важную особенность: в ней не было знака для нуля. И если был изображен прямой клин , то без дополнительных пояснений нельзя было определить, какое число записано: 1, 60, 3600 или какая-нибудь другая степень 60. Запись числа 92, приведенная выше, могла обозначать не только $92 = 60 + 32$, но и $3600 + 32 = 3632$. Она могла также означать $1\frac{32}{60}$ или $1\frac{32}{3600}$ и т.д.

Таким образом, запись в вавилонской нумерации не носила абсолютного характера — для определения абсолютного значения числа нужны были еще дополнительные сведения. Впоследствии вавилоняне ввели специальный символ для обозначения пропущенного шестидесятичного разряда. Например, число 3632 нужно было бы записать так:  . Но в конце числа этот символ обычно не ставился.

Таблицу умножения вавилоняне никогда не запоминали — это было почти невозможно. Они пользовались при своих вычислениях готовыми таблицами умножения, так же как мы теперь пользуемся, например, таблицами логарифмов.



Цифры индейцев племени майя.

Шестидесятеричная система вавилонян сыграла большую роль в развитии математики и астрономии. Следы ее сохранились до наших дней. Так, мы до сих пор делим час на 60 минут, а минуту на 60 секунд. Точно так же, следуя примеру вавилонян, окружность мы делим на 360 частей (градусов).

В начале нашей эры индейцы племени майя, которые жили на полуострове Юкатан в Центральной Америке, пользовались другой позиционной системой — с основанием 20. Свои цифры индейцы майя, как и вавилоняне, записывали, пользуясь принципом сложения. Единицу они обозначали точкой, а пять — горизонтальной чертой (см. рис.), но в этой системе уже был знак для нуля. Он напоминал по своей форме полузакрытый глаз. И, например, число 20 индейцы майя записывали при помощи знака для единицы и внизу знака для нуля (числа писали не в строчку, а столбцами).

Десятичная позиционная система впервые сложилась в Индии не позднее VI в. н. э. Здесь же был введен наш символ для нуля.

Итак, позиционные системы счисления возникли независимо одна от другой в древнем Двуречье, у племени майя и, наконец, в Индии. Все это говорит о том, что возникновение позиционного принципа не было случайностью.

Каковы же были предпосылки для его создания? Что привело людей к этому замечательному открытию?

Чтобы ответить на эти вопросы, мы снова обратимся к истории. В древнем Китае, Индии и в некоторых других странах существовали системы записи, построенные на мультипликативном принципе.

Пусть, например, десятки обозначаются символом X, а сотни — C. Тогда запись числа 323 схематично будет выглядеть так:

3 C 2 X 3.

В таких системах для записи одинакового числа единиц, десятков, сотен или тысяч применяются одни и те же символы, но после каждого символа пишется название соответствую-

щего разряда. На аналогичном принципе основаны наши счеты: одно и то же количество косточек означает число десятков, сотен, тысяч и т. д., в зависимости от того, в каком ряду расположены эти косточки.

Но именно такой способ счета применялся при счете «числами-совокупностями». Так, йорубы [1], считая раковины-каури (игравшие у них роль денег), раскладывали их в кучки по 20 раковин в каждой, затем 20 таких кучек они объединяли в одну большую кучу и т. д. При таком способе счета подчеркивается то обстоятельство, что с кучами можно поступать так же, как и с отдельными раковинами. Н. Н. Миклухо-Маклай рассказывал о способе счета у папуасов, который уже очень близок к построению чисел по принципу умножения. Чтобы сосчитать число дней до возвращения корвета «Витязь», папуасы поступали следующим образом: «Первый, раскладывая кусочки бумаги на колене, при каждом обрезке повторял «каре-каре» (один), другой повторял слово «каре» и загибал при этом палец прежде на одной, затем на другой руке. Насчитав до десяти и согнув пальцы обеих рук, он опустил оба кулака на колени, повторив «две руки», причем третий папуас загнул один палец руки. Со вторым десятком было сделано то же, причем третий папуас загнул второй палец: то же самое было сделано для третьего десятка».

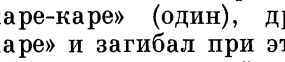
Рассказывают, что так же считали стада в Южной Африке: один из африканцев считал каждую голову, второй — число десятков, сосчитанных первым, а третий — число десятков, сосчитанных вторым, т. е. число сотен. Если бы мы теперь обозначили палец первого через I, палец второго через X и палец третьего через C, то результат по мультипликативной системе записали бы, например, так: 3C2X3I. В Китае и Индии с древнейших времен существовал именно такой способ записи чисел. Кроме того, индийцы издавна проявляли глубокий интерес к большим числам и способам их записи. В одной из индийских книг — «Лалитавистара» — говорится о состязании между женихами прекрасной Гопы. Предметом состязания были письменность, арифметика, борьба и искусство стрельбы из лука. Почти половина книги посвящена описанию состязаний по арифметике. Победитель Гаутама придумал шкалу чисел, идущих в геометрической прогрессии со знаменателем 100, последним членом которой было $10^{7+9\cdot46}$.

[1] Одно из африканских племен.

Следующей ступенью к позиционному принципу было опускание названий разрядов при письме (подобно тому, как мы говорим «три двадцать», а не «три рубля двадцать копеек»). Но при записи больших чисел по системе с основанием 10 очень часто бывал необходим символ для обозначения нуля.

Как же появился нуль?

Мы видели, что уже вавилоняне употребляли межразрядовый знак. Начиная со II в. до н. э. греческие ученые познакомились с многовековыми астрономическими наблюдениями вавилонян. Вместе с их вычислительными таблицами они переняли и вавилонскую шестидесятеричную систему счисления, но только числа от 1 до 59 записывали не с помощью клиньев, а в своей, алфавитной нумерации. Но самое замечательное было то, что для обозначения пропущенного шестидесятеричного разряда греческие астрономы начали употреблять символ O (первая буква греческого слова



— ничто). Этот знак, по-видимому, и был прообразом нашего нуля.

Действительно, индийцы, владевшие уже мультипликативным принципом записи чисел, как раз между II и VI вв. н. э. познакомились с греческой астрономией. Это видно из того, что они переняли и общие теоретические положения этой астрономии, и многие греческие термины.

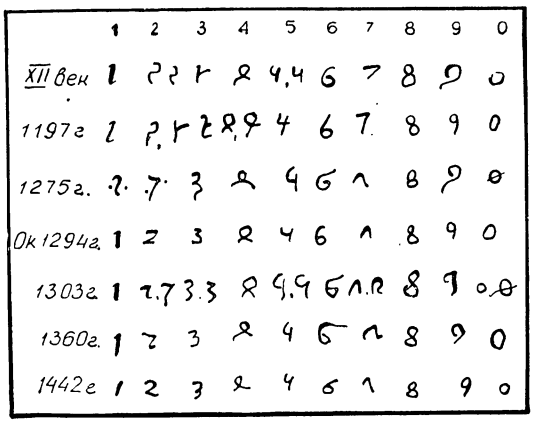
Одновременно они должны были познакомиться с шестидесятеричной нумерацией и греческим круглым нулем. Индийцы и соединили принципы нумерации греческих астрономов со своей десятичной мультипликативной системой. Это и был завершающий шаг в создании нашей нумерации.

Из Индии новая система распространилась по всему миру. При этом одни народы переняли у индийцев только принцип обозначения чисел, оставив старые начертания цифр, другие заимствовали и написание цифр.

Мы приводим таблицу (см. стр. 278), на которой видно, как постепенно видоизменялись цифры «губар», употреблявшиеся в мавританских государствах, пока они не приняли современной формы.

Откуда произошли сами цифры «губар», до сих пор остается неясным.

В страны Европы новая индийская нумерация была занесена арабами в X—XIII вв. (отсюда и сохранившееся поныне название «арабские цифры»); однако принята она была далеко



Постепенно изменяясь, цифры «губар» (вторая строка) приняли форму, близкую к современной.

не сразу. Вплоть до XVIII в. в официальных бумагах разрешалось применять только римские цифры. Однако преимущества позиционного принципа счисления были настолько велики, что еще в XIII в. он стал применяться итальянскими купцами. Тогда же Леонардо Пизанский выступил убежденным сторонником новой системы. В Германии, Франции и Англии до конца XV в. новая нумерация почти не употреблялась. Но к концу XVI — началу XVII в. позиционная система одержала решительную победу — ее приняли не только купцы, но и все ученые. Ее стали применять повсеместно.

В России, как мы уже знаем, в старину употреблялась алфавитная система, которая имеет много преимуществ по сравнению с римской. Но и здесь новая нумерация быстро вошла в употребление: во всех без исключения математических рукописях XVII в. применялась десятичная позиционная система счисления. При Петре I индийские цифры уже вытесняют на монетах славянские, а в послепетровские времена славянские цифры вообще быстро исчезают из обихода.

Приведем в заключение слова знаменитого французского математика и физика XVIII—XIX вв. П. Лапласа: «Мысль выражать все числа девятью знаками, придавая им, кроме значения по форме, еще значение по месту, настолько проста, что именно из-за этой простоты трудно понять, насколько она удивительна. Как нелегко было прийти к этому методу, мы видим на примере величайших гениев греческой учености Архимеда и Аполлония, от которых эта мысль осталась скрытой».

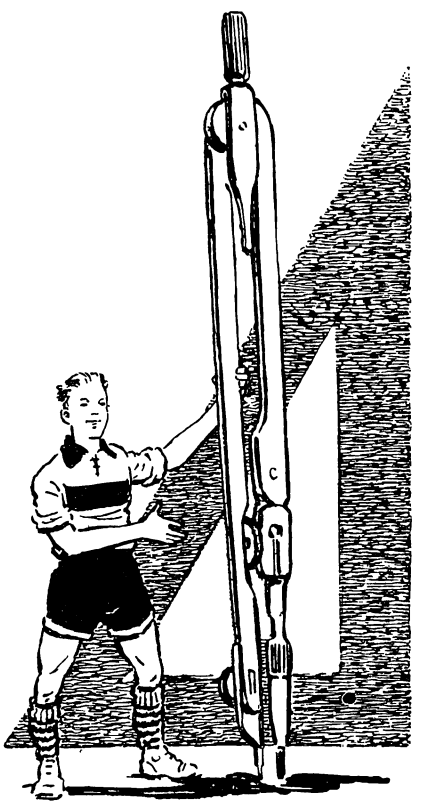
■

ПРОСТЕЙШИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ

Пифагоровы треугольники

Футбольное поле — это прямоугольная площадка длиной примерно 90 *м* и шириной 60 *м*. Как разметить такую площадку? Прямоугольник на листе бумаги строят при помощи линейки и циркуля или линейки и угольника. Эти приборы слишком малы для работы на местности. Они не обеспечат нужной точности в построении прямых углов такой площадки, как футбольное поле. Если же сделать циркуль и угольник достаточно больших размеров, то ими будет невозможно пользоваться.

С давних времен известен очень простой способ построения на местности прямых углов. Выполним такое построение. Возьмем шнур и три колышка. На шнуре отметим 12 равных долей. Затем узлами выделим три части шнура MB, BC, CN так, чтобы первая часть состояла из пяти, вторая из четырех и последняя из трех



Для построения прямоугольной площадки следовало бы взять угольник и циркуль таких размеров.

Построение прямого угла на местности.

таких долей. Узлы M и N свяжем вместе и обозначим вновь полученный узел через A.

С помощью колышков натянем часть шнура BC вдоль данной прямой так, чтобы точка C совпала с точкой, через которую должен быть проведен перпендикуляр к данной прямой. Потом оттянем шнур за узел A так, чтобы участки AB и AC стали прямолинейными, и вобьем в точке, где будет находиться узел A, колышек. Задача построения на местности прямого угла решена, так как угол ACB прямой.

Чтобы убедиться в этом, докажем, что прямоугольным будет всякий треугольник, стороны которого, измеренные какой-нибудь единицей измерения, выражаются числами 3, 4 и 5. Для доказательства возьмем прямоугольный треугольник с катетами, равными двум меньшим сторонам данного треугольника, и найдем его гипотенузу x. По теореме Пифагора $x^2=3^2+4^2$. Поэтому $x=5$. Таким образом, три стороны данного треугольника соответственно равны трем сторонам прямоугольного треугольника. А отсюда следует, что и данный треугольник — прямоугольный.

Доказанное свойство треугольника со сторонами 3, 4 и 5 было, по-видимому, известно еще древнеегипетским землемерам. Поэтому такой треугольник называют египетским. Всякий целочисленный треугольник[1], подобный египетскому, также является прямоугольным.

Существуют ли другие целочисленные прямоугольные треугольники.

Если катеты и гипотенузу какого-нибудь целочисленного прямоугольного треугольника обозначить буквами x, y и z, то по теореме Пифагора получим:

$$x^2 + y^2 = z^2. \qquad (1)$$

Оказывается, что верно и обратное, т. е. если x, y и z — натуральные числа, удовлетворяющие уравнению (1), то треугольник со сторонами x, y и z — прямоугольный.

Целочисленный прямоугольный треугольник для краткости иногда называют п и ф а г о р о в ы м.

Наше рассуждение показывает, что задача отыскания всех пифагоровых треугольников сводится к решению уравнения (1) в натуральных числах.

Рассмотрим несколько других задач.

Взвешивание груза на чашечных весах

Можно ли 28 $Г$ некоторого вещества отвесить на чашечных весах, имея гири весом только в 3 и 5 $Г$?

Оказывается, это можно сделать, даже несколькими способами.

Попытаемся найти все способы взвешивания. Для этого поместим груз в 28 $Г$ на правую чашу весов и уравновесим его гирями весом в 3 и 5 $Г$. Возможны такие случаи: а) все гири находятся на левой чаше весов; б) гири по 3 $Г$ находятся на левой чаше весов, а гири по 5 $Г$ вместе с грузом находятся на правой чаше весов; в) гири по 5 $Г$ находятся на левой чаше весов, а гири по 3 $Г$ вместе с грузом находятся на правой чаше весов.

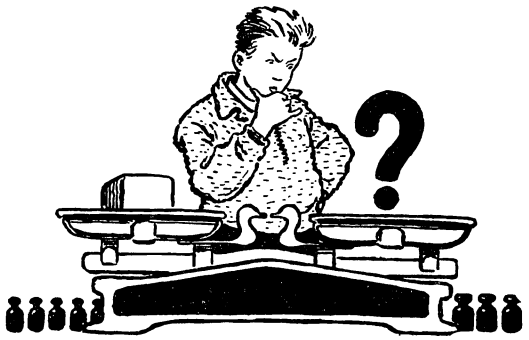
Если через x обозначить число использованных гирь весом в 3 $Г$, а через y — число использованных гирь весом в 5 $Г$, то в соответствии с отмеченными выше случаями получим:

$$\text{а) } 3x + 5y = 28, \qquad (2)$$
$$\text{б) } 3x = 28 + 5y, \text{ или } 3x - 5y = 28,$$
$$\text{в) } 5y = 28 + 3x, \text{ или } 5y - 3x = 28.$$

Чтобы найти все способы взвешивания, нужно решить каждое из полученных уравнений

[1] Целочисленным называют треугольник, длины сторон которого выражаются целыми числами.

в неотрицательных целых числах. Можно решить одно уравнение (2) в целых числах, но при этом нужно иметь в виду, что значения неизвестных x и y указывают не только на число использованных гирь, но и на их место на чашах весов. Так, если значение неизвестного x положительно, то число гирь весом в 3 $Г$ равно x и все они находятся на левой чаше весов; если значение неизвестного x отрицательно, то число гирь весом в 3 $Г$ равно $|x|$ и все они находятся на правой чаше весов.



Сколько нужно взять гирь?

Раскрой фанеры

В деревообделочный цех одного завода поступил заказ вырезать из фанеры заготовки двух видов для 1000 изделий. Известно, что на одно изделие идет две заготовки первого вида и три второго. На складе имеется 800 листов фанеры одного образца. Были предложены три способа раскроя этих листов. При первом способе из листа фанеры получается пять заготовок первого вида и две второго, при втором — одна заготовка первого вида и пять второго и, наконец, при третьем — три заготовки первого вида и четыре второго.

Достаточно ли для выполнения заказа листов фанеры, имеющихся на складе? Сколько листов фанеры нужно кроить по первому, сколько по второму и по третьему способам, чтобы выполнить этот заказ?

Обозначим буквами x_1, x_2, x_3 соответственно число листов фанеры, раскроенных по первому, второму и третьему способам. Тогда $5x_1+x_2+3x_3$ — количество полученных заготовок первого вида и $2x_1+5x_2+4x_3$ — количество полученных заготовок второго вида. Так как для выполнения заказа требуется не менее чем 2000 заготовок первого и 3000 заготовок второго вида, то должны выполняться неравенства:

$$5x_1+x_2+3x_3 \geqslant 2000,$$
$$2x_1+5x_2+4x_3 \geqslant 3000.$$

Чтобы заменить неравенства строгими равенствами, обозначим через x_4 количество заготовок первого вида, которые придется изготовить сверх 2000, а через x_5 — количество «лишних» заготовок второго вида. Тогда, учитывая, что $x_1+x_2+x_3=800$, получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} 5x_1+x_2+3x_3-x_4=2000, \\ 2x_1+5x_2+4x_3-x_5=3000, \\ x_1+x_2+x_3=800. \end{cases} \qquad (3)$$

Конечно, x_4 и x_5, так же как и x_1, x_2, x_3, должны быть целыми неотрицательными числами.

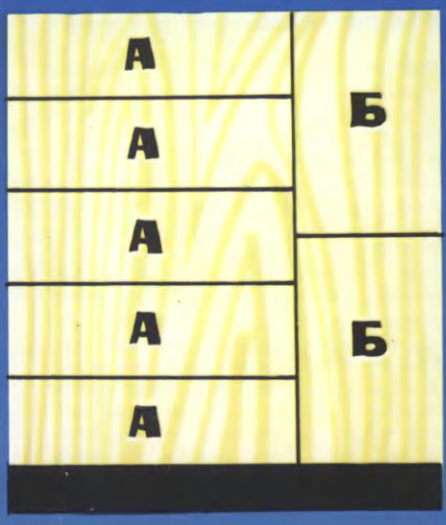
Каждому варианту (x_1, x_3, x_3) распределения 800 листов фанеры по способам раскроя соответствует решение (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) системы уравнений (3) в целых неотрицательных числах. Наоборот, каждому решению (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) системы (3) в целых неотрицательных числах соответствует определенный вариант распределения 800 листов фанеры по способам раскроя. Поэтому задача о раскрое фанеры приводит к отысканию решений системы (3) в целых неотрицательных числах.

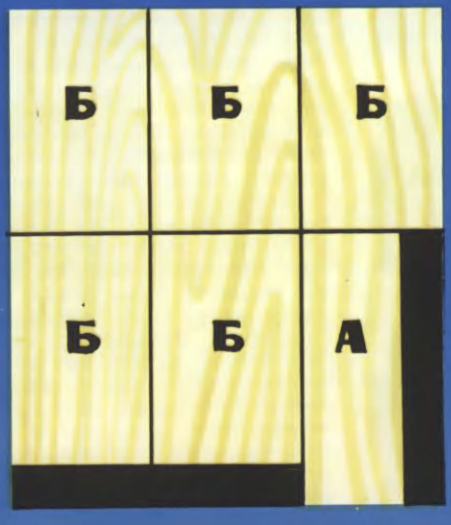
Неопределенные уравнения

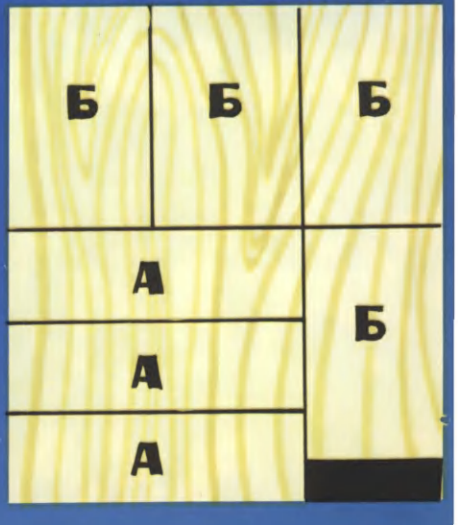
Каждая из рассмотренных задач сводится, как мы убедились, к решению в целых числах некоторых уравнений или систем уравнений. При этом число неизвестных всякий раз превосходило число уравнений. Такие уравнения и системы называют неопределенными. При решении неопределенных уравнений или систем уравнений обычно ищут значения неизвестных, удовлетворяющие тем или иным арифметическим условиям. Например, их решают в целых или рациональных числах.

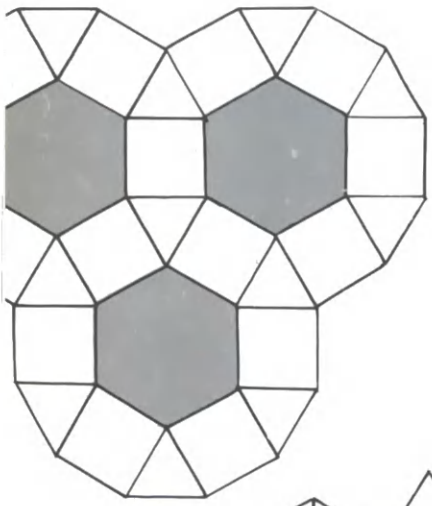
Еще александрийский математик Диофант (III в. н.э.) занимался решением алгебраических уравнений в рациональных (вообще говоря, дробных) числах. Решением неопределенных урав-

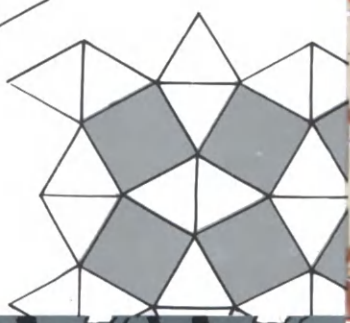
Задача о раскрое фанеры — одна из задач бурно развивающейся в настоящее время математической теории, которая называется линейным программированием.


А
А
А
А
А
Б
Б


Б
Б
Б
Б
Б
А


Б
Б
Б
А
А
А
Б





Если во всем искать математику, то можно построить интересную полезную математическую теорию, рассматривая, например, затейливые узоры на древнегреческой вазе или прихотливо повторяющиеся рисунки мозаик и паркета в старинных дворцах. Простейшая математическая теория ряда мозаик получится, если на плоскости рассматривать мозаики, состоящие из правильных многоугольников. Чтобы особо подчеркнуть важность того, что мозаики получаются повторением рисунка, введем следующее определение. Назовем преобразованием рисунка всякое его перемещение, которое надо совершить, чтобы совместить его с другим таким же рисунком. Оказывается, что для таких преобразований существует очень простая и красивая алгебра и такие преобразования образуют группу (более подробно о такой алгебре и теории групп см. в статье «Чем занимается алгебра?»).

Эти преобразования можем подразделить на несколько видов: параллельный перенос рисунка, поворот его на какой-то угол и зеркальное отражение. При этом оказывается, что на плоскости для любых мозаик из правильных многоугольников может быть только 17 различных групп таких преобразований. Этот замечательный факт установил в 1891 г. знаменитый русский кристаллограф Е. С. Федоров.

Изучение мозаик дает богатую пищу не только для математических исследований, но и для воображения художника. На прилагаемом рисунке можно видеть как «портреты» некоторых абстрактных групп, так и мозаики другого типа. Эти остроумные рисунки сделал датский художник Мориц К. Ешер. Первое впечатление, что утки летят, а всадники скачут только слева направо. Но тут же глаз замечает, что такая же процессия с занимательной точностью движется в противоположном направлении. Художник предлагает каждому попробовать свои силы в составлении таких мозаик. Однако он предупреждает, что такая работа требует усидчивости! Интересно отметить, что для таких произвольных мозаик теория групп уже не является таким же удобным и плодотворным математическим аппаратом, как для правильных мозаик. Но здесь начинается применение другой любопытной математической теории, именно теории о покрытии плоскости без пропусков и наложений фигурами сложных очертаний. И эта математическая теория дает много интересных и полезных сведений всякому, кто познакомится с ней поближе.

нений в целых числах впервые начали заниматься ученые Индии. Они предложили общий метод для решения в целых числах неопределенных уравнений первой степени с целыми коэффициентами, а также нашли решение в целых числах некоторых неопределенных уравнений второй степени с двумя неизвестными.

Рациональные и целые решения неопределенных уравнений первой степени. Метод рассеивания

Решить неопределенные уравнения первой степени с целыми или дробными коэффициентами в рациональных числах нетрудно. Возьмем, например, уравнение

$$29x - 13y = 17. \qquad (4)$$

Чтобы найти все решения этого уравнения, узнаем, при каких рациональных значениях одного неизвестного соответствующее значение второго неизвестного рационально. Каждому значению неизвестного x соответствует единственное значение неизвестного y, определяемое из формулы:

$$y = \frac{29x - 17}{13}. \qquad (5)$$

Если значение неизвестного x рационально, то и значение неизвестного y, получаемое из формулы (5), рационально.

В формуле (5) роли неизвестных x и y различны. Неизвестному x мы даем произвольное значение, а значение неизвестного y находится в зависимости от выбранного значения неизвестного x. В соответствии с этим называют неизвестное x свободным, а неизвестное y зависимым. Уравнение (4) можно разрешить не только относительно неизвестного y, но и относительно неизвестного x. В таком случае неизвестное y станет свободным, а неизвестное x зависимым.

Для отыскания целых решений уравнения (4) мы не можем непосредственно воспользоваться формулой (5), так как при целых значениях одного неизвестного второе неизвестное не обязательно принимает целые значения. Чтобы найти все целые решения уравнения (4), найдем такие целые значения неизвестного x, для которых соответствующее значение неизвестного y является целым числом.

Это незначительное на первый взгляд изменение постановки задачи открывает путь для ее решения.

Замечая, что

$$\frac{29}{13} = 2 + \frac{3}{13}, \text{ а } \frac{17}{13} = 1 + \frac{4}{13},$$

и пользуясь формулой (5), получим:

$$y = 2x - 1 + \frac{3x - 4}{13}. \qquad (6)$$

Мы должны узнать, при каких целых значениях неизвестного x неизвестное y принимает целые значения. Так как при целом x число $2x-1$ является целым, то из формулы (6) следует, что неизвестное y при целом x только в том случае принимает целое значение, если выражение $\frac{3x-4}{13}$ есть целое число. Наша задача еще не решена, но мы приблизились к цели.

В самом деле, полагая $\frac{3x-4}{13} = y_1$, замечаем, что вопрос, при каких целых значениях неизвестного x неизвестное y принимает целые значения, равносилен вопросу о целых решениях уравнения

$$3x - 13y_1 = 4. \qquad (7)$$

Таким образом, решение в целых числах уравнения (4) удалось свести к решению в целых числах уравнения (7). Чем же второе уравнение предпочтительнее первого?

Самым простым из неопределенных уравнений первой степени естественно считать такое, у которого хотя бы один из коэффициентов при неизвестных равен 1 или —1. В этом случае неизвестное с таким коэффициентом при любых целых значениях остальных неизвестных при-

Будем решать задачу методом рассеивания.

нимает целые значения. Поэтому чем м е н ь ш е наименьшая из абсолютных величин коэффициентов при неизвестных, тем уравнение предпочтительнее. В уравнении (4) наименьшая из абсолютных величин коэффициентов при неизвестных равна 13, а в уравнении (7) равна 3. Как удалось достичь этого? Коэффициент при неизвестном x и свободный член уравнения были заменены остатками от деления этих чисел на 13. Но остаток от деления целого числа на натуральное число всегда меньше этого натурального числа. Понятно, почему с самого начала неизвестное y было выражено через неизвестное x: мы выбрали неизвестное с наименьшим по абсолютной величине коэффициентом. Теперь ясно, как поступать с уравнением (7).

При каких целых значениях неизвестного y_1 неизвестное x принимает целые значения? Из равенства:

$$x = \frac{4 + 13y_1}{3} = 1 + 4y_1 + \frac{1 + y_1}{3} \qquad (8)$$

находим, что неизвестное x при целых значениях неизвестного y_1 только в том случае принимает целые значения, если $\frac{1+y_1}{3}$ есть целое число. Обозначая через x_1 это выражение, получим $1 + y_1 = 3x_1$, или

$$3x_1 - y_1 = 1. \qquad (9)$$

Таким образом, задача сведена к решению в целых числах уравнения (9). Но решить в целых числах уравнение (9) — значит узнать, при каких целых значениях неизвестного x_1 неизвестное y_1 принимает целые значения. Но $y_1 = 3x_1 - 1$, поэтому y_1 принимает целые значения при любых целых значениях неизвестного x_1. Из равенств (8) и (6) последовательно найдем выражения для неизвестных x и y.

$$x = 1 + 4(3x_1 - 1) + x_1 = 13x_1 - 3,$$
$$y = 2(13x_1 - 3) - 1 + 3x_1 - 1 = 29x_1 - 8.$$

Из приведенных рассуждений следует, что формулы:

$$\begin{cases} x = 13x_1 - 3, \\ y = 29x_1 - 8 \end{cases} \qquad (10)$$

при $x_1 = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$ дают все целые решения уравнения (4).

Аналогично решается уравнение с тремя и более неизвестными. Показанный на примере метод решения неопределенных уравнений в целых числах несущественно отличается от метода, предложенного индийцами. В связи с тем что при решении неопределенного уравнения по этому методу оно сводится к цепи уравнений с уменьшающимися коэффициентами, индийские математики назвали этот метод м е т о д о м р а с с е и в а н и я.

Решение задачи о взвешивании

Итак, нам нужно решить в целых числах уравнение (2). Определяем неизвестное x:

$$x = \frac{28 - 5y}{3} = 9 - y + \frac{1 - 2y}{3}$$

Верно и такое равенство:

$$x = 9 - 2y + \frac{1 + y}{3}.$$

Им-то мы и воспользуемся. Ведь наша цель — уменьшить коэффициент при неизвестном. Введем обозначение: $x_1 = \frac{1+y}{3}$. Задача сведена к решению в целых числах уравнения $3x_1 - y = 1$. Решая это уравнение, получим $y = 3x_1 - 1$, где x_1 — любое целое число. А тогда

$$x = 9 - 2 \cdot (3x_1 - 1) + x_1 = 11 - 5x_1.$$

Таким образом, общее решение уравнения (2) можно записать так:

$$\begin{cases} x = 11 - 5x_1, \\ y = 3x_1 - 1, \end{cases}$$

где $x_1 = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$

Найдем несколько решений этого уравнения:

x_1	0	1	−1	2	−2	3	−3
x	11	6	16	1	21	4	26
y	−1	2	−4	5	−7	8	−10

Уравнение (2) имеет бесконечное множество решений, но мы сможем воспользоваться только некоторыми. Это зависит от числа гирь в нашем распоряжении, да и размеров чаш.

Мы рассмотрели два уравнения первой степени. Каждое из них, как удалось установить, имеет целочисленные решения. Однако на-

Задача о взвешивании решена!

ряду с ними можно указать уравнения, которые решений в целых числах не имеют. Таково, например, уравнение

$$3x - 6y = 5. \qquad (11)$$

В самом деле, допустив, что при некоторых целых x и y равенство (11) верно, мы получим, что 5 делится на 3.

Какие неопределенные уравнения разрешимы в целых числах?

Можно ли для всякого разрешимого в целых числах неопределенного уравнения первой степени найти его решение методом рассеивания?

На первый вопрос отвечает теорема:

Уравнение с целыми коэффициентами a_1, a_2, ..., a_n, b:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b \qquad (12)$$

разрешимо в целых числах только в том случае, если свободный член b *делится на наибольший общий делитель чисел* a_1, a_2, ..., a_n.

Ответим на другой вопрос: всегда ли предложенный метод решения в целых числах неопределенных уравнений первой степени приводит к цели?

Если a_1 — наименьший по абсолютной величине коэффициент при неизвестном в уравнении (12), то мы заменяем это уравнение другим, в котором все коэффициенты, кроме коэффициента a_1, заменены остатками от деления этих чисел на a_1. Если хотя бы один из коэффициентов a_2, a_3, ..., a_n не делится на a_1, то получим уравнение, коэффициенты которого по абсолютной величине меньше, чем у данного. С этим уравнением поступаем так же, как с данным. Если все числа a_2, a_3, ..., a_n делятся на a_1, а b не делится, то данное уравнение неразрешимо. Если все числа a_2, a_3, ..., a_n и b делятся на a_1, то, деля обе части уравнения на a_1, получим уравнение, целые решения которого находятся без труда.

Из этого рассуждения следует, что описанный метод позволяет найти целые решения всякого разрешимого в целых числах неопределенного уравнения с целыми коэффициентами.

Неопределенные системы уравнений первой степени

При решении в рациональных числах неопределенных систем уравнений первой степени с рациональными коэффициентами обычно пользуются методом последовательного исключения неизвестных. Решим, например, в рациональных числах такую систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x + 5y - 7z = 15, \\ 2x - 3y + 9z = 12. \end{cases}$$

Из первого уравнения находим:

$$x = \frac{15 - 5y + 7z}{3}. \qquad (13)$$

Подставляя значение неизвестного x во второе уравнение, получим:

$$2 \cdot \frac{15 - 5y + 7z}{3} - 3y + 9z = 12,$$

или

$$-\frac{19}{3}y + \frac{41}{3}z = 2. \qquad (14)$$

Давая в уравнении (14) неизвестному z какое-нибудь рациональное значение, т. е. принимая неизвестное z за свободное неизвестное, а за зависимые неизвестные неизвестные x и y, мы, пользуясь равенствами (14) и (13), сможем найти все решения в рациональных числах данной системы уравнений.

В целых числах такую систему можно решить сходным способом. Сначала рассматривают одно из уравнений системы и решают его в целых числах. Найденные выражения для неизвестных этого уравнения через некоторые вспомогательные целочисленные неизвестные подставляют во второе уравнение. Решив в целых числах полученное уравнение с новыми неизвестными, можно найти все решения в целых числах и данной системы уравнений.

Решение задачи о раскрое фанеры

Теперь приступим к решению системы уравнений (3). Мы имеем три уравнения с пятью неизвестными. Поэтому два неизвестных будут свободными, а остальные три — зависимыми. Конечно, в качестве зависимых неизвестных нужно брать те, у которых абсолютная величина коэффициентов минимальна.

Поэтому выберем в качестве свободных неизвестных x_1 и x_2 и выразим x_3, x_4, x_5 через x_1 и x_2. Для этого значение $x_3 = 800 - x_1 - x_2$ подставим в первые два уравнения, получим:

$$x_3 = 800 - x_1 - x_2,$$
$$x_4 = 400 + 2x_1 - 2x_2,$$
$$x_5 = 200 - 2x_1 + x_2.$$

Теперь, давая x_1 и x_2 целые значения, получим всевозможные решения системы (3) в целых числах.

Исследуйте самостоятельно, какие целые неотрицательные значения следует давать x_1 и x_2, чтобы x_3, x_4 и x_5 также были неотрицательными.

Ниже приведена таблица некоторых решений системы (3).

x_1	0	0	0	100	100	100	100	200	200	200	300	300
x_2	0	100	200	0	100	200	300	200	300	400	400	500
x_3	800	700	600	700	600	500	400	400	300	200	100	0
x_4	400	200	0	600	400	200	0	400	200	0	200	0
x_5	200	300	400	0	100	200	300	0	100	200	0	100

Из таблицы видно, что листов фанеры достаточно и что самый выгодный способ раскроя будет при $x_1=0$, $x_2=100$, $x_3=700$. В этом случае образуются «лишние» заготовки еще для 100 изделий. В других случаях «лишние» заготовки будут некомплектными. Но нужно ли раскраивать все 800 листов? Ведь нужны заготовки для 1000 изделий, а не для 1100.

Поэтому практический интерес представляет следующий дополнительный вопрос к этой задаче: какое наименьшее число f листов фанеры следует взять со склада и какими из указанных способов следует кроить взятые листы, чтобы выполнить заказ? Для ответа на этот вопрос из всех решений в целых неотрицательных числах системы уравнений

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = 2000, \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 - x_5 = 3000 \end{cases} \qquad (15)$$

нужно выбрать такое решение $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$, для которого $f = x_1 + x_2 + x_3$ принимает наименьшее значение, или, как мы будем говорить дальше, удовлетворяет условию минимальности.

Чтобы облегчить поиски, откажемся временно от требования, чтобы значения неизвестных были целыми. Попытаемся решить нашу задачу удачным выбором свободных неизвестных. Удобнее всего такими выбрать x_4, x_5 и какое-нибудь из неизвестных x_1, x_2, x_3. Поэтому, исключая из уравнений (15) сначала, например, x_1, а затем x_2 и опуская промежуточные выкладки, будем иметь:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{23}(7000 - 11x_3 + 5x_4 - x_5), \\ x_2 = \frac{1}{23}(11\,000 - 14x_3 - 2x_4 + 5x_5), \\ f = \frac{1}{23}(18\,000 - 2x_3 + 3x_4 + 4x_5). \end{cases} \qquad (16)$$

При данном значении x_3 наименьшее значение f мы получим, если неизвестным x_4 и x_5 дадим нулевое значение (это и понятно, ведь x_4 и x_5 — количество «лишних» заготовок!). Пусть $x_4=x_5=0$. Легко видеть, что при возрастании значений неизвестного x_3 значение f будет убывать. Но рост x_3 сдерживается требованием, чтобы значения неизвестных x_1 и x_2 были неотрицательными. Так как $\frac{7000}{11} < \frac{11\,000}{14}$, то из равенств [см. (16) при $x_4=x_5=0$]:

$$x_1 = \frac{11}{23}\left(\frac{7000}{11} - x_3\right),$$
$$x_2 = \frac{14}{23}\left(\frac{11000}{14} - x_3\right)$$

видно, что при возрастании x_3 отрицательные значения прежде всего будет принимать неиз-

вестное x_1. Поэтому естественно неизвестное x_1 сделать свободным, а неизвестное x_3 — зависимым.

Исключая из уравнений (15) неизвестные x_2 и x_3, найдем:

$$x_2 = \frac{1}{11}(1000 + 14x_1 - 4x_4 + 3x_5),$$

$$x_3 = \frac{1}{11}(7000 - 23x_1 + 5x_4 - x_5),$$

$$f = \frac{1}{11}(8000 + 2x_1 + x_4 + 2x_5).$$

Легко видеть, что наименьшее значение f получим, если свободным неизвестным x_1, x_4 и x_5 дадим нулевые значения. При этом для зависимых неизвестных получим положительные значения:

$$x_2 = \frac{1000}{11}, \quad x_3 = \frac{7000}{11}.$$

Следовательно, решение

$$x_1 = 0; \quad x_2 = \frac{1000}{11} = 90{,}9\ldots;$$

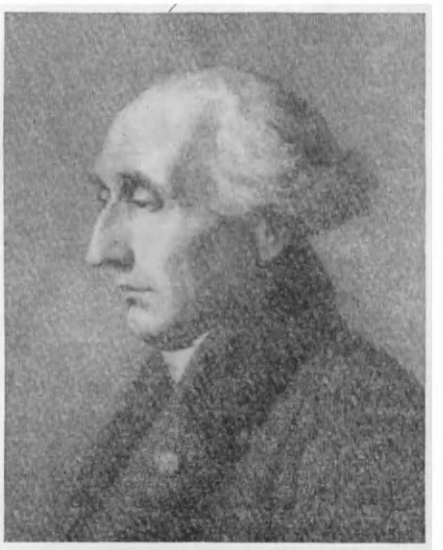
$$x_3 = \frac{7000}{11} = 636{,}3\ldots; \quad x_4 = 0; \quad x_5 = 0$$

системы (15) удовлетворяет условию минимальности. Но нам требуется найти целочисленное решение в неотрицательных числах, удовлетворяющее условию минимальности. Из приведенных рассуждений следует, что для такого решения $f \geqslant \frac{8000}{11} = 727{,}2\ldots$ или даже $f \geqslant 728$, так как число должно быть целым. Можно ожидать, что искомое решение мы получим, если немного изменим значение неизвестных. Положим, например, $x_1 = 0$, $x_2 = 91$, $x_3 = 637$. Тогда:

$$f = x_1 + x_2 + x_3 = 728,$$
$$5 \cdot 0 + 91 + 3 \cdot 637 = 2002 > 2000,$$
$$2 \cdot 0 + 5 \cdot 91 + 4 \cdot 637 = 3003 > 3000.$$

А это убеждает нас, что целочисленное решение с условием минимальности найдено. Итак, со склада достаточно взять лишь 728 листов фанеры и 91 из них кроить по второму, а остальные по третьему способу.

Решенная нами задача о раскрое фанеры относится к числу задач, составляющих предмет теории линейного программирования. В этой теории рассматривают задачи следующего типа: из всех решений в неотрицательных числах некоторой системы уравнений первой степени найти решение, удовлетворяющее условию минимальности. Иногда, как в задаче о раскрое фанеры, выдвигают дополнительное требование, чтобы значения неизвестных были целыми числами.



Жозеф Луи Лагранж.

Весьма многие проблемы экономики страны, в частности вопросы планирования производства и перевозок, приводят к этим задачам.

Целые решения неопределенных уравнений степени выше первой

Решение в целых числах неопределенных уравнений степени выше первой с целыми коэффициентами — во многих случаях задача более сложная, чем решение в целых числах неопределенных уравнений первой степени.

Индийские математики (V—XII вв.) нашли решение в целых числах некоторых уравнений второй степени с двумя неизвестными. Полностью задачу нахождения в целых числах неопределенных уравнений второй степени с двумя неизвестными решил в 1766 г. французский математик Ж. Лагранж.

Уравнения третьей степени с двумя неизвестными до сих пор до конца не исследованы. С некоторыми типами таких уравнений удалось справиться советскому математику Б. Н. Делоне. Нужно сказать, что даже установить число решений таких уравнений третьей и более высоких степеней исключительно трудно.

В начале нашего столетия норвежскому математику А. Туэ удалось доказать интересную теорему:

Неопределенное уравнение с целыми коэффициентами:

$$a_0x^n + a_1x^{n-1}y + a_2x^{n-2}y^2 + \cdots + a_ny^n = b,$$

где n — целое число, большее двух, имеет только конечное множество решений (в частности, может не иметь решений) в целых числах, за исключением случаев, когда левая часть этого уравнения есть степень однородного двучлена первой степени или трехчлена второй степени.

Еще более трудным является вопрос о решении в целых числах неопределенных уравнений выше первой степени с тремя и более неизвестными. До сих пор неизвестен общий метод решения таких уравнений. Уравнение (1) является простейшим из них. Древние греки и даже вавилоняне знали тождество:

$$(2mn)^2 + (m^2 - n^2)^2 = (m^2 + n^2)^2.$$

Пользуясь таким тождеством, нетрудно находить натуральные решения уравнения (1). Для этой цели нужно в формулах

$$\begin{cases} x = 2mn, \\ y = m^2 - n^2, \\ z = m^2 + n^2 \end{cases} \qquad (17)$$

переменным m и n давать натуральные значения с условием, что $m > n$. При помощи простых соображений доказывается, что из формул (17) можно получить все решения уравнения (1) в натуральных и взаимно простых числах, если параметрам m и n давать натуральные, взаимно простые и разной четности значения с условием $m > n$.

Занимаясь неопределенными уравнениями, известный французский математик П. Ферма́ высказал в середине XVII в. предположение, что для любого натурального числа n, большего 2, уравнение

$$x^n + y^n = z^n$$

не имеет решений в натуральных числах. Доказательство этого утверждения для $n=3$ и $n=4$ было найдено Л. Эйлером.

В дальнейшем предпринимались многочисленные попытки доказать это утверждение (так называемую великую теорему Ферма) полностью, но они не имели успеха[1]. Однако такие попытки не были безрезультатными — они содействовали возникновению и развитию нового отдела математики — алгебраической теории чисел.

В 1770 г. шотландский математик Э. Варинг высказал предположение, что для всякого натурального k, не равного 1, существует такое натуральное число r, что при любом натуральном N, уравнение

$$x_1^k + x_2^k + \cdots + x_r^k = N \qquad (18)$$

разрешимо в целых числах. Доказательство частного случая этого утверждения принадлежит Ж. Лагранжу. Он установил, что всякое число можно представить в виде суммы четырех квадратов целых неотрицательных чисел, например:

$$23 = 3^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2,$$
$$26 = 4^2 + 3^2 + 1^2 + 0^2.$$

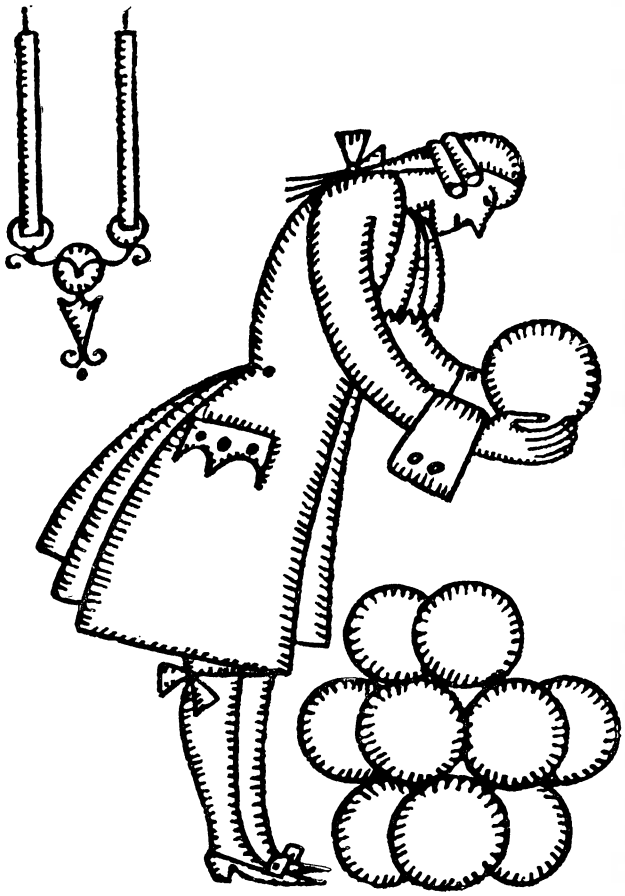
Полностью эту теорему удалось доказать в 1909 г. немецкому математику Д. Гильберту. Но ему не удалось дать оценку минимального числа r, для которого уравнение (18) разрешимо в целых неотрицательных числах. Значительный успех в определении $g(k)$ (так обозначают наименьшее r, для которого при любом натуральном N уравнение (18) разрешимо в целых неотрицательных числах) стал возможен только после создания советским математиком И. М. Виноградовым особого метода для решения этой и сходных с ней задач.

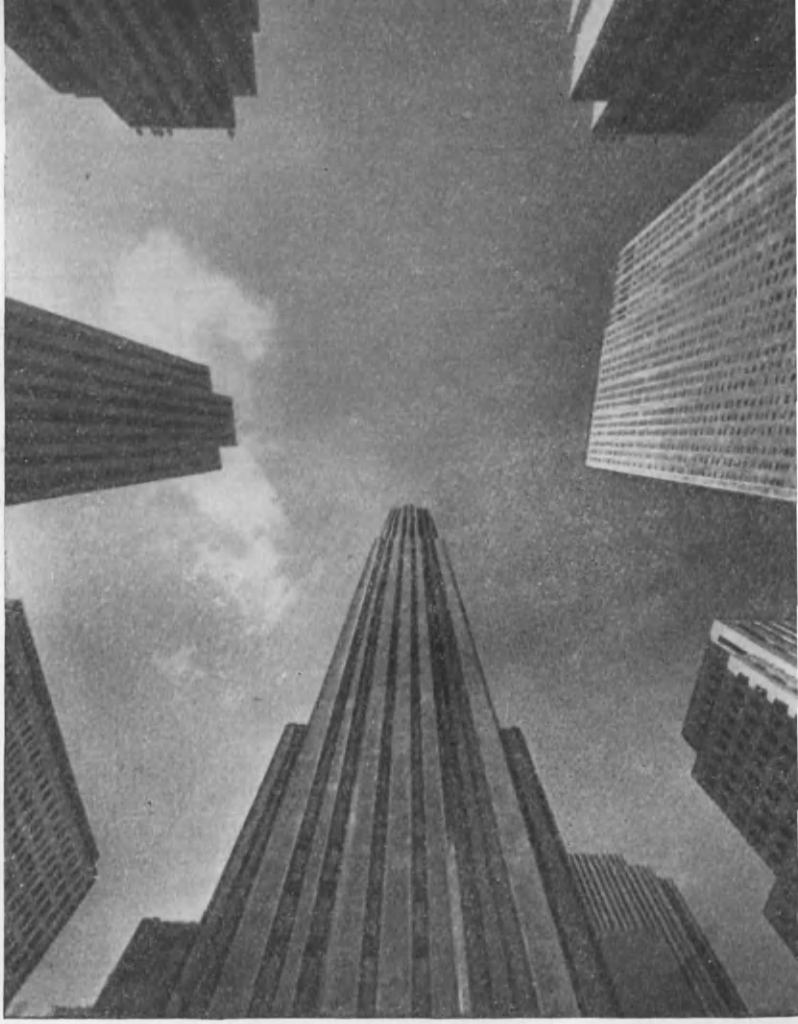
Сравнительно недавно стали изучаться показательные неопределенные уравнения. К этой области принадлежит интересная теорема советского математика А. О. Гельфонда:

Уравнение $a^x + b^y = c^z$, где a, b и c —целые, каждое из которых не равно ни нулю, ни степени двойки, может иметь не более чем конечное число решений в целых числах x, y и z.

Наиболее трудными являются неопределенные уравнения, связанные каким-либо способом с простыми числами. Но и в этой области за последние годы наметился успех. Мы не будем останавливаться здесь на этой сложной и увлекательной проблеме.

[1] В настоящее время теорема доказана для всех $n \leqslant 10\,000$.





ФИГУРЫ И ТЕЛА

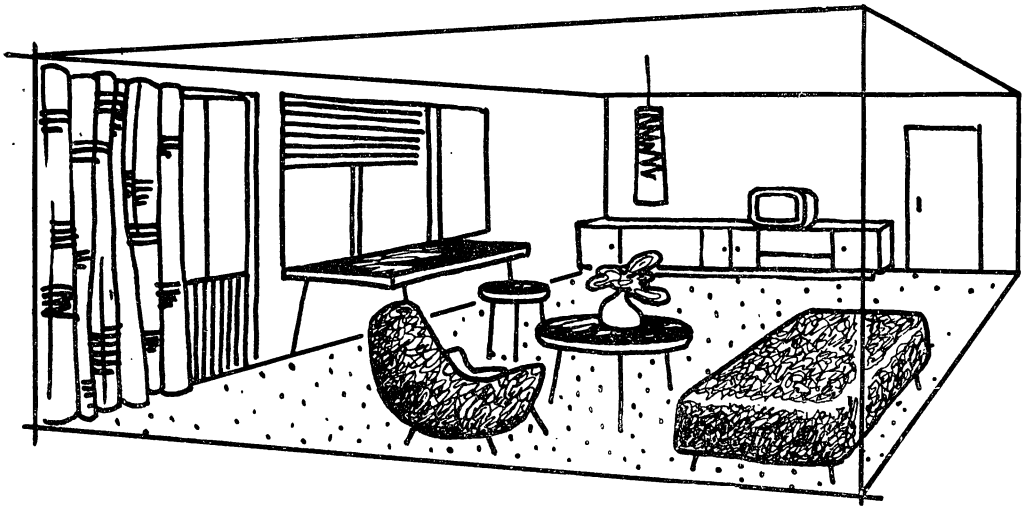
ГЕОМЕТРИЯ ВОКРУГ НАС

Кое-кто, возможно, считает, что различные замысловатые линии и поверхности можно встретить только в книгах ученых-математиков.

Однако стоит внимательно осмотреться, и мы сразу обнаружим вокруг нас всевозможные геометрические фигуры. Оказывается, их очень много. Просто мы их раньше не замечали.

Вот комната. Все ее стены, пол и потолок являются плоскостями (не будем обращать внимания на проемы окон и дверей), а сама комната имеет форму параллелепипеда.

Посмотрим на паркетный пол. Планки паркета — прямоугольники или квадраты. Пройдем в ванную комнату. Плитки пола там часто бывают правильными шестиугольниками или восьмиугольниками, между которыми уложены небольшие квадратики.



Но вернемся в комнату и посмотрим на мебель. Шкаф в своей основе — параллелепипед. Письменный стол не что иное, как очень плоский параллелепипед, лежащий на двух других параллелепипедах — тумбочках, в которых размещаются ящики. На столике — лампа с абажуром. Этот абажур — к о н у с.

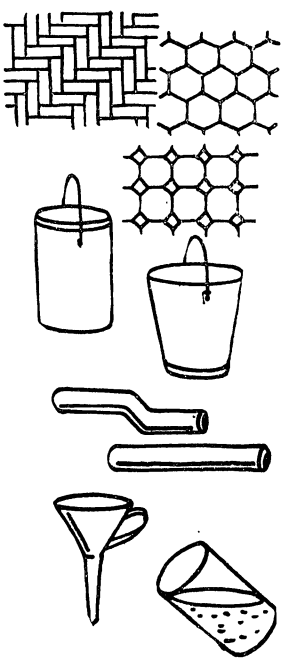
Ведро представляет собой у с е ч е н н ы й к о н у с, у которого верхнее основание больше нижнего. Впрочем, ведро бывает и цилиндрической формы. Вообще цилиндров и конусов в доме очень много. Все прямые трубы (водопровод, паровое отопление, газопровод) — ц и л и н д р ы. А там, где трубы изогнуты, образуются так называемые к а н а л о в ы е или т р у б ч а т ы е п о в е р х н о с т и.

В буфете стоит посуда. Вот граненый стакан с боковой поверхностью правильной многогранной у с е ч е н н о й п и р а м и д ы. Чайное блюдечко — тоже усеченный конус. Воронка состоит из двух усеченных конусов, которые переходят один в другой.

Нальем в стакан воду. Края ее поверхности имеют форму к р у г а. Наклоним стакан так, чтобы вода не выливалась; тогда край водной поверхности станет э л л и п с о м.

Выйдем на улицу. Перед нами — дома. Если не обращать внимания на различные особенности их архитектурной отделки, можно сказать, что стены домов являются п л о с к о с т я м и. Две стены, встречаясь под углом, пересекаются по прямой линии. Дом в целом, с этой точки зрения, есть тело, ограниченное пересекающимися друг с другом плоскостями, т. е. м н о г о г р а н н и к. На вклейке изображен такой дом-многогранник. Он состоит из нескольких параллелепипедов и п р и з м, переходящих друг в друга.

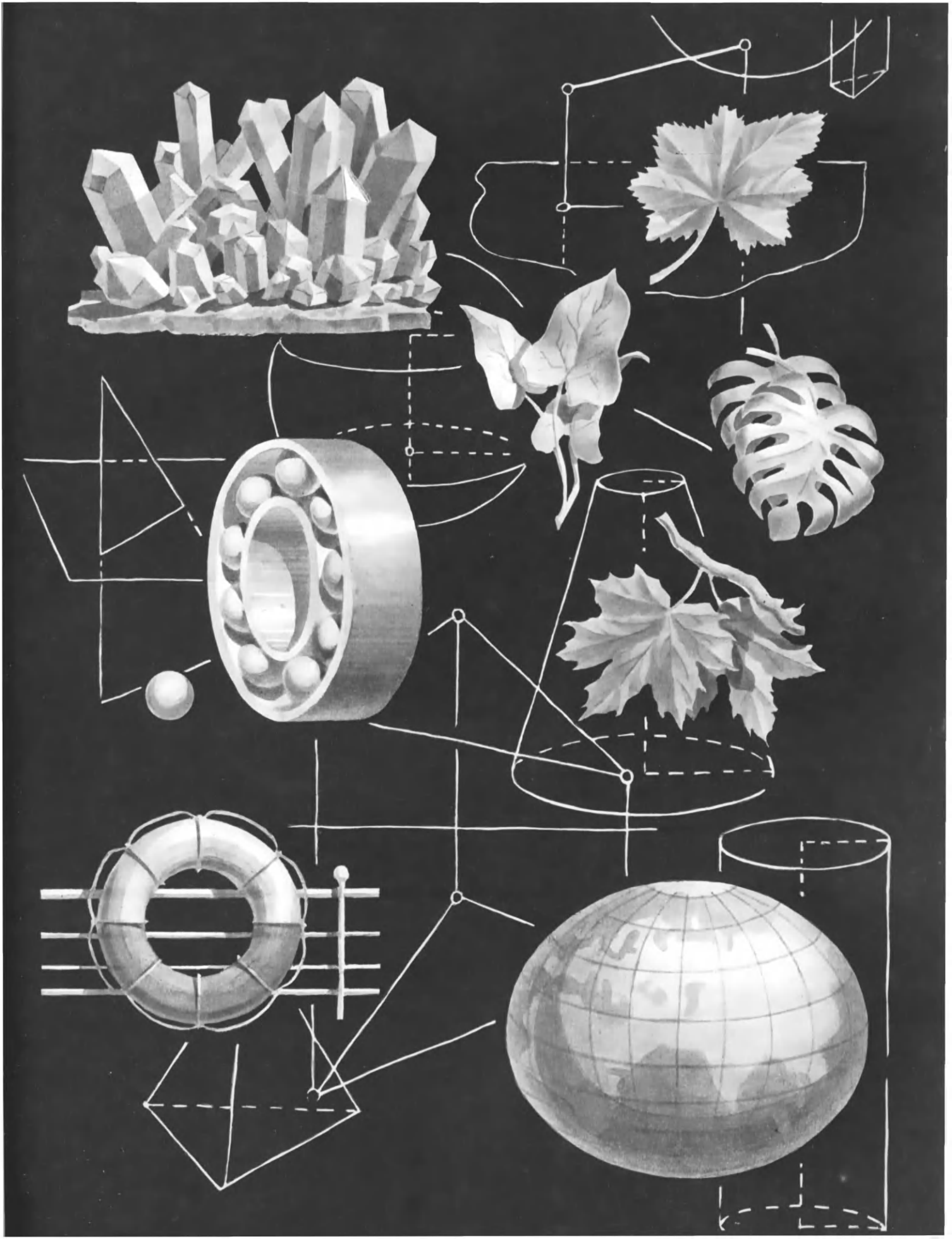
Многие жилые дома, дворцы, общественные здания украшены колоннами. Колонны в большинстве случаев — цилиндры, но могут иметь и более сложную форму.

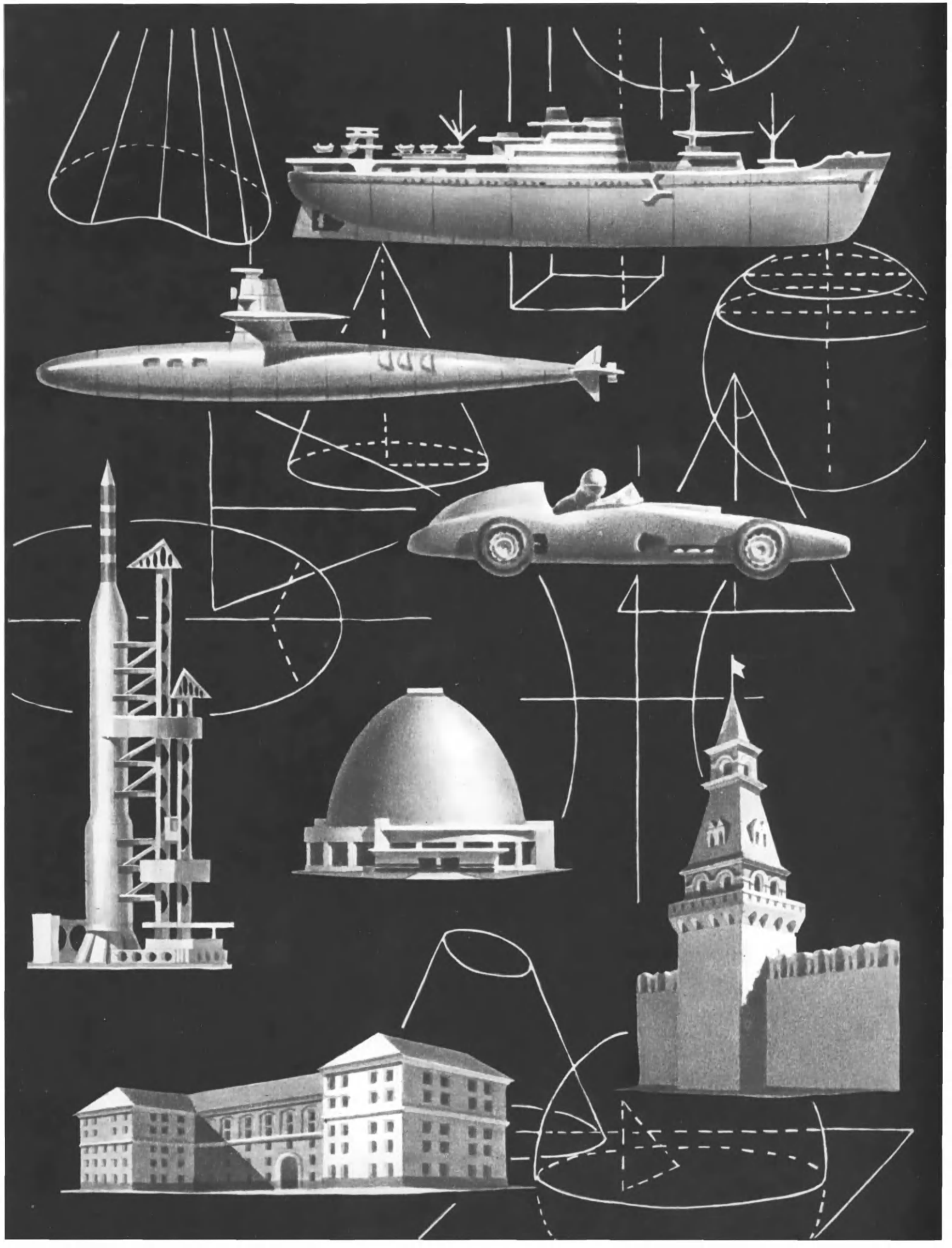


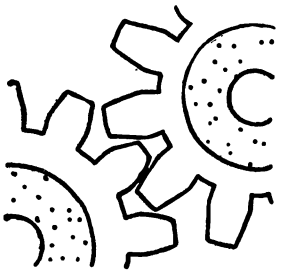
Кто был в Москве, знает, как красив Московский Кремль. Прекрасны его башни! Сколько интересных геометрических фигур положено в их основу! Вот, например, Набатная башня (см. рис. между стр. 288—289). На высоком параллелепипеде стоит параллелепипед поменьше, с проемами для окон, а еще выше воздвигнута четырехугольная усеченная пирамида. На ней расположены четыре арки, увенчанные восьмиугольной пирамидой.

По улице движутся автомобили, трамваи, троллейбусы. Их колеса с геометрической точки зрения — круги. Мы настолько привыкли к

Каких только геометрических форм не встретишь вокруг! Форму различных многогранников имеют кристаллы, причудливую симметричную форму — листья, а шары — главная деталь шарикоподшипника. Форму тора имеет спасательный круг, а планета, на которой мы живем, — форму геоида.







этому, что даже не думаем об окружности как о кривой, которая помогла людям во много раз облегчить труд. А ведь было время, когда люди еще не знали колеса́.

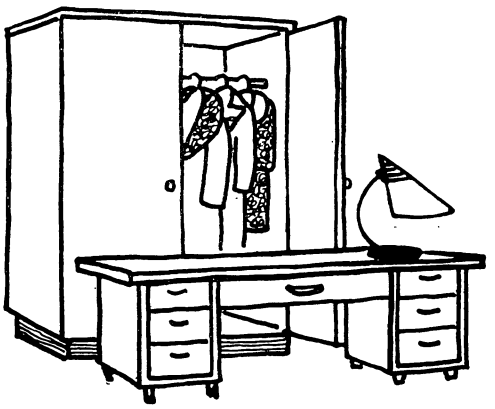
Посмотрим на автомобильные фары. Их внутренняя поверхность зеркальная. Конструкторы автомобилей знают, что свет должен выходить из фар пучком параллельных лучей: тогда сила света будет слабее всего уменьшаться с увеличением расстояния. А чтобы зеркало фар отражало лучи параллельным пучком, зеркалу нужно придать форму параболоида вращения, внутри которого в определенной точке (в фокусе) находится лампочка. Параболоид вращения — это поверхность, которая образуется при вращении параболы вокруг ее оси.

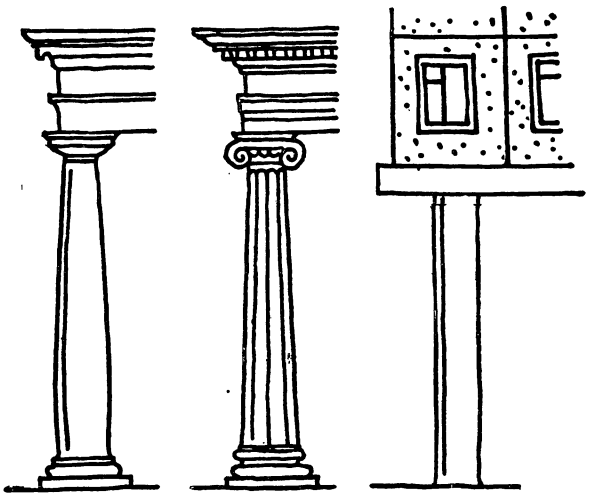
У некоторых марок автомобилей фары находятся внутри капота и снаружи виднеется только стекло. У других же весь корпус фары выступает наружу и ясно видно, что она параболической формы.

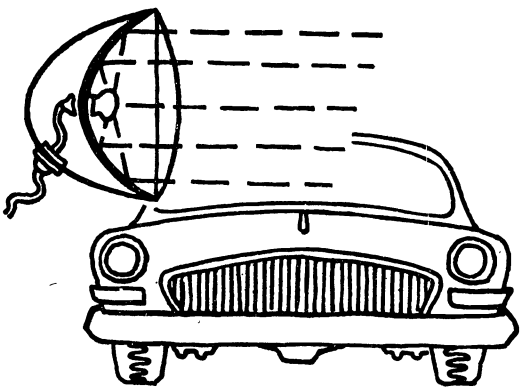
Параболоид вращения служит отражающим зеркалом и у прожекторов, которые посылают в небо мощные лучи. Форму параболоида вращения имеет купол Московского планетария (см. рис. на вклейке).

Перед нами мост. Арки мостов бывают разной формы: одни из них эллиптические, другие — параболические. На парапете моста часто укрепляют спасательные круги. Они по форме очень близки к тору. Тор — это поверхность, образующаяся при вращении окружности вокруг оси, когда ось не пересекается с окружностью, но лежит с ней в одной плоскости (см. рис. на вклейке).

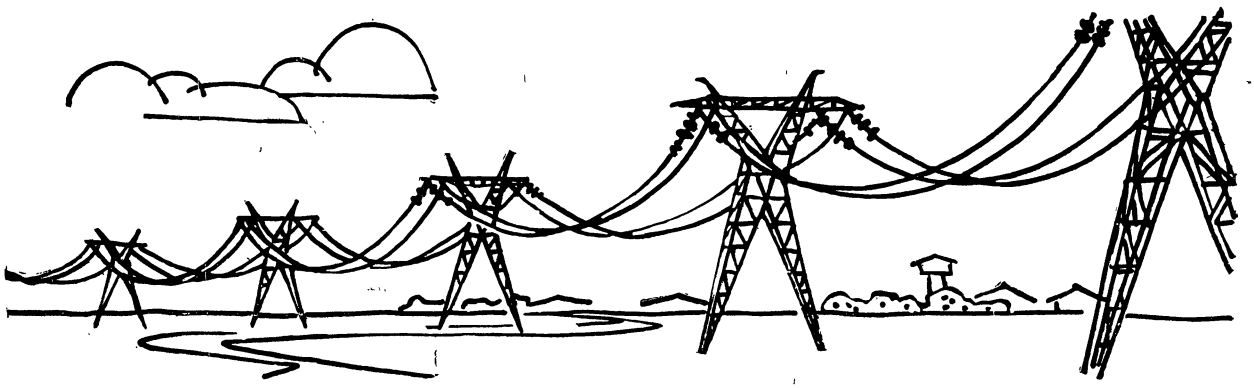
Мы подходим к радиостанции. Здесь возвышаются радиомачты с излучателями электромагнитных колебаний на верхушках. Но какой странной формы эти мачты! Они состоят из отдельных частей (секций), поставленных друг на друга. А каждая секция похожа на круглую сетку, образованную прямолинейными стержнями.







Многим условиям должны удовлетворять геометрические формы различных сооружений, создаваемых человеком. Обтекаемую форму придают пароходу, подводной лодке, автомобилю (особенно гоночному). А космическая ракета — транспортное средство будущего — имеет форму конуса, поставленного на цилиндр. Самую разнообразную форму имеют здания и их различные детали.



Рассмотрим любую из секций (они отличаются только размерами). Представим себе, что стержни расположены вплотную друг к другу. В таком случае они будут образовывать замечательную кривую поверхность, которая называется однополостным гиперболоидом. Те прямолинейные стержни, которые мы видим, не что иное, как прямолинейные образующие этой поверхности. Посмотрите на однополостный гиперболоид (рис. на стр. 292—293). Трудно поверить, что он состоит из прямых линий. Однако это именно так. Эта конструкция очень легка и отличается исключительной прочностью.

Иногда строят односекционные вышки из прямолинейных металлических стержней высотой в многоэтажный дом. Так построена водонапорная башня около Сельскохозяйственной академии им. К. А. Тимирязева в Москве. Такие башни были впервые сконструированы советским инженером В. Г. Шуховым и называются шуховскими.

Своим названием однополостный гиперболоид обязан гиперболе. Эта поверхность образована вращением гиперболы вокруг той из ее осей, которая ее не пересекает. В таком случае при вращении образуется единая поверхность (одна полость).

А теперь сядем в поезд. Город остался далеко позади. Бегут телеграфные столбы. Но и здесь геометрия не покидает нас. Вдоль дороги на столбах натянуты провода. Вот проходит линия высоковольтной передачи. Провода от собственной тяжести слегка провисают. Какая же линия образуется при этом? Такой вопрос имеет большое практическое значение. Когда требуется определить длину провода, необходимого для передачи электроэнергии на большие расстояния, приходится учитывать, что его длина (благодаря провисанию) будет большей, чем расстоя-

Поищем числа-„самородки“

Возьмем какое-нибудь целое положительное число, например 13. Прибавим сумму его цифр, тогда образуется число 17. К этому результату тоже прибавим сумму его цифр, образуется число 25. Продолжая так действовать, получим последовательность чисел:

13, 17, 25, 32, 37, 47, ...

Прежде всего давайте выясним, можно ли полученную последовательность продолжить влево, т. е. существует ли число, которое в сумме с его же цифрами дало бы 13? Пробуем 12:

$12 + 3 = 15$ — плохо.

Пробуем 11:

$11 + 2 = 13$ — хорошо.

Значит, перед числом 13 в нашей последовательности должно быть число 11. А перед ним? Попробуем 10:

$10 + 1 = 11$ — хорошо.

А перед числом 10? Здесь и без пробы ясно, что числу 10 будет предшествовать 5. В самом деле:

$5 + 5 = 10$.

Но уже для числа 5 нет предшественника среди целых положительных чисел. Таким образом, в последовательности:

5, 10, 11, 13, 17, 25, ...

все числа, кроме пятерки, «сформированы» по единому правилу, а число 5 оказалось как бы «самородком».

Отправимся в поиски других «самородков», аналогичных числу 5.

Однозначные «самородки» обнаруживаются сразу. Это, очевидно,

1, 3, 5, 7 и 9.

Из двузначных наименьшим «самородком» будет число 20. (Легко убедиться, что ни одно из чисел от 1 до 19 в сумме с его же цифрами не образует 20.) Следующий двузначный «самородок» — число 31. (Убедитесь!)

А сколько же всего двузначных

«самородков»? Выясните самостоятельно. (Ответ на стр. 321.)

Есть «самородки» и среди многозначных чисел, например:

132, 143, 233, 929, 1952, 874 531 и т. д.

Не так-то легко было выявить их!

ние между конечными пунктами линии электропередачи. И чтобы точно подсчитать длину проводов, необходимо определить, какая именно линия образуется при провисании провода между двумя столбами. Оказывается, что между каждыми двумя столбами провод провисает по так называемой цепной линии. Точно так же провисает и шнур, укрепленный на двух гвоздиках, вбитых в стену. Цепная линия очень похожа на параболу, но это не парабола; свойства цепной линии и параболы различны.

Наш поезд идет по прямолинейному железнодорожному пути и время от времени плавно проходит закругления рельсов. Плавное движение поезда на изгибах железнодорожного полотна обусловлено тем, что железнодорожный путь на закруглениях искривлен не просто по окружности, а также по некоторым довольно замысловатым кривым. Лишь иногда, на очень крутых поворотах, мы ощущаем, что нас слегка отталкивает к одной из стенок вагона. Мы знаем, что на закруглениях на вагоны действует сила, которую называют центробежной. Она стремится опрокинуть вагоны и отклоняет все тела, находящиеся в поезде, к внешней стороне закругления.

Чтобы вагоны не опрокинулись, внешний рельс железнодорожного полотна на повороте слегка поднимают по сравнению с внутренним, и этот подъем тем больше, чем круче поворот. Но если заставить поезд сразу переходить с прямолинейного участка пути на круговой, то надо сразу и круто приподнять один из рельсов и вагоны будут испытывать при переходе резкие и сильные толчки. Чтобы этого избежать, переход на закругление делают постепенным. После прямолинейного участка пути рельсы сначала укладывают по так называемой переходной кривой (вдоль которой искривленность возрастает постепенно) и лишь потом эту кривую переводят в дугу окружности. Так поступают и в конце поворота. В качестве переходных используются разные линии (в зависимости от кривизны поворота, скорости поезда на повороте и т. д.). Обычно применяют либо дугу кубической параболы, либо дугу лемнискаты, либо дугу спирали Корню (рис. на стр. 292—293).

До сих пор мы говорили только о тех простейших линиях и поверхностях, которые видны с первого взгляда. А если присмотреться внимательнее, то обнаружим все новые и новые линии и поверхности.

Заглянем на завод. Заводские трубы — пример усеченного конуса: широкие снизу, они постепенно суживаются кверху. На заводе работают станки. Какое множество самых разнообразных линий описывают различные движущиеся части станков! На любом винте имеются винтовые нарезки. Мы увидим станки с эллиптическими колесами, зубчатые колеса с самыми разнообразными формами зубцов, выточенных по дуге циклоиды, эллипса, эвольвенты круга. Свойства этих кривых, имеющих важное применение в технике, изучаются средствами высшей математики.

Кажется, мы не упомянули еще о шаровой поверхности. А ведь она встречается часто. Вспомним хотя бы шариковые подшипники. Более того, форму шара придают иногда и газгольдерам, т. е. резервуарам для хранения газа (см. рис. на стр. 292—293). Это объясняется одним замечательным свойством шаровой поверхности: на изготовление шара расходуется значительно меньше материала, чем на сосуд любой другой формы того же объема.

А сколько еще встречается различных поверхностей, сложных по форме, не имеющих специальных названий!

Вот паровой котел, напоминающий цилиндр. В нем находится пар под высоким давлением. Поэтому стенки цилиндра слегка (пусть незаметно для глаза) изгибаются, образуя поверхность очень сложной и неправильной формы, которую, однако, инженеры обязаны хорошо знать, чтобы суметь рассчитать котел на прочность. Сложную форму имеет и корпус подводной лодки. Он должен быть хорошо обтекаемым, прочным и вместительным. От формы кора-

Из шести спичек

С помощью кусочков пластилина я соорудил пирамиду и заметил, что в этой конструкции содержится четыре равных равносторонних треугольника.

«А не могу ли я теперь образовать в одной плоскости четыре равных равносторонних треугольника из шести одинаковых отрезков?»

Прикинул на спичках — получилось! И пластилин не потребовался.

Если вам не удастся самостоятельно воспроизвести эту новую конструкцию, загляните на страницу 321.

бельного корпуса зависит и прочность корабля, и его устойчивость, и скорость.

Высокие скорости движения заставили инженеров обратить серьезное внимание на форму современных поездов, самолетов, автомобилей. Именно от нее зависит встречное сопротивление воздуха, которое быстро возрастает с увеличением скорости. А если форма будет удачной, обтекаемой, сопротивление воздуха можно значительно уменьшить. Например гоночный автомобиль; его кузову придают такую форму, чтобы встречные потоки воздуха плавно обтекали машину и плотнее прижимали ее к земле (см. рис. на стр. 288—289).

Мотор автомобиля заключен в обтекаемый капот, ветровое стекло отклонено назад, крыша кузова плавно переходит в наклонную заднюю стенку. И капот, и крыша, и задняя стенка не плоские. Они представляют собой сложные поверхности, с которыми школьная математика не имеет дела. Но ими очень интересуются инженеры, которые тщательно их рассчитывают в своих конструкторских бюро.

Мы живем в эпоху завоевания космоса. Наши ракеты запускают космические корабли, спутники Земли. Космическая лаборатория сфотографировала обратную сторону Луны.

Какие геометрические формы мы здесь используем? В основе корпус ракеты состоит из цилиндра, заключающего внутри себя двигатели и горючее. В конической головной части помещается кабина с приборами или с космонавтом (см. рис. на стр. 288—289).

Итак, мы познакомились со множеством различных линий, поверхностей и тел, которые нас окружают. Теперь вы и сами, несомненно, заметите множество геометрических форм, о которых мы здесь не упоминали.

Впрочем, об одной из них, о линии, которую никто не видит, но которая всегда находится около нас, мы расскажем, ибо заметить ее самому, ничего не зная о ней заранее, невозможно.

Пол и потолок в нашей комнате поддерживаются балками, концы которых вмурованы в стены. Балки под влиянием большой нагрузки слегка прогибаются (этот прогиб незаметен для глаза), и, чтобы рассчитать допустимую нагрузку на балки, архитектор должен знать линию ее прогиба. Оказывается, балка, поддерживающая пол или потолок, прогибается по кривой, которая называется п а р а б о л о й 4-й с т е п е н и. Не будет преувеличением сказать, что эта линия всегда находится у нас под ногами и всегда висит над нашей головой.

Мы видим, сколько самых разнообразных геометрических линий и поверхностей использует человек в своей деятельности — при строительстве жилищ, фабрик, заводов, мостов, машин, в транспорте. Пользуется же он ими не из простой любви к интересным геометрическим фигурам, а потому, что свойства этих геометрических линий и поверхностей позволяют с наибольшей простотой решать разнообразные технические задачи.

Но чтобы применять эти свойства в технике, надо их знать. Следовательно, надо изучать все эти линии и поверхности. И не только их, но и многие другие, так как техника развивается и с каждым годом использует для своих нужд все новые и новые геометрические формы. Изучая свойства разных линий и поверхностей, мы ставим себе целью выразить эти свойства в виде формул, чтобы уметь по ним производить расчеты машин, зданий и других сооружений.

До сих пор мы в основном упоминали о геометрических формах, созданных руками человека. Однако и в самой природе очень много замечательных геометрических форм.

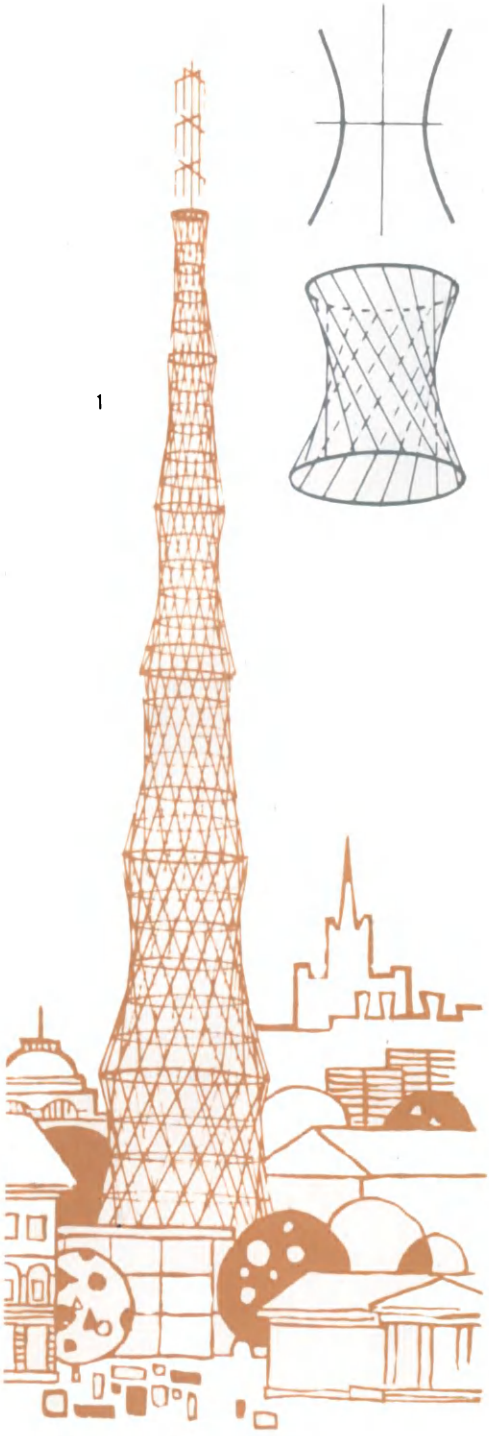
Так, мы живем на своеобразной поверхности, которая хотя и именуется земным шаром, но на самом деле является, как говорят астрономы, г е о и д о м и по форме очень близка к э л л и п с о и д у в р а щ е н и я (рис. на стр. 288—289). Этот эллипсоид образован вращением эллипса вокруг его малой оси. Правда, он мало отличается от шара (полуоси эллипса, вращением которого образован эллипсоид, относятся друг к другу как $\frac{299}{300}$). Но все-таки это различие приходится принимать во внимание при составлении географических карт.

Взглянем на кристаллы (рис. на стр. 424—425). Мы обнаружим в них сочетание призм, пирамид и других многогранников.

Листья на деревьях ограничены самыми причудливыми линиями.

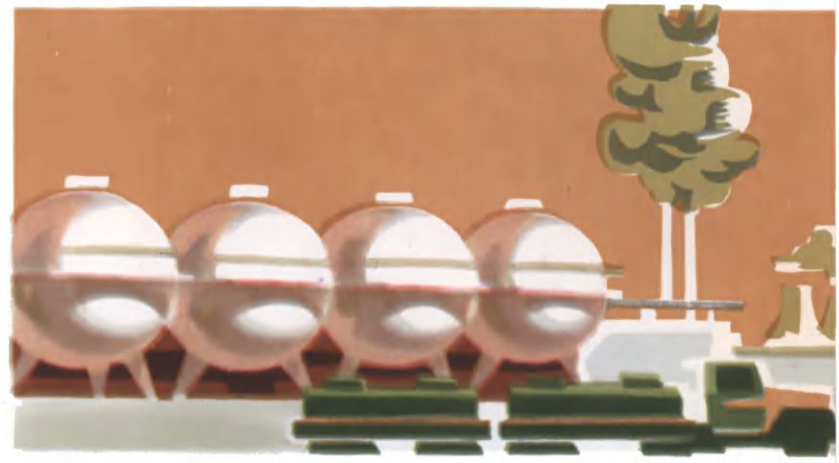
Ничего не может быть проще и однообразнее для глаза, чем безграничная плоская поверхность моря в безветренную погоду. Но сколько хлопот причиняет людям морская поверхность, едва подует ветер! Вначале образуются небольшие

Форму разнообразных геометрических фигур имеют все архитектурные и строительные конструкции.
1. Радиомачта, каждая секция которой представляет собой однополостный гиперболоид.
2. Мост с параболической (слева) и эллиптической арками.
3. Газгольдеры шарообразной формы.
4. Заводские трубы — усеченные конусы.
5. Поезд делает поворот по переходной кривой:
а) схема переходной кривой,
б) переходная кривая — спираль Корню,
в) переходная кривая — лемниската Бернулли,
г) переходная кривая — кубическая парабола.



1

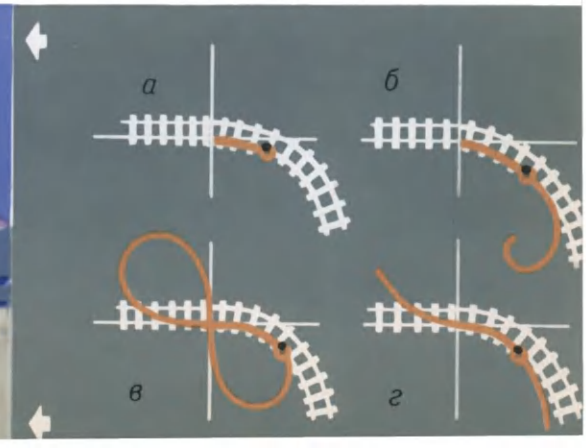
2

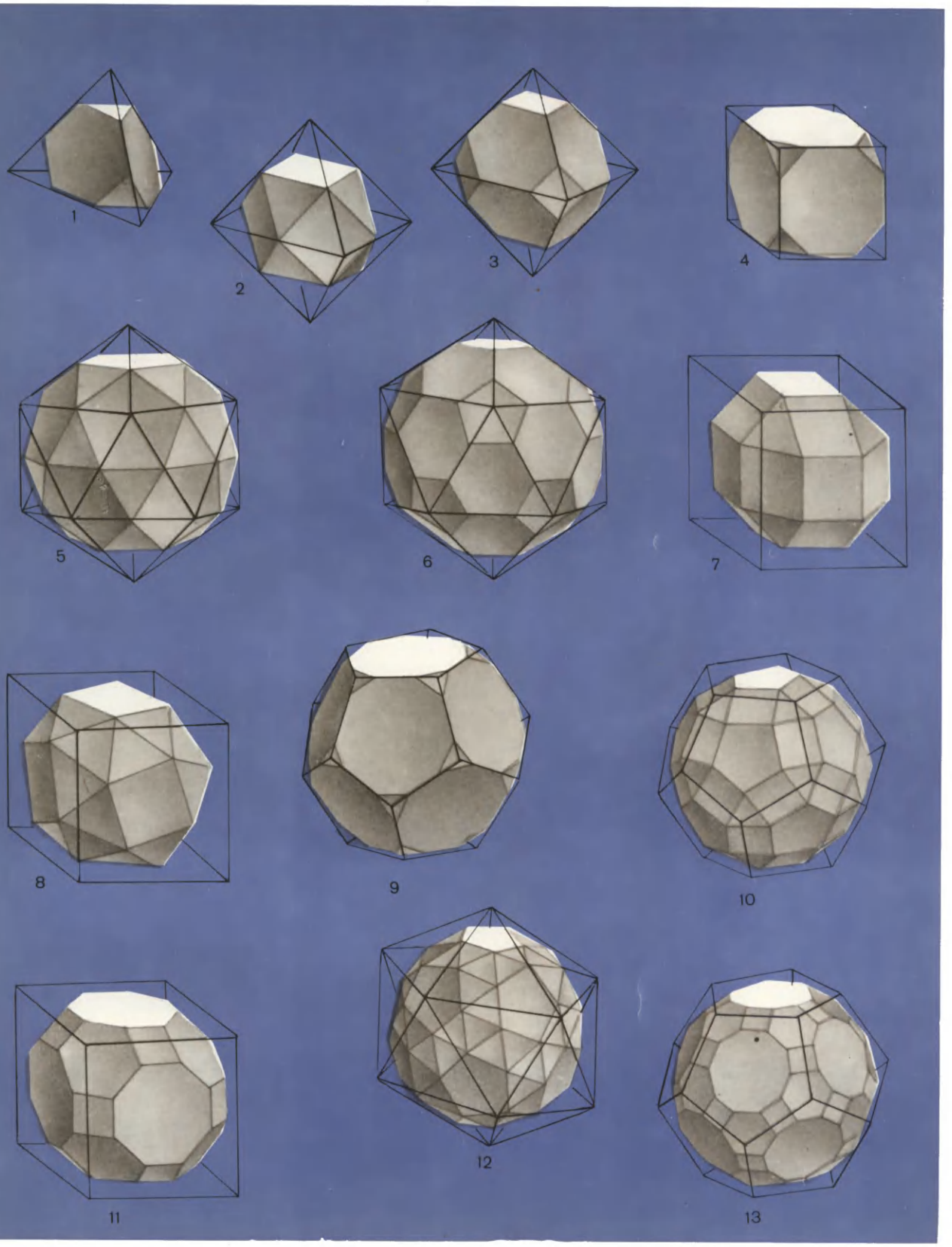


3

4

5




1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13

шие волны, потом они принимают самую причудливую геометрическую форму, сталкиваясь между собой, обгоняя друг друга, попадая в узкие проливы или на отмели, ударяясь о стенки молов и причалов. Формы поверхности этих волн приходится изучать в физике и механике, так как на основе этого изучения проектируются корпуса кораблей, наименее подверженные качке, а также наиболее прочные стенки волнорезов и набережных, успешно сопротивляющиеся ударам волн.

Во многих случаях наблюдения над явлениями природы помогают человеку в решении его технических задач. Достаточно сказать, что на заре развития авиации наш знаменитый ученый Н. Е. Жуковский, которого В. И. Ленин назвал «отцом русской авиации», и С. А. Чаплыгин исследовали полет птиц, чтобы сделать выводы относительно наивыгоднейшей формы крыла самолета и условий его полета.

Из всего сказанного видно, какую важную роль в нашей жизни играет геометрия.

Наша школьная, элементарная геометрия изучает лишь простейшие из геометрических фигур. Но существуют и другие геометрические науки, изучающие более сложные линии и поверхности.

Полуправильные выпуклые многогранники. Их грани — правильные многоугольники разных наименований, а все многогранные углы равны между собой.

Всего существует тринадцать вполне определенных полуправильных многогранников (они были известны Архимеду, поэтому их также называют телами Архимеда) и еще две бесконечные серии так называемых призм и антипризм Архимеда.

На рисунке изображены все тринадцать типов полуправильных многогранников: 1) усеченный тетраэдр (грани — правильные треугольники и шестиугольники), 2) кубооктаэдр (грани—правильные треугольники и квадраты), 3) усеченный октаэдр (грани — квадраты и правильные шестиугольники), 4) усеченный куб (грани — правильные треугольники и восьмиугольники), 5) икосододекаэдр (грани — правильные треугольники и пятиугольники), 6) усеченный икосаэдр (грани — правильные пятиугольники и шестиугольники) 7) ромбокубоэктаэдр (грани — правильные треугольники и квадраты), 8) плосконосый куб (грани — правильные треугольники и квадраты), 9) усеченный додекаэдр (грани — правильные треугольники и десятиугольники), 10) ромбоикосододекаэдр (грани — правильные треугольники, пятиугольники и квадраты), 11) усеченный кубооктаэдр (грани — квадраты, правильные шестиугольники и восьмиугольники), 12) плосконосый додекаэдр (грани — правильные треугольники и пятиугольники), 13) усеченный икосододекаэдр (грани — квадраты, правильные шестиугольники и десятиугольники).

На всех чертежах показаны также правильные многогранники, из которых усечением получаются полуправильные.

Подсчитайте, сколько каких граней имеет каждое из тел Архимеда, сколько вершин, сколько ребер. Правильность этого подсчета можно проверить по формуле Эйлера, верной для всякого выпуклого многогранника

$$Г + В - Р = 2,$$

где $Г$ — количество граней, $В$ — количество вершин, $Р$ — количество ребер.

КАК ВОЗНИКЛА ГЕОМЕТРИЯ

Истоки геометрии, как и других наук, лежат в практической деятельности людей. Само слово «геометрия» — греческое, в переводе означает «землемерие».

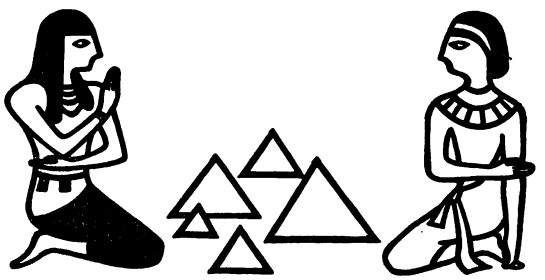
Люди очень рано столкнулись с необходимостью измерять земельные участки. Уже за 3—4 тыс. лет до н. э. каждый клочок плодородной земли в долинах Нила, Тигра и Евфрата имел значение для жизни людей. После разлива рек, особенно Нила, приходилось вновь делить землю. Это требовало определенного запаса геометрических и арифметических знаний.

Но вот урожай собран. Как в то время отмеривали зерно? Первоначально это делали так, как поступаем и мы при измерении воды или керосина, т. е. мерили его по объему. Выбирали в качестве единицы измерения сосуд определенной вместимости и считали, сколько содержится таких сосудов в куче зерна. Этот первый способ определения объема приводил к вопросу о соотношении между объемами разных тел.

Постепенно люди начали измерять более сложные геометрические фигуры и изучать их свойства.

По дошедшим до нас египетским папирусам и древневавилонским текстам видно, что уже за 2 тыс. лет до н. э. люди умели определять площади треугольников, прямоугольников, трапеций, приближенно вычислять площадь круга. Они знали также формулы для определения объемов куба, цилиндра, конуса, пирамиды и усеченной пирамиды. Сведения по геометрии вскоре стали необходимы не только при измерении земли. Развитие архитектуры, а несколько позднее и астрономии предъявило геометрии новые требования. И в Египте, и в Вавилоне сооружались колоссальные храмы, строительство которых могло производиться только на основе предварительных расчетов. В VI в. до н. э. в одном из древнегреческих государств на острове Самос был построен водопровод, по которому вода в город поступала из источника, лежащего за горой Кастро. Водопровод проходил через туннель длиной в 1 *км*. Замечательно, что туннель этот начали рыть с обеих сторон одновременно и оба участка его почти точно сошлись под землей! Это значит, что предварительно было определено направление туннеля, т. е. решена задача вычислительной геометрии, которая и сейчас считается в инженерном деле отнюдь не простой. При этом строители древно-

сти должны были пользоваться какими-то чертежами, должны были знать учение о подобии. Еще до Пифагора были хорошо известны частные случаи теоремы, носящей его имя. А именно: было известно, что если длины сторон прямоугольного треугольника могут быть выражены в целых числах, то квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов. Знали уже и обратную теорему: если a, b и c такие целые числа, что $c^2=a^2+b^2$ (например, $a=3$, $b=4$, $c=5$), то треугольник со сторонами a, b, c будет прямоугольным. Именно в таком виде



«теорема Пифагора» и обратное ей предложение были известны в Вавилоне.

И все же, несмотря на то что человечество накопило такие обширные знания, геометрия как наука еще не существовала.

Дело в том, что в странах Древнего Востока, о которых шла речь, геометрические знания напоминали сборник мало связанных между собой полезных рецептов, их даже и излагали так, как в наши дни кулинарные рецепты или советы по домоводству. Для решения задачи приводился рецепт, в правильности которого можно было убедиться на конкретных примерах. Общие предложения не доказывались.

Возникновение геометрии как науки

Примерно такой же характер имели геометрические знания и в древней Греции в VII — VI вв. до н. э. Греческая культура была более молодой, и поэтому многие научные сведения греки заимствовали у египтян и вавилонян. Именно здесь, в Греции, в VI в. до н. э. и произошло коренное преобразование способа изучения геометрии, здесь и возникла она как наука.

Это было время установления демократии в большинстве греческих городов-государств, время бурного развития общественно-политической жизни Греции и появления научно-философских школ. В этих школах ученые впервые в истории человечества пытались понять и объяснить устройство мира с естественнонаучной и философской точек зрения. До этого в странах Древнего Востока господствовали догматы религии, в которые надо было верить, обсуждать их было нельзя. В Греции же каждая из школ старалась доказать правильность своей теории и опровергнуть противников, показав, что их доводы логически противоречивы. Логические рассуждения получили в это время широкое применение не только в естественных науках и философии, но и в судах, и в народных собраниях.

Особенно большую роль сыграли логические рассуждения в геометрии — они-то и сделали из собрания геометрических фактов стройную науку. Сами греки связывали рождение геометрии с деятельностью Пифагора и его школы. О Пифагоре у нас нет почти никаких достоверных сведений; уже в древности его имя было окружено самыми фантастическими легендами. Из-

Развлечение с числами

В последовательности натуральных чисел зачеркните простое число p и все кратные ему. Из оставшихся чисел образуйте такую последовательность:

единица, сумма первых двух чисел, сумма первых трех чисел и т. д.

В получившейся последовательности снова зачеркните числа, кратные p, и опять образуйте последовательность сумм таким же способом, как первый раз.

Если указанную операцию выполнить p раз, причем в последний раз уже не производить никаких вычеркиваний, то образовавшиеся числа будут p-ми степенями натуральных чисел.

Пример. Пусть $p = 3$. Тогда из последовательности натуральных чисел надо вычеркнуть числа

3, 6, 9, 12,...;

из оставшейся последовательности

1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11,...

образуем новую последовательность, как указано:

1, 3, 7, 12, 19, 27, 37, 48,...,

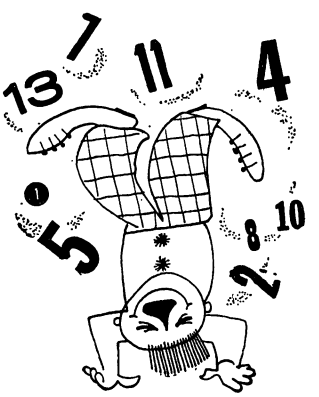
вычеркивая числа, кратные 3, составляем третью последовательность:

1, 8, 27, 64,...,

а это и есть последовательность кубов чисел натурального ряда:

$$1^3,\ 2^3,\ 3^3, 4^3,\ \ldots,$$

как и было обещано!



вестно только, что Пифагор переселился около середины VI в. до н. э. с острова Самос в Южную Италию (так называемую Великую Грецию), где находились богатые греческие города-колонии, и основал там союз, имевший и политические и научные цели. Мы знаем выдающихся математиков V в. до н. э., которые называли себя пифагорейцами. Поэтому у нас есть все основания говорить о пифагорейской математической школе, хотя мы не знаем в точности, какие открытия были сделаны самим Пифагором, а какие принадлежат его последователям.

Что же сделали пифагорейцы в геометрии? Прежде всего они начали строить геометрию как абстрактную науку, изучающую общие свойства неких идеальных фигур, которые «в чистом виде» в природе не встречаются. Так в геометрию были введены линии, имеющие только длину, но не имеющие ширины; точки, не имеющие ни длины, ни ширины; фигуры, составленные из таких линий, и т. д. Эти новые геометрические объекты являются отвлечениями, абстракциями от формы реальных физических тел. Например, прямая линия могла возникнуть как абстракция от формы туго натянутой веревки, струны, луча света и т. п. Но ясно, что мы никогда не сможем построить отрезок идеальной прямой: как бы точно мы его ни вычертили тушью или мелом, стоит только посмотреть на рисунок в сильную лупу, чтобы убедиться, что это вовсе не отрезок прямой, а неровная палочка из туши или мела.

Создание отвлеченных геометрических понятий было вовсе не легким делом. Далеко не все мыслители древности понимали их пользу. Так, например, софист Протагор не признавал геометрических абстракций. Он говорил, что никто не видел линий без ширины, не видел, чтобы круг касался линейки только в одной точке — касание всегда будет происходить по маленькому отрезочку, поэтому таких вещей и не существует.

Однако новая точка зрения на геометрию позволила в очень короткий срок добиться таких удивительных результатов, что большинство ученых признали эти абстракции и начали с ними оперировать. Как же они это делали? Как вообще можно изучать свойства тех идеальных фигур, с которыми имеет дело геометрия?

Величайшим достижением древних греков было то, что они создали метод для изучения геометрических абстракций, введя в математику логические доказательства.

Рассмотрим, например, как можно установить, что сумма углов треугольника точно равна $2d$. Непосредственным измерением это сделать нельзя, во-первых, потому, что на практике мы никогда не имеем дела с идеальными треугольниками, и, во-вторых, потому, что измерение углов на практике всегда производится с определенной степенью точности, например с точностью до $1'$ или $1''$.

Но если бы даже мы и могли измерять идеальные треугольники (с помощью идеальных инструментов!), то и тогда мы не могли бы установить теорему о сумме углов любого треугольника, потому что различных треугольников бесконечно много, невозможно перебрать их все!

Но все сказанное можно дословно повторить и о любой другой теореме: она относится не к одной определенной геометрической фигуре (например, к треугольнику со сторонами 3, 4, 5), а к целому классу фигур (например, ко всем треугольникам, или ко всем прямоугольным треугольникам, или ко всем равнобедренным треугольникам), причем каждый такой класс состоит из бесконечного множества отдельных фигур.

Древнегреческие ученые понимали, что установить правильность какого-нибудь свойства для всех фигур некоторого класса можно только с помощью логического доказательства. Но как построить такую систему геометрии, в которой все правильные предложения можно было бы доказать? И можно ли построить такую систему?

Построение дедуктивной системы

Во-первых, ясно, что все правильные предложения доказать нельзя. Действительно, вспомним, как доказываются геометрические предложения. При этом обычно опираются на некоторые другие предложения, которые были доказаны раньше. Эти предложения в свою очередь доказываются ссылками на какие-то третьи теоремы и т. д. Эти ссылки мы могли бы продолжать до бесконечности, и процесс доказательства при этом никогда бы не закончился. Как же быть? Это обстоятельство заметили еще в древности, о нем говорил, например, Аристотель (IV в. до. н. э.). И вот геометры пришли к удивительно смелой мысли, что все геометрические свойства тел нашего пространства можно вывести из небольшого числа основных предложений — а к с и о м. Эти предложения принимались без доказательств, их справедли-

вость подкреплялась многовековым опытом. Усилия многих геометров были направлены на то, чтобы отыскать все аксиомы, необходимые для построения геометрии. Система, в которой каждое предложение выводится на основании логических правил из конечного числа предложений, принятых без доказательства, и получила название д е д у к т и в н о й.

Первую такую систему геометрии — «Начала» — пытался построить еще в V в. до н. э. Гиппокарт Хиосский. Было еще несколько попыток такого рода, но наиболее совершенная из них знаменитые «Начала» Евклида, которые были написаны около 300 г. до н. э. и служили в течение более 2 тыс. лет образцом математической строгости.

Евклид разделил предложения, принятые без доказательства, на аксиомы и постулаты. В качестве постулатов он выбрал предложения, в которых утверждалась возможность выполнения некоторых простейших геометрических построений, например: 1) через две точки всегда можно провести прямую линию, 2) из данной точки данным радиусом можно описать окружность. Как нетрудно видеть, это именно те построения, которые можно сделать с помощью циркуля и линейки. Всякое построение в геометрии Евклида осуществляется с помощью последовательного выполнения простейших построений: проведения прямых, окружностей и отыскания их точек пересечения, поэтому геометрия Евклида есть геометрия циркуля и линейки.

Среди постулатов Евклида особое место занимает так называемый V постулат о параллельности. В «Началах» он формулируется так: если две прямые, лежащие в одной плоскости, пересечены третьей и если сумма внутренних односторонних углов меньше $2d$, то при продолжении прямые пересекутся с той стороны, где эта сумма меньше $2d$ (рис. 1). Этот постулат сыграл огромную роль в дальнейшем развитии геометрии, о чем мы будем говорить дальше.

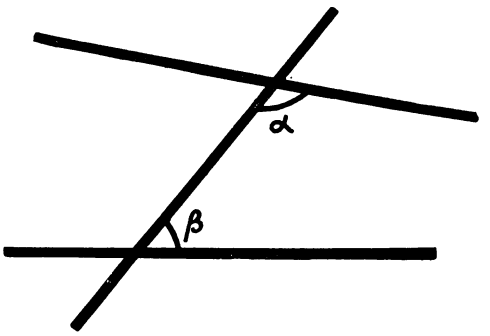


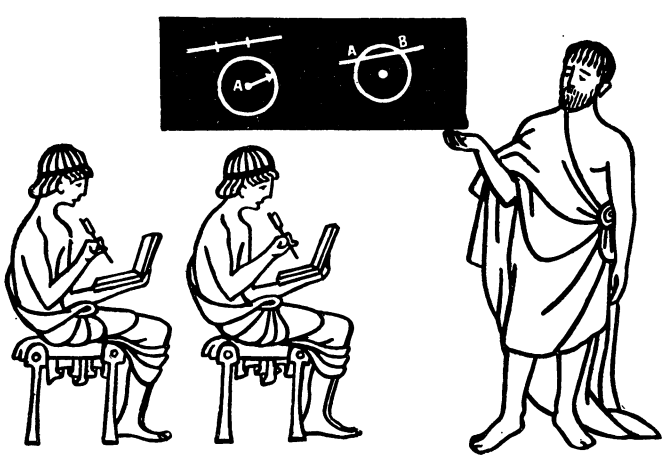
Рис. 1.

Кроме постулатов, Евклид принял также некоторые общие предложения — аксиомы: 1) две величины, порознь равные третьей, равны между собой; 2) если к равным величинам прибавить равные, то и суммы будут равны; 3) целое больше части и др.

На основе своих постулатов и аксиом Евклид развил всю планиметрию, а с ее помощью построил элементы алгебры и учение о квадратных уравнениях. В его сочинении содержатся также общая теория отношений, которая применяется в учении о подобии, теория чисел, метод определения площадей и объемов и основы стереометрии. Венчает «Начала» учение о правильных выпуклых многогранниках, т. е. таких, все грани которых являются равными правильными многоугольниками и все многогранные углы при вершинах тоже правильные и равные. Евклид доказал, что существует пять правильных многогранников: тетраэдр, куб, октаэдр, икосаэдр и додекаэдр — и никаких других правильных многогранников не существует (рис. 2).

Можно сказать, что в «Началах» Евклида были заложены основы не только геометрии, но и всей античной математики.

На новую, более высокую ступень исследования основ геометрии ученые поднялись только в XIX в. Тогда было выяснено, что Евклид перечислил не все аксиомы, которые на самом деле нужны для построения геометрии. В действительности при доказательствах он ими пользовался, хотя и не формулировал их. Однако все это нисколько не умаляет роли Евклида, который первым показал, как можно и как нужно строить математическую теорию. Созданный им дедуктивный метод прочно во-



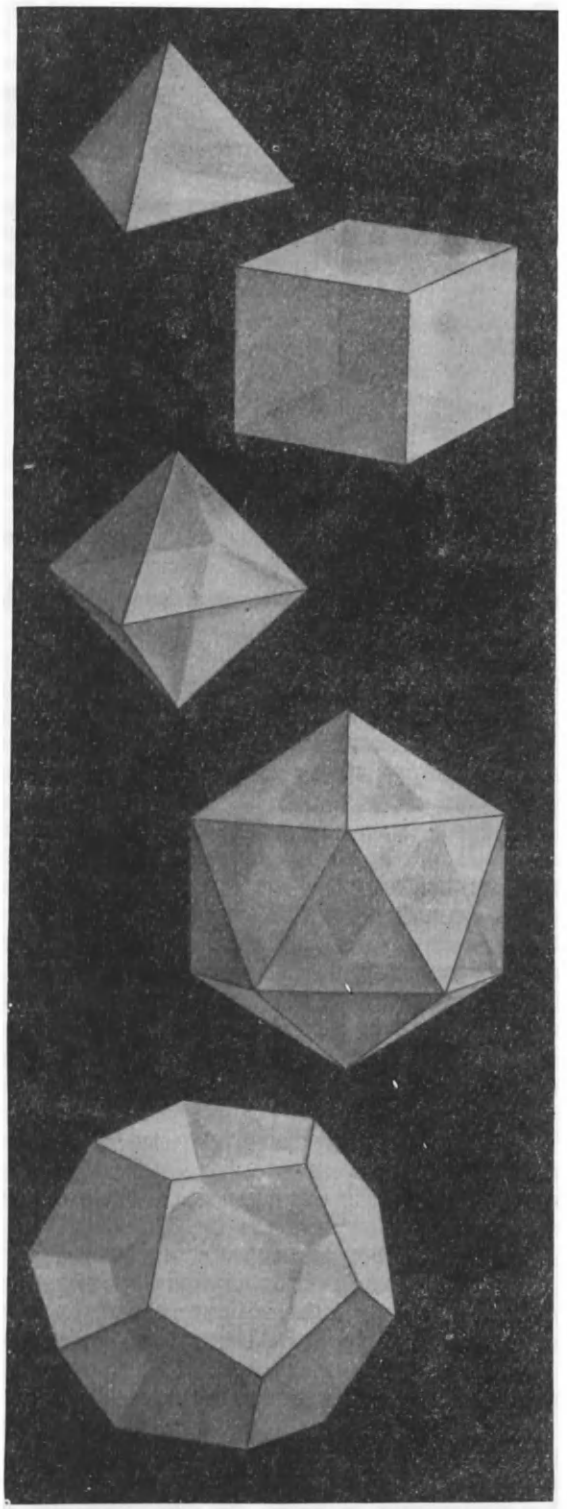


Рис. 2. Правильные многогранники.

шел в математику. В этом смысле все последующие математики, вплоть до наших современников, являются учениками Евклида.

При построении дедуктивной системы геометрии выяснилось, что доказательства служат не только для того, чтобы установить истинность некоторого предложения, но и для выявления взаимосвязей между предложениями. Так, при анализе доказательства предложения о том, что сумма углов треугольника равна $2d$, оказалось, что оно зависит от V постулата Евклида, тогда как, например, теорема о том, что внешний угол треугольника больше каждого внутреннего, с ним не смежного, от постулата параллельности не зависит.

Таким образом, доказательства помогают уяснить существо, смысл математических предложений. В частности, можно в евклидовой геометрии выделить все те предложения, которые доказываются без постулата параллельности,— они составляют так называемую а б с о л ю т н у ю геометрию.

Постулат о параллельных и неевклидовы геометрии

Математики все время испытывали некоторую неудовлетворенность, связанную с постулатом о параллельности, который, как мы видели, формулировался довольно сложно. Казалось, что его можно доказать, вывести из других постулатов и аксиом. Начиная с глубокой древности и до конца XVIII в. многие геометры пытались доказать этот постулат как теорему.

Однако все доказательства V постулата, которые были придуманы, либо содержали прямую ошибку, либо опирались на новое предложение, которого не было среди постулатов и аксиом Евклида. При более тщательном анализе всегда оказывалось, что это новое предложение равносильно постулату о параллельности, т. е. из него можно вывести этот постулат и, наоборот, из V постулата можно получить это новое предложение. К началу XIX в. вопрос о V постулате казался безнадежно запутанным. Но как раз в 20-х годах прошлого века было получено совершенно неожиданное решение этого многовекового вопроса. Это решение было связано с совершенно новым взглядом на геометрию, к которому пришли независимо друг от друга три великих геометра: Н. И. Лобачевский, К. Ф. Гаусс и Я. Бояи.

Впервые в печати решение вопроса появилось в работе Н. И. Лобачевского в 1829 — 1830 гг. (эта работа была доложена Лобачевским в Казанском университете еще в 1826 г.), и несколько позже — в 1832 г.— было опубликовано исследование Бояи. Гаусс вообще не опубликовал те смелые выводы, к которым пришел.

Новая идея, которая легла в основу решения, состояла в следующем: геометрия Евклида не является единственной возможной геометрией, можно построить и другие системы геометрии, столь же стройные и непротиворечивые, как евклидова. При этом и Н. И. Лобачевский, и К. Ф. Гаусс были глубоко убеждены, что новая геометрия получит применение для описания и изучения геометрических свойств нашего пространства.

Такой взгляд противоречил двухтысячелетней традиции, благодаря которой сложилось убеждение, что геометрия Евклида столь же естественна, как смена дня и ночи, и что только она описывает пространственные соотношения между реальными телами.

Как же строить новые геометрические системы? В XVIII в. геометры придумали новый способ доказательства V постулата. Они предполагали, что V постулат неверен, и старались прийти к противоречию, как это делается при доказательствах от противного. Действительно, если V постулат можно вывести из других постулатов и аксиом геометрии Евклида, т. е. он является теоремой, то предположение, что он неверен, должно было бы привести нас к противоречию. Однако как ни пытались геометры получить противоречие, им этого сделать не удавалось. Они получали все новые и новые следствия; некоторые из них выглядели парадоксально, например: сумма углов треугольника у различных треугольников различна, но всегда меньше $2d$; линия, равноотстоящая от некоторой прямой (эквидистанта), сама не является прямой; не существует подобных треугольников и вообще подобных фигур. Однако ни одно из следствий не противоречило другому следствию и остальным аксиомам евклидовой геометрии.

Лобачевский, Гаусс и Бояи пришли к убеждению, что противоречия и не получится, потому что V постулат не является теоремой в евклидовой геометрии. Что же в таком случае представляют полученные следствия? Оказывается — теоремы новой геометрии! Таким образом, для построения новой геометрии нужно было заменить V постулат другим и вывести из новой системы постулатов и аксиом возможные следствия. Они-то и будут теоремами новой геометрии.

V постулату Евклида часто придают такую форму: через точку вне прямой в плоскости, определяемой этой точкой и этой прямой, можно провести только одну прямую, не пересекающую данной.

Если этот постулат не имеет места, то это означает, что: 1) либо можно провести по крайней мере две прямые, не пересекающие данной (рис. 3), 2) либо таких прямых не существует вовсе (т. е. вообще нет параллельных прямых).

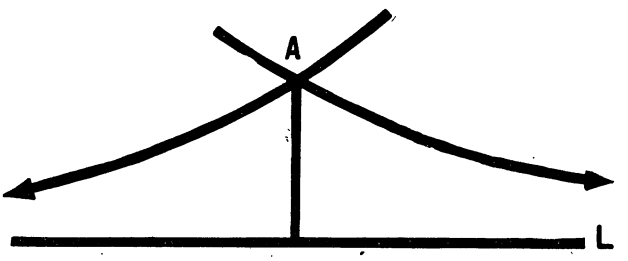


Рис. 3.

Второе из этих предположений легко приводится к противоречию с другими аксиомами и постулатами Евклида. Первое же Н. И. Лобачевский выбрал в качестве нового постулата о параллельности. Он построил стройную систему геометрии, которая носит теперь его имя. При этом Н. И. Лобачевский показал, что геометрия Евклида может быть получена как предельный случай новой геометрии.

Исследования Н. И. Лобачевского открыли новую эру в истории геометрии. Если до этого казалось, что в основном в геометрии все сделано уже самим Евклидом, то после создания неевклидовой геометрии открылись широкие возможности для новых геометрических изысканий.

В 60-х годах прошлого века немецкий математик Риман предложил новый метод построения всех неевклидовых геометрий, в которых можно мерить длины, площади, углы, объемы (так называемых метрических геометрий). При этом он не ограничился случаем трехмерного пространства, а строил геометрии пространств любого числа измерений. Интересно отметить, что, в частности, он построил такую геометрию, в которой нет параллельных прямых. Конечно, для построения такой геометрии пришлось отказаться от некоторых других аксиом евклидовой геометрии.

Эта геометрия похожа на сферическую, ее называют эллиптической или геометрией Ри-

мана (в узком смысле слова, в отличие от общих римановых геометрий). В этой геометрии, так же как в геометрии Лобачевского, нет подобных фигур, но сумма углов треугольника в ней всегда больше $2d$, а длины прямых линий ограничены.

Были предложены и другие методы построения новых геометрий.

Но в связи с новыми геометриями встали и другие вопросы: геометрия Лобачевского отличается от евклидовой постулатом о параллельности. Что будет, если заменять и другие постулаты? Всегда ли при этом будут получаться новые системы геометрии? В каких случаях новые системы будут непротиворечивыми, т. е. в них нельзя доказать некоторую теорему и одновременно доказать, что эта теорема неверна?

Для ответа на эти вопросы ученые прежде всего вновь обратились к исследованию геометрии Евклида с тем, чтобы найти все аксиомы, нужные для ее построения,а затем уже изучить связи между этими аксиомами, посмотреть, что будет, если отбросить одну или несколько из них и заменить другими. Многие математики конца прошлого века занимались этой проблемой, но впервые ее удалось решить немецкому математику Д. Гильберту в 1899 г. В его книге «Основания геометрии» была изучена первая полная система аксиом геометрии Евклида и исследованы вопросы, о которых мы говорили выше. Это направление исследований привело к созданию современного аксиоматического метода, значение которого трудно переоценить.

Неевклидовы геометрии открыли новую эру не только в математике, но и в физике. Как и предвидели создатели этих геометрий, они сделались незаменимым математическим аппаратом многих важнейших частей современной физики, особенно теории относительности.

Более подробно о новых геометриях вы можете узнать из статьи «О различных геометриях».

Итак, мы видим, что возникновение геометрии как науки далеко не закончилось построением системы евклидовой геометрии. Это было только начало, блестящее продолжение которого осуществилось в XIX в.

В настоящее время геометрия представляет большую, широко разветвленную науку, тесно связанную со всеми остальнымп разделами математики.

■

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Что такое геометрия

Прежде чем завести разговор о геометрических преобразованиях, остановимся на вопросе о самом содержании предмета геометрии; впоследствии мы увидим, что к понятию геометрического преобразования этот вопрос имеет самое непосредственное отношение.

Геометрия изучает свойства плоских фигур и пространственных тел. Однако в геометрии рассматриваются вовсе не все свойства фигур или тел Ясно, например, что цвет или вес тела для геометра безразличен — геометрические свойства куба останутся одними и теми же независимо от того, идет ли речь о металлическом кубе или о кубе, сделанном из фанеры и окрашен ном в красный цвет. (Заметим, что ф и з и ч е с к и е свойства этих двух кубов во многом будут различны.) Также и расстояние от вер-

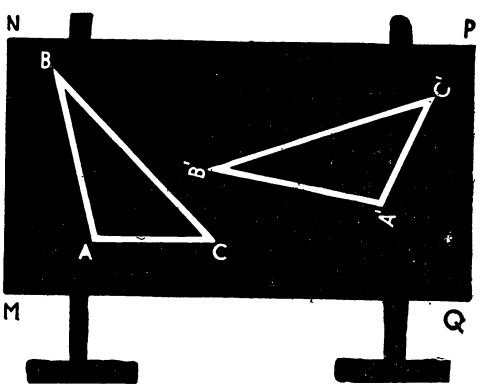


Рис. 1.

шины изображенного на доске треугольника до края доски не интересует геометра. Один из двух равных между собой треугольников (рис. 1) расположен заметно ближе к краю MQ доски, чем второй; однако все г е о м е т р и ч е с к и е свойства этих треугольников — их соответственные стороны, углы, высоты, медианы, площади, радиусы вписанной и описанной окружностей, расстояние от центра описанной окружности до точки пересечения медиан и т. д.— будут одинаковыми. Как же охарактеризовать тот круг свойств фигур и тел, который интересует геометра?

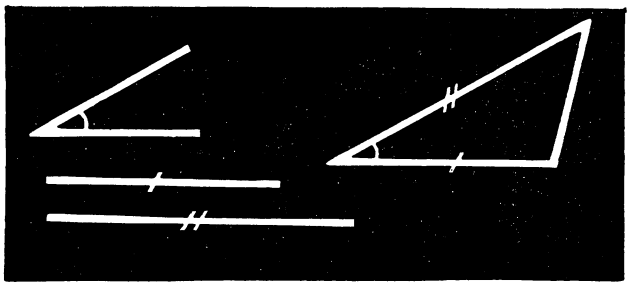


Рис. 2.

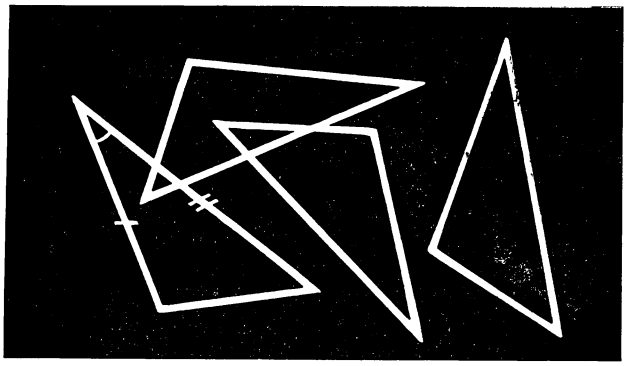


Рис. 3.

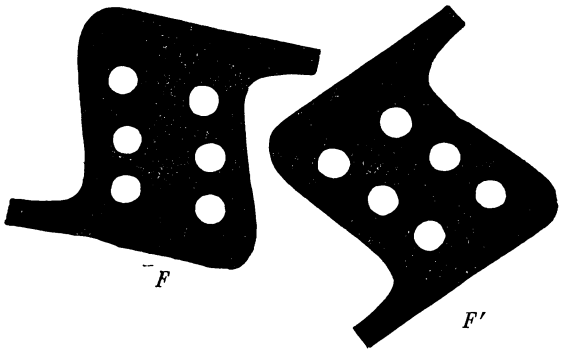


Рис. 4. Равные фигуры.

Все свойства тел, которые рассматриваются в геометрии, полностью определяются формой и размерами тела и никак не зависят от его расположения. Другими словами, это означает, что каждые две равные фигуры или два равных тела обладают в точности теми же самыми геометрическими свойствами; поэтому геометр не может иметь никаких оснований для того, чтобы как-либо различать эти фигуры или тела. Это обстоятельство подразумевается и самим названием «равные тела». Ведь «равные числа» в арифметике — это не что иное, как о д н о и т о ж е число; так, $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{6}$ — это одно и то же число, только записанное по-разному. Точно так же в геометрии слова «равные фигуры» иногда заменяют выражением «одна и та же фигура». Так, например, говорят, что *задача построения треугольника ABC по двум сторонам $BC=a$ и $AC=b$ и углу $ACB=\gamma$ имеет* е д и н с т в е н н о е р е ш е н и е (рис. 2). На самом деле существует, конечно, очень много (даже бесконечно много!) треугольников, имеющих две стороны длин a и b и заключенный между ними угол величины γ (рис. 3). Однако все эти треугольники р а в н ы между собой; поэтому мы их принимаем за о д и н треугольник.

Вспомним теперь, какие фигуры или тела считаются в геометрии равными. Две фигуры F и F' (рис. 4) называются р а в н ы м и, если при наложении одной из них на другую они совпадают всеми своими точками, другими словами — если *существует движение, при помощи которого можно совместить фигуру F с фигурой F'*. Таким образом, само определение равенства фигур (или тел) связано с понятием движения. Учитывая определение равенства фигур, мы можем сказать, что фигуры, получающиеся одна из другой движением, считаются в геометрии одинаковыми, не различаются между собой; все геометрические свойства одной из этих фигур совпадают с геометрическими свойствами другой фигуры. Последнее обстоятельство можно принять за о п р е д е л е н и е геометрических свойств, т. е. тех свойств фигур и тел, которые изучаются геометрией: *геометрия изучает те (и только те!) свойства фигур и тел, которые сохраняются при движениях.*

Движения

Приведем несколько примеров д в и ж е н и й плоских фигур.

П а р а л л е л ь н ы м п е р е н о с о м называется движение, при котором фигуру как целое перемещают в определенном направлении, не поворачивая ее.

Параллельный перенос характеризуется направлением, которое задается указанием некоторой прямой l с поставленной на этой прямой стрелкой и расстоянием a, на которое переносятся фигуры. Каждую точку A параллельный перенос переводит в такую точку A', что $AA' \parallel l$ (причем направление от точки A к точке

A' совпадает с тем, которое указано стрелкой на прямой l) и $AA'=a$ (рис. 5).

Поворот (вращение) вокруг точки O на угол α характеризуется тем, что каждая точка A переходит в такую точку A', что $OA=OA'$ и $\angle AOA'=\alpha$ (рис. 6); при этом должно быть указано также и направление поворота, которое может совпадать с направлением вращения часовой стрелки или быть противоположно ему.

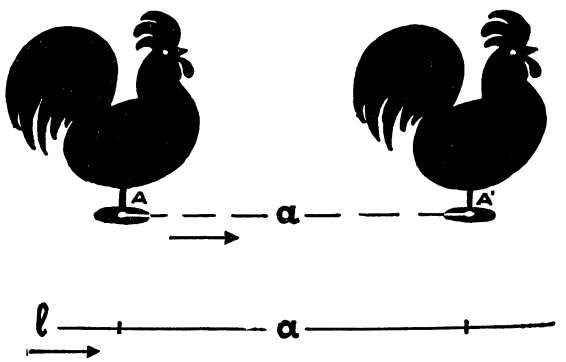


Рис. 5. Параллельный перенос.

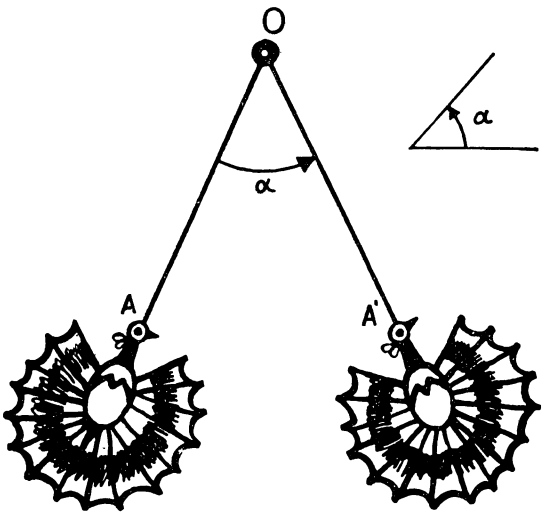


Рис. 6. Поворот вокруг точки O на угол α.

Поворот вокруг точки O на угол 180° называется также симметрией относительно точки O; здесь каждая точка A переходит в такую точку A', что O есть середина отрезка AA' (рис. 7).

Еще один важный пример движения представляет собой симметрия относительно прямой l; это движение можно реализовать, перегнув лист бумаги по прямой l. Симметрия относительно прямой l переводит каждую точку A в такую точку A', что отрезок AA' перпендикулярен прямой l и делится этой прямой пополам (рис. 8). Каждый легко может получить симметричные фигуры, сделав кляксу на листе бумаги и затем перегнув лист (рис. 9).

Эти примеры достаточно хорошо характеризуют содержание понятия «движение». *Каждое движение задается указанием определенного закона или правила, указывающего, как найти точку A', в которую это движение переводит произвольную точку A.* На рис. 10 перечислены правила, относящиеся к указанным выше движениям. Вообще, *задание правила, позволяющего перейти от произвольной точки A к новой точке A'* (которая может и совпадать с исходной точкой A, определяет геометрическое преобразование.

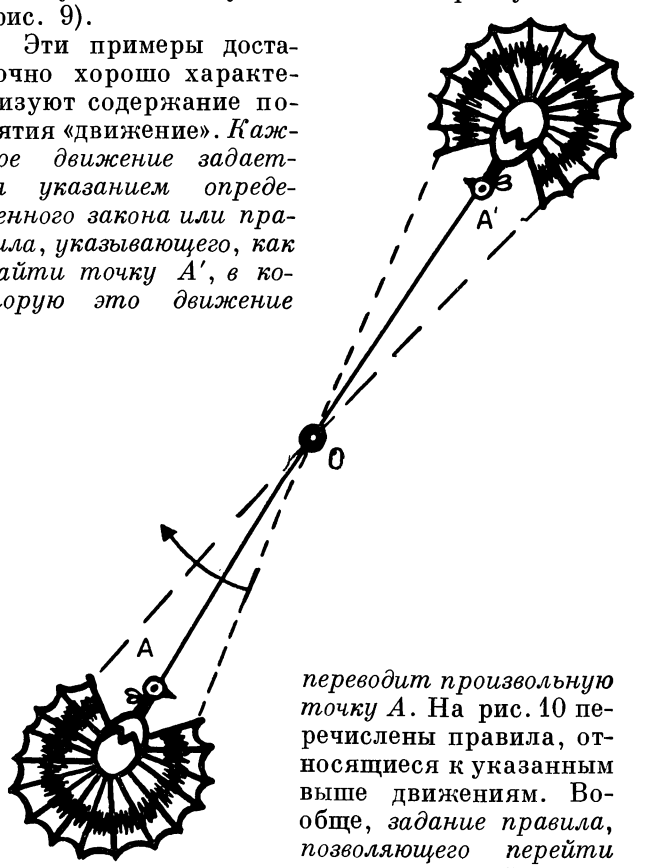


Рис. 7. Симметрия относительно точки O.

Под фигурой в геометрии понимают совокупность, или множество, точек; так, окружность с центром O и радиусом r есть совокупность таких точек M, что $OM=r$ (рис. 11); отрезок с концами A и B есть совокупность таких точек M, что $AM+MB=AB$ (рис. 12); прямую можно охарактеризовать как совокупность таких точек M, что $AM=BM$, где точки A и B заданы (рис. 13).

Геометрическое преобразование переводит каждую точку A, входящую в состав фигуры F, в новую точку A'. При этом совокупность точек фигуры F переходит в некоторую новую совокупность точек, образующую фигуру F'. Про

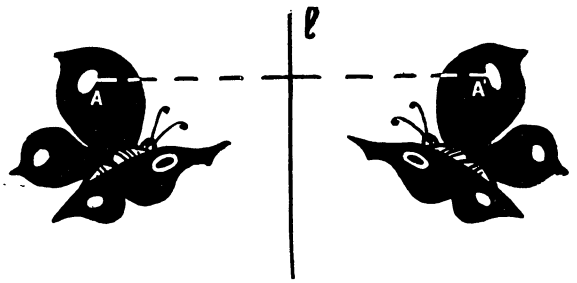


Рис. 8. Симметрия относительно прямой.

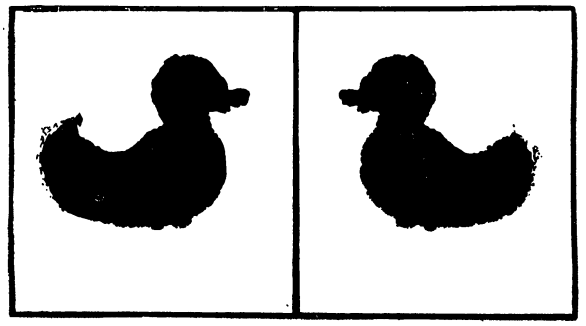


Рис. 9. Симметричные фигуры.

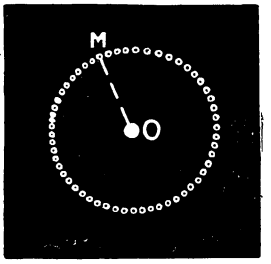


Рис. 11.

Рис. 12.

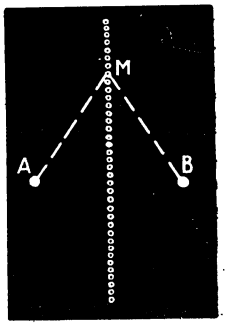


Рис. 13.

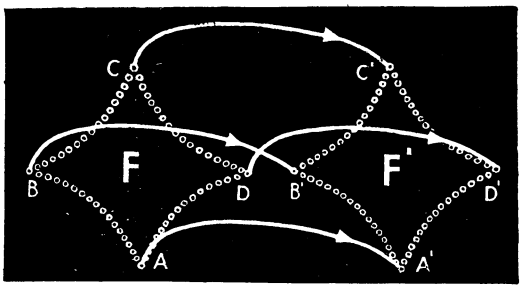


Рис. 14.

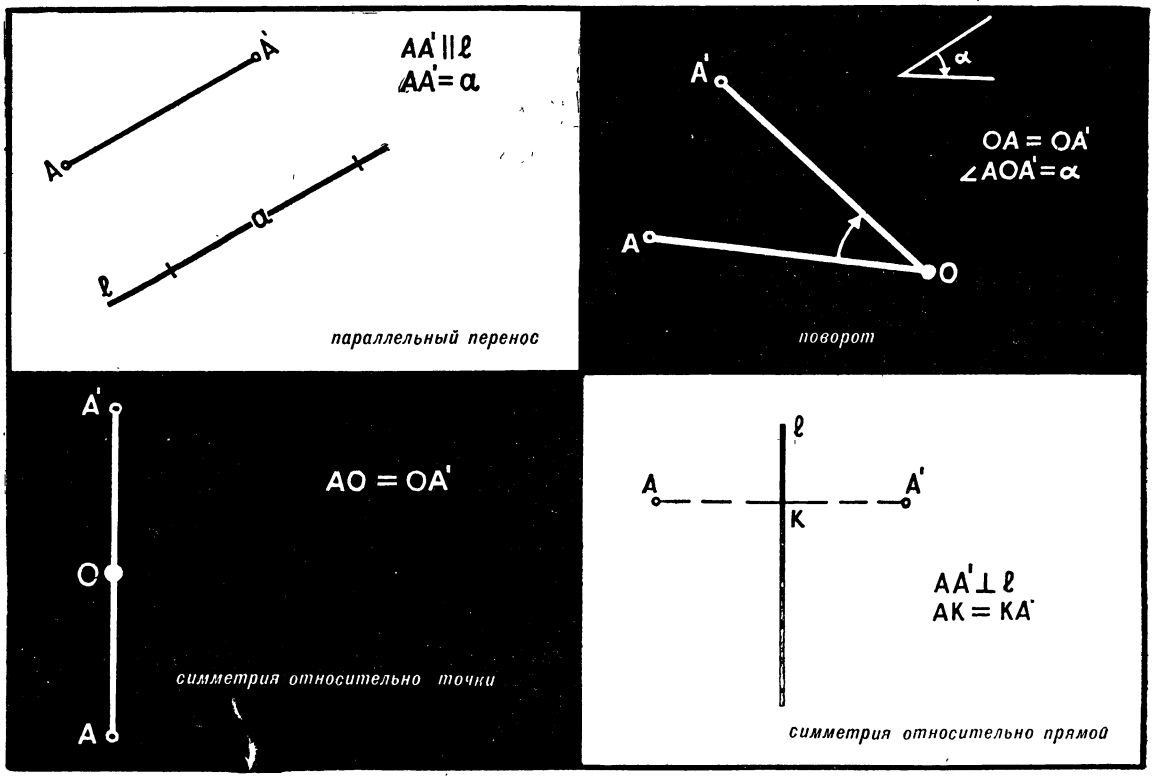


Рис. 10. Правила, по которым точка A переводится в точку A'.

фигуру F' говорят, что она получается рассматриваемым преобразованием из фигуры F (рис. 14).

Движения представляют собой простейшие геометрические преобразования — такие, которые переводят каждую фигуру F в равную ей фигуру F', т. е. сохраняют форму и размеры фигур.

Преобразования подобия

Преобразования, сохраняющие форму фигур, но, возможно, изменяющие их размеры, называются преобразованиями подобия. Каждую фигуру F преобразование подобия переводит в подобную ей фигуру F', представляющую собой увеличенную или уменьшенную копию первоначальной фигуры; все размеры фигуры F' равны соответствующим размерам фигуры F, умноженным на одно и то же число k (рис. 15). Это

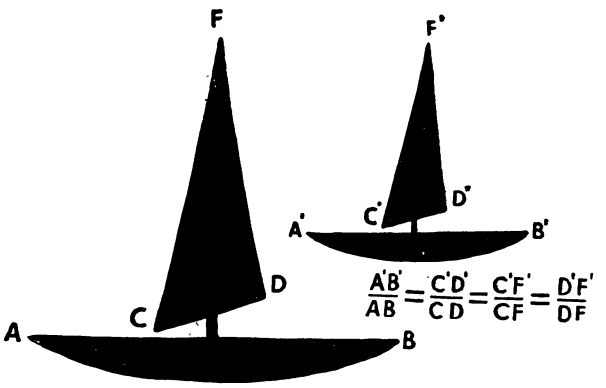


Рис. 15. Подобные фигуры.

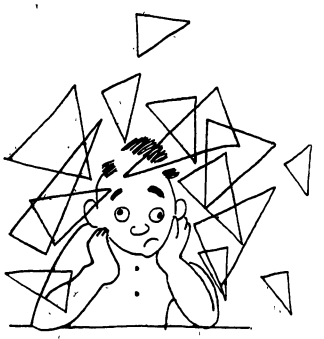
число называется коэффициентом подобия двух фигур. Подобные фигуры можно получить, например, поместив под лампой вырезанную из куска картона фигуру F, плоскость которой параллельна поверхности стола; в таком случае тень F', отбрасываемая этой фигурой на стол, будет подобна F (рис. 16). Более «математический» пример преобразования подобия представляет собой гомотетия с центром O и коэффициентом k, переводящая каждую точку A в такую точку A' луча OA, что $\frac{OA'}{OA}=k$ (рис. 17).

Некоторые свойства фигуры F', подобной фигуре F, будут отличаться от свойств фигуры F; так, например, гомотетия с коэффициентом 2 переводит фигуру $ABCD$ в фигуру $A'B'C'D'$, площадь которой в 4 раза больше площади фигуры $ABCD$ (рис. 17). Но большинство свойств фигуры F' будет совпадать со свойствами фигуры F: так, все имеющиеся на фигуре F' углы будут равны соответствующим им углам, имеющимся на фигуре F; отношение расстояний между какими-либо точками фигуры F' будет равно отношению расстояний между соответственными точками фигуры F (см. рис. 15, где, скажем, $\frac{AB}{CD}=\frac{A'B'}{C'D'}$) и т. д. Таким образом, преобразования подобия меняют свойства геометрических фигур очень

Три геометрические головоломки

1

Не вычисляя площадей треугольников со сторонами $a=5$, $b=5$, $c=b$, $a_1=5$, $b_1=5$, $c_1=8$, выяснить, равновелики ли они.

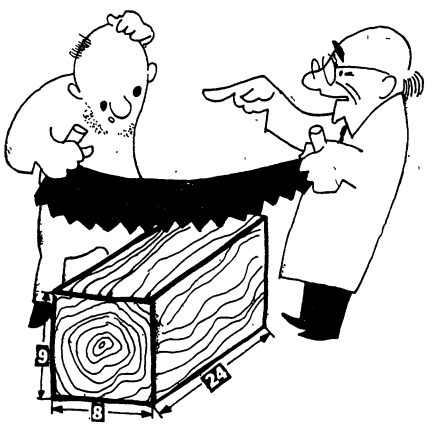


2

Найти три равновеликих прямоугольных треугольника при условии, что все 9 сторон — различные целые числа.

3

Трех плоских разрезов достаточно, чтобы перестроить этот брусок в куб.



Как добиться наименьшего возможного числа частей, на которые распадается брусок?

Ответы на стр. 321.

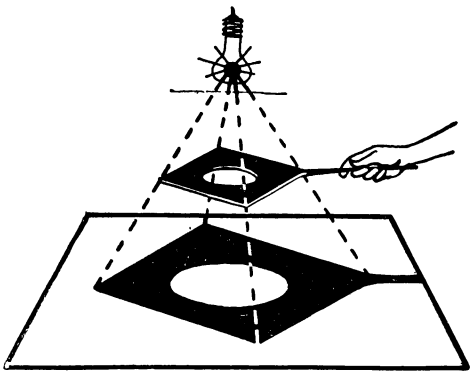


Рис. 16.

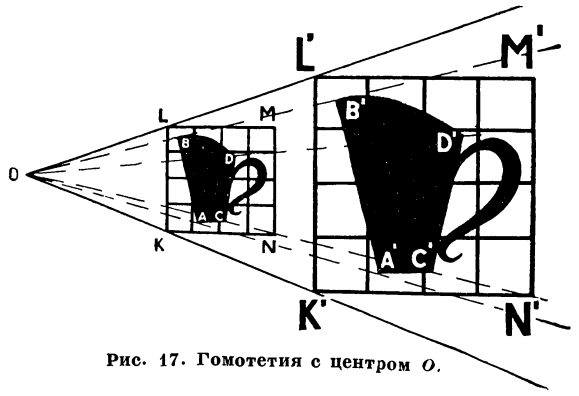


Рис. 17. Гомотетия с центром O.

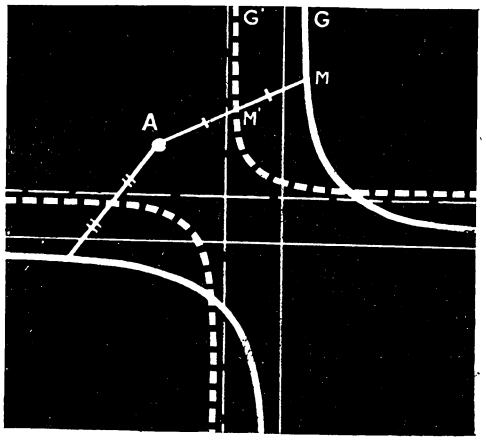


Рис. 18.

мало: окружность они переводят снова в окружность, квадрат — в квадрат, равнобедренный треугольник с углом при вершине в 40° — снова в равнобедренный треугольник с углом при вершине в 40° и т. д.

Эти свойства преобразований подобия иногда могут быть использованы для решения содержательных геометрических задач. Поставим, например, такую задачу: определить, что представляет собой множество середин всех отрезков AM, где точка A фиксирована, а точка M пробегает, скажем, равностороннюю гиперболу G (график обратной пропорциональной зависимости). Очевидно, что искомое множество точек образует фигуру G', гомотетичную гиперболе G с центром гомотетии A и коэффициентом гомотетии $\frac{1}{2}$. Отсюда следует, что это будет точно такая же гипербола, только в 2 раза «меньшая» (такая, что расстояние между двумя точками гиперболы G' в 2 раза меньше расстояния между соответствующими точками гиперболы G; рис. 18).

Линейные преобразования

Рассмотрим тень, отбрасываемую на солнце вырезанной из картона фигурой F на плоскость α, не обязательно параллельную этой фигуре (рис. 19). Геометрически переход от фигуры F к ее тени F' описывают как параллельное проектирование, переводящее каждую точку A фигуры F в такую точку A' плоскости α, что $AA' \parallel a$, где a — заданная прямая, характеризующая направление проектирования (ибо лучи солнца можно считать параллельными).

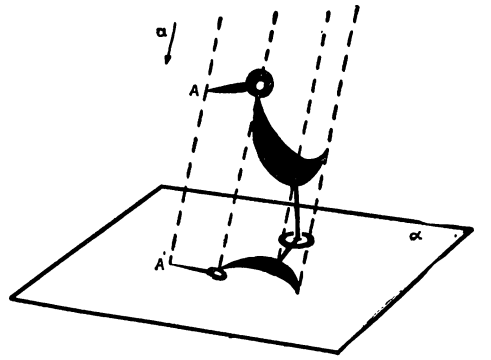
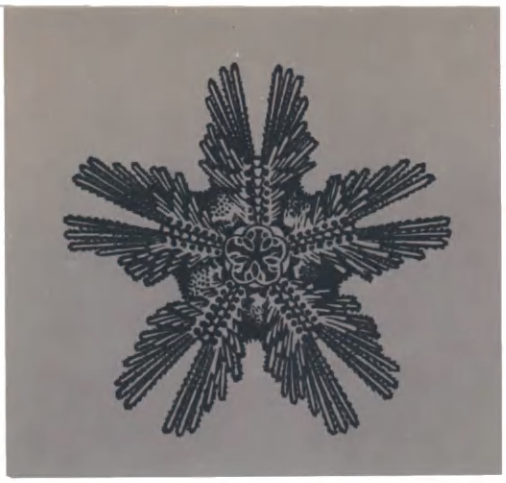
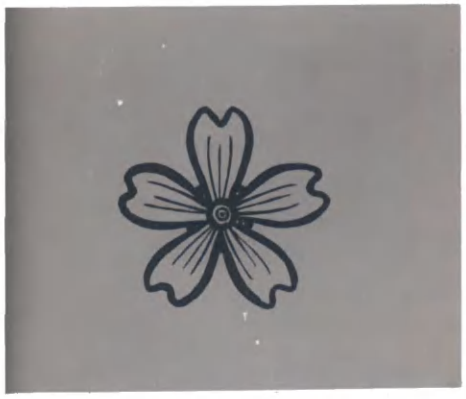


Рис. 19.

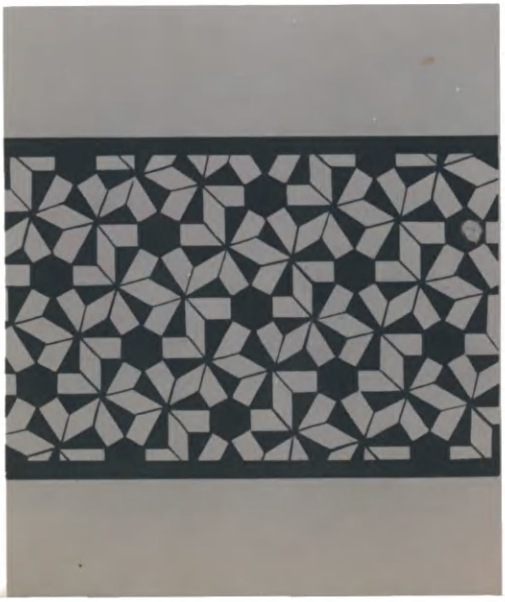
Фигура F' может значительно отличаться от первоначальной фигуры F; так, каждый знает, насколько сильно искажены на тени истинная форма и размеры предметов, если солнце стоит достаточно низко (рис. 20). Одна-

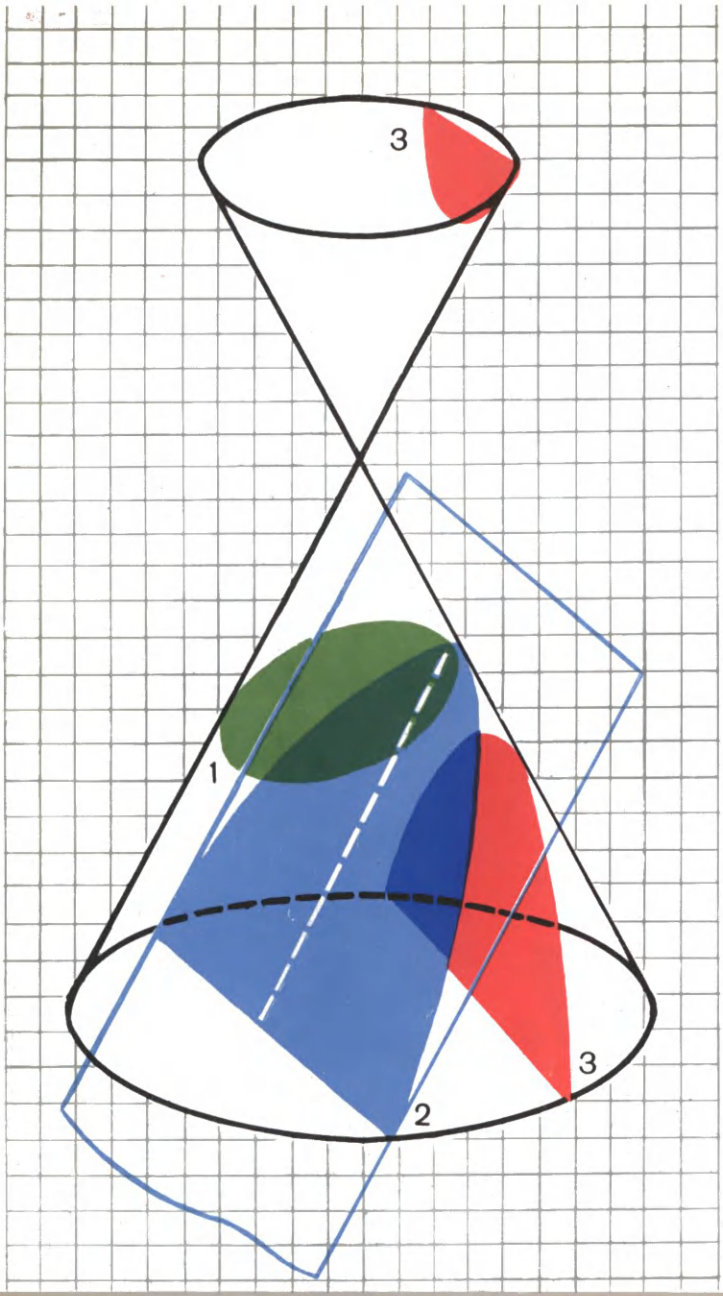
Одним из видов «движения» является симметрия. Фигуры, которые в результате «движения» переходят в себя, называются симметричными. На рисунке изображены фигуры, обладающие осевой, центральной симметрией и симметрией порядка n (говорят, что фигура обладает симметрией порядка n, если она переходит в себя при повороте вокруг точки— центра симметрии—на угол $\frac{360°}{n}$). Определите, к какому из этих трех видов симметрии относится каждая фигура, найдите ось или центр симметрии, а для фигур с симметрией порядка n найдите это число.





SOS





Кривые линии, которые получаются при пересечении поверхности прямого кругового конуса плоскостями, не проходящими через его вершину, называются кривыми второго порядка или коническими сечениями.

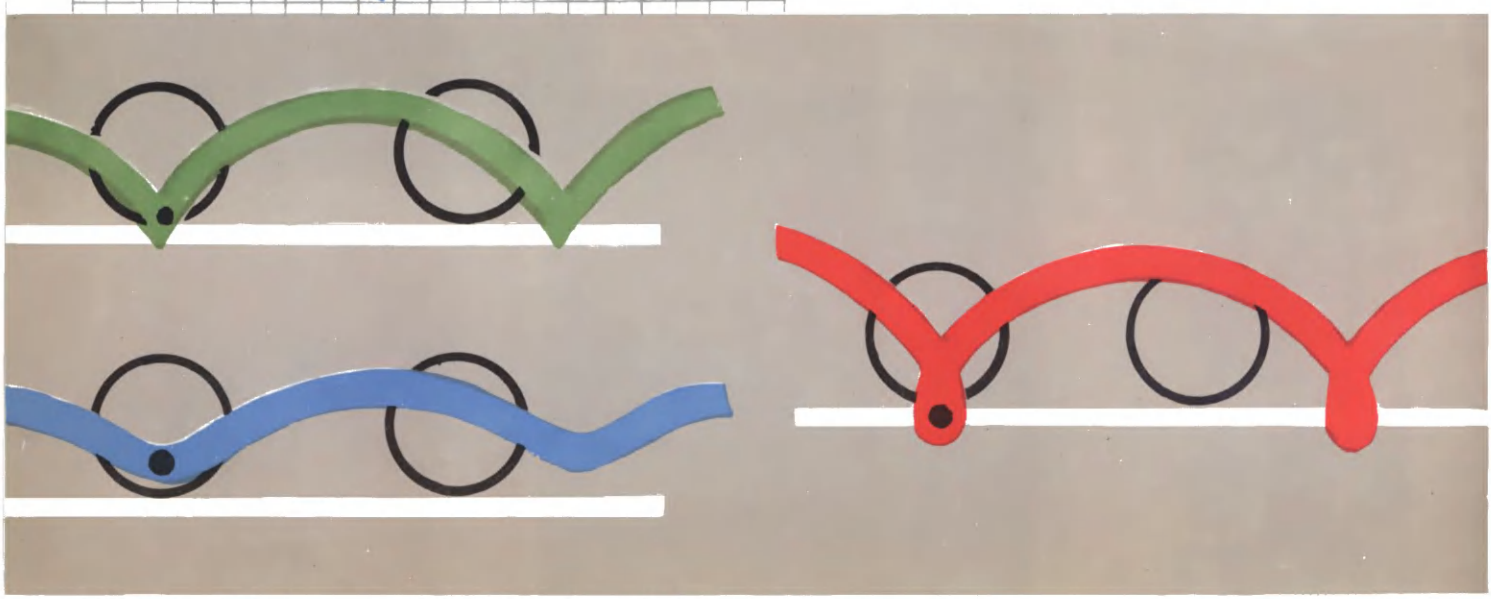
Конические сечения могут быть трех типов:

1) Секущая плоскость пересекает все образующие конуса в точках одной ее полости, линия пересечения есть замкнутая овальная линия — эллипс; окружность как частный случай эллипса получается, когда секущая плоскость перпендикулярна оси конуса.

2) Секущая плоскость параллельна одной из касательных плоскостей конуса; в сечении получается незамкнутая уходящая в бесконечность кривая — парабола, целиком лежащая в одной полости.

3) Секущая плоскость пересекает обе полости конуса; линия пересечения — гипербола, состоит из двух одинаковых незамкнутых простирающихся в бесконечность частей (ветвей гиперболы), лежащих на обеих полостях конуса.

На рисунках внизу изображены линии, которые описывает точка круга, когда он катится по прямой линии. При этом точка окружности описывает линию с остриями — циклоиду. Всякая точка внутри круга описывает линию без остриев — укороченную циклоиду. А если точка закреплена вне круга на продолжении его радиуса, то она описывает линию с петлями — удлиненную циклоиду.



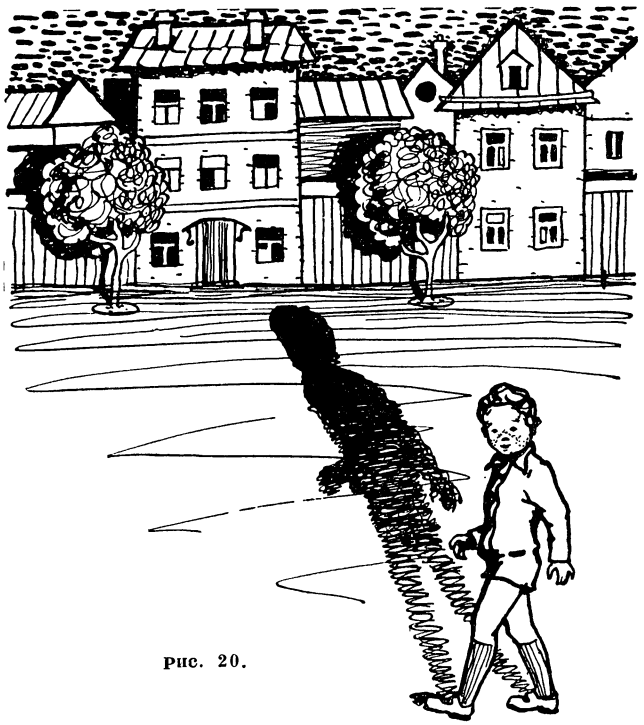


Рис. 20.

ко некоторое сходство между фигурой F и ее тенью F' и тут сохранится. Так, например, *каждая прямая, проведенная в плоскости фигуры* F, *перейдет снова в прямую линию* (рис. 21); *параллельные прямые перейдут в параллельные прямые*; *отношение длин отрезков, принадлежащих одной прямой* (но не разным прямым!), *при параллельном проектировании сохранится* (см. рис. 21, где $\frac{AB}{BC}=\frac{A'B'}{B'C'}$). Квадрат $ABCD$ параллельное проектирование уже не переведет в квадрат; однако оно переведет его в параллелограмм, который отличается от квадрата не так уж резко.

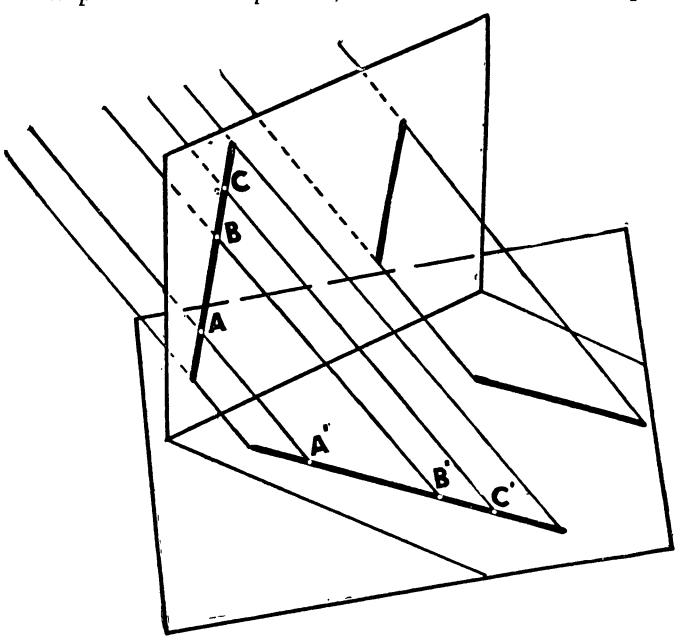


Рис. 21. Параллельное проектирование.

Геометрические преобразования, обладающие такими свойствами, называются линейными преобразованиями. К числу линейных преобразований относится, например, так называемое сжатие к прямой l, которое описывается так: точку A плоскости сжатие к прямой l переводит в такую точку A', что точки A и A' лежат на одном перпендикуляре к прямой l и $\frac{PA'}{PA}=k$, где P — основание перпендикуляра (рис. 22). Постоянное

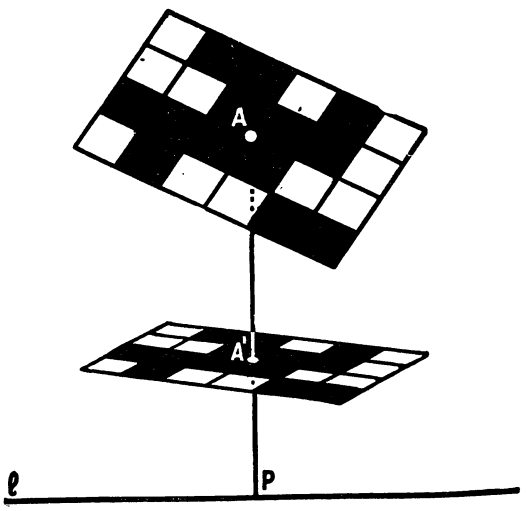


Рис. 22. Сжатие к прямой.

число k называется коэффициентом сжатия к прямой (при $k>1$ было бы правильнее говорить о «растяжении» от прямой l). Нетрудно убедиться, что сжатие к прямой также переводит прямую линию снова в прямую, параллельные прямые переводит в параллельные, сохраняет отношения длин отрезков, принадлежащих одной прямой.

Знание свойств, сохраняющихся при линейных преобразованиях, позволяет использовать эти преобразования для доказательства некоторых геометрических теорем. Разумеется, квадрат $ABCD$ и получающийся из него параллельным проектированием параллелограмм $A'B'C'D'$ имеют много разных свойств;

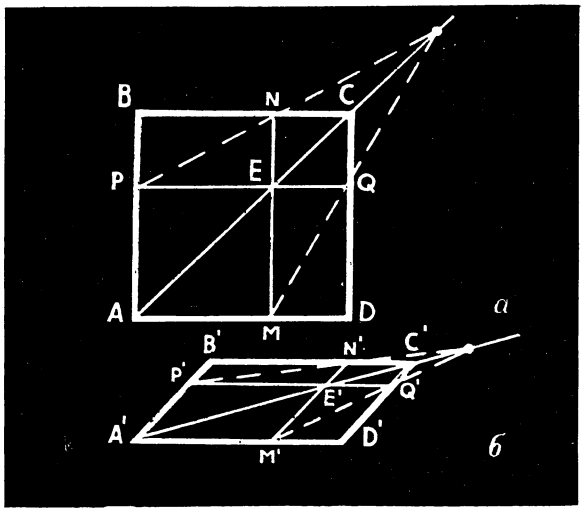


Рис. 23.

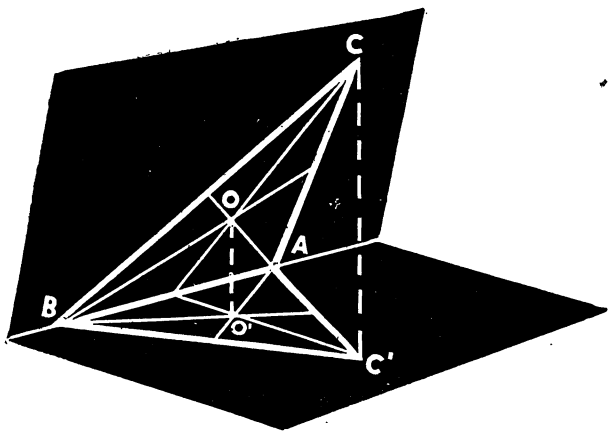


Рис. 24. Простейшее доказательство теоремы о точке пересечения медиан треугольника.

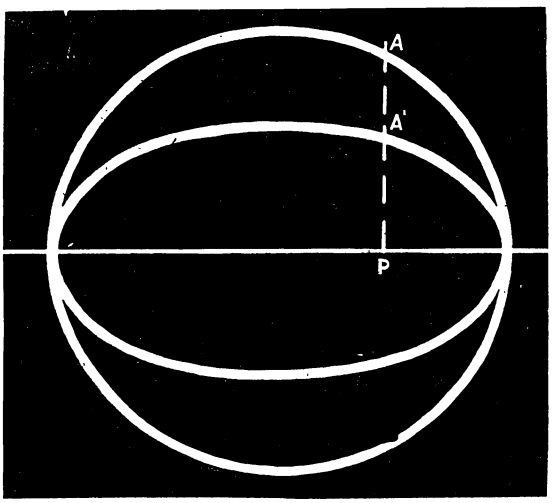


Рис. 25. Линейное преобразование переводит окружность в эллипс.

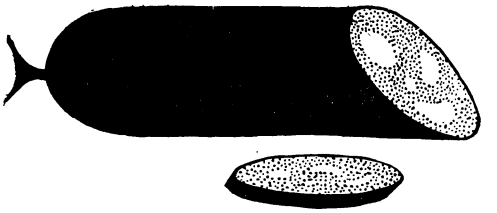


Рис. 26.

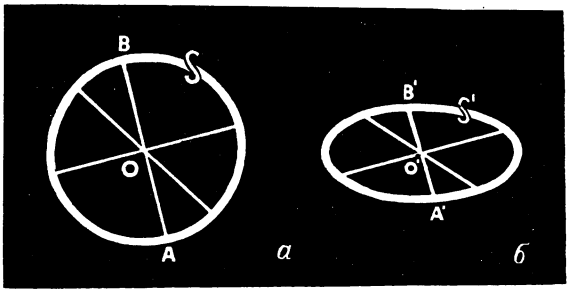


Рис. 27.

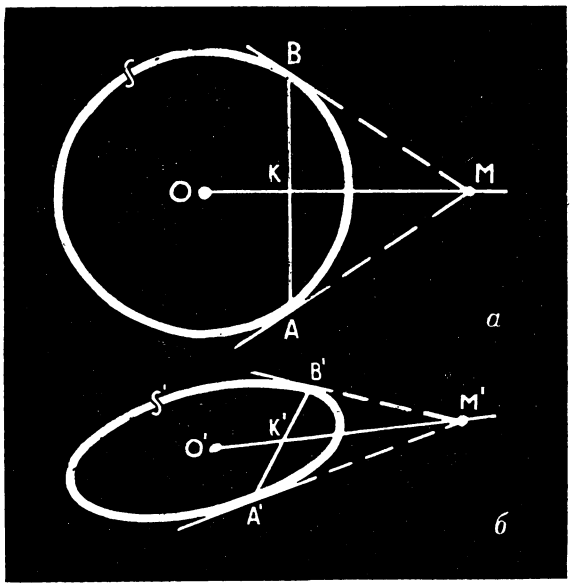


Рис. 28.

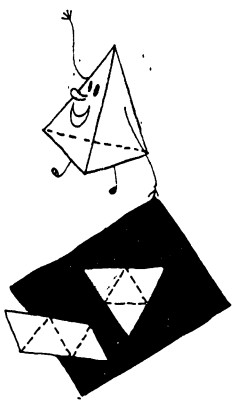
однако те свойства, которые сохраняются при линейных преобразованиях, совпадают у квадрата и у параллелограмма. Выберем произвольную точку E на диагонали AC квадрата $ABCD$ и проведем через нее отрезки $MN \parallel AB$ и $PQ \parallel BC$ (рис. 23, *а*). Нетрудно видеть, что прямая AC явится о с ь ю с и м м е т р и и полученного чертежа; поэтому прямые MQ и PN (симметричные относительно прямой AC!) пересекутся на прямой AC. А отсюда вытекает, что и *отрезки* $M'N' \parallel A'B'$ *и* $P'Q' \parallel B'C'$, *пересекающиеся на диагонали* $A'C'$ *параллелограмма* $A'B'C'D'$, *отсекают от параллелограмма меньшие параллелограммы* $M'D'Q'E'$ *и* $N'B'P'E'$, *диагонали* $M'Q'$ *и* $N'P'$ *которых пересекаются на прямой* $A'C'$ (рис. 23, *б*). Доказать это, не пользуясь линейными преобразованиями, было бы затруднительно!

Рассмотрим еще и такой пример. Ясно, что к а ж д ы й треугольник ABC можно параллельным проектированием перевести в р а в н о с т о р о н н и й треугольник ABC' (рис. 24; треугольники ABC' и ABC расположены в разных плоскостях; CC' — направление проектирования). При этом медианы треугольника ABC переходят в медианы треугольника ABC' (это следует из свойств параллельного проектирования). Но медианы равностороннего треугольника являются одновременно и биссектрисами; поэтому они пересекаются в одной точке — центре окружности, вписанной в треугольник ABC'. А отсюда следует, что также и *медианы исходного треугольника* ABC *пересекаются в одной точке*. Это доказательство теоремы о точке пересечения медиан треугольника является, вероятно, простейшим!

Сколько разверток у куба?

Чтобы изготовить модель многогранника из куска картона, надо прежде всего начертить развертку требуемого многогранника. На рисунке изображена правильная пирамида, все грани которой — равносторонние треугольники, и две развертки такой пирамиды. Сгибая каждую развертку по пунктирным линиям, можно построить модель пирамиды. Какие-либо другие формы разверток пирамиды, все грани которой равносторонние треугольники, невозможны. Куб в этом смысле богаче: у него более десятка разверток различных форм. А сколько же все-таки точно? Начертите все развертки куба.

Решение на стр. 321.



Эллипс

Вот еще пример на использование свойств линейных преобразований. Линейное преобразование уже не переводит окружность снова в окружность — оно переводит ее в другую линию, называемую э л л и п с о м (рис. 25). Эллипс можно определить как линию, получающуюся при сечении кругового цилиндра произвольной плоскостью (рис. 26); это означает, что эллипс образуется из окружности в результате параллельного проектирования.

Заметим, что центр O окружности S является ее ц е н т р о м с и м м е т р и и, т. е. что все проходящие через O хорды окружности S делятся этой точкой пополам (рис. 27, *а*). Линейные преобразования не сохраняют отношения длин отрезков, принадлежащих разным прямым; поэтому проходящие через точку O радиусы окружности S переходят в «радиусы» эллипса S', пересекающиеся в одной точке O', но уже не равные между собой (рис. 27, *б*). Но отношение длин отрезков, принадлежащих одной прямой, при линейном преобразовании сохраняется, и поэтому *все проходящие через точку* O' *хорды эллипса* S' *делятся в этой точке пополам*. Таким образом, мы убеждаемся, что каждый эллипс S' обладает центром симметрии O'; эту точку O' часто называют просто ц е н т р о м э л л и п с а.

Число примеров подобного рода можно увеличить. Проведем из точки M к окружности S касательные MA и MB (рис. 28, *а*). Мы знаем, что $MA = MB$; что $OM \perp AB$, где O — центр окружности S; что $AK = KB$, где K — точка пересечения OM и AB (все эти факты следуют из того, что прямая OM есть ось симметрии; см. рис. 28, *а*). Равенство отрезков MA и MB не может быть перенесено на эллипс (отношение длин отрезков, принадлежащих разным прямым, н е с о х р а н я е т с я при параллельном проектировании); перпендикулярность прямых OM и AB также характерна именно для окружности (углы н е с о х р а н я ю т с я при линейных преобразованиях). А вот то обстоятельство, что отрезки AK и KB, принадлежащие одной прямой, равны между собой, имеет место и в случае эллипса: *если из внешней точки* M' *провести к эллипсу* S' *с центром* O' *касательные* $M'A'$ *и* $M'B'$, *то прямая* $O'M'$ *разделит хорду* $A'B'$ *пополам* (рис. 28, *б*).

Докажем еще, что *середины всех параллельных между собой хорд эллипса принадлежат одной прямой, проходящей через центр эллипса* (д и а м е т р у эллипса). В самом деле, пусть наш

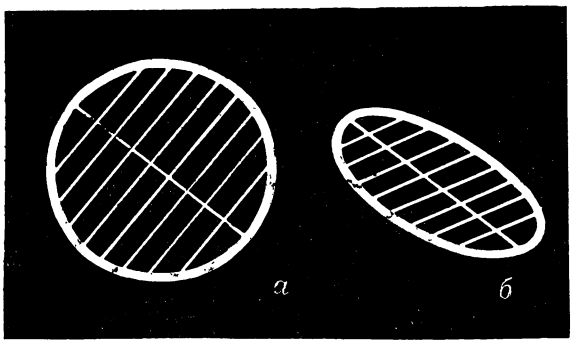


Рис. 29.

эллипс S' получился линейным преобразованием (скажем, центральным проектированием) из окружности S. Середины всех параллельных между собой хорд окружности принадлежат одной прямой, проходящей через центр O окружности и перпендикулярной проведенным хордам (рис. 29, *а*). При линейном преобразовании параллельные между собой хорды окружности S переходят в параллельные хорды эллипса S', а диаметр d окружности, делящий ее хорды пополам, — в диаметр d' эллипса, делящий пополам параллельные хорды эллипса (рис. 29, *б*).

Проективные преобразования

Рассмотрим теперь тень, отбрасываемую вырезанной из картона фигурой, помещенной под электрической лампочкой, на поверхность стола, не обязательно параллельную плоскости фигуры (рис. 30). Эта тень может очень сильно отличаться от исходной фигуры — однако начерченная на фигуре прямая линия перейдет при этом снова в прямую.

Здесь мы имеем дело с центральным проектированием фигуры из точки на плоскость стола, переводящим каждую точку фигуры в точку пересечения прямой с плоскостью стола. Центральное проектирование доставляет нам пример проективного преобразования. Проективные преобразования гораздо сильнее меняют свойства фигур, чем линейные; так, квадрат $ABCD$ они могут перевести в произвольный четырехугольник $A'B'C'D'$ (рис. 31). Однако и здесь можно указать ряд свойств геометрических фигур, сохраняющихся при центральных проектированиях, и воспользоваться

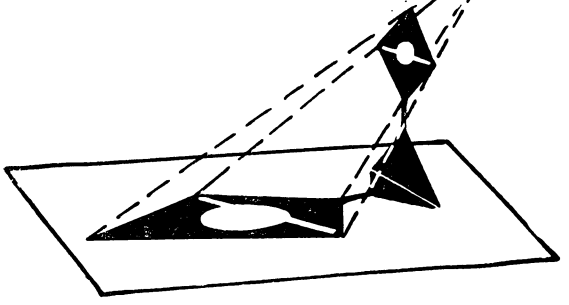


Рис. 30.

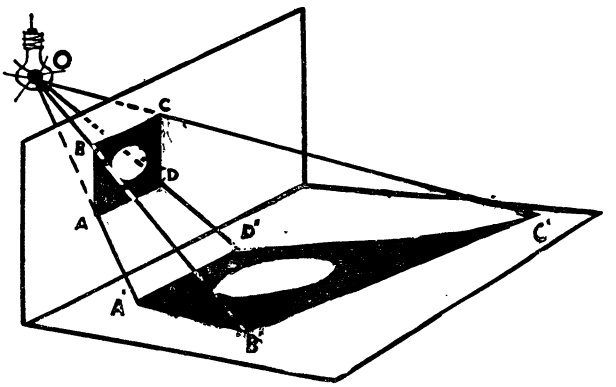


Рис. 31.

этим для вывода интересных свойств произвольных четырехугольников из свойств квадрата.

Проективные преобразования переводят окружность в так называемые конические сечения. Это название связано с тем, что если центральное проектирование с центром O переводит окружность S в фигуру S', то S' представляет собой плоское сечение кругового конуса с вершиной O (рис. 32). Можно доказать, что к числу конических сечений принадлежат как рассмотренный выше эллипс, так и изучаемые в средней школе гипербола (график обратной пропорциональной зависимости) и парабола (график функции $y=x^2$). Используя это обстоятельство, а также общие свойства проективных преобразований, можно доказать, что гипербола и парабола обладают рядом интересных свойств, родственных свойствам окружности и эллипса.

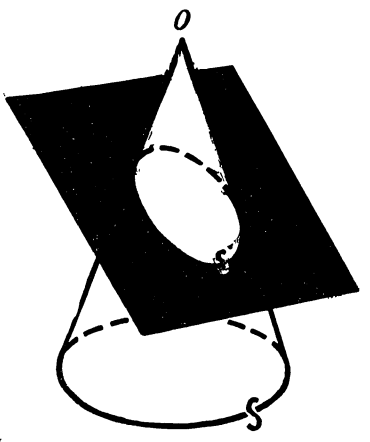


Рис. 32. Образование конических сечений

Преобразования как основа классификации теорем

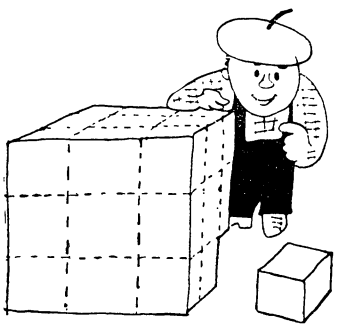
Немецкий математик Ф. Клейн в конце прошлого столетия предложил положить геометрические преобразования в основу классификации всех свойств геометрических фигур и тел. Он предложил различать геометрические свойства по тем преобразованиям, при которых эти свойства сохраняются. К одной группе при этом будут относиться те свойства, которые сохраняются лишь при движениях фигур; сюда относятся все свойства, связанные с расстояниями между точками, и все теоремы, в которых фигурируют длины или площади (например, теорема: площадь треугольника равна половине произведения длины основания на длину опущенной на основание высоты). В другую группу попадут свойства, сохраняющиеся при преобразованиях подобия, например все свойства, связанные с величинами углов; к этой группе свойств относится, скажем, известное свойство прямоугольного треугольника с углом в 30° (ведь отношение длины гипотенузы к длине меньшего катета также сохраняется при преобразованиях подобия!). Еще одну группу составят свойства геометрических фигур, сохраняющиеся при линейных преобразованиях. Далее можно будет рассмотреть свойства фигур, сохраняющиеся при проективных преобразованиях, и т. д. Так как линейные преобразования изменяют свойства фигур сильнее, чем движения, то свойства, сохраняющиеся при этих преобразованиях, следует считать более глубокими; с этой точки зрения свойство треугольника, выражаемое теоремой: «медианы треугольника пересекаются в одной точке», оказывается более глубоким, чем, скажем, аналогичное свойство высот треугольника. Еще более глубокими следует считать те свойства фигур, которые сохраняются при проективных преобразованиях, очень сильно изменяющих фигуру.

Такая классификация геометрических теорем (Клейн даже говорил об отдельных «геометриях», охватывающих изучение свойств фигур, сохраняющихся при тех или иных преобразованиях) поясняет сказанное выше об использовании геометрических преобразований для доказательства теорем. Все свойства, сохраняющиеся при линейных преобразованиях, будут одинаковы для окружности и для эллипса; поэтому при рассмотрении их мы всегда можем ограничиться изучением окружности, являющейся частным случаем эллипса (окружность — это сечение кругового цилиндра плоскостью, параллельной основанию цилиндра). Точно так же при изучении соответствующих свойств треугольника мы можем считать его равносторонним,

Феликс Клейн.

при изучении свойств параллелограмма — принять его за квадрат и т. д. При изучении проективных свойств произвольного четырехугольника можно считать его квадратом, а при изучении проективных свойств конического сечения — принять это коническое сечение за окружность и т. д. Таким образом, точка зрения Клейна, выделяющая ряд отдельных ветвей геометрии, может существенно помочь при доказательстве геометрических теорем.

Как разрезать куб



Чтобы разрезать куб на 27 равных кубиков, надо сделать 6 разрезов. Можно ли уменьшить число разрезов, если позволить после каждого разрезания перекладывать части?

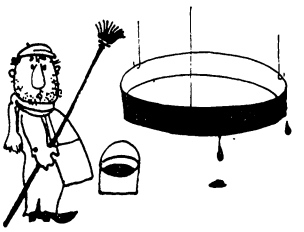
Ответ на стр. 321.

Лист Мебиуса

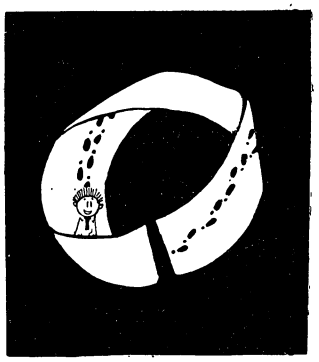
Поверхность кольца, надеваемого на палец, имеет две стороны. Одной стороной она соприкасается с пальцем, вторая сторона наружная. У этих сторон две границы (два края), каждая имеет форму окружности. Если какая-нибудь букашка захочет переползти с наружной стороны кольца на внутреннюю, то она при этом непременно должна пересечь ту или другую границу.

Немецкий математик А. Мебиус указал простую модель поверхности совсем другого фасона — односторонней поверхности. Ее легко приготовить, перекрутив на пол-оборота один конец прямоугольной бумажной полоски и приклеив его к другому концу той же полоски. Эту модель с той поры так и называют: лист Мебиуса.

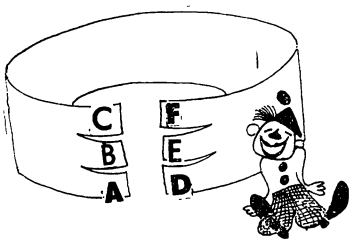
Чтобы наглядно удостовериться в том, что у поверхности листа Мебиуса только одна сторона, возьмите карандаш и начните последовательно закрашивать лист, не отрывая карандаша от поверхности листа и не пересекая края листа. Когда вернетесь к тому месту, с которого начали, вы увидите, что окажется окрашенной вся поверхность листа, хотя его край вы и не пересекали ни разу.



Опыты с листом Мебиуса



Возьмите несколько листов плотной бумаги (например, обложки старых журналов большого формата), клей, ножницы и исследуйте «поведение» листа Мебиуса и других моделей, изготовляемых из прямоугольных полосок бумаги, если разрезать их по линиям вдоль края.



1. Что получится, если обыкновенное (не перекрученное) бумажное колечко разрезать вдоль его средней линии? Очевидно, два колечка, причем длина окружности каждого будет такой же, как длина окружности первоначально взятого колечка. А вот если лист Мебиуса мы также разрежем вдоль его средней линии, то образуется....

Проделайте и посмотрите, что получится.

2. Приготовьте второй лист Мебиуса из достаточно широкой полоски и разрезайте его ножницами так, чтобы линия разреза все время шла вдвое ближе к левому краю первоначальной полоски, чем к правому (линия разреза обойдет лист Мебиуса дважды). Теперь образуются два кольца, но они окажутся сцепленными. Проделайте!

А что получится, если вновь взять бумажную полоску, один ее конец перекрутить на полный оборот (на 360°), приклеить к другому концу и разрезать получившуюся модель по средней линии?

3. Надрежьте концы бумажной полоски поглубже, чем показано на рисунке. Склейте концы A и D. Пропустите конец B под A и приклейте его к E. Пропустите конец C между B и A, а конец F между D и E, после чего склейте концы C и F. Все склеивания концов производите прямо, т. е. без предварительного перекручивания.

Теперь каждый начатый разрез продолжайте вдоль всей модели; получится интересное переплетение трех колец: любые два будут сцеплены друг с другом и оба с третьим кольцом.

Если вы ошибетесь и конец C приклеите к концу F, не пропустив C между B и A, то после указанного разрезания получится обычная цепь из трех колец.

О РАЗЛИЧНЫХ ГЕОМЕТРИЯХ

Всем хорошо известно, что выводы элементарной (школьной) геометрии находят широкое применение при решении самых разнообразных практических задач. Знания геометрии необходимы слесарю, инженеру, ученому — всем, кому приходится исследовать свойства различных фигур и тел. Как же геометрия изучает наш реальный мир? Каждому, по-видимому, приходилось слышать выражения «с математической точностью», «как дважды два — четыре». Этими словами обычно принято характеризовать абсолютно точное и неоспоримое. Ниже мы попытаемся выяснить, с какой точностью геометрические теоремы отражают действительное положение вещей в нашем мире. Действительно ли эта точность беспредельна?

Для того чтобы ответить на эти вопросы, нам понадобится внимательно проанализировать, как строится наука геометрия и как эта наука изучает реальный мир.

С чего начинается изучение геометрии

В учебнике геометрии постоянно изучаются геометрические объекты различной сложности: треугольники, трапеции, параллелограммы, призмы, пирамиды, сферы и т. п., которые должны быть точно охарактеризованы. Это делается в так называемых определениях. Для того чтобы полностью разобрать то или иное произвольно взятое определение, надо знать определения, изложенные в учебнике ранее. Например, чтобы понять определение трапеции, надо заранее знать определение параллельности прямых, определение четырехугольника, а для этого надо знать определение отрезка. Последнее требует знания того, что такое прямая и точка.

Всякое другое определение точно так же в конце концов приводит нас к первой странице учебника геометрии, где мы надеемся найти определения основных геометрических понятий: точки, прямой, плоскости.

Но, увы, нас ожидает разочарование. Оказывается, что и здесь нет точных математических определений точки, прямой и плоскости. В то же время все дальнейшие определения, которые опираются на эти основные геометрические понятия, сформулированы с полной математической строгостью. Такое положение на первый взгляд может показаться весьма странным.

Правда, в начале учебника даются некоторые пояснения того, что же мы понимаем под точкой, прямой и плоскостью. Пояснения эти, однако, ни в какой мере не могут служить точными математическими определениями. Кроме того, эти пояснения нигде далее в геометрии не используются. Они совершенно не нужны для доказательства теорем. Важным является лишь указание на то, что в дальнейшем будут изучаться именно точки, прямые и плоскости.

Что же такое точка, прямая и плоскость?

Отметим сразу же, что нигде в природе не встречаются точки, прямые и плоскости.

Представим себе шарик малого диаметра, скажем в 1 *мм*. Уменьшим его диаметр вдвое, втрое, ..., в тысячу раз и т. д. Наступит ли момент, когда уже весьма малый шарик можно будет назвать точкой? Нет!

Учитель ставит на доске весьма «жирную» точку. Ученики рисуют в тетради тоже весьма крупные точки. На самом же деле каждый раз изображаются маленькие кружочки. Но точки ли это? Звезды на небе тоже нам представляются «точками», хотя некоторые из них во много раз больше Солнца. А если представить себе шарик столь малым, что его нельзя увидеть ни в один современный микроскоп,— будет ли это точка? Опять нет.

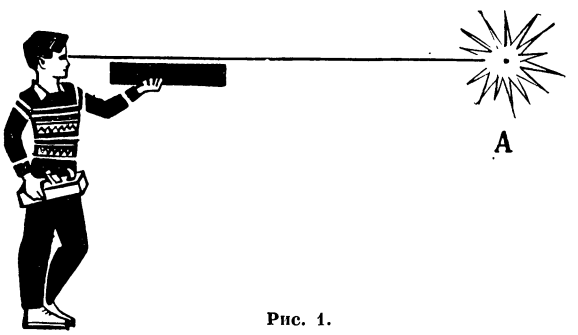


Рис. 1.

Дело в том, что точка — это не какой-то конкретный предмет. Точка — это абстрактное понятие, которое образовано нашим сознанием в результате длительного изучения весьма малых (или кажущихся малыми при определенных условиях) реальных объектов — шариков, кружочков и т. п. Это абстрактное понятие точки наделяется нами целым рядом свойств, общих для тех конкретных предметов, в результате наблюдения над которыми и возникло понятие точки.

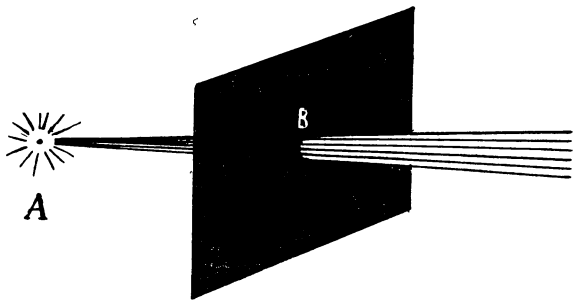


Рис. 2. Представление о прямой дает луч света, проходящий через малое отверстие.

Обратимся теперь к понятию прямой. На бумаге изображена линия. Прямая ли она? Как в этом убедиться? Надо приложить линейку, сравнить линию с краем линейки. Но при этом возникает вопрос: прямая ли наша линейка? Каждому, вероятно, приходилось видеть столяра, который для проверки прямизны выстроганной планки рассматривает ее так, как показано на рис. 1. Если линейка не прямая, на ней есть изъяны, это будет видно на свет. Таким образом, проверяя прямизну сделанной линейки, ее сравнивают с лучом света. Точно так же обстоит дело и с туго натянутой нитью, которую практически считают прямой. Чтобы убедиться, что нить хорошо натянута и не провисает, надо опять-таки взглянуть вдоль нити, т. е. (как и планку) сравнить ее с лучом света.

Значит, можно сказать, что луч света является эталоном прямой. На первый взгляд все хорошо. Но на самом деле нигде в природе не встречается то, что мы мыслим себе «одним лучом света».

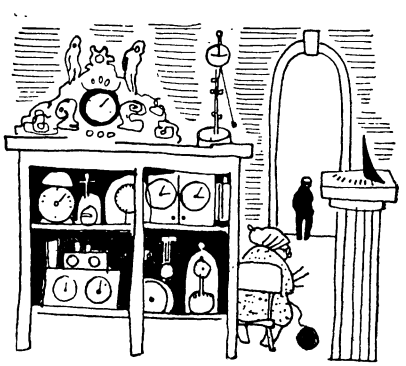
Допустим, что свет небольшого источника A (рис. 2) пропускают сквозь малое отверстие. Получится узкий пучок света. Представим себе, что отверстие все время уменьшается и источник света тоже уменьшается. Тогда пучок, исходящий из отверстия, будет становиться все у́же и у́же. Конечно, этот пучок никогда не станет лучом, если бы даже и можно было его сделать сколь угодно узким [1]. Вот если бы источник света A был точкой и отверстие B тоже было точкой, тогда пучок стал бы лучом. Но ведь мы говорили о том, что в реальном мире точек не бывает. Значит, не бывает и лучей. Таким образом, и луч (т. е. прямая) является абстрактным понятием, хотя и имеет весьма реальную природу и физическое происхождение. Точно так же, как и в случае точки, рисуя на бумаге прямую, мы только создаем реальный образ — рисунок, стремясь в той или иной (нужной нам) мере сделать его похожим на те физические объекты, из которых произошло, выкристаллизовалось абстрактное понятие прямой. И здесь, как и в случае точки, абстрактное понятие прямой наделяется нами всеми свойствами, общими для тех конкретных предметов, в результате наблюдения над которыми возникло само понятие прямой.

Точно так же обстоит дело и с плоскостью. Представим себе, что свет источника A пропускают сквозь прямую щель (рис. 3). Прямизна щели может быть, например, в нужной нам мере проверена при помощи эталона — луча света так, как указано выше. Получится изображенный на рисунке пучок света. Если бы уменьшить размер источника до «идеальной» точки и сузить щель до «идеальной» прямой, тогда пучок света стал бы «идеальной» плоскостью. Здесь применимы все рассуждения, приведенные в случае прямой, и мы не будем на них останавливаться.

---

[1] В этом мысленном «идеальном» эксперименте мы умышленно не учитываем возникающие здесь физические явления: дифракцию, преломление и т. п.

В музее ... часов



Да, есть и такой музей. Часов там много всяких: старинных и современных, механических и электрических, огромных и крошечных, с боем и без боя, с циферблатом и без циферблата.

Первые механические часы были изобретены около середины X в. Очень долго часы имели лишь одну стрелку — часовую. Только с 1700 г. появилась и минутная стрелка, а еще через 60 лет — секундная.

400 лет часы приводятся в действие пружиной. Но эра пружины на исходе. Современные наручные электронно-механические часы совсем и заводить не надо.

В числе тикающих и безмолвствующих обитателей музея была пара действующих часов с боем, одинаковым по тембру. Однажды они ударили подряд, как я насчитал, 19 раз. Это произошло потому, что начало боя на первых часах опаздывало по отношению ко вторым часам на две секунды. Кроме того, первые часы, оказывается, ударяли через каждые 3 секунды, а вторые — через 4 секунды.

Который был час?

Решение на стр. 321.

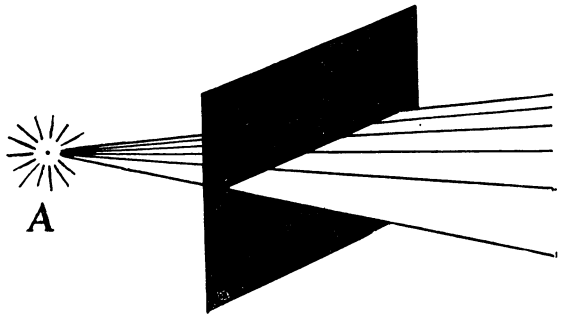


Рис. 3. Представление о плоскости дает свет, проходящий через узкую прямолинейную щель.

Как применяется геометрическая теория

Итак, в геометрии изучаются свойства абстрактных понятий — точки, прямой, плоскости. Эти свойства формулируются и доказываются в так называемых теоремах. Доказательство же всех теорем основано в конечном счете на некоторых аксиомах, которые в геометрии никак не доказываются. Подробнее о том, как выбираются аксиомы, каким требованиям должен удовлетворять этот выбор, рассказано в статье «Как возникла геометрия».

Наиболее ранняя из дошедших до нас систем аксиом была построена Евклидом (III в. до н. э.). Аксиоматика (система аксиом), данная Евклидом, была, правда, далеко не безупречной. Строгое современное изложение евклидовой геометрии было дано лишь в конце XIX в. и базируется на двух десятках аксиом, которые мы здесь перечислять не будем. Все теоремы геометрии лишь с той точностью описывают реальный мир, с какой аксиомы правильно отражают действительное положение вещей.

Существо дела заключается в следующем. Пусть, например, мы рассматриваем распространение света в природе — так сказать, «световые лучи». Они ведут себя в соответствии с действующими физическими законами. И вот геометры-математики выбирают некоторые обнаруженные в опытах особенности распространения света и объявляют их аксиомами, присущими абстрактным понятиям точки, прямой, плоскости. На базе выбранных аксиом и строят математическую науку — геометрию. Эта геометрия является как бы мысленным слепком с действительного мира. Изучение этого слепка позволяет обнаруживать закономерности реального мира уже не путем непосредственных измерений, а мысленно, геометрически (т. е. на слепке).

Чтобы подробнее пояснить это, рассмотрим, например, задачу об определении расстояния между пунктами A и B, разделенными рекой (рис. 4). Понятно, что прямое измерение расстояния AB практически неосуществимо. (Еще труднее найти расстояние между звездами.) Для решения подобных задач необходима геометрия. Как же найти расстояние AB с помощью геометрии? Укажем два способа решения этой задачи.

Первый способ. Выберем на местности еще один пункт C так, чтобы расстояние AC можно было непосредственно измерить. Найдя AC, измерим с помощью какого-либо угломерного инструмента (скажем, теодолита) поочередно углы α и γ (положим для определенности, что они оказались острыми).

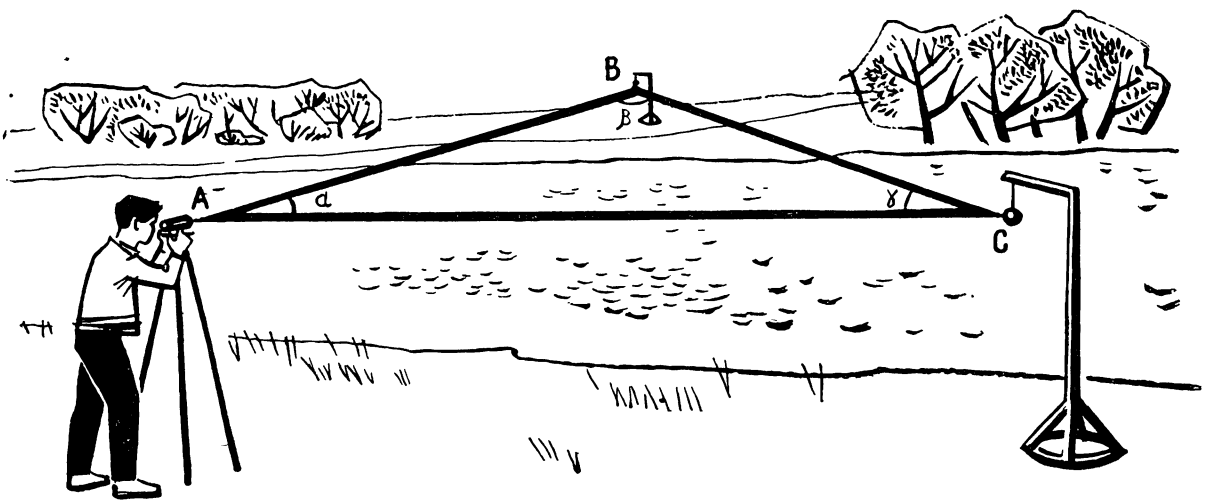


Рис. 4. Измерение расстояния между пунктами A и B, разделенными рекой.

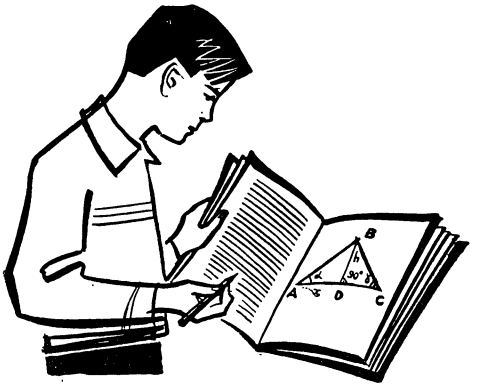


Рис. 5.

Теперь, уже мысленно, рассмотрим абстрактный треугольник ABC, у которого задана сторона AC и углы α и γ. Мы можем для наглядности нарисовать этот треугольник (рис. 5), хотя никакой необходимости в этом нет, все дальнейшие рассуждения можно проводить мысленно, не обращаясь к рисунку. Поэтому и рисунок, если уж его желательно сделать, может быть выполнен приблизительно, без соблюдения каких-либо чертежных правил.

Опуская из вершины B перпендикуляр на сторону AC, получим точку D. Обозначим $BD=h$, $AD=x$. Тогда $DC=AC-x$. Очевидно,

$$\frac{h}{x}=\operatorname{tg}\alpha;\ \frac{h}{AC-x}=\operatorname{tg}\gamma.$$ Отсюда

$$x\operatorname{tg}\alpha=(AC-x)\operatorname{tg}\gamma.$$

Следовательно:

$$x=\frac{AC\operatorname{tg}\gamma}{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\gamma}.$$

После этого по теореме Пифагора легко найдем:

$$AB=\sqrt{x^2+h^2}=\sqrt{x^2+(x\operatorname{tg}\alpha)^2}=$$

$$=x\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}=\frac{AC\operatorname{tg}\gamma\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}}{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\gamma}.$$

Зная AC, α, γ, можно по полученной формуле легко найти искомое расстояние AB [1].

Второй способ. Постараемся на бумаге по возможности точно начертить план местности (план треугольника ABC). Разумеется, невозможно начертить его в натуральную величину. Поэтому выберем определенный масштаб и уменьшим измеренную величину AC в n раз. Построим на чертеже отрезок $A'C'=\frac{1}{n}AC$ (рис. 6). Далее, на концах этого отрезка с помощью транспортира построим углы α и γ, равные найденным при измерении на местности. Продолжив стороны этих углов, получим точку B'—третью вершину треугольника.

Так как два угла α и γ треугольника $A'B'C'$ равны соответствующим углам треугольника ABC, то эти треугольники подобны. А так как подобие треугольников означает пропорциональность их соответствующих сторон, то приходим к выводу, что сторона $A'B'$ должна быть меньше стороны AB также в n раз. Поэтому, измерив на чертеже $A'B'$, можно найти, что $AB=nA'B'$.

В первом случае мы нашли AB простым вычислением, во втором — пришлось дополнительно измерить на чертеже $A'B'$ и выполнить достаточно точный чертеж. В обоих случаях для определения AB нам пришлось воспользоваться многими теоремами геометрии: теоремой Пифагора, теоремой о свойстве подобных треугольников и т. п. Отметим, что второй способ (наряду с первым) часто используется в инженерной практике, где поэтому весьма важным является точное выполнение чертежей.

Можно ли гарантировать, что описанные методы дают величину AB, которая с необходимой точностью совпадает с расстоянием между пунктами A и B, если бы его действительно уда-

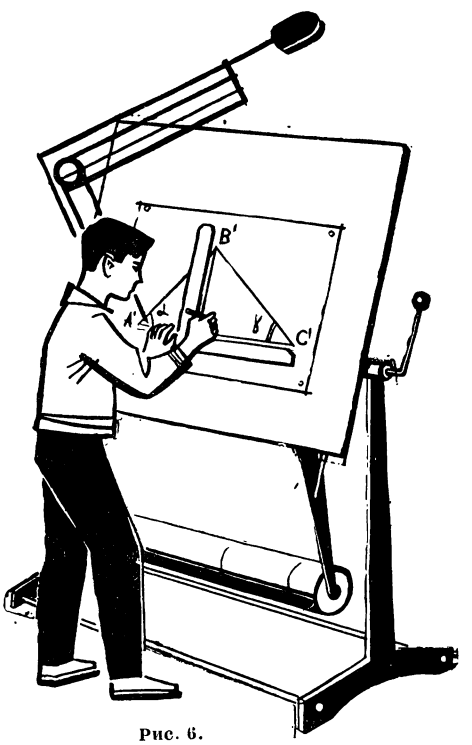


Рис. 6.

[1] Расстояние AB можно найти еще проще, если воспользоваться известной в тригонометрии теоремой синусов.

лось измерить? Ответ на этот вопрос зависит от того, насколько точно аксиомы геометрии (а следовательно, теоремы) отображают реальную действительность, насколько хорош наш геометрический слепок с реального мира.

Разумеется, может оказаться, что этот слепок недостаточно хорош. Тогда надо попытаться сделать лучший. Для этого надо тщательнее проанализировать опыты, на основании которых выбраны те или иные аксиомы, точнее, выбрать аксиомы. С помощью новых аксиом, более точно отображающих действительность, надо построить новую геометрию, новый, более точный слепок с реального мира.

В течение двух тысячелетий считалось, что евклидова геометрия описывает мир с беспредельной точностью, что евклидов слепок с реального мира идеален. Эта точка зрения была впервые поколеблена лишь в 1826 г. русским математиком Н. И. Лобачевским. Чтобы разъяснить его идеи, остановимся подробно на анализе одной из самых интересных аксиом евклидовой геометрии.

Аксиома о параллельных

Выбрав систему аксиом, начинают доказывать теоремы все более и более сложные.

Весьма просто, например, с помощью теоремы о внешнем угле треугольника доказывается такая теорема:

Две прямые, перпендикулярные третьей прямой, не пересекаются.

Дадим теперь следующее определение:

Две прямые, лежащие в одной плоскости и не пересекающиеся, называются параллельными.

Пусть теперь на плоскости даны прямая a и точка A (рис. 7). Ясно, что через точку A можно провести прямую b, параллельную a. Для этого достаточно опустить из точки A перпендикуляр AB на прямую a, а затем из точки A провести прямую b, перпендикулярную AB. Это и будет искомая параллельная. Итак, параллельные прямые существуют!

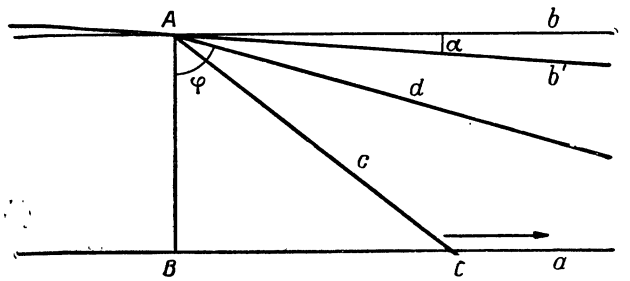


Рис. 7.

Теперь возникает вопрос: нельзя ли через точку A провести еще одну прямую b', также параллельную прямой a? (Напомним, что все происходит на одной плоскости, т. е. мы занимаемся только планиметрией.) Тому, кто не думал над этим раньше, не изучал этого вопроса, хочется немедленно и категорически ответить: нет, нельзя! — прямая b' пересечет прямую a, возможно, очень далеко, но непременно пересечет!

Воздержимся пока от столь категорического ответа и постараемся вдуматься в поставленный вопрос глубже.

Возьмем на прямой a точку C и соединим ее с точкой A прямой c. Теперь будем передвигать точку C вправо по прямой a. При этом прямая c будет поворачиваться около точки A. Ясно, что прямая c никогда не сольется с прямой b, ибо b с a не пересекается. Но прямая c, поворачиваясь в одном и том же направлении, будет неограниченно приближаться к какому-то определенному предельному положению, когда точка C неограниченно удаляется вправо. Теперь спросим себя: будет ли прямая b той предельной прямой, к которой неограниченно приближается прямая c? Или, может быть, прямая c будет неограниченно приближаться к предельной прямой b', отличной от b, так что прямая c, поворачиваясь, не сможет войти внутрь угла α. Опять хочется отвергнуть это предположение.

Однако подумаем еще. Проведем из точки A луч d под углом $\varphi < 90°$ к прямой AB. Если этот угол φ мал, прямые a и d пересекутся на чертеже. Надо только продлить луч d. Если же теперь увеличить угол φ (см. рис. 7), прямые a и d пересекутся уже не на чертеже, а где-то за полем книги. Еще немного увеличим угол φ. Тогда при продолжении прямые a и d будут пересекаться дальше, скажем, на расстоянии нескольких сот метров. Ясно, что практически убедиться в этом весьма трудно, почти невозможно, но принципиально мыслимо.

Теперь еще увеличим угол φ. Пусть он отличается от 90°, допустим, на одну миллионную долю градуса. Что же теперь можно сказать о пересечении прямых a и d? Хочется опять их мысленно продолжить. Но так ли хорошо мыслим мы это продолжение? Не теряет ли смысл этот мысленный эксперимент? Ведь если угол φ достаточно близок к 90°, то продолжать прямые придется туда, куда не удалось загля-

дывать даже при помощи самых мощных телескопов.

Напомним, что аксиомы изучаемой сейчас геометрии должны отражать свойства световых лучей и подвергаться многократной проверке на опытах со световыми лучами.

Наше предположение о том, что лучи a и d пересекутся, основано действительно на большом практическом опыте. Говоря, что лучи a и d пересекутся даже очень далеко (например, на расстоянии 100 млн. *км*), мы базируемся на большом опыте астрономических наблюдений.

Предположение же о том, что лучи света a и d пересекутся за пределами видимости самых мощных телескопов, уже основано на чистой фантазии. Ведь неизвестно, как там поведут себя лучи света. Здесь уже нет никаких оснований ссылаться на эксперимент.

Мы договорились, что эталон прямизны — это луч света. Чтобы сделать какое-либо заключение о поведении прямых a и d, надо знать физические свойства световых лучей.

Итак, вопрос о том, можно ли через точку A провести две прямые b и b', параллельные a, зависит от свойств световых лучей. Ясно, что, если угол φ очень близок к 90°, экспериментальная проверка того, пересекутся ли лучи a и d, невозможна.

Следует хорошо уяснить, что вопрос о том, можно ли из точки A провести только одну прямую, не пересекающую прямую a, решается не так уж просто. Ничего категорически здесь сразу сказать нельзя.

Разумеется, неочевидность какого-либо утверждения ни в какой мере не означает его несправедливости. Ведь теорема Пифагора, например, тоже не так уж очевидна: совсем не сразу можно поверить в то, что площадь квадрата, построенного на гипотенузе любого прямоугольного треугольника, равна сумме площадей квадратов, построенных на его катетах. Чтобы убедиться в справедливости теоремы Пифагора для любого прямоугольного треугольника, ее доказывают. Доказательство это опять-таки основывается на тех же аксиомах.

Возможно, в нашем вопросе положение аналогично. Иными словами, можно ли доказать, исходя из принятых аксиом, такое предложение:

(**А**) *Через точку вне прямой нельзя провести более одной прямой, параллельной данной.*

Возможно, что еще Евклид задавался этим вопросом, однако ответа на него у Евклида нет. Но так как этим предложением (или эквивалентным ему) приходилось пользоваться при доказательстве других теорем, пришлось принять предложение (**А**) за аксиому [1]. В стабильном учебнике предложение (**А**) названо аксиомой о параллельных. Итак, принимают новую аксиому, хотя, как объяснялось выше, есть все основания усомниться в ее справедливости в мире световых лучей.

Равна ли сумма углов треугольника 180°

Оставим пока в стороне вопрос о том, включать ли аксиому (**А**) в число аксиом геометрии, предназначенной для описания мира световых лучей. Укажем лишь, что именно с помощью аксиомы (**А**) в школьном учебнике доказывается теорема:

(**В**) *Сумма внутренних углов любого треугольника равна 180°* (*в радианной мере* π).

Несколько сложнее доказывается обратная теорема:

Если сумма внутренних углов хотя бы одного треугольника в точности равна 180°, то справедлива аксиома о параллельных, т. е. через точку A невозможно провести в плоскости две различные прямые, не пересекающие данную прямую a, которая лежит в той же плоскости.

Таким образом, из аксиомы о параллельных следует, что сумма внутренних углов любого треугольника равна 180°; наоборот, из того, что сумма углов некоторого треугольника равна 180°, следует аксиома (**А**).

Значит, в списке аксиом евклидовой геометрии можно вычеркнуть аксиому о параллельных, но вместо нее внести предложение (**В**). При этом все остальные теоремы евклидовой геометрии остались бы неизменными.

Мы выше пояснили трудность (даже практическую невозможность) проверки аксиомы о параллельных в мире световых лучей. Если бы даже можно было выделить сколь угодно тонкий пучок световых лучей и если бы не было никакого их поглощения, то и тогда совершенно непонятным оставалось бы их поведение за пределами видимости современных телескопов. Всегда неясным оставался бы вопрос о том, пересекутся ли лучи a и b', если угол φ близок к 90 ° (см. рис. 7). Сказать, что лучи будут и дальше идти по прямой,— значит вообще ничего не сказать, ибо свойства прямой,

[1] Евклид в качестве аксиомы принял другое предложение, которое, однако, равносильно предложению (**А**).

которые кладутся в основу рассматриваемой сейчас нами геометрии, выводятся на основании изучения свойств реального мира световых лучей, а не наоборот.

Приняв аксиому (А), мы получим геометрию, в которой сумма углов любого треугольника равна 180°. Приняв предложение, противоположное аксиоме (А), мы получим геометрию, в которой сумма углов всякого треугольника отлична от 180°. Как же здесь быть? Принимать или не принимать аксиому (А)?

Ввиду чрезвычайных трудностей, связанных с экспериментальной проверкой аксиомы (А) в опытах со световыми лучами, возникает вопрос о том, не проще ли на таких опытах проверять предложение (В).

Поясним подробнее возникающее здесь положение.

Представим себе, что на местности (рис. 4) ведутся геодезические работы. Пусть в пункте B на штативе укреплен шарик, который геодезист наблюдает в обычный теодолит, установленный в пункте A.

Какой же величины надо взять шарик в пункте B для этих наблюдений? Шарик надо выбрать так, чтобы его изображение получилось с возможной точностью в центре окуляра теодолита. Если шарик таков, что его изображение будет большим кружком, его надо уменьшить для более точной наводки. Значит, шарик не должен быть слишком большим. Уменьшать шарик, однако, имеет смысл лишь до тех пор, пока это уменьшение сказывается на точности наводки теодолита. Если чувствительность прибора не даст возможности улучшить наводку путем дальнейшего уменьшения шарика, такое уменьшение просто бесполезно. Выбрав шарик надлежащего размера, геодезист считает, что он имеет дело с «точками» A и B, соединенными отрезком AB. При этом, как и выше, шарик B может на самом деле быть довольно большим (это зависит, разумеется, от расстояния AB).

Теперь представим себе, что в пункте C также установлен на штативе шарик надлежащих размеров. Поочередно наводя теодолит на шарики B и C, геодезист находит величину α, равную разности отсчетов на лимбе теодолита.

Как указывалось выше, геометрия оперирует абстрактными понятиями точки, прямой, треугольника и т. д. Поэтому наш геодезист, выполнив вполне конкретный физический эксперимент с шариками и снопиками световых лучей, рассматривает абстрактный треугольник ABC и считает, что величина угла в вершине A равна α — разности отсчетов на лимбе теодолита.

Понятно, что величина α зависит от того, насколько хорошим и совершенным был примененный теодолит. Поэтому, применяя различные измерительные приборы, геодезист должен был бы каждый раз изучать другой абстрактный треугольник ABC.

Представим себе для определенности, что конструкция теодолита не дает возможности фиксировать показания на лимбе более мелкие, нежели 10′. В таком случае, выполнив отсчет на лимбе после наведения на шарик B, говорят, что отсчет сделан с точностью до 10′. То же самое относится и к наводке теодолита на шарик C.

Найдя разность отсчетов α, геодезист считает, что, применив другой, более точный теодолит, он мог бы получить другую разность, однако ее отличие от α не превысит 20′.

Таким образом, рассматривая абстрактный треугольник ABC с углом A, равным α, геодезист вправе считать, что, применяя более точные приборы, он мог бы получить для угла α другую величину, лежащую в пределах от $\alpha - 20'$ до $\alpha + 20'$.

Аналогично можно для углов B и C получить величины β и γ и найти сумму $\sigma = \alpha + \beta + \gamma$.

Возникает вопрос: равна ли эта сумма 180°? Понятно, что такое совпадение маловероятно. Вспомним прежде всего, что каждая наводка теодолита выполнялась с точностью до 10′. Для определения σ теодолит пришлось наводить 6 раз. Поэтому применение более точного прибора могло бы привести к получению другой суммы, находящейся в промежутке от $\sigma - 1°$ до $\sigma + 1°$.

Итак, определение суммы углов рассматриваемого абстрактного треугольника зависит от точности проведенных измерений (в данном случае от точности примененного теодолита). В нашем случае геодезист вправе рассмотреть абстрактный треугольник, сумма углов которого отличается от найденной при измерении величины σ, но не более чем на 1°.

Здесь возникает другой вопрос. Насколько измеренная сумма углов σ отличается от 180°? Превосходит ли это отличие 1°? Находится ли разность между 180° и σ в пределах точности примененных инструментов? Иными словами, может ли геодезист в данном случае рассматривать абстрактный треугольник с суммой углов 180°?

Проанализируем возможные результаты измерения. Здесь имеются две возможности.

1. В результате измерения получилась сумма $\sigma = \alpha + \beta + \gamma$, отличие которой от 180° превосходит точность проведенных измерений (в данном случае 1°). В этом случае геодезист должен рассуждать примерно так. Если принять аксиому (А), в нашей геометрии сумма углов всякого треугольника будет равна 180°. Проведенный же опыт показывает, что принятая точность измерений не согласуется с таким выводом. Это означает, что такая геометрия для нашего геодезиста недостаточно хороша. Выводы ее он не смог бы применять в своей практике.

Зная длину AC, углы α и γ, он не смог бы с необходимой точностью, как это описано выше, определить длину AB, ибо теорема Пифагора и признаки подобия треугольников справедливы лишь там, где сумма углов треугольника равна 180°. Ему пришлось бы для практических потребностей строить геометрию, где аксиома (А) не справедлива и, следовательно, сумма углов треугольника не равна 180°.

2. Сумма углов $\sigma = \alpha + \beta + \gamma$, полученная в результате измерения, отличается от 180° на величину, не превосходящую точность измерений (в данном случае 1°). В этом случае геодезисту для практических нужд вполне пригодна геометрия, в которой сумма углов треугольника равна 180°. У него нет никаких оснований отвергать аксиому (А), а равно и предложение (В). Обычная евклидова «школьная» геометрия здесь оказывается весьма полезной, ее выводы приобретают большое практическое значение с точностью, принятой в измерениях нашего геодезиста.

Однако необходимо заметить, что геодезист и в данном случае не должен слишком пренебрежительно относиться к геометрии, где неверна аксиома (А) и где сумма углов треугольника отлична от 180°. Не исключена возможность, что и такая геометрия в будущем окажется ему полезной. Если все измерения геодезиста пока хорошо согласовывались с той геометрией, где сумма углов треугольника равна 180°, то, может быть, в дальнейшем, увеличив точность приборов или измеряя углы значительно бóльших космических треугольников, он столкнется с тем, что при новых измерениях обычная геометрия уже не будет описывать мир с достаточной точностью. И тогда понадобится совсем другая геометрия.

Итак, вопрос заключается лишь в том, какая геометрия с большей точностью описывает мир световых лучей, какой мысленный слепок с реального мира является более точным.

Вполне владея изложенными идеями, Н. И. Лобачевский уже в первой половине XIX в. имевшимися в то время астрономическими средствами измерил сумму углов весьма большого космического треугольника. За вершины были взяты две самые удаленные точки на эллиптической орбите Земли и одна из далеких звезд. В результате измерения получилась величина, как и следовало ожидать, отличная от 180°, однако это отличие не выходило за пределы точности примененных инструментов. Таким образом, вопрос о том, какая геометрия точнее описывает мир световых лучей, остался открытым. Было неясно, понадобится ли вообще когда-нибудь геометрия, в которой не имеет места аксиома (А). Не является ли такая геометрия бесполезным плодом фантазии?

Нужны ли другие геометрии

Выше пояснялась естественность построения геометрии, в которой сумма внутренних углов треугольника не равна 180° и, следовательно, не имеет места утверждение (А).

Впервые такую геометрию построил и развил Н. И. Лобачевский в 1826 г. Геометрия Лобачевского строится на тех же аксиомах, что и евклидова, за исключением аксиомы о параллельных, которая заменяется противоположным утверждением — аксиомой Лобачевского:

Через точку вне прямой в данной плоскости можно провести по крайней мере две прямые, не пересекающие данную прямую.

Мы видели, что вопрос о том, какая геометрия — Евклида или Лобачевского — точнее описывает мир световых лучей, решается не так уж просто, хотя аксиома Лобачевского и кажется на первый взгляд парадоксальной. Огромной заслугой Лобачевского было то, что он этот вопрос поставил.

Впоследствии было построено много других геометрий — других мысленных слепков с реального мира. Вопрос же о том, действительно ли понадобится какая-либо из этих геометрий при изучении реального мира световых лучей, оставался по существу открытым вплоть до 1916 г., когда крупнейший физик А. Эйнштейн создал так называемую общую теорию относительности.

Широко известен анекдот о том, что Ньютон открыл закон тяготения, наблюдая за падением яблока. Насколько же точно ньютонов-

ский закон отображает реальное положение вещей? Нельзя ли с помощью очень точных инструментов обнаружить, что притяжение тел может отклоняться (пусть очень мало) от закона Ньютона? Здесь можно поставить те же вопросы, какими мы занимались при разборе евклидовой аксиомы о параллельных.

Дело в том, что ньютоновские законы также представляют собой некоторый абстрактный, мысленный слепок с реального мира. Это как бы физический слепок, в то время как евклидова аксиоматика является геометрическим слепком.

Подобно этому и законы электрического взаимодействия (например, закон Кулона) также являются определенным физическим слепком с реального мира.

Вплоть до создания общей теории относительности считалось твердо установленным, что реальный мир представляет собой нечто подобное бесконечной пустой «евклидовой комнате», в которой, словно мебель, расположены реальные тела, предметы, взаимодействующие друг с другом. Казалось совершенно несомненным, что свойства этой «евклидовой комнаты» никак не связаны с перемещением и взаимодействием находящейся в ней мебели.

Законы же перемещения и взаимодействия материи в этой пустоте описывались в физических теориях-слепках. Однако считалось, что эти теории могут делаться независимо от того, как сделан геометрический слепок. Кроме того, ньютонов слепок считался столь же бесконечно совершенным и точным, как и евклидов геометрический слепок.

Опыты, однако, показали, что известные физические теории столь же несовершенны, как и евклидова геометрия.

Чтобы несколько разъяснить это, расскажем об одном эксперименте, который уже неоднократно повторялся астрономами и показал хорошее совпадение с заранее полученными выводами теории относительности.

Представим себе на Земле наблюдателя, который, находясь в определенный момент в точке O_1 (рис. 8), видит звезду A и вблизи от нее Солнце S[1]. Наблюдение проводится в небольшой промежуток времени, так что звезду и Солнце можно считать неподвижными, а траекторию Земли — прямолинейной. Если Земля движется по своей орбите с известной скоростью в направлении от O_1 к O_2, то, пользуясь теоремами евклидовой геометрии, нетрудно определить, в какой момент времени Солнце заслонит от наблюдателя звезду A. Это должно произойти тогда, когда Земля переместится в точку O_2 (рис. 8).

Эксперимент, однако, показывает, что в действительности звезда A закрывается Солнцем с некоторым опозданием, величина которого хорошо согласуется с предсказаниями теории относительности.

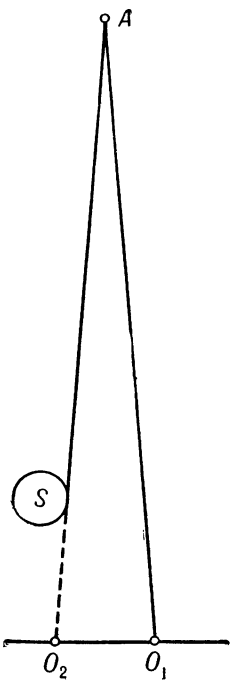


Рис. 8.

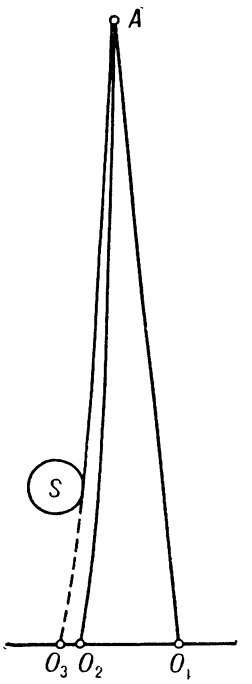


Рис. 9.

Как же объясняется это явление? Оказывается, сильное поле тяготения, создаваемое Солнцем, заставляет лучи света, проходящие вблизи Солнца, вести себя не так, как того требует евклидова геометрия. А именно, лучи как бы искривляются, и получается картина, схематически изображенная на рис. 9. Находясь в точке O_2, наблюдатель видит звезду. Лишь когда наблюдатель переместится в точку O_3, Солнце закроет от него звезду A.

Можно попытаться объяснить обнаруженное отклонение, оставаясь в рамках евклидовой геометрии и ньютоновской теории тяготения. Именно, зная массу Солнца и массу движущегося фотона (кванта света), можно на основании

[1] Заметим, что такие опыты производятся при полном солнечном затмении, когда диск Солнца закрывается от наблюдателя диском Луны.

ньютоновского закона тяготения вычислить отклонение фотона от евклидовой прямой. Опыт, однако, показывает, что действительное отклонение оказывается примерно вдвое большим того отклонения, которое вычислено указанным путем.

В таком случае приходится предположить, что евклидова геометрия или ньютоновская теория тяготения (или обе они) являются недостаточно точными слепками действительного мира, ибо не позволяют объяснить наблюдаемые явления. Общая теория относительности как раз и дала новый, более точный слепок. В соответствии с этой теорией поведение световых лучей вовсе не обязано следовать законам евклидовой геометрии. Геометрия, пригодная для описания поведения световых лучей, должна целиком и полностью определяться распределением и состоянием материи в мире. Каждое перемещение массы и изменение энергии вещества влечет изменение структуры всего физического пространства, а следовательно, и необходимость выбора более подходящего, неевклидова геометрического слепка.

Нельзя считать, что световые лучи в окрестности Солнца (рис. 9) перестали быть прямыми, что они искривлены. Они, так же как и лучи, проходящие вдали от Солнца, являются идеальными прямыми, однако поведение этих прямых должно описываться не евклидовой системой аксиом, не евклидовой геометрией, а некоторой другой геометрией.

Так как распределение и состояние материи в реальном пространстве изменяется во времени, то и геометрия, описывающая наше реальное пространство с достаточной точностью, тоже не остается неизменной, а изменяется со временем. Значит, в формулировке аксиом геометрии должно участвовать время. Понятия пространства и времени оказываются неотделимыми, неразрывными.

Теория относительности Эйнштейна объединила в одно целое изучение физических и геометрических свойств реального мира. Она как бы дала единый физико-геометрический слепок нашего мира.

Оказалось, что мир нельзя рассматривать как пустое евклидово пространство, заполненное материей. Каждое изменение поля тяготения, всякое перемещение массы и изменение энергии вещества влечет изменение структуры всего физического пространства, а следовательно, и необходимость выбора более подходящего геометрического слепка.

В соответствии с теорией Эйнштейна выбор подходящей геометрии целиком и полностью определяется распределением и состоянием материи в реальном мире.

Чем отличаются различные геометрии

Для того чтобы иметь возможность подбирать в каждом случае подходящую геометрию, целесообразно заранее иметь целый набор, как бы библиотеку таких мыслимых слепков. В настоящее время математиками разработаны методы построения бесконечного числа таких геометрий.

Различные геометрические пространства, т. е. различные мыслимые геометрические слепки, различают по тому, насколько они отличаются от евклидова. Само это отличие называют *кривизной*. Кривизна геометрического пространства определяется некоторыми числами, которые характеризуют величину отличия той или иной геометрии от евклидовой. Каждая «кривая» геометрия основывается, по существу, на некоторых аксиомах. Совокупность аксиом такой геометрии отличается от евклидовой системы аксиом. Имеется один интересный и простой признак, которым можно характеризовать отличие геометрии от евклидовой, не перечисляя всех аксиом. Этим признаком является как раз теорема о сумме углов треугольника. В евклидовой геометрии она всегда равна 180°. В других геометриях это не так. Там сумма углов треугольника может быть больше или меньше 180°, в зависимости от размеров и расположения треугольника в пространстве.

Если обозначить сумму углов треугольника через σ, то можно считать, что величина кривизны характеризуется отношением величины $\sigma - 180°$ к площади треугольника. Величина $\sigma - 180°$ в различных геометриях может иметь знак плюс или минус. В соответствии с этим говорят, что пространство имеет положительную или отрицательную кривизну.

В евклидовой геометрии $\sigma - 180° = 0$; поэтому говорят, что евклидово геометрическое пространство имеет нулевую кривизну.

Выше было показано, что, развивая технику измерений, совершенствуя свои знания реального мира, мы неизбежно приходим к необходимости построения геометрии, отличной от евклидовой. Однако евклидова геометрия во многих вопросах является отличным орудием практики, инженерной техники и т. п. Смешон был

бы, например, инженер, который стал бы учитывать, что две вертикальные линии отвеса не параллельны, а пересекаются в центре Земли. Еще меньше оснований у инженера предполагать, что в построенном треугольнике сумма углов отлична от двух прямых.

Евклидова геометрия в таких вопросах с большой точностью описывает реальный мир световых лучей, и не случайно изучение свойств пространства люди начали именно с евклидовой геометрии.

Все это, разумеется, ни в какой мере не умаляет важности неевклидовых геометрий. Они находят себе применение в важнейших теоретических и практических вопросах современной физики и математики.

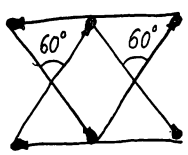
Первая неевклидова геометрия была построена Лобачевским. Многовековая привычка к понятиям евклидовой геометрии не дала возможности даже крупным математикам, современникам Лобачевского, понять его идеи. Триумф этих идей наступил позднее. Теперь они прочно вошли в науку о природе и хорошо известны каждому физику и математику.

Геометрические понятия тесно связаны с физическими явлениями, происходящими в реальном мире. При этом следует иметь в виду, что геометрия применима не только к изучению явлений, связанных с распространением света. Можно рассмотреть и какие-нибудь другие реальные объекты, не имеющие никакого отношения к распространению света. Некоторые из них можно принять за эталон прямизны, подобно тому как это делалось с узкими снопиками световых лучей. Изучая эти объекты, можно подобрать аксиомы и построить соответствующую геометрию. Можно, например, в качестве эталона прямизны принять траектории твердых тел достаточно малого размера, движущихся по инерции, т. е. при отсутствии воздействия на них внешних сил. Полученная при этом геометрия (как и геометрия, построенная для изучения световых лучей) будет лишь в первом приближении совпадать с евклидовой.

Ответы и решения

Ответ к стр. 290. Вот все двузначные «самородки»: 20, 31, 42, 53, 64, 75, 86, 97.

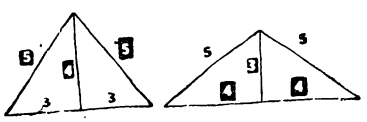
Ответ к стр. 291.



Ответы к стр. 303.

1

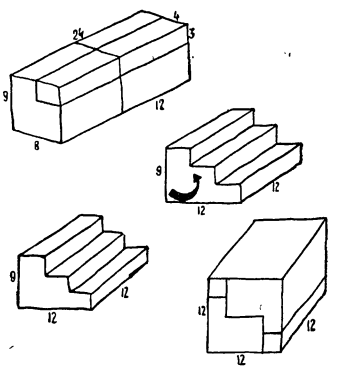
Треугольники равновелики, так как каждый составлен из пары треугольников (3, 4, 5).



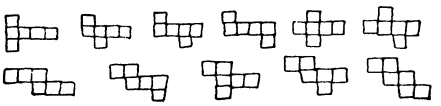
2

Наименьшая возможная площадь у трех равновеликих прямоугольных треугольников 840. Стороны: (40, 42, 58), (24, 70, 74), (15, 112, 113).

3



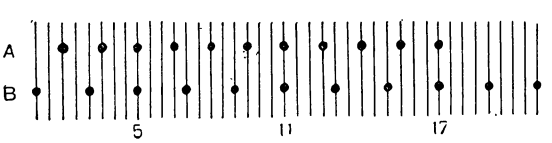
Ответ к стр. 307. Куб имеет 11 разверток различных форм. Из них в шести формах четыре грани куба развертываются в одну полоску; в четырех формах не более трех граней в полоске; в одной — не более двух граней в полоске.

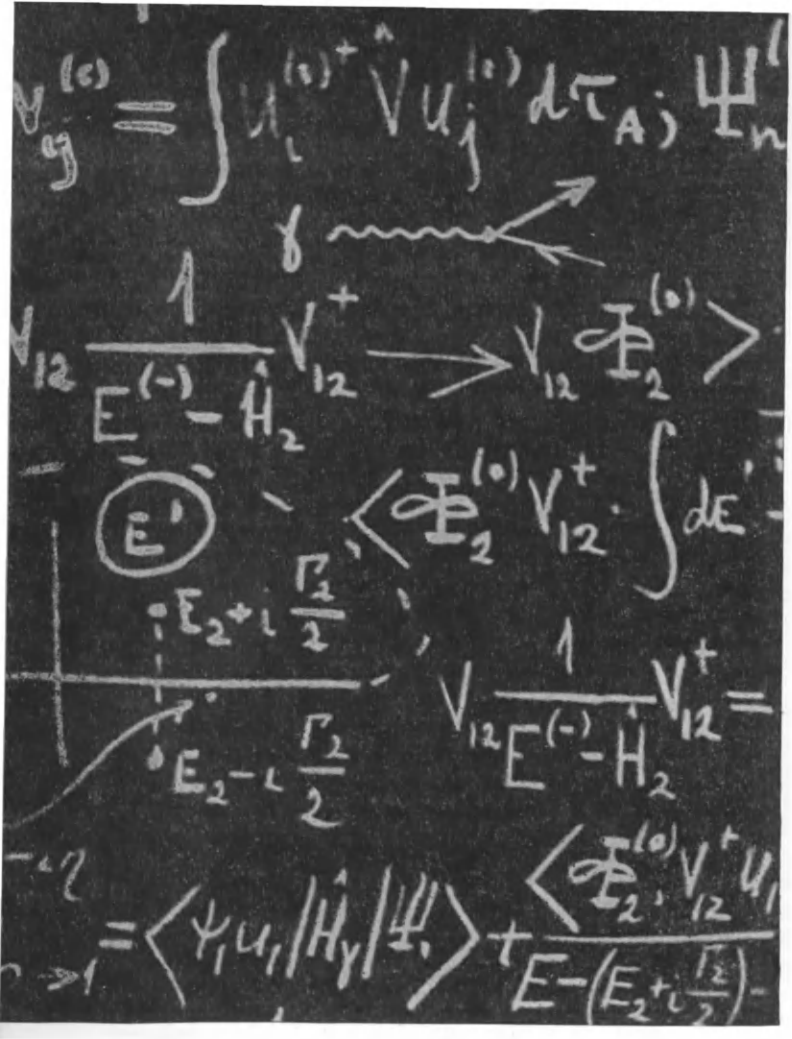


Ответ к стр. 309. Невозможно. Каждый кубик имеет 6 граней. Для получения кубика, расположенного в центре данного куба, должны быть выпилены полностью все шесть граней (у остальных кубиков имеются уже готовые грани). Как ни перекладывай части данного куба, а одним илоским разрезом не получишь более одной грани кубика.

Решение к стр. 312. Построим ряд параллельных отрезков, промежутки между которыми будем считать изображением секунд. Точками изобразим удары боя первых (A) и вторых (B) часов соответственно условию задачи (см. рис.).

Схема показывает, что под номерами 5, 11, 17 удары происходят одновременно и на слух сливаются каждый раз в один удар. Максимальное число ударов для каждых часов в отдельности равно 12, но если бы это было так, то мы насчитали бы 21 удар. На схеме изображены 19 ударов, что соответствует одиннадцати раздельным ударам часов *A* и *B*. Значит, часы показывали 11.





УРАВНЕНИЯ И ФУНКЦИИ

КАК ЛЮДИ УЧИЛИСЬ РЕШАТЬ УРАВНЕНИЯ

Сохранились два замечательных письменных памятника математики египетского народа, каждому из которых около 4 тыс. лет. Первый из них находится в Москве, в Музее изобразительных искусств имени А. С. Пушкина, и называется Московским папирусом. Он составлен около 1900 лет до н. э. Другой памятник, больший по объему, составленный лет на 200 позднее Московского, хранится в Лондоне и имеет заглавие: «Наставление, как достигнуть знания всех темных [трудных] вещей... всех тайн, которые скрывают в себе вещи... Писец [чиновник] Ахмес написал это... со старых рукописей...» Это сборник 85 задач с решениями. Его называют папирусом Ахмеса (иногда папирусом Райнда по имени английского коллекционера, который приобрел этот документ около ста лет назад).

В папирусе Ахмеса наряду с различными другими содержится ряд задач, которые мы решаем при помощи уравнений первой степени.

Египетский автор решает их способом, который затем в течение нескольких тысячелетий употреблялся разными народами для решения подобных задач и называется методом ложного положения.

Это есть тот же метод предположений, который на уроках арифметики применяется и в наше время.

Египтяне за 2000 лет до н. э. имели для обозначения неизвестного числа особый символ и название (последнее произносится «хау» или «аха» и условно переводится словом «куча»).

Вот одна из задач папируса Ахмеса: «Куча. Ее седьмая часть, ее целое. Что составляет 19». Это значит: требуется найти число, которое, будучи сложенным с его седьмой частью, даст в сумме 19. Иными словами, требуется решить уравнение

$$x+\frac{x}{7}=19.$$

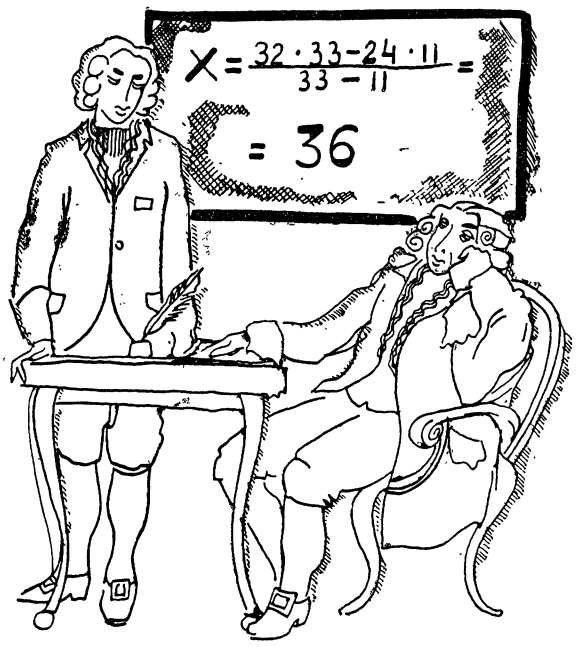
На рис. 1 представлено в виде таблицы египетское решение задачи. Смысл этого решения таков. Предположим, что «куча» есть 7; тогда $\frac{1}{7}$ будет 1 (см. первый столбец). Звездочки означают, что эти числа использованы при решении. При сделанном предположении правая часть решаемого уравнения равнялась бы восьми (7+1), поэтому во втором столбце стоит число 8. Оно меньше требуемого задачей числа 19. Автор в уме удваивает его и получает 16. Дальнейшее удваивание дало бы 32, но это превышает требуемое задачей число 19, и в решении отмечается поэтому звездочкой число 16 как долженствующее войти в искомое решение. Не хватает еще 19—16=3. Автор пробует взять $\frac{1}{2}$ от 8, т. е. 4. Эта доля предположенного числа не может войти в искомое решение, так как надо добавить лишь 3. Тогда решающий берет $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{8}$ от 8, т. е. 2 и 1, отмечает их как составляющее вместе с 16 число 19.

Таким образом, автор установил (второй столбец решения), что первоначально предположенное значение для «кучи» надо взять $2+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$ раз, чтобы удовлетворить условию задачи. Остается 7 умножить на $2+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$ (египтяне, как и многие другие народы, знак «плюс» при сложении не ставили; мы также в смешанных числах пишем $3\ \frac{1}{4}$ вместо $3+\frac{1}{4}$). Автор решения вместо умножения 7 на $2\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}$ умножает $2\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}$ на 7. Для этого в третьем столбце он записывает число $2\frac{1}{4}\ \frac{1}{8}$, затем удвоенное (..) и учетверенное (....) значения его. Эти три числа складываются, и получается для «кучи» значение $16\frac{1}{2}\ \frac{1}{8}$. К нему прибавляется $\frac{1}{7}$ «кучи», т. е. $2\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}$, и это дает в результате 19. Последняя часть решения представляет проверку его и во многих задачах отмечается словами: «будет хорошо».

Рис. 1.

Метод двух ложных положений

В дальнейшем у разных народов был создан метод двух ложных положений, применявшийся еще в XVIII в. Мы находим применение его и в напечатанной в 1703 г. «Арифметике» Л. Ф. Магницкого, которая является первым на русском языке учебником всех разделов школьной математики (арифметики, алгебры, отчасти геометрии и тригонометрии). Вот пример решения Магницким задачи по способу двух ложных положений.



Решение задачи методом двух ложных положений.

З а д а ч а. Отец ученика спросил учителя, сколько у того учится ребят. Учитель ответил, что если бы у него было учеников еще столько, сколько сейчас есть, и полстолька, и четверть столька, и сын спрашивающего, то их было бы ровно 100 человек.

В нашей записи задача сводится к решению уравнения:

$$x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100.$$

Р е ш е н и е п о М а г н и ц к о м у. Делаем первое предположение: учеников было 24. Тогда согласно условию имели бы: $24+24+12+6+1=67$, т. е. на $100-67=33$ меньше требуемого (первое отклонение).

Делаем второе предположение: учеников было 32, тогда $32+32+16+8+1=89$, т. е. на $100-89=11$ меньше требуемого (второе отклонение). На основании веками выработанного правила Магницкий указывает готовый способ нахождения x:

$$x = \frac{32 \cdot 33 - 24 \cdot 11}{33 - 11} = 36.$$

Способ этот заключается в правиле: «Множить первое предположение на второе отклонение и второе предположение на первое отклонение, из большего произведения вычесть меньшее и разность разделить на разность отклонений».

Так же надо поступить в том случае, если при обоих предположениях получилось больше, чем требуется в задаче.

Если при одном предположении получится больше, а при другом — меньше, чем требует условие задачи, то в формуле, по которой вычисляется x, вместо знака «—» надо поставить знак «+». Например, пусть первое предположение 60; тогда: $60+60+30+15+1=166$, $166-100=66$ (избыток). Пусть второе предположение 20; тогда $20+20+10+5+1=56$, $100-56=44$ (недостаток). В таком случае[1]

$$x = \frac{60 \cdot 44 + 20 \cdot 66}{66 + 44} = 36.$$

Введение понятия неизвестного числа

Важным этапом в развитии учения об уравнениях является введение понятия неизвестного числа и символа для его обозначения. Это — «куча» с особым символом для ее обозначения у египтян и соответственно другие названия и обозначения у вавилонян, древних греков, индийцев, народов Средней Азии. У европейских народов систематическое обозначение неизвестного числа разными знаками возникает в средние века. Употребление для этого букв x, y, z окончательно устанавливается в XVII в. в работах Р. Декарта.

Способ решения уравнений первой степени, основывающийся на свойствах арифметических действий, развивался у разных народов в течение ряда веков. Основными приемами при этом были: перенос членов уравнения из одной части равенства в другую с противоположным знаком и приведение (соединение) подобных членов. Первый из этих приемов мог привести к понятию отрицательного числа, которое возникло значительно позже той эпохи, когда человек стал решать задачи, приводящиеся к уравнению первой степени. Вследствие этого уравнению придавали такой вид, чтобы все его члены были положительными, и давали специальные правила для разных видов уравнений с положительными членами. Среднеазиатский математик ал-Хорезми в IX в. ясно понимал, что решение уравнения первой степени сводится к указанным двум операциям: к переносу отдельных членов его из одной части ра-

[1] Правило, применяемое для вычисления x, легко обосновать (см.: И. Я. Депман. Рассказы о математике. М., Детгиз, 1954, стр. 61—62).

венства в другую (аль-джебр) и приведению подобных членов (аль-мукабала). Слово «аль-джебр» означало «восстановление»: при переносе вычитаемого числа (отрицательного члена) из одной части уравнения в другую оно превращается в положительное, т. е. восстанавливается, число. Название «аль-джебр» (aljebr) превратилось в слово «алгебра», употребляемое всеми народами.

Некий математик старого времени выразил правила аль-джебр и аль-мукабала стихами, которые в русском переводе звучат так:

А л ь - д ж е б р

При решеньи уравненья,
Если в части одной,
Безразлично какой,
Встретится член отрицательный;
Мы к обеим частям
Равный член придадим,
Только с знаком другим,
И найдем результат положительный.

А л ь - м у к а б а л а

Дальше смотри, в уравненье
Можно ль сделать приведенье:
Если члены есть подобны,
Соединить их удобно.

Ал-Хорезми широко применял уравнения для решения практических задач «различного рода и сорта» (общим приемом), что привело к установлению у европейских ученых взгляда на начальную алгебру как на общую, или универсальную, арифметику (И. Ньютон — в XVII в., Л. Эйлер — в XVIII в.). Для начальной алгебры, изучаемой в школе, этот взгляд остается в силе и в наше время.

Из древнегреческих математиков способами решения уравнений первой степени, сходными с нашими правилами, по-видимому, владел Диофант (III в. н. э.), но часть его книги о решении уравнений первой степени до нас не дошла. Способы записи уравнений и обозначения, для нас кажущиеся естественными и простыми, окончательно выработались лишь в XVII в. (Ф. Виет, Т. Гарриот, Р. Декарт) и вошли во всеобщее употребление только в XVIII в. под влиянием многочисленных работ Л. Эйлера.

Способы решения систем уравнений первой степени появляются сначала в Индии, Китае, у народов Средней Азии и Ближнего Востока и в Европе с XIII в. (Леонардо Пизанский — XIII в., Лука Пачоли — XV в., Михаил Шти-

Совершенные числа

Число 6 делится на себя, а также на 1, 2 и 3, причем $6 = 1 + 2 + 3$.

Число 28 имеет пять делителей, кроме самого себя: 1, 2, 4, 7 и 14, причем, аналогично, $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$.

Легко заметить, что далеко не всякое натуральное число равно сумме всех своих делителей, отличающихся от этого числа. Числа, которые обладают этим свойством, математиками древней Греции были названы с о в е р ш е н н ы м и.

Каждое такое число обозначим символом Vn, где n — номер, совершенного числа.

Тогда первое, самое меньшее совершенное число $V_1 = 6$.

Может быть, именно поэтому шестое место считалось самым почетным на пирах у древних римлян.

Второе по старшинству совершенное число $V_2 = 28$. В некоторых ученых обществах и академиях полагалось иметь 28 членов. Почти до наших дней дожила эта традиция, идущая из далеких эпох. В Риме в 1917 г. при выполнении подземных работ обнаружилось помещение одной из древнейших академий: зал и вокруг него 28 кабинетов — как раз по числу членов академии.

Лев Николаевич Толстой не раз бывало шутливо «хвастался» тем, что дата его рождения (28 августа по календарю того времени) является совершенным числом. Год рождения Л. Н. Толстого (1828) — тоже интересное число: последние две цифры (28) образуют совершенное число; если обменять местами первые цифры, то получится

$$V_4 = 8128 —$$

четвертое совершенное число.

Третье совершенное число

$$V_3 = 496,$$

причем $496 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248$.

Первые четыре совершенных числа:

6, 28, 496, 8128

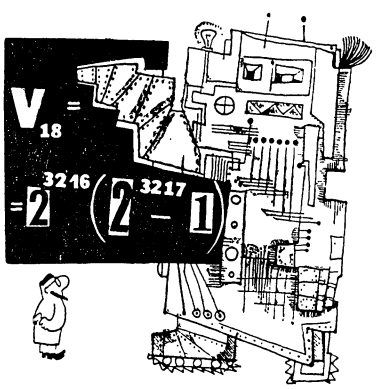
были обнаружены очень давно, 2000 лет назад.

Пятое совершенное число

$$V_5 = 33\,550\,336$$

было выявлено лишь 500 лет назад (в 1460 г.).

В настоящее время зарегистрировано пока 20 совершенных чисел, причем последние восемь были обнаружены с помощью электронных вычислительных машин. Например, восемнадцатое совершенное число состоит из 1937 цифр. $V_{18} = 2^{3216}(2^{3217} - 1)$. (О свойствах совершенных чисел см. на стр. 382.)



фель — XVI в.). Сначала появился способ сложения и вычитания, а затем и другие (подстановки, сравнения). У Ньютона в его лекциях, изданных в 1707 г., применяются уже все эти способы.

Есть ли еще такие числа?

Десятизначное число 4 938 271 605 с неповторяющимися цифрами при делении на 9 дает симметричное частное. Действительно,

4 938 271 605:9=548 696 845.

Полученный результат одинаково читается как слева направо, так и справа налево.

Пока удалось обнаружить еще только два аналогичных десятизначных числа с неповторяющимися цифрами, каждое из которых при делении на 9 дает симметричное частное. Попробуйте открыть эти или аналогичные им числа самостоятельно.

Ответ на стр. 373.

Квадратные уравнения

Уравнения второй степени умели решать вавилоняне во втором тысячелетии до н. э., но их знания в этом вопросе не оказали влияния на развитие европейской науки, так же как и достижения других восточных народов, долго оставшиеся в Европе неизвестными. Древнегреческие математики периода до начала нашего летосчисления решали квадратные уравнения геометрическими построениями. Таково, например, приводимое в наших учебниках деление отрезка в крайнем и среднем отношении, данное Евклидом (III в. до н. э.). В более позднее время Герон и Диофант указали приемы, по существу совпадающие с нашими способами. В рукописях индийских и китайских математиков, написанных в первых веках новой эры, встречаются отрицательные корни квадратных уравнений. Однако индийский математик Бхаскара (XII в.) отмечал: «Люди отрицательных корней не одобряют».

Большие заслуги в развитии учения о квадратных уравнениях имеет уже упомянутый среднеазиатский математик ал-Хорезми. Он дает вывод правила решения квадратного уравнения, который излагается доныне во многих учебниках.

Ал-Хорезми решает уравнение $x^2+10x=39$ (задача 7 его сборника) следующим образом. Искомое x есть сторона квадрата, площадь которого x^2. Построим на каждой стороне квадрата прямоугольники с шириной, равной четверти коэффициента второго члена уравнения, т. е. $\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$. Площадь четырех прямоугольников равна $4\cdot\frac{5}{2}x=10x$.

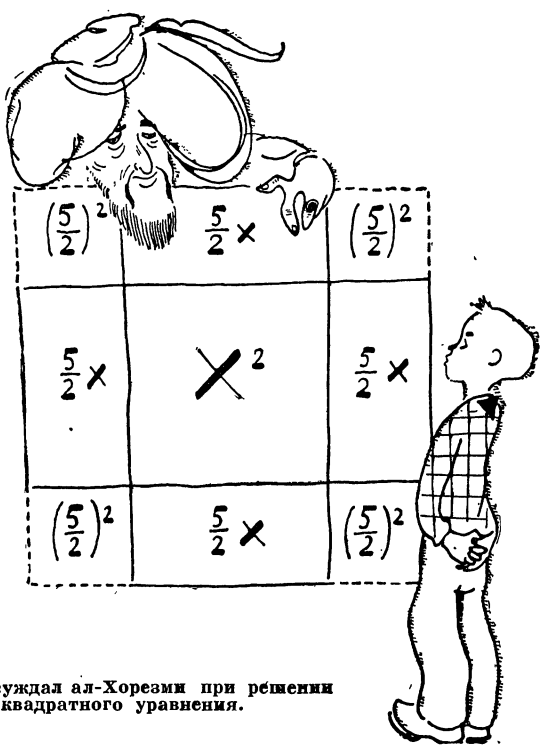
Площадь образовавшейся крестообразной фигуры, обведенной на чертеже сплошными линиями, равна x^2+10x, т. е. левой части данного уравнения (39). Дополним эту фигуру четырьмя квадратиками, площадь каждого из которых равна $\left(\frac{5}{2}\right)^2$. Получаем квадрат, стороны которого равны $x+2\cdot\frac{5}{2}=x+5$. Площадь образовавшегося большого квадрата $(x+5)^2$. Ее мы получили, добавив в крестовидной фигуре с площадью $x^2+10x=39$ площади четырех квадратов со стороной $\frac{5}{2}$, т. е. $4\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^2=25$.

Ал-Хорезми получает:
$(x+5)^2=39+25=64$, $x+5=8$, $x=8-5$, $x=3$.

При буквенных обозначениях для коэффициентов уравнения $x^2+px=q$ и рассмотрении двух значений корня имеем:

$$\left(x+\frac{p}{2}\right)^2=q+\frac{p}{4}^2,\quad x+\frac{p}{2}=\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2+q},$$

$$x_{1,2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2+q}.$$



Так рассуждал ал-Хорезми при решении квадратного уравнения.

В Европе формулами для решения квадратных уравнений различных видов владел Леонардо Пизанский в начале XIII в.; владели ими, конечно, и позднейшие математики. Вывод формулы в общем случае имеется у Ф. Виета (XVI в.), но и он признавал только положительные корни.

Итальянские математики XVI в. (Дж. Кардано, Н. Тарталья, Л. Феррари, Р. Бомбелли) присоединили к положительным корням не только отрицательные, но и мнимые. С этого времени способ решения квадратных уравнений достиг нынешнего вида.

Уравнения степеней выше второй

К уравнениям третьей степени пришли греческие математики (Гиппократ, Архимед и др.) при решении геометрических задач: удвоение куба — нахождение ребра куба, имеющего двойной объем данного куба; трисекция угла — деление произвольного угла на три равные части и др. Геометрическое решение этих задач столкнулось с невозможностью построить циркулем и линейкой отрезок, выражаемый кубическим корнем. Эти задачи решались геометрически при помощи кривых — гиперболы, параболы и др. Все возможные случаи решения кубического уравнения геометрическими методами рассмотрел среднеазиатский математик и знаменитый поэт Омар Хайям на рубеже XI и XII вв. Алгебраическое решение кубического уравнения, т. е. открытие формулы, которая позволяет выразить корни всякого уравнения третьей степени через его коэффициенты, нашли в XVI в. итальянские математики С. Ферро, Н. Тарталья и Дж. Кардано. Эта формула носит имя Кардано, хотя он не являлся основным действующим лицом в данном открытии и сам признавал это. Существенно важным при решении кубического уравнения в общем случае явилось выражение корней в тригонометрической форме.

Алгебраическое решение уравнений четвертой степени в общем случае нашел Л. Феррари, ученик Кардано. Свой особый способ для этого дал Л. Эйлер в 1732 г.

Очень многие крупнейшие математики предпринимали попытки решить алгебраические уравнения пятой степени в общем случае, т. е. пытались найти формулу, при помощи которой можно было бы вычислить корни любого уравнения пятой степени по его коэффициентам. Эти усилия не дали результата. Многие математики (Г. Лейбниц, Л. Эйлер, К. Гаусс) высказывали мысль, что для уравнений пятой и более высоких степеней в общем случае не существует алгебраической формулы для выражения корней через коэффициенты. Доказал это положение в 1824 г. норвежский математик Н. Абель.

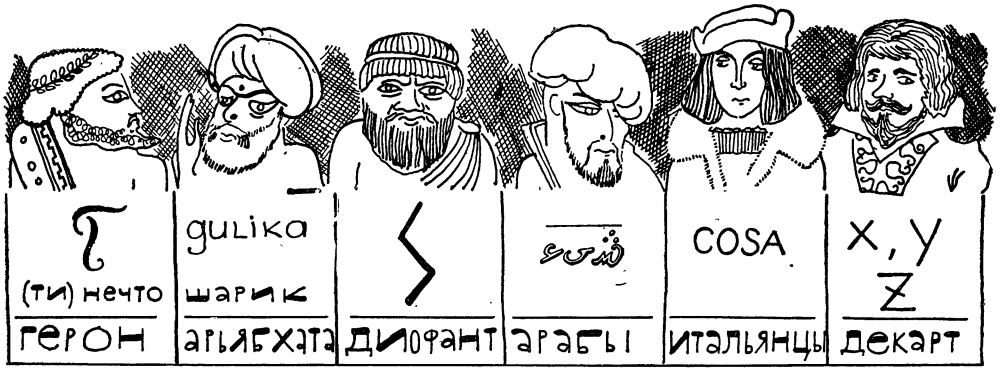
Формула Кардано для решения уравнения $x^3 + px + q = 0$.

Однако многие частные виды таких уравнений могут быть решены алгебраически.

Французский математик Э. Галуа указал в 1830—1832 гг. метод, при помощи которого по виду уравнения можно установить, решается оно алгебраически или нет.

Голландский математик А. Жирар (1629) высказал предположение, что уравнение n-й степени имеет n корней, если считать корнями отрицательные и мнимые выражения (сам Жирар не считал их корнями уравнения). Смелее эту мысль выразил в середине XVII в. Р. Декарт, со всей же определенностью — И. Ньютон в конце XVII в.

Л. Эйлер в 1742 г. заявил, что всякое алгебраическое выражение может быть разложено на множители с действительными коэффициентами первой или второй степени. Эта мысль в иных словах означает, что всякое алгебраическое уравнение имеет корень, который может быть числом действительным или мнимым, одним словом— комплексным.



Так в разное время обозначали неизвестное в уравнениях.

Строго это доказал двадцатидвухлетний К. Гаусс в 1799 г.

Для вычисления приближенных значений корней уравнений высших степеней существует много приемов, которые часто применяются на практике и к уравнениям третьей и четвертой степеней, так как абсолютная точность корня на практике не всегда нужна, а применение формул сложно. Самаркандский математик ал-Каши (XV в.) дал удобную приближенную формулу для нахождения корней уравнений третьей степени, а И. Ньютон и другие — для уравнений любой степени. Очень важный метод для этого дал Н. И. Лобачевский.

Сомножители, производящие кучу нулей

Попытайтесь получить тысячу миллионов (1 000 000 000), перемножая два целых числа, в каждом из которых не было бы ни одного нуля.

Это не головоломка, для решения которой потребовалось бы выполнить много испытаний. Опираясь лишь на самые начальные сведения из алгебры, можно найти метод подбора требуемых сомножителей.

А если метод будет найден, то вы с удовольствием и без больших усилий убедитесь в том, что и квинтиллион (1 000 000 000 000 000 000) легко разлагается на два сомножителя, в каждом из которых нет ни одного нуля.

Ответ на стр. 373.

ЧТО ТАКОЕ КООРДИНАТЫ И ДЛЯ ЧЕГО ОНИ СЛУЖАТ

Когда приходится иметь дело с большим числом (а тем более с бесконечным множеством) предметов, для различения их друг от друга удобно называть их не случайными именами (Ваня, Маша, Лондон, Амазонка...), а так, чтобы по каждому «имени» легко было отыскать соответствующий ему предмет и, наоборот, для каждого предмета легко узнать его имя в данной системе наименований. Адрес: «Такой-то переулок, дом 7, квартира 6» много удобнее, чем то, как писали еще в начале нашего века: «Дом Жукова, квартира Еремеева». На билете написано: «Ряд 5, место 4», или, короче, «5, 4»; эта надпись заменяет «имя» театрального кресла (рис. 1), а сами числа 5, 4 называются его координатами (заметьте, что «4, 5» — это совсем другое кресло: важен порядок). Почти так же просто дать «имя» каждой точке, например, того листа книги, который вы сейчас читаете: расстояние этой точки от левого края листа обозначим через x, расстояние от нижнего края — через y, и будем считать пару чисел (x, y) названием этой точки. Измеряя расстояния сантиметрами, верхнему правому углу страницы дадим «имя» (20, 26), нижнему правому — (20, 0), центру листа — (10, 13). Все точки листа (а их бесконечно много!) получат свои «имена». Подобным же образом каждая точка вашей комнаты получит свое «имя» (x, y, z), здесь x — расстояние (в метрах) от северной стены, y — расстояние от западной стены, z — расстояние точки от пола; вы легко найдете, например, точку (3, 2, 1). Координата x для точки, находящейся за северной стеной, считается отрицательной, так же как y — для точки за западной стеной и z — для точки нижних этажей. Те плоскости,

от которых отсчитываются расстояния x, y, z, называются координатными плоскостями (на каждой из них одна координата равна нулю), а линии их пересечения — осями координат; например, прямая, вдоль которой y и z равны нулю, называется осью x.

Читатель, вероятно, хорошо знает, что такое долгота и широта места на поверхности Земли. Это географические координаты. Так, долгота Москвы +37°,5 (значит, к востоку от гринвичского начального меридиана), а широта +55°,8 (значит, к северу от экватора), поэтому координатное обозначение Москвы записывается так: 37°,5; 55°,8.

К о о р д и н а т ы в г е о м е т р и и. Числа играют важную роль в геометрии. При их помощи мы оцениваем размеры предметов. Длины, площади, объемы после выбора единицы измерения выражаются числами. Можно ли при помощи чисел описать ф о р м у предметов, форму самых причудливых фигур? Мы знаем, что углы треугольника определяют его форму («два треугольника с равными углами подобны», т. е. имеют одинаковую форму), значит, в некоторых случаях числа могут охарактеризовать форму — в данном случае два числа — два угла. Но можно ли форму любой фигуры описать при помощи чисел? Положительный ответ дает координатный метод, введенный в математику в середине XVII в. французскими учеными П. Ферма́ и Р. Декартом[1]. Это способ изучения фигур аналитически, т. е. при помощи вычислений. Ветвь геометрии, изучающая фигуры этим способом, называется а н а л и т и ч е с к о й г е о м е т р и е й.

Чтобы изучать фигуры, нужно прежде всего уметь точно описывать их. Описание должно быть полным: прочтя такое описание, мы должны суметь по нему восстановить фигуру, т. е. построить фигуру точно такую, как та, с которой было составлено описание. Говорят, что таким описанием фигура задана (однозначно), а само описание называют заданием фигуры. Каждую геометрическую фигуру будем представлять себе состоящей из точек: фигура — это множество точек (конечное или бесконечное).

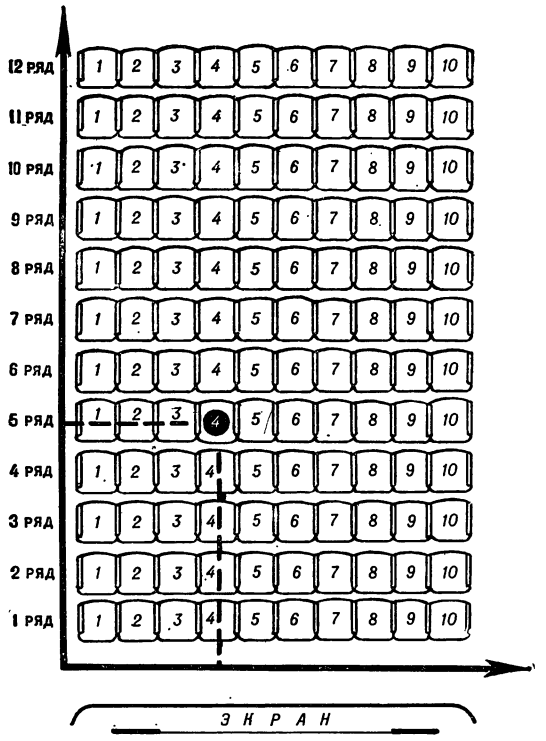
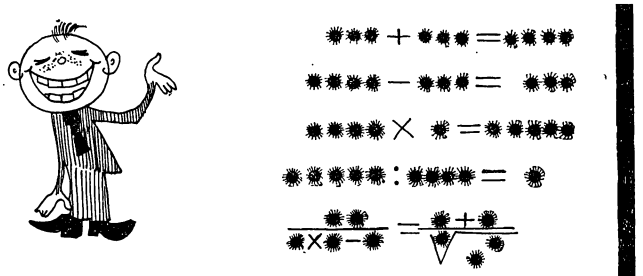


Рис. 1.

Если фигура Ф состоит из конечного числа точек (или конечным числом точек однозначно определяется: например, многоугольник — своими вершинами), то для ее полного описания достаточно задать каждую из этих точек. В случае бесконечного множества точек дело обстоит сложнее (см. стр. 331), но все же сперва нужно уметь задавать положение отдельных точек. Рассмотрим точки и фигуры на плоскости.

Пять зашифрованных действий



Расшифруйте эти пять равенств, заменяя звездочки цифрами так, чтобы в каждом равенстве появились все 10 цифр от 0 до 9.

Числа, образующие первые четыре действия, не должны совпадать.

О т в е т на стр 373.

[1] Идея координат существовала задолго до Ферма и Декарта, ее можно проследить еще в древнем мире: в незапамятные времена художники пользовались координатной сеткой для перенесения изображений на другую плоскость; вероятно, еще древнее — вышивание по канве, которая представляет собой, так сказать, материализованную координатную сетку. Сферическими координатами (долготой и широтой) пользовались астрономы древнего Вавилона и Египта.

Декартовы координаты точки

Положение точки на плоскости можно задать при помощи двух чисел x и y, если предварительно: 1) выбрать на этой плоскости две какие-нибудь взаимно перпендикулярные прямые (обычно одну горизонтальную, другую вертикальную: например, на листе бумаги — нижний и левый его края), 2) снабдить эти прямые направлениями (например, направо и вверх) и 3) условиться о единице для измерения длин (например, сантиметр). Точку O пересечения прямых называют н а ч а л о м, а сами направленные прямые — о с я м и к о о р д и н а т: первую из них — осью Ox или о с ь ю а б с ц и с с, вторую — осью Oy или о с ь ю о р д и н а т. Теперь для задания положения точки нужно лишь указать: 1) на каком расстоянии от оси Oy она находится: это расстояние, взятое со знаком «+» или «—», обозначается буквой x и называется а б с ц и с с о й точки; 2) на каком расстоянии она лежит от оси Ox; это расстояние, со знаком «+» или «—», обозначается y и называется ее о р д и н а т о й. Если точка лежит по ту сторону от оси Oy, куда направлена ось Ox, то для абсциссы берут знак «+»; в противном случае — знак «—». Подобным же образом выбирается знак «+» или «—» для ординаты. У точек самой оси Ox ординаты равны нулю ($y=0$), у точек оси Oy абсциссы равны нулю ($x=0$). Если у точки A абсцисса равна x, а ордината равна y, то пишут: $A(x; y)$ (рис. 2). Числа x, y называют декартовыми координатами точки $(x; y)$. В обозначении $(x; y)$ на первом месте всегда стоит абсцисса, на втором — ордината. На рис. 3 указаны знаки координат для точек различных координатных углов (четвертей, или квадрантов): на первом месте — знак абсциссы, на втором — знак ординаты. Обе координаты начала O равны нулю, что записывают так: $O(0; 0)$.

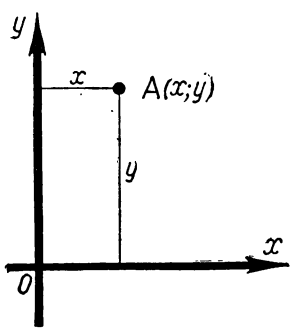


Рис. 2.

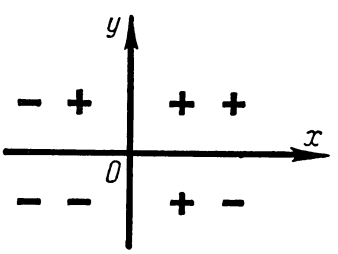


Рис. 3.

З а д а ч а 1. Проверьте правильность обозначения точек на рис. 4.

Нужно привыкнуть безошибочно решать при заданном расположении и направлении осей и заданной единице длины две первоначальные задачи: 1) найти координаты каждой указанной на рисунке точки, 2) по заданным координатам x, y построить точку $(x; y)$.

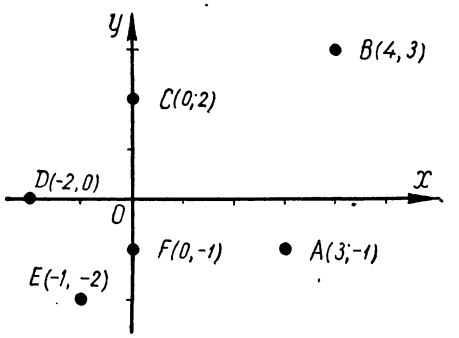


Рис. 4.

Вот пример более сложной задачи:

З а д а ч а 2. Построить пятиугольник $ABCDE$, если $A(-3; 1)$, $B(2; -2)$, $C(0; 3\frac{1}{2})$, $D(-2; -2)$, $E(3; 1)$.

З а д а ч а 3. Какую фигуру образуют все точки, у которых: 1) абсцисса равна нулю ($x=0$); 2) ордината больше двух ($y>2$); 3) абсцисса равна ординате ($x=y$); 4) $x=-y$; 5) $|x|=|y|$ (где $|x|$ — обозначение для абсолютной величины числа x: если x отрицательно, то $|x|=-x$, в противном случае $|x|=x$); 6) $x=0$ и $y>2$.

Простейшие задачи

При решении геометрических задач координатным методом постоянно приходится опираться на несколько совсем простых стандартных задач: определение расстояния между точками, отыскание середины отрезка и др. При этом нужно иметь в виду, что выражение «дана точка» означает, что дано ее координатное обозначение $(x; y)$, т. е. заданы два числа x, y. «Найти точку» — означает найти ее координатное обозначение $(x; y)$.

1) Расстояние между двумя точками.

З а д а ч а. Даны две точки $A_1(x_1; y_1)$ и $A_2(x_2; y_2)$. Найти расстояние между ними (рис. 5).

Проведя вспомогательные линии, читатель без труда убедится, что искомое расстояние

d служит гипотенузой треугольника с катетами $|x_2-x_1|$ и $|y_2-y_1|$, поэтому

$$d = +\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} \qquad (1)$$

(при возведении в квадрат знак абсолютной величины опущен, что, конечно, не меняет результата).

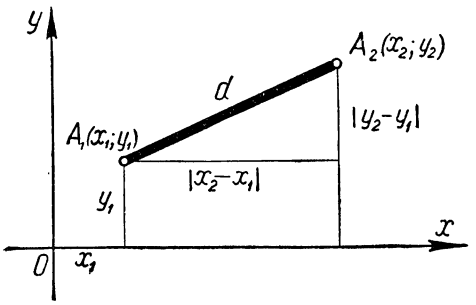


Рис. 5.

Важно заметить, что формула (1) верна при любом расположении точек A_1 и A_2. Проверьте, что, например, для A_1 (—1; —2), A_2 (3; —5) катеты будут действительно равны |3—(—1)| и |(—5)—(—2)| и формула (1) дает:

$d = +\sqrt{4^2+(-3)^2} = 5$.

Для аналитической геометрии общность формул имеет очень большое значение. Благодаря этой общности при решении задач аналитически не нужно задумываться о том или ином расположении данных точек; можно решать задачу, даже не глядя на чертеж. Если чертеж и делается, то обычно лишь приблизительный, который служит только схемой, местом, куда записываются данные (координатные обозначения точек и пр.), а затем заносятся и найденные уже промежуточные и, наконец, окончательные результаты.

2) Середина отрезка.

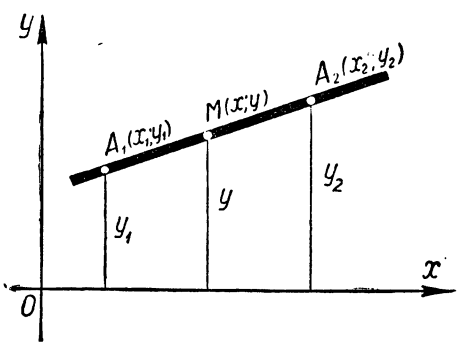


Рис. 6.

З а д а ч а. Даны концы отрезка $A_1(x_1; y_1)$, $A_2(x_2; y_2)$. Найти его середину M. Обозначим координаты искомой середины M через x, y: $M(x; y)$. Теперь, из рис. 6, видно, что ордината y служит средней линией трапеции, поэтому

$$y = \frac{y_1+y_2}{2}, \qquad (2)$$

точно так же

$$x = \frac{x_1+x_2}{2}. \qquad (2)$$

Если знаки y_1 и y_2 противоположны, то это доказательство неубедительно, однако формулы (2) остаются справедливыми во всех случаях. Проверьте это.

З а д а ч а 4. Дан треугольник ABC: $A(12; 6)$, B (—2; 4), C (6; —2). Найти длины его сторон и медиан.

З а д а ч а 5. На оси Ox найти точку M, которая находилась бы от точки A (3; —1) на расстоянии, равном 5.

Р е ш е н и е. Обозначим координаты искомой точки M через $(x; y)$. Она лежит на оси x, следовательно, $y=0$. Остается определить x. Записав аналитически (см. формулу (1) условие задачи: $AM=5$, получим уравнение для определения x

З а д а ч а 6. Найти точку M $(x; y)$, находящуюся на равных расстояниях от осей координат и удаленную на 5 единиц от точки A (—1; 6). Для определения x, y нужно лишь решить систему $|x|=|y|$, $(x+1)^2+(y-6)^2=5^2$. Всего четыре ответа.

Задание фигуры, состоящей из бесчисленного множества точек

Для задания фигуры Ф в этом случае стараются подыскать такое условие, которому: 1) удовлетворяют координаты x, y всех точек из Ф; 2) не удовлетворяет ни одна чужая точка (т. е. не принадлежащая Ф). То, что здесь сказано, станет понятнее на следующих примерах:

1. Подыщем условие для фигуры, состоящей из всех точек оси Ox. Координаты всех ее точек удовлетворяют уравнению $y=0$, и, конечно, ни одна чужая точка ему не удовлетворяет, так как она лежит либо выше оси Ox (тогда $y>0$), либо ниже (тогда $y<0$). Уравнение $y=0$ и служит искомым условием.

2. Все точки биссектрисы координатного угла xOy удовлетворяют уравнению $x=y$, и ни одна чужая точка. (Биссектриса считается продолженной бесконечно в обе стороны.)

3. Все точки внутренней части координатного угла xOy удовлетворяют системе неравенств $x>0$, $y>0$. Эта система служит усло-

вием, задающим фигуру Ф — внутренность угла xOy.

4. Все точки M $(x; y)$ окружности радиуса 5 с центром в начале координат удовлетворяют уравнению $x^2+y^2=25$, так как для любой ее точки расстояние от начала равно 5: $OM=5$, или, на основании теоремы Пифагора, $\sqrt{x^2+y^2}=5$, что равносильно написанному выше уравнению. Для всех лежащих внутри окружности точек $OM<5$, т. е. $x^2+y^2<25$; для всех лежащих вне окружности $OM>5$, или $x^2+y^2>25$. Итак, для всех точек нашей окружности, и только для них, справедливо уравнение

$$x^2+y^2-25=0.$$

Такое уравнение, которому удовлетворяют все точки некоторой линии и не удовлетворяет ни одна посторонняя точка, называется уравнением этой линии; x, y в уравнении линии называют текущими координатами.

Отметьте на чертеже точки с целочисленными координатами, для которых левая часть $x^2+y^2-25>0$, знаком «+»; те, для которых она отрицательна,—знаком «—»; точки, где она равна нулю, заключите в совсем маленький кружочек. Можно ограничиться, например, лишь теми целочисленными точками, для которых $|x|+|y|\geqslant 8$. Проделав это, вы отчетливо поймете, что́ на координатной плоскости соответствует уравнению, что́— неравенству (рис. 7).

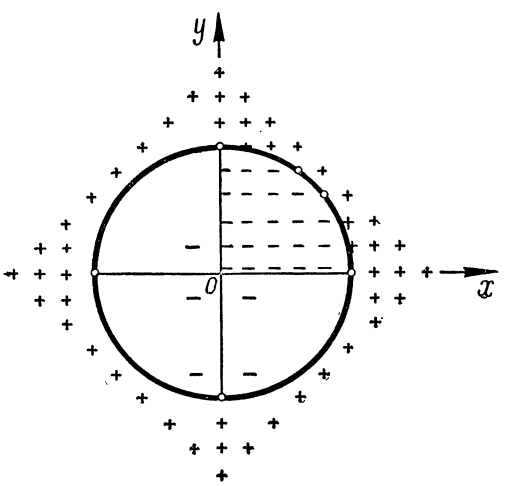


Рис. 7.

5. Уравнение $x+y=5$ представляет собой уравнение прямой. Попробуйте доказать это сами! (Ниже будет показано, что всякое уравнение первой степени между x и y дает уравнение некоторой прямой.) Построить эту прямую (как и всякую) очень просто: достаточно подобрать две точки, удовлетворяющие этому уравнению, например (0; 5) и (1; 4), и затем, построив их, соединить линейкой. Снова заметим: прямая делит плоскость на две части, для одной из них (верхней) $x+y>5$, для другой $x+y<5$.

6. Попробуйте выяснить геометрический смысл неравенства $|x|+|y|<5$. Для этого сначала следует построить линию $|x|+|y|=5$. (Мы говорим: «линия $|x|+|y|=5$»; это значит — линия, определенная уравнением $|x|+|y|=5$.) Она состоит из четырех частей. Построение следует вести отдельно в каждой из координатных четвертей: 1) при $x\geqslant 0$, $y\geqslant 0$, 2) при $x<0$, $y\geqslant 0$, 3) при $x<0$, $y<0$ и 4) при $x\geqslant 0$, $y<0$.

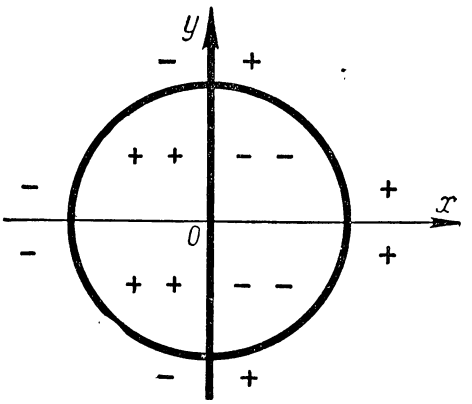


Рис. 8.

7. Уравнение $x^3+xy^2-4x=0$ определяет фигуру, составленную из окружности и вертикальной прямой, проходящей через ее центр. Действительно, данное уравнение можно переписать так: $x(x^2+y^2-4)=0$, но произведение может быть равно нулю тогда, и только тогда, когда хоть один из множителей равен нулю, т. е. $x=0$, или $x^2+y^2-4=0$; первое есть уравнение оси Oy, второе — окружности (рис. 8).

8. $y=x^2$ служит уравнением параболы. Построим ее по уравнению. Для этого напишем сначала таблицу, помещая в первой ее графе произвольные значения x, например $x=-3$, $-2\frac{1}{2}$, $-1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots$, а во второй — соответствующие значения $y=9, 6\frac{1}{4}, 1, 0, 1, 4, 9, 16, \ldots$. Если бы мы были в состоянии составить таблицу для всего бесконечного множества действительных чисел x и соответствующих y, а затем построили бы все такие точки $(x; y)$, то эти точки сами заполнили бы собой всю искомую кривую (рис. 9). Фактически же мы вычислили координаты лишь точек: $(-3; 9)$, $(-2\frac{1}{2}; 6\frac{1}{4})$, $(-1; 1)$, $(0; 0)$; $(1; 1)$, $(2; 4)$, $(3; 9)$, $(4; 16)$. Соединив их от руки плавной кривой (этим мы заполняем пробелы, соответствующие проме-

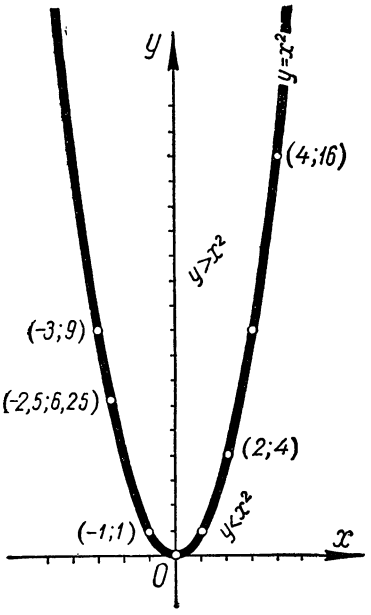


Рис. 9.

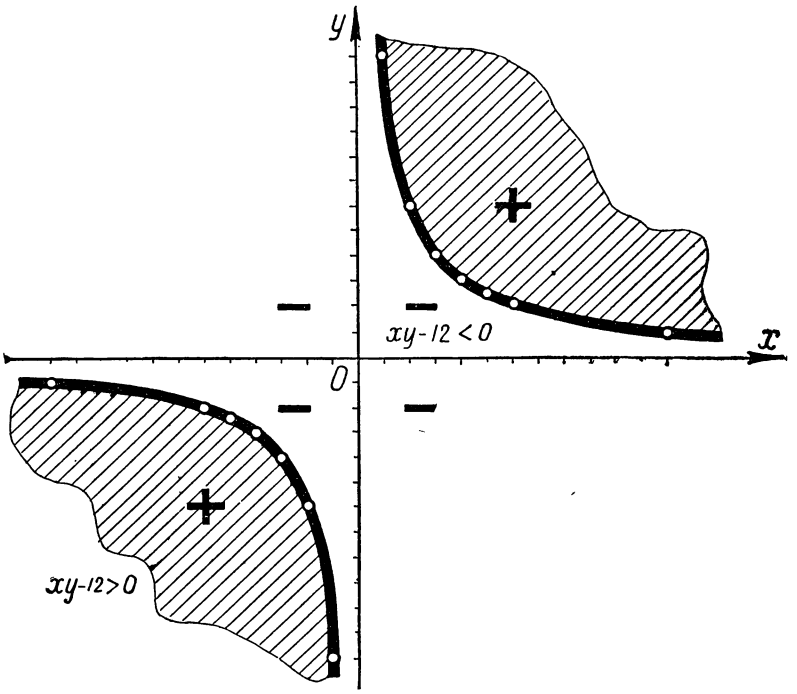


Рис. 10.

жуточным значениям x, не включенным в таблицу), получим кусок параболы между точками (—3; 9) и (4; 16). Конечно, это приблизительное построение; оно будет тем точнее, чем больше построим промежуточных точек.

Заметим, что неравенство $y>x^2$ определяет часть плоскости над параболой, а неравенство $y<x^2$ — часть плоскости под ней.

9. Уравнение $xy=12$ (рис. 10) определяет на плоскости хорошо известную вам кривую — гиперболу (вспомните геометрическое изображение закона Бойля—Мариотта). Для ее построения решим уравнение относительно y:

$$y=\frac{12}{x}$$

и далее строим по точкам, как это делалось в предыдущей задаче.

Прямая

Прямая — это простейшая из линий; уравнение первой степени — простейшее из уравнений. И вот оказывается, что: 1) всякая прямая задается некоторым уравнением первой степени и 2) все точки, удовлетворяющие заданному уравнению первой степени относительно x и y, заполняют некоторую прямую, т. е. такое уравнение и служит уравнением прямой.

Докажем, что:

1. Уравнение всякой прямой есть уравнение первой степени.

Прежде всего это ясно для прямой, параллельной оси Oy (в частности, и для самой оси Oy), так как у всех точек такой прямой абсцисса одна и та же, т. е. равна некоторому постоянному a; $x=a$ — это и есть уравнение рассматриваемой прямой, но оно первой степени.

Рассмотрим теперь любую прямую n, непараллельную Oy. Она пересекает Oy в некоторой точке B (0; b) (абсцисса точки B равна нулю, а ордината имеет некоторое значение b). Передвинем прямую n параллельно себе так, чтобы она прошла через начало O (0; 0). Составим прежде всего уравнение этой вспомогательной прямой. На ней найдется точка E с абсциссой, равной 1 (это точка ее пересечения с прямой $x=1$); пусть ордината этой точки равна числу k: E (1; k). Тогда для любой точки нашей прямой $y:x=k:1$. Действительно, треугольники OM_1M и OE_1E подобны, поэтому их катеты $|y|$, $|x|$, $|k|$, 1 пропорциональны $|y|:|x|=k:1$ (рис. 11). Остается проверить лишь знаки: чертеж показывает, что если k положительно, то для любой точки прямой OE непременно x и y будут или оба положительны, или оба отрицательны. Значит, равны и знаки отношений $y:x$, $k:1$. Если k отрицательно, то знаки

x и y противоположны (рис. 12) и равенство $y:x=k$: 1, или $y=kx$, остается в силе. При $k=0$ точка E лежит на оси x, прямая OE совпадает с осью Ox, а уравнение $y=kx$ превращается в $y=0$. Итак, при любом k уравнением вспомогательной прямой OE служит равенство $y=kx$.

Вернемся теперь к первоначальной прямой n; ее можно получить из вспомогательной прямой OE сдвигом в направлении оси y на отрезок b. Это значит, что каждая ее точка пере-

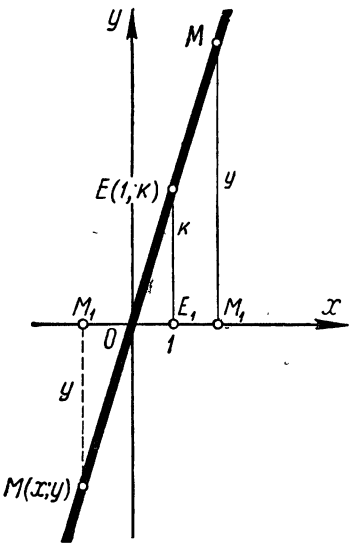


Рис. 11.

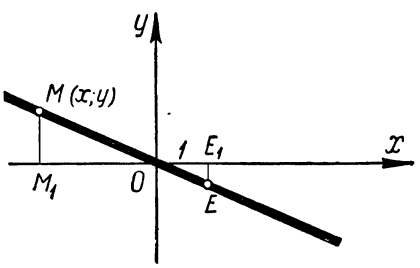


Рис. 12.

мещается в направлении оси Oy на b (если $b>0$ — вверх, если $b<0$ — вниз). Ордината каждой точки при этом изменится на одно и то же число b, а абсцисса останется прежней; вместо уравнения $y=kx$ вспомогательной прямой мы теперь получим:

$$y = kx + b.$$

Это и будет уравнением прямой n. (Напомним, что ни одна чужая точка этому уравнению не удовлетворяет: для точек, лежащих выше нашей прямой, $y>kx+b$, для точек, лежащих ниже, $y<kx+b$; k называется угловым коэффициентом прямой, b — начальной ординатой.) Из треугольника OEE_1 легко выяснить геометрический смысл углового коэффициента прямой: это тангенс угла, который наша прямая образует с положительным направлением оси Ox. Если угол тупой, то k отрицательно.

2. Всякое уравнение первой степени

$$Ax + By + C = 0 \qquad (3)$$

есть уравнение некоторой прямой. Действительно, A и B сразу оба не могут быть равны нулю (так как тогда наше уравнение не было бы первой степени). Пусть, например, $B\neq 0$, тогда уравнение можно разрешить относительно y; оно примет вид: $y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$. Если теперь построить прямую с угловым коэффициентом k, равным $-\frac{A}{B}$, и начальной ординатой b, равной $-\frac{C}{B}$, то, как мы уже видели, ее уравнение будет: $y=kx+b$, или $y = -\frac{A}{B}x + \left(-\frac{C}{B}\right)$, т. е. равносильно заданному. (Случай $B=0; A\neq 0$ приведет к уравнению $x = -\frac{C}{A}$, т. е. x постоянно. Это уравнение прямой, параллельной оси Oy; при $C=0$ — сама ось Oy.)

Основные задачи на прямую

Как мы видели, прямая однозначно определяется ее уравнением. Поэтому уравнение прямой может служить как бы ее «именем»; постоянно говорят: «прямая $Ax+By+C=0$»; это значит, что прямая задана уравнением $Ax+By+C=0$.

1) Построение прямой по ее уравнению. Чтобы построить прямую по ее уравнению, проще всего найти какие-нибудь две точки, удовлетворяющие этому уравнению; построив их, проводим через них прямую.

Пример. Построить прямую $2x-3y+8=0$. Этому уравнению удовлетворяют точки $(-4; 0)$, $(-1; 2)$, $(5; 6)$,... . Строим какие-нибудь две из них (лучше не слишком близкие, иначе проведение через них прямой по линейке не будет достаточно точным), например $(-4; 0)$ и $(5; 6)$, и соединяем линейкой.

2) Даны две различные точки A_1 $(x_1; y_1)$ и A_2 $(x_2; y_2)$. Найти прямую A_1A_2. (Это значит найти ее уравнение.)

Проверим, что искомое уравнение можно записать так:

$$(x-x_1)\cdot(y_2-y_1)-(y-y_1)\cdot(x_2-x_1)=0. \quad (4)$$

Прежде всего это уравнение первой степени относительно текущих координат x, y,—значит, оно есть уравнение прямой. Подставив вместо текущих координат x и y сначала x_1 и y_1, а затем x_2 и y_2, убеждаемся каждый раз, что уравнение обращается в тождество,—значит, эта прямая проходит и через точку $(x_1; y_1)$, и через точку $(x_2; y_2)$.

Обычно уравнение (4) записывают в более удобной для запоминания форме:

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}. \quad (4')$$

Однако последняя перестает служить, если $x_1=x_2$ или $y_1=y_2$.

3) Даны две прямые: $Ax+By+C=0$ и $A'x+B'y+C'=0$. Найти точку их пересечения. Точка пересечения лежит на той и на другой прямой, следовательно, ее координаты должны удовлетворять обоим уравнениям. Итак, для нахождения их надо решить совместно эти уравнения (система двух уравнений с двумя неизвестными).

4) Как следует из сказанного ранее, угловой коэффициент k характеризует направление прямой, поэтому равенство угловых коэффициентов двух прямых означает их параллельность. Так как $k=-\frac{A}{B}$, то условие параллельности ($k=k'$) прямых $Ax+By+C=0$ и $A'x+B'y+C'=0$ может быть записано и так:

$$A:B=A':B'. \quad (5)$$

5) Условие перпендикулярности. Если прямые перпендикулярны, то углы α и α', образуемые ими с осью Ox, разнятся на $90°$: $\alpha'=\alpha+90°$, поэтому их угловые коэффициенты k и k' удовлетворяют равенству $kk'=-1$. Это легче всего усмотреть из рис. 13: на нем треугольник OEE' прямоугольный, k и $-k'$ служат проекциями катетов на гипотенузу, поэтому их произведение равно квадрату высоты: $k\cdot(-k')=OE_1^2=1$. Иначе условие перпендикулярности пишут в виде: $k'=-\frac{1}{k}$ или, в силу равенств

$$k=-\frac{A}{B}, \quad k'=-\frac{A}{B},$$

в виде:

$$AA'+BB'=0. \quad (6)$$

З а д а ч а 7. Через точку (2;—3) провести прямую, перпендикулярную прямой $4x-3y+2=0$.

Р е ш е н и е. Для изменения направления на перпендикулярное достаточно (выполняя условие (6) обменять местами коэффициенты A, B и у одного из них изменить знак: $A=4$, $B=-3$; теперь возьмем $A'=+3$, $B'=4$. Уравнение искомой прямой уже можно написать: $3x+4y+C'=0$. Неизвестный пока член C' определится из требования, чтобы данная точка (2; —3) лежала на этой прямой: $3\cdot2+4\cdot(-3)+C'=0$, или $C'=6$.

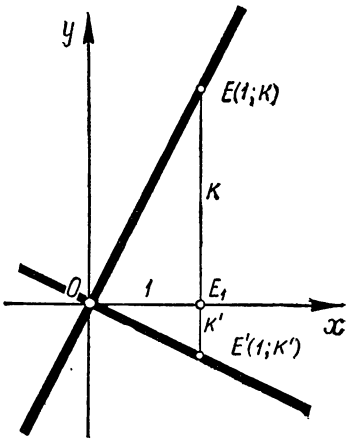


Рис. 13.

О т в е т: $3x+4y+6=0$.

6) Расстояние между точкой и прямой. Решим частный случай этой задачи: найти длину p перпендикуляра из начала O (0; 0) на прямую $Ax+By+C=0$. Решение удобно вести по такой схеме:

1. Найти уравнение перпендикуляра из O (0; 0) на $Ax+By+C=0$ (см. задачу 7).

О т в е т: $Bx-Ay=0$.

2. Проекция O' начала O на данную прямую получается совместным решением уравнений:

$$Ax+By+C=0 \text{ и } Bx-Ay=0.$$

О т в е т: $x=-\frac{CA}{A^2+B^2}$, $y=-\frac{CB}{A^2+B^2}$.

3. Остается найти искомое расстояние p как расстояние между O и O':

$$p=+\sqrt{(x-0)^2+(y-0)^2}=$$
$$=+\sqrt{\frac{C^2A^2}{(A^2+B^2)^2}+\frac{C^2B^2}{(A^2+B^2)^2}}=\frac{|C|}{+\sqrt{A^2+B^2}}. \quad (7)$$

Общий случай: «найти расстояние d от точки $P_0(x_0; y_0)$ до прямой $Ax+By+C=0$»— может быть решен тем же путем. В результате получим, что искомое расстояние

$$d=\frac{|C|}{+\sqrt{A^2+B^2}}=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{+\sqrt{A^2+B^2}}, \quad (7')$$

т. е. расстояние от точки $(x_0;y_0)$ до прямой $Ax+By+C=0$, равно частному от деления абсолютной величины результата подстановки в левую часть уравнения прямой координат точки $(x_0;y_0)$ на «нормирующий» корень $\sqrt{A^2+B^2}$.

Окружность

Как известно, окружностью называется множество точек плоскости, находящихся от заданной точки C (центра) на заданном расстоянии R (радиус). Запишем это определение аналитически относительно декартовой системы координат. Пусть $C\,(a;\,b)$. Тогда для любой точки $P\,(x;\,y)$ окружности $PC=R$, т. е.

$$\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}=R,$$

или

$$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2. \qquad (8)$$

Это и есть (общее) уравнение окружности. Раскрыв в нем скобки

$$x^2+y^2-2ax-2by+a^2+b^2-R^2=0,$$

убеждаемся, что это есть частный случай общего уравнения второй степени относительно x и y:

$$Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0. \qquad (9)$$

В нашем случае $A=C=1$, $B=0$. Оказывается, что всякое уравнение второй степени относительно декартовых координат x, y, в котором коэффициенты при x^2 и y^2 равны (и по абсолютной величине и по знаку: $A=C$), а коэффициент при xy равен нулю ($B=0$), либо является уравнением некоторой окружности (быть может, нулевого радиуса), либо ни одна (действительная) точка плоскости ему не удовлетворяет.

Задача 8. Построить окружность $2x^2+2y^2+3y=0$. Пишем уравнение так:

$$x^2+y^2+\frac{3}{2}y+\frac{9}{16}=\frac{9}{16},$$

или $x^2+\left(y+\frac{3}{4}\right)^2=\left(\frac{3}{4}\right)^2$. Сравнивая с общим уравнением окружности, видим, что $a=0, b=-\frac{3}{4}$, $R=\frac{3}{4}$. Теперь легко выполнить построение.

Если в общем уравнении второй степени $A\neq C$ или $B\neq 0$, то такое уравнение уже не будет задавать окружности. Оказывается, возможны здесь только такие линии: парабола, эллипс (см. пример 2 на стр. 336, 337), гипербола или (если левая часть уравнения разлагается на множители первой степени) пара прямых. Все они называются линиями второго порядка. Впрочем, бывает и так, что ни одна точка плоскости уравнению не удовлетворяет, например: $2x^2+3y^2+1=0$ (мнимый эллипс).

Координатная система в поэзии Н. А. Некрасова

> ... идите по лесу
> Против столба тринадцатого
> Прямехонько версту:
> Придете на поляночку,
> Стоят на той поляночке
> Две старые сосны ...
> (*Кому на Руси жить хорошо*).

«Тринадцатого» и «версту» — координаты поляночки с двумя старыми соснами.

Аналитическое решение геометрических задач

При решении геометрической задачи аналитическим методом прежде всего выбирают систему координат (от удачного выбора ее зависит простота вычислений). Затем находят в этой системе координаты заданных точек и уравнения заданных прямых, окружностей и т. д. Этим задача переводится на аналитический язык и превращается в задачу аналитической геометрии.

Пример 1. Доказать, что три высоты треугольника ABC всегда пересекаются в одной точке.

Примем одну из высот OC за ось Oy, а соответствующее основание AB — за ось Ox. Координатное обозначение вершин: $A\,(-p;\,0)$, $B(q;\,0)$, $C\,(0;\,h)$ (h — высота, p, q — проекции сторон CA и CB на основание). По формуле (4) составляем уравнения боковых сторон:

$$hx-py+ph=0\ (CA),$$

$$hx+qy+ph=0\ (CB).$$

(Сделайте проверку: $(-p;\,0)$ лежит на CA, $(0;\,h)$ — тоже.) Составляем уравнения боковых высот: $px+hy=pq$, $qx-hy=-pq$ (см. задачу 7). Точка пересечения $(0;\,\frac{pq}{h})$, найденная совместным решением их уравнений, очевидно, лежит на третьей высоте, так как ее абсцисса равна нулю, и т. д.

Пример 2. Эллипс. Выяснить, какую кривую опишет точка тонкой прямолинейной палочки, скользящей своими концами по неподвижным взаимно перпендикулярным прямым Ox и Oy.

Примем эти прямые за оси координат. Расстояния точки от концов палочки обозначим

через a и b (постоянные числа, так как точка по палочке не двигается).

Обозначим через t (переменный) угол, образованный палочкой с отрицательным направлением оси Ox. На рис. 14 видно, что

$$x=a\cos t,\quad y=b\sin t.$$

Эти два уравнения можно рассматривать как особый вид уравнений кривой. Здесь связь между x и y задана при помощи вспомогательного переменного (параметра) t. Такие уравнения кривой называются параметрическими.

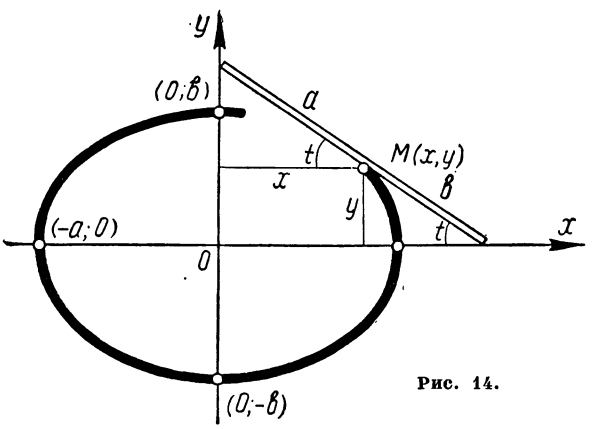


Рис. 14.

По ним построение кривой делают так: дают произвольные значения параметру t, каждый раз вычисляя соответствующие значения x и y, что определяет точку кривой. Так, точка за точкой можно построить сколько угодно точек кривой. Если вы хотите получить обычное ее уравнение, следует исключить из параметрических уравнений параметр t (не всегда это легко сделать!), т. е. составить их следствие, не содержащее t. В данном случае, деля эти уравнения: первое — на a, второе — на b, возводя в квадрат и складывая, получим:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2+\left(\frac{y}{b}\right)^2=\sin^2 t+\cos^2 t=1, \text{ или}$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1. \qquad (10)$$

Это простейшее уравнение эллипса. Эллипс — кривая, получаемая из круга равномерным растяжением или сжатием в одном направлении (см. статью «Геометрические преобразования»). Как известно, по эллипсам движутся планеты вокруг Солнца (первый закон Кеплера), искусственные спутники вокруг Земли.

Эллипсограф. Из рассмотренной только что задачи вытекает конструкция прибора для черчения эллипсов (эллиптический циркуль, или эллипсограф). Для этого нужно лишь к подвижной палочке прикрепить карандаш, который можно было бы закреплять винтом в различных положениях на палочке. Этот карандаш при описанном выше движении палочки вычертит эллипс, полуоси которого a, b зависят от того, в какой точке палочки закреплен карандаш. Из уравнения (10) следует, что середина палочки описывает окружность, ведь для середины $a=b$! На рис. 15 показан эллипсограф несколько иной конструкции.

Неразрешимые задачи на построение

Сталкиваясь впервые с задачами на построение, которые не могут быть решены циркулем и линейкой, всякий испытывает сначала неудовлетворенность,—как это нельзя решить? Между тем в этом нет ничего странного, просто циркуль и линейка— недостаточно сильные (может быть, лучше сказать — недостаточно тонкие) инструменты для решения некоторых задач. Таковы, например, задачи о делении произвольного угла на три равные части (трисекция угла) и об удвоении куба («Построить ребро куба двойного объема по сравнению с данным кубом»). Некоторые из таких задач становятся разрешимыми, если к линейке и циркулю присоединить, например, прибор, вычерчивающий параболу, или эллипсограф.

Чтобы разобраться, какие же задачи разрешимы с помощью циркуля и линейки,

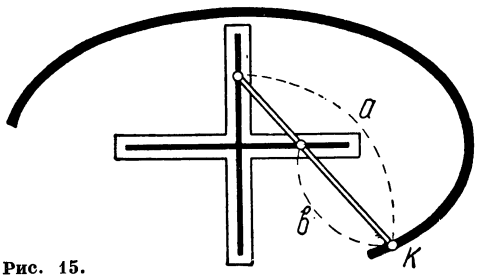


Рис. 15.

будем рассуждать так. Линейка дает возможность строить прямую, проходящую через две уже построенные точки, находить точки пересечения прямых. Присоединяя к линейке циркуль, мы можем строить окружности любых данных радиусов с заданным центром, находить точки пересечения двух окружностей и окружности с прямой. Подойдем к вопросу аналитически. Прежде всего заметим, что одна линейка дает возможность решать лишь за-

дачи первой степени: например, пересечение двух прямых соответствует в декартовых координатах решению системы двух уравнений первой степени с двумя неизвестными. Присоединив циркуль, мы, оказывается, можем уже решать все задачи второй степени, т. е. такие, которые аналитически сводятся к решению ряда квадратных уравнений с одним неизвестным. Ведь пересечение прямой с окружностью означает совместное решение уравнения окружности и уравнения прямой; после исключения одной координаты получается квадратное уравнение с одной неизвестной координатой. Пересечение двух окружностей можно заменить пересечением одной из них с хордой, проходящей через обе точки пересечения. Аналитически это вполне ясно. Напишем уравнения этих окружностей:

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0,$$
$$x^2 + y^2 + D'x + E'y + F' = 0.$$

Вычтя одно из другого, получим уравнение первой степени (это и есть уравнение упомянутой хорды). Значит, опять получается пересечение прямой с одной из окружностей, что (как уже было сказано) сводится к квадратному уравнению с одним неизвестным. Таким образом, циркуль и линейка способны решать лишь задачи, которые сводятся к последовательному решению ряда квадратных уравнений с одним неизвестным. Поэтому всякое уравнение, которое нельзя свести к решению ряда квадратных уравнений (например, $x^3=2$), не может быть решено графически циркулем и линейкой. Как раз задача об удвоении куба и есть задача о решении уравнения $x^3=2$: приняв за 1 ребро данного куба, для ребра x искомого получаем именно это уравнение. Задача о трисекции угла (кроме некоторых частных случаев, например угол в 90°) тоже оказывается задачей третьей степени, отсюда — невозможность решения ее при помощи циркуля и линейки.

Если же воспользоваться прибором для черчения парабол, то, вычертив две параболы $x^2=y$ и $2x=y^2$, в пересечении получим точку, абсцисса которой как раз удовлетворяет уравнению $x^3=2$.

Полярные координаты

При решении многих задач удобнее пользоваться так называемыми полярными координатами: на плоскости выбирают неподвижную точку O (полюс) и выходящий из нее луч OP (полярная ось). Положение точки M в этом случае определяется двумя числами: ее расстоянием r от полюса и углом $\varphi = \angle POM$ (рис. 16). Числа r (полярный радиус) и φ (полярный угол) называются полярными координатами точки M.

Часто оказывается полезным рассматривать на плоскости полярную систему координат вместе с декартовой. Рассмотрим такое расположение, когда полюсом служит начало декартовой системы, а полярной осью — ось абсцисс;

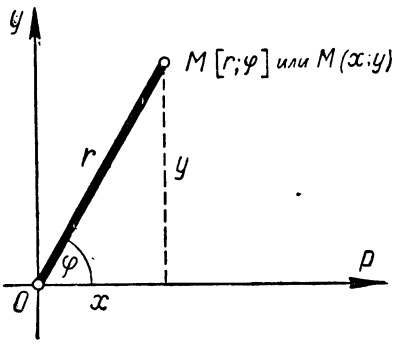


Рис. 16.

тогда рисунок подсказывает связь между полярными и декартовыми координатами точки:

$$\begin{cases} x = r\cos\varphi, \\ y = r\sin\varphi. \end{cases} \qquad (11)$$

Эти формулы позволяют вычислить декартовы координаты, когда известны полярные.

Пример. Выяснить форму кривой

$$(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$$

(она называется лемнискатой). Исследовать ее форму непосредственно по написанному уравнению не так легко. Перейдем к полярным координатам. Заменив x и y по формулам (11), получим: $r^4 = a^2r^2(\cos^2\varphi - \sin^2\varphi)$.

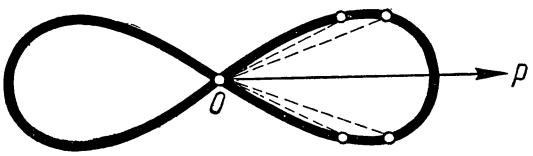


Рис. 17.

Или, сократив на r^2 (при этом могла бы потеряться лишь одна точка кривой $r=0$), получим: $r^2 = a^2\cos 2\varphi$, или $r = \pm a\sqrt{\cos 2\varphi}$. По этому простому уравнению легко построить нашу кривую. Кривая строится по точкам (рис. 17). Даем φ различные значения, например $\varphi=0$, $\pm 15°$, $\pm 30°$, $\pm 45°$, $\pm 135°$,.... Вычисляем соответствующие $r = a$, $a\sqrt[4]{3/4}$, $a\sqrt{1/2}$, 0, 0.

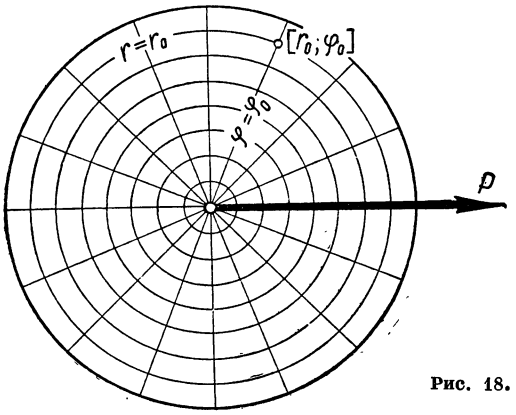


Рис. 18.

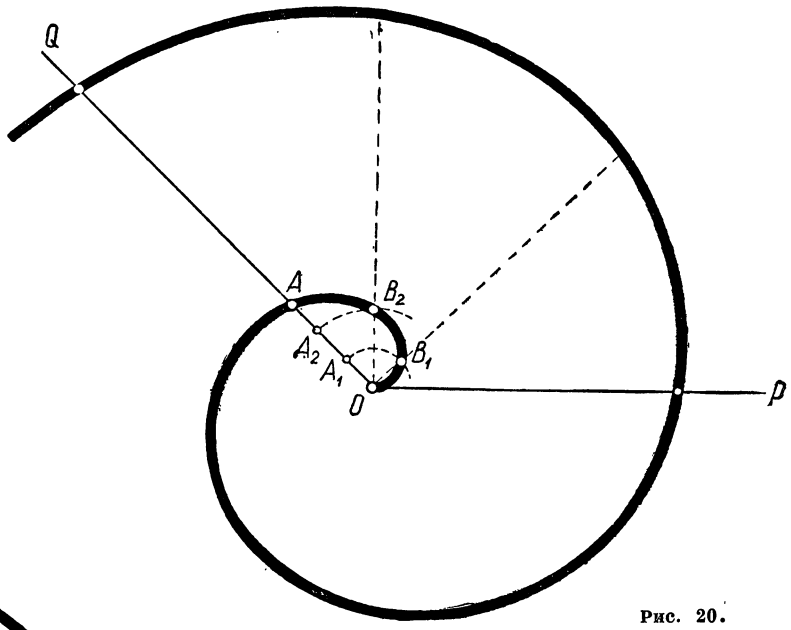


Рис. 20.

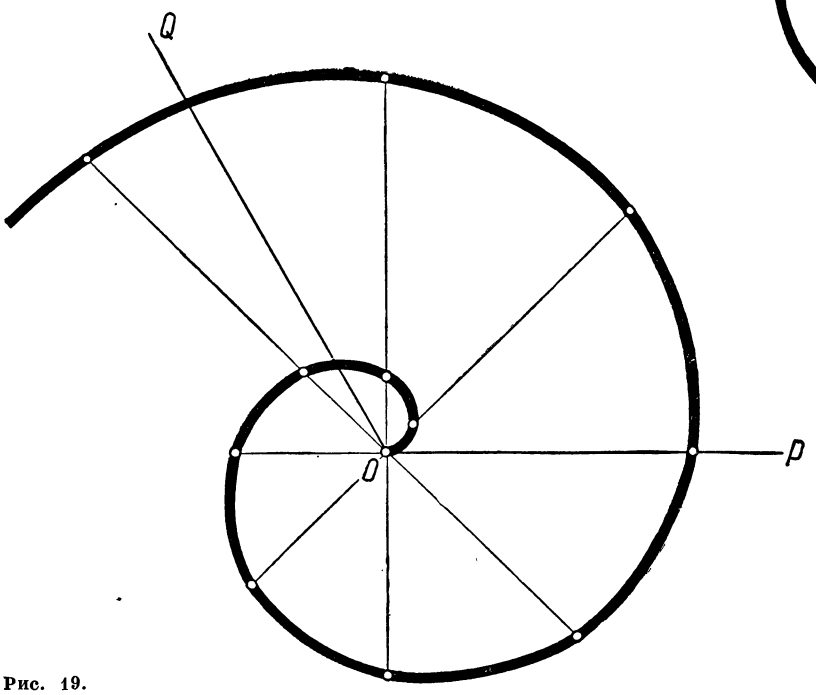


Рис. 19.

При значениях φ между 45 и 135°, а также между 225 и 315° косинус отрицателен и поэтому r мнимо: у кривой нет точек с такими значениями полярного угла.

Точки, у которых полярный радиус имеет постоянное значение $r=C$, образуют окружность радиуса C, с центром в полюсе. При постоянном значении угла φ, $\varphi=\varphi_0$, получается луч, выходящий из полюса и наклоненный под углом φ_0 к полярной оси. Полученные таким образом (т. е. при постоянном значении одной координаты) линии называются координатными (рис. 18). В декартовой системе координатные линии— прямые, параллельные осям.

Спираль Архимеда. Это кривая задается в полярных координатах уравнением $r=C\varphi$, где C — постоянная (рис. 19).

При помощи этой кривой любой угол можно делить на произвольное число (например, на три—трисекция угла) равных частей. Вот как это делается (рис. 20). Пусть на листе бумаги начерчена спираль Архимеда, выходящая из полюса O полярной системы координат, полярная ось OP служит для спирали касательной. Перенесем на этот чертеж заданный нам для разделения на n равных частей угол так, чтобы его вершина совпадала с полюсом, одна сторона — с полярной осью OP, а другая его сторона легла в сторону возрастания полярного угла φ (против часовой стрелки). Обозначим первую (считая от O) точку пересечения этой другой стороны с нашей спиралью буквой A; затем разделим отрезок OA на n равных частей (что, как вы знаете, легко делается циркулем и линейкой) и проведем через точки A_1, A_2, ... деления отрезка OA дуги окружностей с общим центром O до пересечения со спиралью; наконец, полученные точки B_1, B_2, ... пересечения соединим с полюсом — и данный угол POQ разделен на n равных частей! Докажите это сами.

Координаты на сфере

Положение точки на сфере удобнее всего задавать так, как это делается в географии. На данной сфере радиуса R выберем какие-нибудь две диаметрально противоположные точки, одну из них N назовем условно северным полюсом, другую S — южным. Какой-нибудь из «меридианов» (кратчайший путь по сфере из S в N) назовем начальным меридианом; проходящую через центр O сферы и перпендикулярную оси SN плоскость назовем экваториальной, а пересечение ее со сферой — экватором, на экваторе изберем направление, скажем против часовой стрелки, если смотреть из N. Положение любой точки M на сфере определяется двумя координатами, одна из них, назовем ее долготой,—угол φ между плоскостью начального меридиана и плоскостью, проходящей через M и ось SN (угол должен отсчитываться в направлении, соответствующем выбранному на экваторе). Широтой точки M будем называть угол θ между радиусом OM и плоскостью экватора (θ считается положительным для точек северного полушария и отрицательным для южного). Будем писать: $M\langle\varphi;\ \theta\rangle$, ставя на первое место долготу, на второе — широту.

Пример. Проверьте правильность координатного обозначения точек на рис. 21.

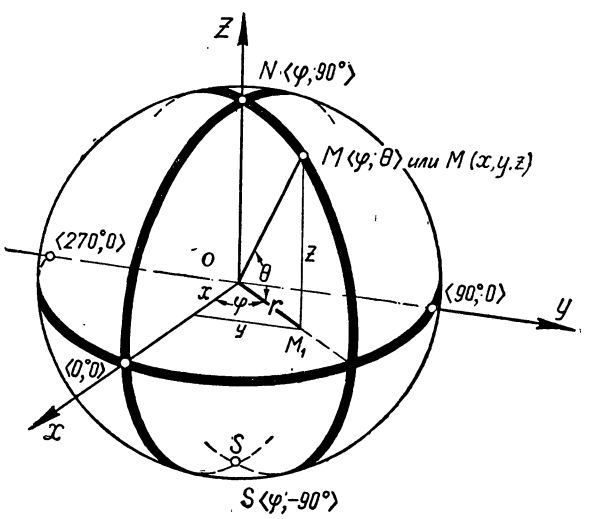


Рис. 21.

Все точки с одинаковой долготой φ_0 заполняют меридиан, уравнение которого поэтому $\varphi=\varphi_0$. Все точки с одинаковой широтой θ_0 заполняют параллель $\theta=\theta_0$. Уравнение, связывающее текущие координаты φ и θ, определяет, как и в плоской геометрии, кривую; неравенство, соответствующее этому уравнению, определяет одну или несколько областей, на которые эта кривая разделяет сферу. Так, неравенство $\theta<0$ определяет южную полусферу, $\theta>0$—северную; $\theta=0$ есть уравнение экватора.

Если сферу отнести к декартовым координатам в пространстве, приняв центр O сферы за начало, ось SN—за ось z, ось x направив через точку $\langle 0;\ 0\rangle$, ось y—через $\langle 90°;\ 0\rangle$, то декартовы координаты x, y, z любой точки M сферы легко выразить через долготу и широту этой точки. Для этого выразим сначала координаты ее проекции M_1 на плоскость Oxy, где обычным образом расположим полярную систему координат. Из рис. 21 видно, что для $M_1(x;\ y;\ 0)$ полярный радиус $r=R\cos\theta$, а полярный угол φ совпадает с долготой точки M. Кроме того, $z=R\sin\theta$. Приняв во внимание формулы (11), получим:

$$\left.\begin{aligned} x &= R\cos\theta\cos\varphi,\\ y &= R\cos\theta\sin\varphi,\\ z &= R\sin\theta. \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

По этим формулам вычисляют декартовы координаты точки $M(x;\ y;\ z)$, если известны ее координаты φ и θ на сфере.

На эти же формулы можно взглянуть и с другой точки зрения. Будем считать φ и θ переменными, придавая им всевозможные значения в естественных пределах $0\leqslant\varphi<360°$, $-90°\leqslant\theta\leqslant+90°$; тогда точка $M\langle\varphi;\ \theta\rangle$ будет перемещаться по сфере, занимая всевозможные положения. Это напоминает параметрические уравнения линии, в которых декартовы координаты x, y, z выражены через один переменный параметр t. Разница лишь в том, что теперь x, y, z выражены через два параметра, поэтому получается не линия (одномерное образование), а поверхность (образование двумерное). Подобные уравнения называют параметрическими уравнениями поверхности; переменные параметры чаще всего здесь обозначают буквами u и v. Итак, уравнения сферы запишем в виде:

$$\left.\begin{aligned} x &= R\cos v\cdot\cos u,\\ y &= R\cos v\cdot\sin u,\\ z &= R\sin v, \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} &0\leqslant u<360°,\\ &-90°\leqslant v\leqslant+90°. \end{aligned} \qquad (13)$$

Если из этих уравнений исключить параметры u, v (для этого проще всего возвести (13) в квадрат и сложить; к сожалению, исключение переменных не всегда так просто), получим обычное ее уравнение $x^2+y^2+z^2=R^2$.

Криволинейные координаты. Общая идея координат

На любой поверхности можно установить координатную систему, определяя положение точки на ней опять-таки двумя числами. Для этого каким-либо способом покроем всю поверхность двумя семействами линий так, чтобы через каждую ее точку (быть может, за небольшим числом исключений) проходила одна, и только одна, линия из каждого семейства. Теперь надо лишь снабдить линии каждого семейства числовыми пометками по какому-ни-

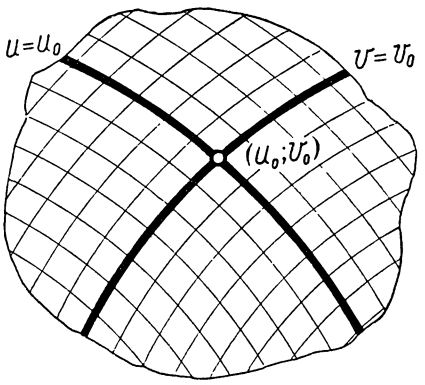


Рис. 22.

будь твердому правилу, позволяющему по числовой пометке находить нужную линию семейства (рис. 22). Координатами точки M поверхности служат числа u, v, где u — числовая пометка линии первого семейства, проходящей через M, и v— пометка линий второго семейства. По-прежнему будем писать: M $(u; v)$, числа u, v называются криволинейными координатами точки M. Сказанное станет совсем ясным, если за примером обратиться к сфере. Ее всю можно покрыть меридианами (первое семейство); каждому из них соответствует числовая пометка, а именно значение долготы u (или φ). Все параллели образуют второе семейство; каждой из них отвечает числовая пометка — широта v (или θ). Через каждую точку сферы (исключая полюсы) проходит только один меридиан и одна параллель.

В качестве еще одного примера рассмотрим боковую поверхность прямого круглого цилиндра высоты H, радиуса a (рис. 23). За первое семейство примем систему его образующих, одну из них примем за начальную. Каждой образующей припишем отметку u, равную длине дуги на окружности основания между начальной образующей и данной (дугу будем отсчитывать, например, против часовой стрелки). За второе семейство примем систему горизонтальных сечений поверхности; числовой пометкой v будем считать высоту, на которой проведено сечение над основанием. При надлежащем выборе осей x, y, z в пространстве будем иметь для любой точки M $(x; y; z)$ нашей поверхности:

$$x = a\cos\frac{u}{a}, \quad y = a\sin\frac{u}{a}, \quad z = v, \quad (14)$$

$$0 \leqslant u < 2\pi a, \ 0 \leqslant v \leqslant H.$$

(Здесь аргументы у косинуса и синуса не в градусах, а в радианах.) Эти уравнения можно рассматривать как параметрические уравнения поверхности цилиндра.

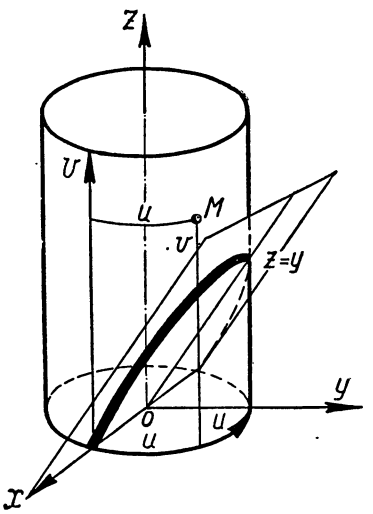


Рис. 23.

Задача 9. По какой кривой надо вырезать кусок жести для изготовления колена водосточной трубы, чтобы после надлежащего изгибания получился цилиндр радиуса a, усеченный плоскостью под углом 45° к плоскости основания?

Решение. Воспользуемся параметрическими уравнениями поверхности цилиндра:

$$x = a\cos\frac{u}{a},$$

$$y = a\sin\frac{u}{a},$$

$$z = v.$$

Секущую плоскость проведем через ось Ox, ее уравнение $z=y$. Комбинируя его с только что написанными уравнениями, получим уравнение $v = a\sin\frac{u}{a}$ линии пересечения в крово-

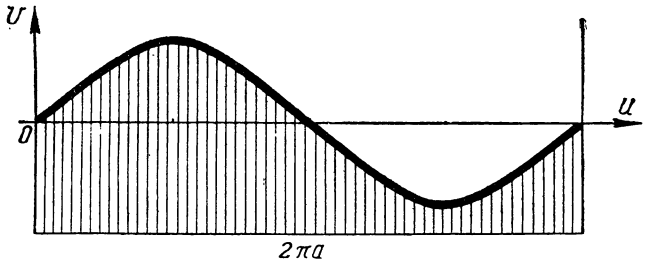


Рис. 24.

линейных координатах. После развертки поверхности на плоскость криволинейные координаты u и v превратятся в декартовы координаты.

Итак, кусок жести должен быть сверху очерчен по синусоиде $v = a \sin \frac{u}{a}$. Здесь u и v уже декартовы координаты на плоскости (рис. 24).

Как в случае сферы и цилиндрической поверхности, так и в общем случае задание поверхности параметрическими уравнениями влечет за собой установление на поверхности криволинейной системы координат. Действительно, выражение декартовых координат x, y, z произвольной точки $M(x; y; z)$ поверхности через два параметра u, v (это в общем случае записывают так: $x = \varphi(u; v)$, $y = \psi(u; v)$, $z = \omega(u; v)$, φ, ψ, ω — функции двух аргументов) дает возможность, зная пару чисел u, v, найти соответствующие координаты x, y, z, а значит, положение точки M на поверхности; числа u, v служат ее координатами. Давая одной из них постоянное значение, например $u = u_0$, получим выражение x, y, z через один параметр v, т. е. параметрическое уравнение кривой. Это — координатная линия одного семейства, ее уравнение $u = u_0$. Точно так же линия $v = v_0$ — координатная линия другого семейства.

■

ФУНКЦИИ В ПРИРОДЕ И ТЕХНИКЕ

Одним из самых важных понятий в математике и ее приложениях является понятие функции. Всюду, где есть величины, связанные так, что с изменением одних (аргументов) меняются другие (функции), мы имеем дело с функциональной зависимостью. Эта зависимость может задаваться по-разному — формулами, графиками, таблицами. Бывают случаи, когда зависимость нельзя выразить формулой. Например, температура воздуха меняется с течением времени, однако формулы, выражающей температуру воздуха в данный момент времени, нет (как легко жилось бы метеорологам, если бы такая формула была!). В некоторых случаях приходится довольствоваться графиком функции (например, самопишущий прибор термограф дает график температуры воздуха как функции времени) или только таблицей значений функции для некоторых значений аргумента.

Чаще всего, однако, для описания функций пользуются формулами. В школе изучают случаи, когда эти формулы сравнительно просты. Например, зависимость площади круга от его радиуса выражается формулой $S = \pi r^2$, тока от сопротивления — формулой $I = \frac{V_0}{R}$ и т. д. Возникает вопрос: встречаются ли на практике зависимости, выражаемые с помощью более сложных функций, например многочленов высоких степеней, показательной, логарифмической и тригонометрических функций? Мы расскажем здесь о некоторых случаях, когда такие функции встречаются в задачах физики и техники.

Жесткость балки

Балками в технике называют деревянные или металлические брусья, на которых лежат перекрытия зданий. Балки должны выдерживать вес перекрытий и предметов, находящихся в здании. Под этой тяжестью они изгибаются. Если балки изогнутся слишком сильно, перекрытие может рухнуть. Поэтому до постройки здания надо рассчитать, выдержат ли балки нагрузку. Этими расчетами занимается специальная наука — сопротивление материалов.

Прогиб балки зависит от очень многих причин. Под одной и той же нагрузкой деревянная балка изогнется сильнее, чем стальная, длинная — сильнее, чем короткая, тонкая — сильнее, чем толстая. Зависимость прогиба балки от материала, из которого она сделана, связана с особой величиной E, называемой модулем Юнга.

Модуль Юнга измеряется в $кГ/см^2$. Если из вещества с модулем Юнга E $кГ/см^2$ сделать стержень длиной 1 $м$ и сечением 1 $см^2$ и подве-

сить к этому стержню гирю в 1 *кГ*, то он вытянется на $\frac{1}{E}$ *м*. Для стали модуль Юнга равен 2 150 000 *кГ/см*^{2}, а для дуба — 105 000 *кГ/см*^{2}, т. е. в 20 раз меньше.

Чем больше модуль Юнга, тем меньше прогиб балки. Поэтому стальные балки прогибаются меньше, чем деревянные.

Исследование зависимости прогиба балки от материала, из которого она сделана, — это скорее дело физики, чем математики. Математиков больше интересует зависимость прогиба от длины балки и от размеров и формы ее сечения. А то, что форма сечения влияет на прогиб, легко видеть из простого опыта. Обычную школьную линейку легко согнуть, если положить ее плашмя, и трудно, если поставить на

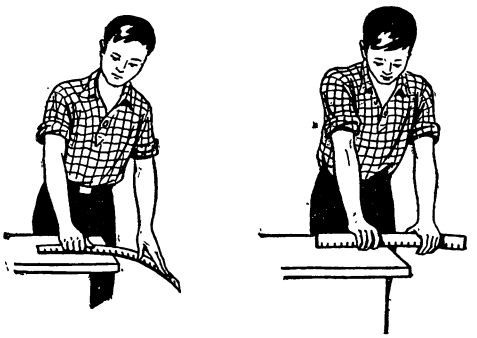


Рис. 1. Линейку легко согнуть, если положить ее плашмя, и трудно, если поставить на ребро.

ребро (рис. 1). Этот опыт показывает еще, что прогиб зависит не от площади сечения (ведь площадь сечения линейки одна и та же, лежит она плашмя или поставлена на ребро). Оказывается, дело не в площади сечения, а в его моменте инерции. Момент инерции I подсчитывают так. Сечение балки мысленно разрезают на очень тонкие горизонтальные слои и площадь каждого слоя умножают на квадрат расстояния этого слоя от среднего слоя. Сумма этих произведений и дает момент инерции сечения балки. Подсчеты показывают, что момент инерции для круглого сечения радиуса R равен $\frac{\pi R^4}{4}$, а для квадратного сечения со стороной a равен $\frac{a^4}{12}$.

Произведение EI модуля Юнга на момент инерции сечения балки называют жесткостью балки. Чем больше жесткость, тем труднее изогнуть балку. Можно увеличить жесткость балки, не меняя площади ее сечения. Для этого надо сосредоточить основную массу балки на

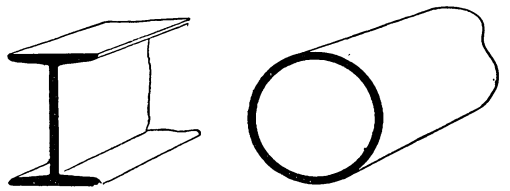


Рис. 2.

большом расстоянии от среднего слоя, например придать сечению форму, изображенную на рис. 2, слева (двутавровые балки), или заменить сплошную балку трубой (рис. 2, справа). Поэтому, например, в велосипедах делают корпус не из сплошных стержней, а из труб.

Прогиб балки

Прогиб балки зависит не только от ее жесткости, но и от длины балки, распределения нагрузки, от того, заделаны ли в стену оба конца балки или только один, и т. д. Чтобы найти наибольший прогиб балки, надо знать форму, которую она принимает после изгиба.

Возьмем балку длины l, заделаем оба ее конца в стены и положим на нее равномерно распределенную нагрузку Q. Тогда прогиб y в точке, находящейся на расстоянии x от левого конца балки, выражается формулой:

$$y = \frac{Q}{24EIl}(x^4 - 2lx^3 + l^2x^2),$$

т. е. многочленом четвертой степени. График этого многочлена изображен на рис. 3а. Ясно,

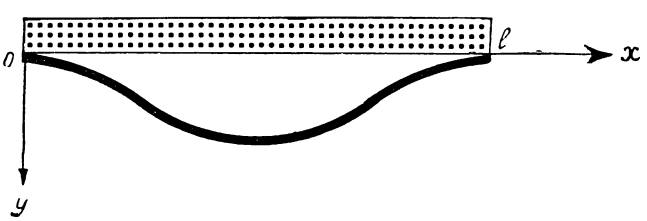


Рис. 3а.

что самый большой прогиб балки будет в середине, т. е. при $x = \frac{l}{2}$. Он равен $y_{max} = \frac{Ql^3}{384\,EI}$.

Балки, на которые опираются балконы, заделываются в стену лишь одним концом, второй же конец оставляют свободным. Такие балки называются консольными. Форма равномерно нагруженной консольной балки выражается уравнением:

$$y = \frac{Q}{24EIl}(x^4 - 4lx^3 + 6l^2x^2)$$

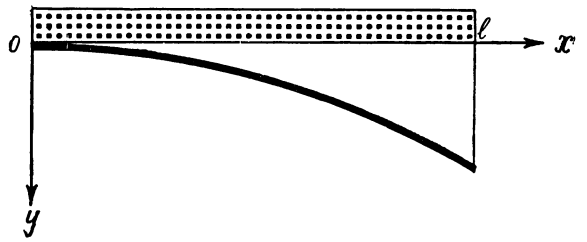


Рис. 3б.

(рис. 3 б). Здесь уже наибольший прогиб будет на свободном конце балки, при $x=l$. Он равен

$$y_{max}=\frac{Ql^3}{8EI},$$

т. е. в 48 раз больше, чем для такой же балки, оба конца которой заделаны.

Сосредоточенная нагрузка

Прогиб балки зависит и от того, как распределена нагрузка. Возьмем балку, оба конца которой свободно лежат на опорах, а нагрузку Q соберем в одну точку — середину балки (рис. 4). Тогда форма изогнутой балки будет

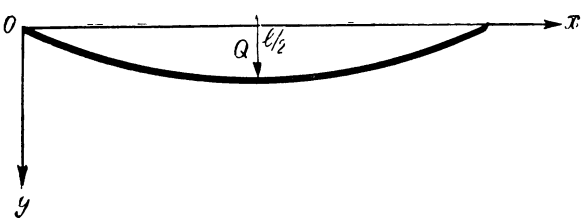


Рис. 4.

задаваться не одним, а двумя уравнениями. Для левой половины балки прогиб равен:

$$y_{лев.}=\frac{Q}{48EI}[3l^2x-4x^3],$$

а для правой:

$$y_{прав.}=\frac{Q}{48EI}[3l^2(l-x)-4(l-x)^3].$$

Наибольший прогиб равен: $y_{max}=\frac{Ql^3}{48EI}$.

Замечательно, что в этом случае одна и та же функция — прогиб балки в точке, находящейся на расстоянии $x=\frac{l}{2}$ от левого конца, — выражается не одной, а двумя различными формулами.

Число e. Натуральные логарифмы

Перейдем теперь к случаям, когда зависимость выражается показательной функцией. При записи законов физики, связанных с показательной функцией, удобно пользоваться особым числом, которое называется числом e. Это число можно определить следующим образом. Начертим графики функций $y=a^x$ при разных значениях основания a. Чем больше это основание, тем круче поднимаются вверх графики (рис. 5). Эти графики в точке A (0; 1)

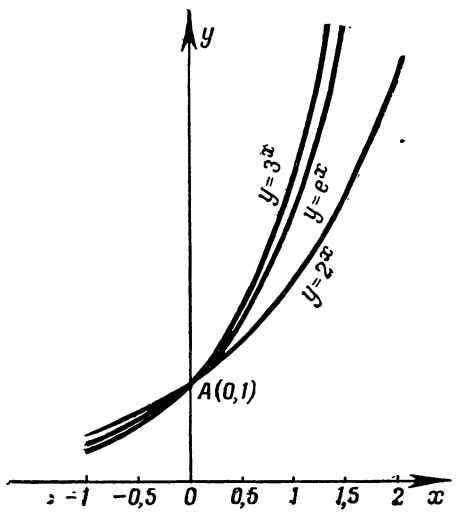


Рис. 5.

под разными углами пересекают ось Oy. Например, угол между осью Oy и кривой $y=2^x$ равен приблизительно 55°15′, а для кривой $y=3^x$ этот угол равен примерно 42°20′. Поэтому найдется такое число e, лежащее между 2 и 3, что кривая $y=e^x$ пересечет ось Oy под углом 45°.

Более точные подсчеты показывают, что число e равно 2,71828... Логарифмы по основанию e называются натуральными. Они обозначаются $\ln x$. Если мы знаем десятичный логарифм числа, то его натуральный логарифм можно найти по формуле $\ln x=\frac{\lg x}{M}$, где $M=0{,}43429...$ — так называемый модуль перехода.

Один человек может удержать корабль

Когда корабль подходит к берегу, с него бросают на пристань канат. Здесь канат обматывают несколько раз вокруг столба и таким образом удерживают им корабль. Как же

удается одному человеку удержать корабль? Оказывается, ему помогает сила трения. Если обмотать канат один раз вокруг столба, то из-за трения каната о столб можно уравновесить силой F_0 силу F, бо́льшую, чем F_0, в a раз. Отношение $\frac{F}{F_0}=a$ зависит от материала, из которого сделаны канат и столб. Например, если канат пеньковый, а столб железный, то $a=3{,}5$. Иными словами, силой в 100 *кГ* можно уравновесить (используя «помощь» силы трения) силу в 350 *кГ*. Каждый новый оборот каната вокруг столба увеличивает отношение сил еще в a раз. Таким образом, если обернуть канат два раза, то отношение удерживаемой и удерживающей сил будет равно a^2, а если три раза, то $\frac{F}{F_0}=a^3$. Вообще если число оборотов равно x (x может и не быть целым числом), то $\frac{F}{F_0}=a^x$. Если обмотать пеньковый канат вокруг железного столба два раза, то силой в 100 *кГ* можно уравновесить силу примерно в 1,2 *Т*, а при трехкратном обматывании — силу в 4,2 *Т*.

Радиоактивный распад вещества

Когда радиоактивное вещество распадается, его количество уменьшается. Через некоторое время остается половина первоначального количества вещества. Этот промежуток времени t_0 называется п е р и о д о м п о л у р а с п а д а вещества. Если пройдет еще t_0 лет, то из оставшейся половины распадется еще половина вещества и останется только четверть первоначального количества. Вообще через t лет масса m вещества будет равна:

$$m=m_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_0}},$$

где m_0 — первоначальная масса вещества. Чем больше период полураспада, тем медленнее распадается вещество. Например, у урана-238 период полураспада равен 4,5 млрд. лет. Значит, за все время существования Земли не распалось еще и половины первоначального запаса урана. А вот у радия период полураспада равен всего 1590 годам. Если бы миллион лет назад вся Земля состояла из радия, то сейчас на ней не осталось бы и одного атома радия. Существует же он лишь потому, что при распаде урана все время появляются новые атомы радия.

Включение и выключение постоянного тока

Если повернуть выключатель, в то же мгновение загорается электрическая лампочка. Мы настолько привыкли к этому, что не задумываемся над тем, сразу ли сила тока принимает свое максимальное значение. Соберем электрическую схему, показанную на рис. 6, и включим

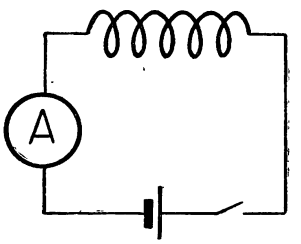


Рис. 6.

ток. Тогда из-за наличия катушки ток будет нарастать медленно, так как в цепи возникнет ток самоиндукции, направленный в противоположную сторону. Расчеты показывают, что ток I зависит от времени по следующей формуле:

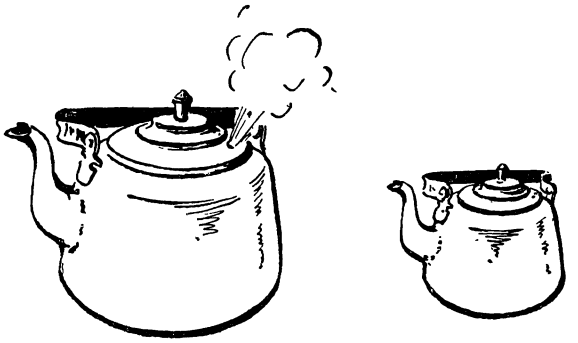
$$I=\frac{V_0}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right).$$

Здесь R — сопротивление цепи, L — самоиндукция катушки, V_0 — напряжение тока. Посмотрим, что будет происходить с током с течением времени. Функцию $e^{-\frac{R}{L}t}$ можно записать в виде $\left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{R}{L}t}$. Но $\frac{1}{e}$ меньше единицы, а известно, что показательная функция стремится к нулю с возрастанием показателя, если ее основание меньше единицы. Поэтому вычитаемое $e^{-\frac{R}{L}t}$ в формуле для силы тока будет уменьшаться, приближаясь к нулю, и через некоторое время ток почти точно будет равен $\frac{V_0}{R}$. Это и есть значение, которое известно из закона Ома. Разница между силой тока и значением $\frac{V_0}{R}$ станет такой маленькой, что никакие приборы ее не покажут.

Остывание чайника

Вы, наверное, замечали, что если снять кипящий чайник с огня, то сначала он быстро остывает, а потом остывание идет гораздо медленнее. Дело в том, что скорость остывания

пропорциональна разности между температурой чайника и температурой окружающего воздуха. Чем меньше становится эта разность, тем медленнее остывает чайник. Если сначала



Чем больше чайник, тем значение k меньше и тем медленнее он остывает.

температура чайника равнялась T_0, а температура воздуха T_1, то через t секунд температура T чайника выразится формулой:

$$T = (T_0 - T_1)\, e^{-kt} + T_1,$$

где k — число, зависящее от формы чайника, материала, из которого он сделан, и количества воды, которое в нем находится.

Почему парашютист падает равномерно

При падении тел в безвоздушном пространстве скорость их непрерывно возрастает. При падении тел в воздухе скорость падения тоже увеличивается, но не может превзойти определенной величины.

Рассмотрим задачу о падении парашютиста. Если считать, что сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости падения парашютиста, т. е. что $F = kv$, то через t секунд скорость падения будет равна:

$$v = \frac{mg}{k}\left(1 - e^{-\frac{kt}{m}}\right)$$

(m — масса парашютиста). Обратите внимание на сходство этой формулы с формулой для силы тока. Через некоторый промежуток времени $e^{-\frac{kt}{m}}$ станет очень маленьким числом и скорость падения будет почти в точности равна $\frac{mg}{k}$, т. е. падение станет почти равномерным. Коэффициент пропорциональности k зависит от размеров парашюта.

Написанная формула пригодна не только для изучения падения парашютиста, но и для изучения падения капли дождевой воды, пушинки и т. д. Из нее видно, что чем меньше отношение $\frac{mg}{k}$, тем медленнее падает тело. Этим и объясняется, почему пушинка падает медленнее камня: у нее маленькая масса, а площадь поверхности довольно большая, и воздух оказывает значительное сопротивление ее падению.

Парашютист опускается на землю равномерно.

Как измеряют высоту при помощи барометра

Чем выше поднимаются в гору альпинисты, тем меньше становится давление воздуха. Этим можно воспользоваться для того, чтобы с помощью барометра определять высоту подъема. Как показывают расчеты, при постоянной температуре воздуха разность высот двух точек выражается такой формулой:

$$h_2 - h_1 = \frac{p_0(t_0 + 273{,}1)}{W_0} \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Здесь p_1 и p_2 — давление воздуха на высотах h_1 и h_2, p_0 — давление воздуха на уровне моря, W_0 — вес 1 $м^3$ воздуха при температуре 0° и давлении p_0, t_0 — температура воздуха.

Эта формула верна для не слишком больших высот.

Исследования, проведенные в Советском Союзе по программе Международного геофизического года при помощи ракет, показали, что на больших высотах имеют место другие законы изменения давления с высотой.

Вообще любая физическая формула имеет ограниченную область применения — она верна при одних условиях и перестает быть верной при других. Дело в том, что при выводе любой физической формулы делаются некоторые допущения, верные лишь приблизительно. Когда же эти допущения перестают быть верными, формула теряет силу.

Сколько топлива должна взять ракета

Много трудных математических задач приходится решать в теории межпланетных путешествий. Одной из них является задача об определении количества топлива, необходимого для того, чтобы придать ракете нужную скорость v. Это количество M зависит от массы m самой ракеты (без топлива) и от скорости v_0, с которой продукты горения вытекают из ракетного двигателя.

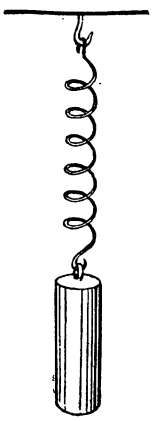
Если пренебречь сопротивлением воздуха и притяжением Земли, то количество топлива определится формулой:

$$M = m\left(e^{\frac{v}{v_0}} - 1\right)$$

(формула К. Э. Циолковского). Например, для того чтобы ракете с массой 1,5 m придать скорость 8 *км/сек*, надо при скорости истечения газов 2 *км/сек* взять примерно 80 m топлива.

Если бы удалось увеличить скорость истечения газов до 4 *км/сек*, то понадобилось бы всего 10 m топлива. Вообще чем с большей скоростью v_0 вытекают газы из ракеты, тем меньше будет $e^{\frac{v}{v_0}}$ и тем меньше понадобится топлива. Другой способ уменьшения количества топлива заключается в замене одноступенчатых ракет многоступенчатыми (подробнее о ракетах см. в статьях т. 3 и 5 ДЭ).

Гармонические колебания



Мы рассмотрели несколько примеров из физики и техники, в которых так или иначе встречается показательная функция. Сейчас перейдем к рассмотрению примеров, связанных с тригонометрическими функциями.

Начнем с гармонических колебаний. Возьмем, например, гирю, подвешенную на пружине, и толкнем ее вниз. Гиря начнет колебаться вниз и вверх. Как показывают расчеты, отклонение гири от положения равновесия выражается формулой

$$s = \frac{v_0}{\omega}\sin \omega t.$$

Здесь v_0 — скорость, с которой мы толкнули гирю, а $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, где m — масса гири и k — жесткость пружины (сила, которая нужна, чтобы растянуть пружину на 1 *см*).

Колебания, происходящие по закону

$$s = A\sin \omega t, \qquad (1)$$

называют синусоидальными или гармоническими, а график функции (1) — синусоидой. Мы можем получить представление о таких колебаниях, следя за движением равномерно вращающейся точки и наблюдая это движение одним глазом сбоку (так, что глаз наблюдателя находится в плоскости вращения). Нам будет казаться, что точка не вращается, а движется то в одну сторону, то в другую. Такую картину наблюдают астрономы, следя за движением спутников Юпитера, когда Земля находится в плоскости орбиты этих спутников.

Число A, называемое амплитудой синусоидального колебания, показывает размах этого колебания, а число ω, называемое частотой колебания, показывает, сколько колебаний происходит за 2π секунд (т. е. примерно за $\frac{44}{7}$ секунды). Через каждые $\frac{2\pi}{\omega}$ секунды гиря будет возвращаться в исходное положение. Поэтому период ее колебания равен $\frac{2\pi}{\omega}$.

Если мы сначала оттянем гирю на s_0 *см*, а потом толкнем ее со скоростью v_0, то она будет совершать колебания по более сложному закону:

$$s = A\sin(\omega t + \alpha). \qquad (2)$$

Расчеты показывают, что амплитуда A этого колебания равна $\sqrt{s_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}$, а число α таково, что $\operatorname{tg}\alpha = \frac{s_0\omega}{v_0}$. Из-за слагаемого α это колебание отличается от колебания $s = A\sin\omega t$. На рисунках 7 и 8 изображены графики обоих колебаний. График колебания (2) получается из графика колебания (1) сдвигом влево на $\frac{\alpha}{\omega}$. Число α называют начальной фазой.

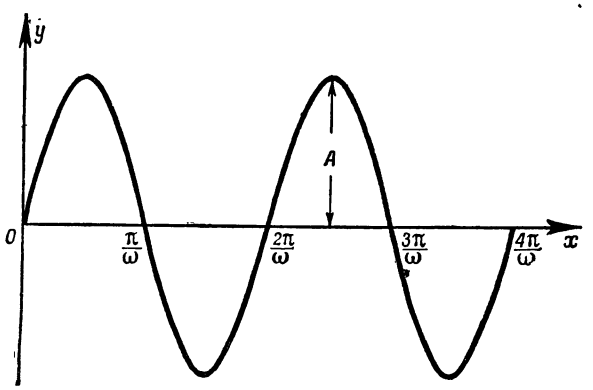


Рис. 7. График гармонического колебания.

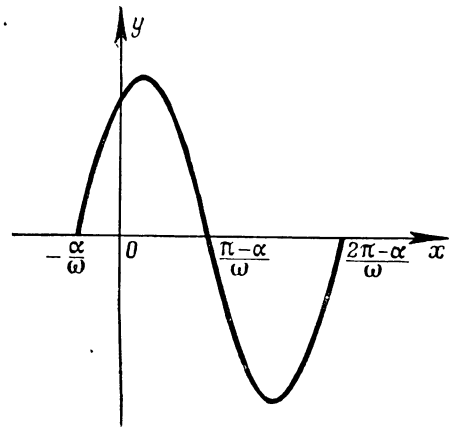


Рис. 8. График колебательного движения с начальной фазой.

Колебания маятника

Колебания маятника тоже приближенно происходят по синусоидальному закону. Если эти колебания малы, то угол отклонения маятника приближенно выражается формулой:

$$\varphi = \varphi_0 \sin\left(t\sqrt{\frac{g}{l}}\right),$$

где l — длина маятника, а φ_0 — наибольший угол отклонения. Чем длиннее маятник, тем медленнее он качается. Измеряя период колебания маятника известной длины, можно вычислять ускорение земного тяготения g в различных точках земной поверхности.

Разряд конденсатора

Не только многие механические колебания происходят по синусоидальному закону. И в электрических цепях возникают синусоидальные колебания. Замкнем, например, цепь, изображенную на рис. 9. Ток в этой цепи будет изменяться по синусоидальному закону:

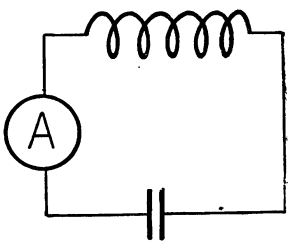


Рис. 9.

$$I = I_0 \sin(\omega t + \alpha).$$

Частота ω колебаний тока равна $\frac{1}{\sqrt{LC}}$, где C — емкость конденсатора, а L — самоиндукция цепи. Этот закон очень похож на закон колебаний гири, только вместо жесткости пружины надо взять величину, обратную емкости конденсатора, а вместо массы гири — самоиндукцию катушки.

Как соединить две трубы

Приведенные примеры могут создать впечатление, что синусоиды встречаются только в связи с колебаниями. Однако это не так. Например, синусоиды используются при соединении двух цилиндрических труб под углом друг к другу. Чтобы соединить две трубы таким образом, надо срезать их наискосок. Если развернуть срезанную наискосок трубу, то она окажется ограниченной сверху синусоидой. В этом можно убедиться, обернув свечку бумагой, срезав ее наискосок и развернув бумагу. Поэтому, чтобы получить ровный срез трубы, можно сначала обрезать металлический лист сверху по синусоиде и свернуть его в трубу.

Изгиб колонны

Синусоида встречается при рассмотрении изгиба колонны под действием вертикальной нагрузки. Если нагрузка слишком мала, колон-

на не изгибается совсем. Но если нагрузка достигнет некоторого значения, называемого критическим, то колонна начнет изгибаться, причем ее ось примет форму синусоиды. В этом можно убедиться на опыте, сгибая вместо колонны металлическую линейку. Критическая сила равна:

$$F = \frac{\pi^2 EI}{l^2},$$

где l — высота колонны, а числа E и I зависят от материала колонны и размеров ее сечения. Из формулы видно, что чем длиннее колонна, тем меньшая сила нужна, чтобы ее согнуть. Это также можно проверить, изгибая линейку.

Формула критической силы была открыта Л. Эйлером.

Затухающие колебания

До сих пор, говоря о колебаниях маятника, гири, качающейся на пружине, и т. д., мы пренебрегали сопротивлением воздуха. На самом деле из-за сопротивления воздуха амплитуда колебаний становится все меньше и меньше, колебания затухают. Отклонение точки, совершающей затухающие колебания, выражается такой формулой:

$$s = Ae^{-kt}\sin(\omega t + \alpha).$$

Так как множитель e^{-kt} уменьшается с течением времени, то размах колебаний становится все меньше и меньше. После каждого полного колебания амплитуда уменьшается в $e^{\frac{2\pi k}{\omega}}$ раз. Число $\frac{2\pi k}{\omega}$ называют логарифмическим декрементом затухающего колебания. Чем больше логарифмический декремент, тем быстрее затухают колебания. Через некоторое время они станут такими маленькими, что приборы покажут полную остановку тела. График затухающего колебания изображен на рис. 10.

Если сопротивление среды очень большое (скажем, если маятник качается не в воздухе, а в масле), то колебаний не будет совсем — выведенный из положения равновесия маятник медленно будет опускаться, приближаясь к положению равновесия. В этом случае закон его движения задается формулой вида:

$$s = A_1 e^{-k_1 t} + A_2 e^{-k_2 t},$$

где числа A_1 и A_2 зависят от начального положения и начальной скорости маятника.

При электрических колебаниях также происходят затухающие колебания из-за наличия сопротивления цепи.

Вынужденные колебания

Рассмотрим снова гирю, качающуюся на пружине. Если не мешать ей качаться, то она будет совершать колебания с определенной частотой ω. Эта частота называется собственной частотой колебания гири. Совсем по-другому будут выглядеть колебания гири, если мы будем раскачивать ее. Пусть раскачивающая сила сама изменяется по синусоидальному закону, т. е. тащит гирю то вверх, то вниз. Тогда гиря будет совершать колебания, получающиеся при сложении двух колебаний. Одно из них происходит с собственной частотой колебания гири, а второе — с частотой раскачивающей силы. Пусть в начале колебания гиря находится в состоянии покоя и раскачивающая сила изменяется по закону: $F = A\sin\beta t$. Тогда закон движения гири выразится формулой:

$$s = \frac{A}{\omega^2 - \beta^2}\left[\sin\beta t - \frac{\beta}{\omega}\sin\omega t\right], \qquad (3)$$

где ω — собственная частота колебаний гири. График пути гири имеет уже довольно сложный вид. Дело в том, что функции $\sin\beta t$ и $\sin\omega t$ меняются с разной частотой. Поэтому иногда два колебания, в которых участвует гиря, направлены в разные стороны (так будет, например, в начале колебания) и гасят друг друга. Иногда же они направлены в одну сторону, и тогда они усиливают друг друга.

Наибольшая амплитуда колебания равна примерно $\left|\frac{A}{\omega(\omega - \beta)}\right|$. Отсюда видно, что если β

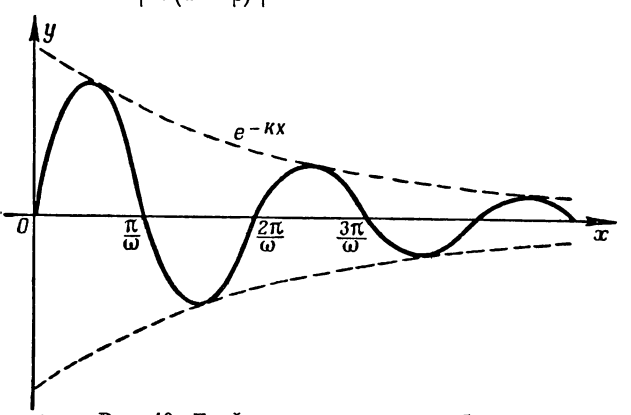


Рис. 10. График затухающего колебания.

мало отличается от ω (т. е. если частота раскачивающей силы мало отличается от собственной частоты колебаний гири), то амплитуда колебаний может стать очень большой (у дроби $\left|\frac{A}{\omega(\omega-\beta)}\right|$ знаменатель будет маленьким). Если $\omega=\beta$ (т. е. если мы раскачиваем гирю в такт ее собственным колебаниям), то формула (3) уже неприменима. В этом случае закон движения гири имеет вид:

$$s=\frac{A}{2\omega^2}[\sin\omega t-\omega t\cos\omega t].$$

Размах колебаний с течением времени увеличивается, и гиря может разорвать пружину. Это явление называют р е з о н а н с о м.

Сложение колебаний

Иногда одно и то же тело участвует не в одном колебательном движении, а в нескольких. Подвесим, например, гирю A на пружине, а к ней также на пружине подвесим другую гирю B (рис. 11). Если растянуть обе пружины и отпустить их, то колебания гирь A и B будут весьма сложными. Например, колебания гири B вызываются, во-первых, тем, что гиря A то поднимается, то опускается, и, во-вторых, тем, что пружина AB то растягивается, то сокращается. Мы говорим в этом случае, что колебание гири B является суммой двух колебаний — движения гири A и колебания гири B относительно гири A.

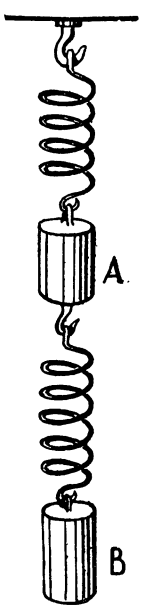


Рис. 11.

Можно привести и другие примеры сложения колебаний. Когда играет оркестр, то каждый музыкальный инструмент вызывает свои колебания воздуха. Эти колебания складываются друг с другом и доносятся к нам в виде единого аккорда.

Чаще всего складываются гармонические колебания. Если эти колебания имеют одну и ту же частоту, то и сумма их будет гармоническим колебанием той же частоты. Для сложения колебаний можно пользоваться простым геометрическим правилом. Здесь нам приходят на помощь векторы. (Подробнее о векторах см. в статье «Алгебра векторов».) Оказывается, что не только силу, скорость и ускорение, но и гармонические колебания можно изображать векторами. Гармоническое колебание с амплитудой A и начальной фазой α изображают вектором длины A, наклоненным к оси Ox под углом α (рис. 12). При сложении колебаний изображающие их векторы складываются по правилу параллелограмма. На рис. 13 показано сложение колебаний:

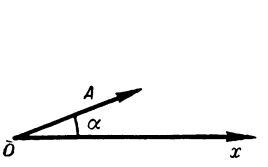


Рис. 12.

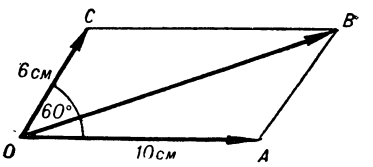


Рис. 13.

$$s_1=10\sin\omega t \text{ и } s_2=6\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{3}\right).$$

Измеряя диагональ OB параллелограмма $OABC$, находим, что амплитуда суммы этих колебаний равна примерно 14. Начальная же фаза этого колебания равна углу AOB, т. е. примерно 22°, или 0,37 радиана. Поэтому:

$$s=10\sin\omega t+6\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{3}\right)\approx$$
$$\approx 14\sin(\omega t+0{,}37).$$

Особенно просто складывать колебания с одинаковой начальной фазой — в этом случае оба вектора направлены в одну сторону и в сумме получится колебание с той же фазой, амплитуда которого равна сумме амплитуд слагаемых. А если углы α_1 и α_2 отличаются друг от друга на π радиан (т. е. на 180°), то в результате сложения получится колебание, амплитуда которого равна разности амплитуд слагаемых. Может получиться даже, что колебания погасят друг друга (одно будет тянуть в одну сторону, а другое — в другую, совсем как Лебедь, Рак и Щука из басни Крылова). Такое явление называют в физике и н т е р ф е р е н ц и е й колебаний. Из-за интерференции может получиться так, что точка, освещенная двумя источниками света, окажется неосвещенной — два света дадут в сумме темноту.

Биения

Довольно сложная картина возникает, когда складываются колебания различной частоты. При этом уже получаются несинусоидальные колебания. Если частоты ω_1 и ω_2 складываемых колебаний близки друг к другу, то получающееся колебание имеет вид как бы си-

нусоидального колебания с частотой $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$, амплитуда которого медленно меняется с частотой $\left|\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\right|$. Это явление называют биениями. Может случиться, что мы не воспринимаем слагаемых колебаний из-за того, что их частота слишком велика, но можем воспринять медленное изменение амплитуды суммы колебаний. Например, если электрическая лампочка присоединена к динамо-машине, дающей переменный ток с периодом $T = {}^1/_{50}$ сек., то изменения в яркости лампочки будут незаметными. Если же присоединить эту лампочку к двум динамо-машинам, периоды которых мало отличаются друг от друга, то возникнут биения и лампочка начнет мигать.

Возникают биения и на двухвинтовом корабле, если винты имеют близкие, но различные периоды вращения. Приходится учитывать биения и композиторам. Колебания с периодически меняющейся амплитудой применяют в радиотехнике. Радиостанции посылают в пространство электромагнитные колебания с очень большой частотой (от 150 тыс. до 15 млн. колебаний в секунду). Амплитуда же этих колебаний меняется примерно со звуковой частотой (несколько сотен или тысяч колебаний в секунду). Такого изменения амплитуды можно добиться, вызвав биения. Этот прием называют частотной модуляцией.

Приливы и отливы

Очень интересный пример биений дают океанские приливы и отливы. Из-за притяжения Луны и Солнца уровень воды в океане все время меняется. Примерно каждые 12 час. уровень воды достигает наивысшего значения, а через 6 час. после этого — наинизшего. Однако из-за вращения Луны вокруг Земли период колебаний уровня воды, вызываемых притяжением Солнца, не совпадает с периодом колебаний уровня воды, вызываемых притяжением Луны. Первый период равен 12 час., а второй — 12 час. 25 мин. В результате сложений этих колебаний, имеющих близкие периоды, получаются биения. Самая большая и самая малая высота приливов будет в том случае, если Солнце, Земля и Луна расположены так, как показано на цветной вклейке на стр. 352—353. Самая большая высота приливов превосходит примерно в $2{}^1/_3$ раза самую малую.

Спектральный анализ

Как мы узнали, из гармонических колебаний составляются более сложные колебания. При этом могут получаться колебания весьма сложного вида.

Оказалось, что любое самое сложное периодическое колебание можно изобразить как сумму синусоидальных колебаний (т. е. таких, что их графики имеют форму синусоиды). Частоты этих синусоидальных колебаний называют спектром сложного колебания, а само разложение — спектральным анализом колебания.

Это название не случайно. Разложение луча света в спектроскопе связано с разложением сложного электромагнитного колебания на простые синусоидальные составляющие.

Спектральный анализ применяют также к звукам и другим колебаниям. С помощью спектрального анализа удается установить особенности тембра голоса певца и т. д.

В технике пользуются спектральным анализом колебаний для того, чтобы правильно рассчитывать различные конструкции. Например, может случиться, что частота одной из синусоидальных составляющих колебаний самолета, вызванных работой моторов, совпадет с собственной частотой колебаний какой-нибудь детали самолета. Тогда из-за резонанса при работе моторов возникнут сильные колебания этой детали, что может привести к аварии.

Как машина открыла теорему

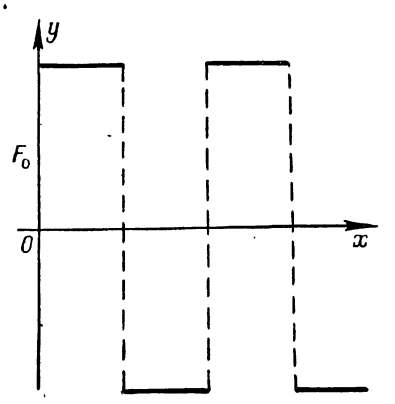


Рис. 14.

Для разложения периодических колебаний на синусоидальные составляющие применяют различные машины. Есть машины, которые

решают и обратную задачу — позволяют из синусоидальных составляющих складывать все колебание. Однажды для проверки работы такой машины ей дали разложить на синусоидальные составляющие колебание, изображенное на рис. 14, а потом сложить эти составляющие. Машина после суммирования начертила график не такой, как на рис. 14, а такой, как на рис. 15, т. е. с добавочными хвостиками на вертикальных отрезках. Сначала появление этих хвостиков приписывали несовершенству машины и думали, как ее исправить. Но потом американский физик Дж. Гиббс доказал, что эти хвостики должны появляться всегда, когда у графика колебания есть разрыв. Теорему назвали его именем, хотя «открыла» ее машина.

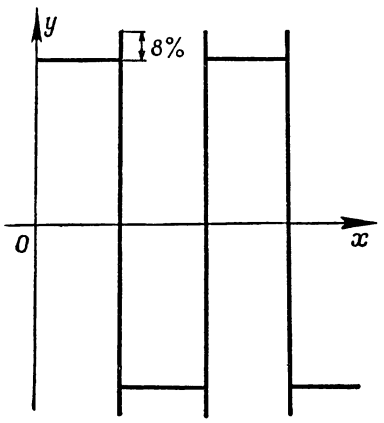


Рис. 15.

Почему не работал трансатлантический кабель

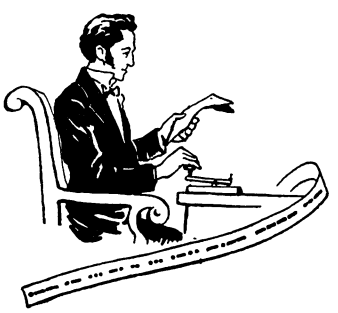
Когда проложили телеграфный кабель через Атлантический океан, то оказалось, что по нему нельзя передавать телеграммы. Вместо точек и тире на другом конце кабеля принимались совершенно непонятные сигналы. Исследованием работы кабеля занялся известный английский физик и математик Кельвин. Для этого он сначала разложил сигналы на синусоидальные составляющие и изучил, как передаются по кабелю эти составляющие. Оказалось, что колебания различной частоты передаются поразному. Одни из них идут быстрее, другие медленнее, одни сильно ослабевают, а другие меньше. Поэтому, когда эти составляющие приходят на другой конец кабеля, то их сумма становится совсем непохожей на передававшиеся сигналы. Кельвин нашел, от чего зависит изменение скорости и силы синусоидальных колебаний, и указал, как сделать кабель, чтобы колебания любой частоты шли по нему с одинаковой скоростью и одинаково ослабевали. Когда по его указаниям переделали кабель, сигналы стали передаваться без искажений и трансатлантическая связь наладилась.

Радиоприемник и камертон

Иногда вместо разложения колебания на синусоидальные составляющие стараются выделить из всего колебания одну составляющую определенной частоты. Именно это делают, когда настраивают радиоприемник на определенную частоту; из сложного электромагнитного колебания, вызванного работой всех радиостанций, ловят колебание, вызванное работой нужной станции. Точно так же камертон отзывается только на ту ноту, на которую он настроен.

Заключение

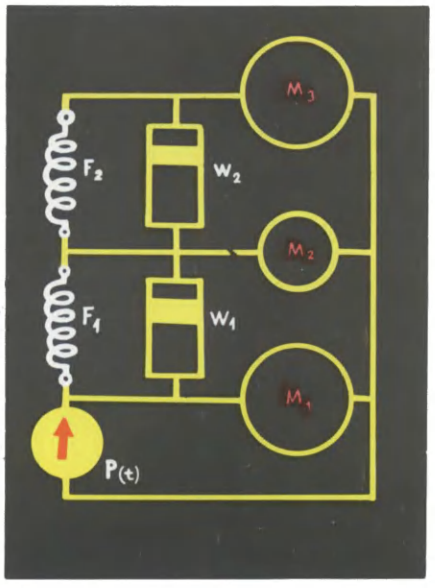
Поистине безгранична область применений показательной и тригонометрической функций в природе и технике! Вероятно, можно было бы заполнить весь этот том, рассказывая о таких примерах. Возникают естественные вопросы: Что общего между такими вещами, как трение каната о столб, радиоактивный распад, остывание чайника? Почему электромагнитные колебания так похожи на механические колебания? Почему столь часто встречаются в различных вопросах науки и техники именно эти функции?

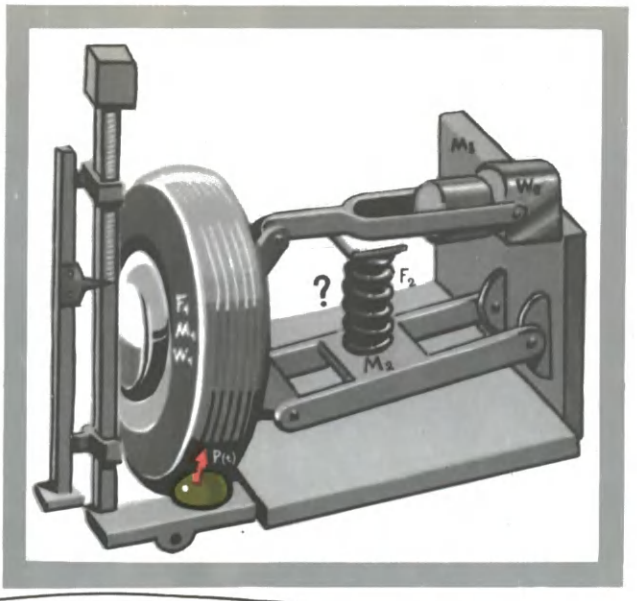


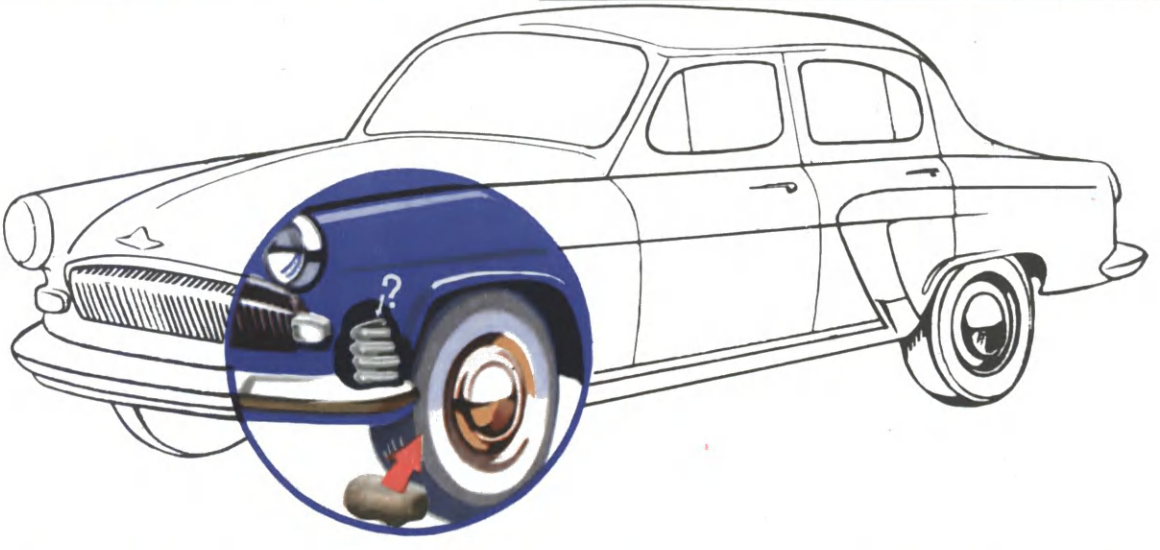
На одном конце кабеля передавали сигналы.

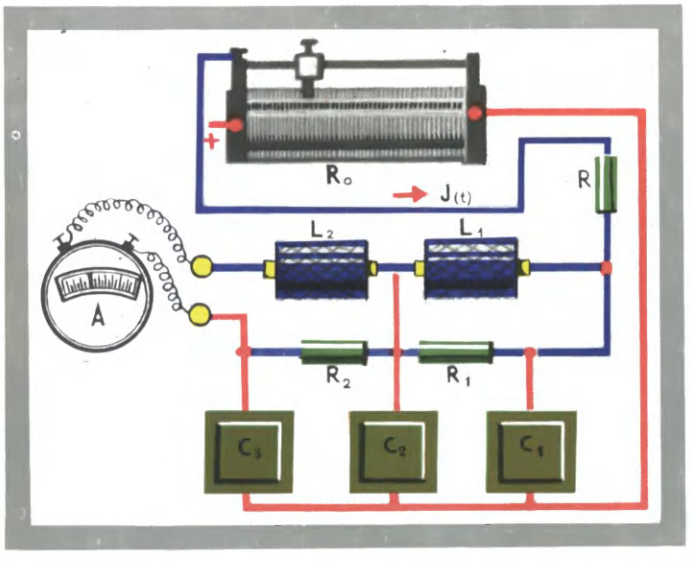
На другом конце кабеля получали сигналы, которые нельзя было понять.

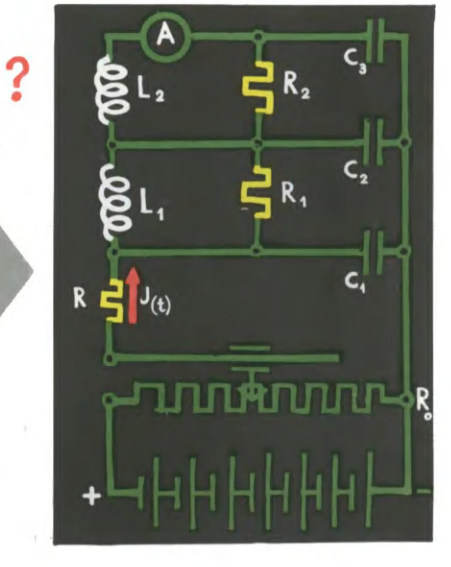
Сейчас мы не можем ответить на эти вопросы. Но в конце следующей статьи, посвященной одному из разделов высшей математики, поговорим и об этом.



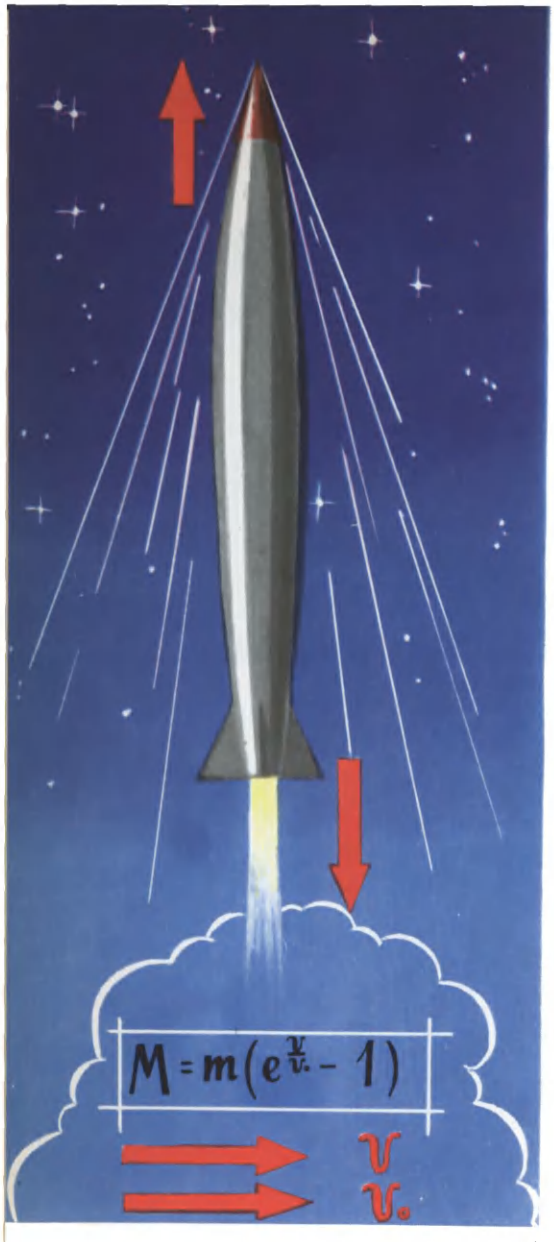




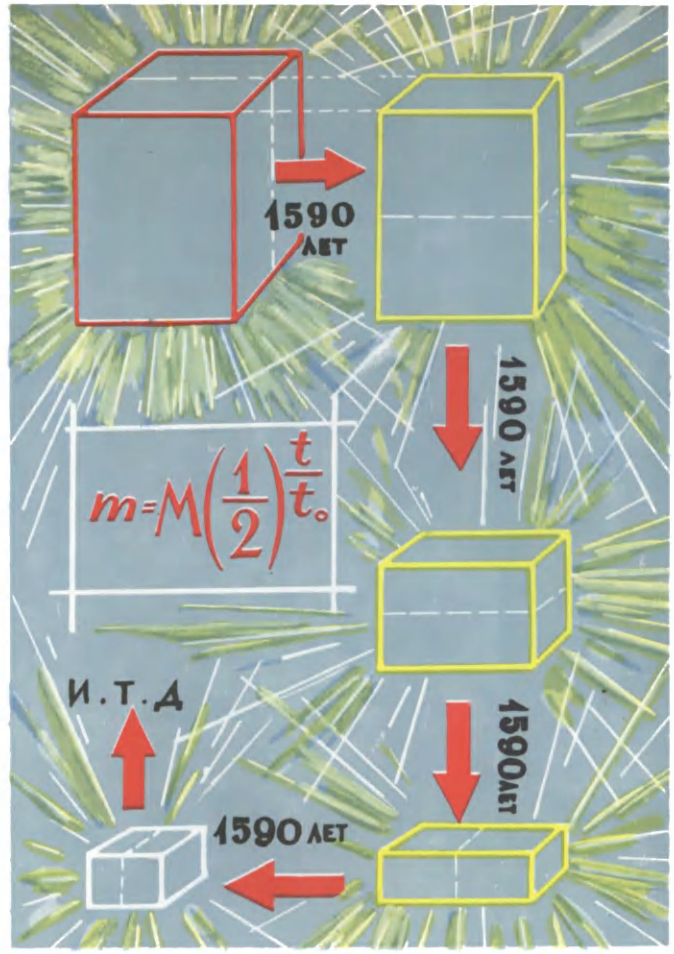




Как сожмется пружина, если под колесо автомобиля попадет камень? Ответ на этот вопрос может дать физическая модель, состоящая также из пружины, грузов и т. д., или математическая модель, которая представляет собой электрическую цепь из катушек самоиндукции, конденсаторов, реостатов и т. д.



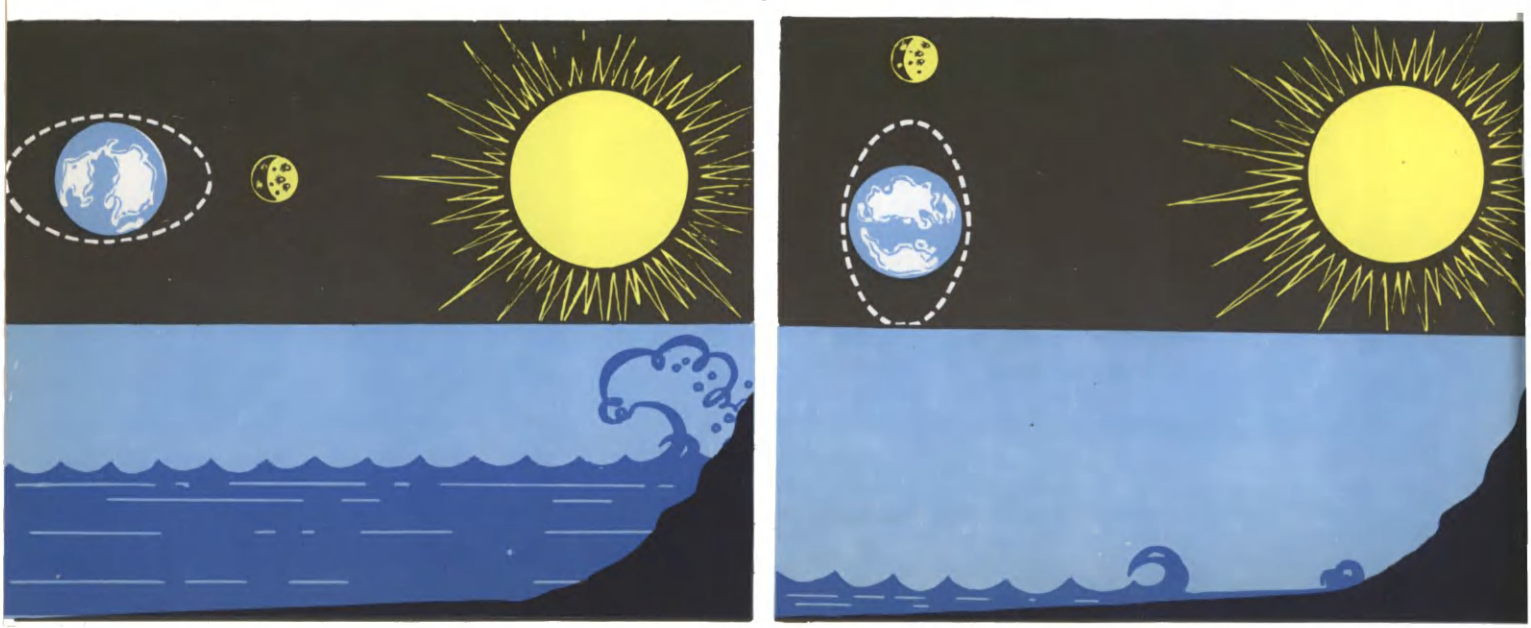
1



2

1. Формула для изменения массы ракеты, выведенная Циолковским.
2. Количество радиоактивного вещества за время t_0 уменьшается вдвое.
3. Высота прилива зависит от взаимного расположения Солнца, Земли и Луны.

3



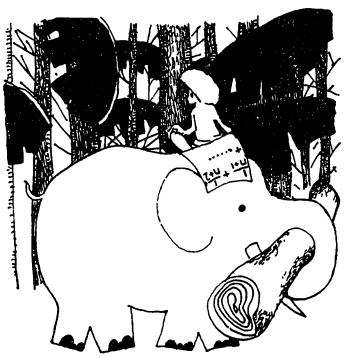
Индийский математик Сринивaза Раманужан

В декабре 1887 г., на юге Индии, в бедной семье родился мальчик — Сринивaза Раманужан. В школу он пошел вместе со своими сверстниками, но постепенно всех их обогнал в успешном изучении математики, проявляя при этом поразительную самобытность и оригинальность мышления. К концу седьмого года обучения в школе он уже приобрел хорошие знания по алгебре и тригонометрии и приступил к изучению высшей математики. В том селении, где учился Раманужан, нашлась единственная книга по высшей математике, содержащая 6165 теорем и формул, большая часть которых дана в книге без доказательств и выводов. Раманужану приходилось самому изобретать методы доказательств и способы решения задач, изложенных в книге и возникавших в его голове. Тетради, в которые юноша Раманужан заносил свои мысли, выводы и вычисления, были впоследствии даже изданы.

В 16 лет Раманужан окончил школу и был зачислен в колледж при Мадрасском университете, но проучился там только год.

Поддерживая свое существование малоинтересной случайной работой, Раманужан все свободное время отдавал математическому творчеству, заполняя тетрадку за тетрадкой своими виртуозными вычислениями и изысканиями.

Так прошло 10 лет. Однажды по совету друзей Раманужан послал несколько кратких сообщений о своих результатах известному английскому математику Г. Харди. Ученый высоко оценил незаурядное дарование Раманужана, добился его зачисления в



Кембриджский университет (1914) и сам руководил его занятиями.

Весной 1917 г. Раманужан заболел, и болезнь перешла в открытую форму туберкулеза, но он не переставал работать даже в больницах и санаториях.

В ноябре 1918 г. Раманужан был избран членом Лондонского королевского общества и профессором Кембриджского университета.

В январе 1919 г. Раманужан выехал на родину, но приехал в Индию в плохом состоянии и 26 апреля 1920 г. умер, на 33-м году жизни.

Взгляните — вот одно из многих тождеств, открытых школьником Раманужаном:

$$\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{2n}-\frac{n}{2n+1}=$$

$$=\frac{1}{2^3-2}+\frac{1}{4^3-4}+\frac{1}{6^3-6}+\frac{1}{8^3-8}+$$

$$+\ldots+\frac{1}{(2n)^3-2n},$$

где n — любое целое положительное число. Три точки между знаками «+» означают, что промежуточные слагаемые подразумеваются как очевидные.

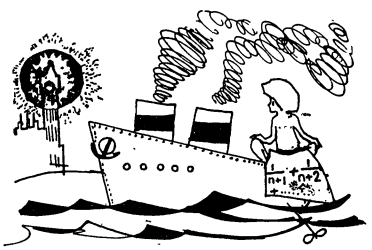
Если принять, например, $n=5$, то первое слагаемое левой суммы будет $\frac{1}{n+1}=\frac{1}{6}$, предпоследнее слагаемое $\frac{1}{2n}=\frac{1}{10}$, последнее слагаемое $-\frac{n}{2n+1}=-\frac{5}{11}$. Первое слагаемое правой суммы $\frac{1}{2^3-2}$, а последнее $\frac{1}{10^3-10}$ и тогда

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{5}{11}=$$

$$=\frac{1}{2^3-2}+\frac{1}{4^3-4}+\frac{1}{6^3-6}+$$

$$+\frac{1}{8^3-8}+\frac{1}{10^3-10}.$$

Произведите вычисления — и вы убедитесь в правильности тождества Раманужана для $n=5$. Но доказать, что это равенство правильно для любого целого положительного числа — далеко не легкая задача. Попытайтесь, кто хочет.



Курьезные равенства

Проверьте справедливость курьезных равенств:

$$1=\frac{1\cdot1}{1};$$

$$121=\frac{22\cdot22}{1+2+1};$$

$$12321=\frac{333\cdot333}{1+2+3+2+1};$$

$$1\,234321=\frac{4444\cdot4444}{1+2+3+4+3+2+1}.$$

Исследуйте самостоятельно, как далеко распространяется эта легко наблюдаемая закономерность.

Любопытные прямоугольные треугольники

Интересно, что существуют только два прямоугольных треугольника с целочисленными сторонами, площадь каждого из которых численно равна периметру. Вот один: $a=6$, $b=8$, $c=10$. А второй найдите!

Ответ на стр. 373.

Интересное свойство числа 121

Запись: 121 имеет смысл числа не только в десятичной системе, но и в любой другой, основание которой $B>2$. Это число интересно тем, что является полным квадратом как при основании 10 ($121=11^2$), так и при любом другом основании $B>2$.

Докажите!

Решение на стр. 373.

Восстановление числа

Напишите какое хотите дробное или целое число, кроме 0 и 1. Отнимите его от 1. Напишите число, обратное получившейся разности, и повторите с новым результатом весь цикл указанных действий. После третьего раза непременно получится то число, с которого начинали.

— Неужели так будет с любым числом?

— Да, и это легко доказать (см. стр. 373).

ИНТЕГРАЛ И ПРОИЗВОДНАЯ

Задача Кеплера

Если бы бочки умели говорить, то, несомненно, многие из них с удовольствием рассказали бы поучительную историю о великих заслугах бочек в создании ... высшей математики! История эта такова.

Рис. 1.

В ноябре 1613 г. королевский математик и астролог австрийского двора И. Кеплер праздновал свадьбу. Готовясь к ней, он приобрел несколько бочек виноградного вина. При покупке Кеплер был поражен тем, что продавец определял вместимость бочки, производя одно-единственное действие — измеряя расстояние от наливного отверстия до самой дальней от него точки днища (рис. 1). Ведь такое измерение совсем не учитывало форму бочки! Кеплер сразу увидел, что перед ним интереснейшая математическая задача—по нескольким измерениям вычислить вместимость бочки. Размышляя над этой задачей, он нашел формулы не только для объема бочек, но и для объема самых различных тел: лимона, яблока, айвы и даже турецкой чалмы. Для каждого из тел Кеплеру приходилось создавать новые, зачастую очень хитроумные методы.

В наши дни вычислять объемы различных тел (значительно более сложных, чем у Кеплера) необходимо при решении многих технических задач: при нахождении объема корпуса корабля, объема газгольдера, объема водохранилища и др. И решать такие задачи приходится почти каждому инженеру, каждому технику. Простые и общие методы решения подобных задач даются высшей математикой.

Математика за чайным столом

Чтобы получить представление об этих общих методах, попробуем найти объем поданного к столу лимона. Ни на одно из тел, изучаемых в школе (шар, цилиндр, конус и т. д.), лимон непохож. Однако хозяйка тут же приходит нам на помощь: она разрезает лимон на тонкие ломтики. Ровно обрезав край каждого ломтика, можно превратить его в низенький цилиндр (рис. 2), объем которого легко высчитать. Прикладывая друг к другу эти цилиндры, мы получим ступенчатое тело (рис. 3). Его объем равен сумме объемов цилиндров. Если ломтики очень тонки, то объем ступенчатого тела мало отличается от объема лимона, и чем тоньше будут ломтики, тем это отличие будет меньше.

Объем тела

Рис. 2.

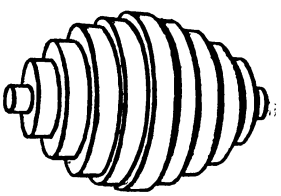


Рис. 3.

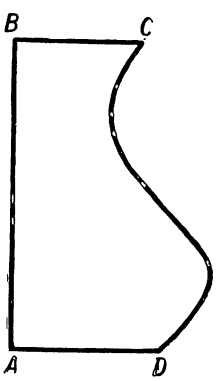


Рис. 4.

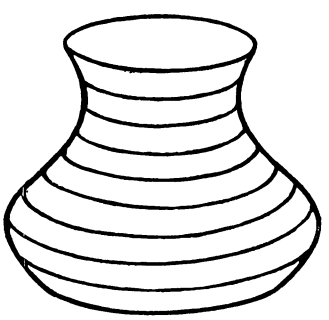


Рис. 5.

Прием, примененный нами для вычисления объема лимона, пригоден для вычисления объема любого тела вращения. Пусть фигура $ABCD$ (рис. 4) вращается вокруг стороны AB. Разрежем получающееся тело вращения (рис. 5) на тонкие ломтики и каждый ломтик заменим цилиндром. Тогда легко сможем найти объем

получающегося ступенчатого тела (рис. 6). Для этого надо знать, как меняется площадь сечения с высотой (рис. 7). Пусть площадь сечения, проведенного на высоте h, равна $S(h)$. Предположим, кроме того, что тело разрезано на n ломтиков сечениями, проведенными на высотах h_0, h_1,..., h_n над плоскостью нижнего основания (плоскость нижнего основания совпадает с сечением на высоте h_0, а плоскость верхнего — с сечением на высоте h_n, т. е. $h_0=0$, $h_n=H$ (см. рис. 6). Площадь сечения на высоте h_k равна $S(h_k)$. Поэтому объем цилиндра, которым мы заменяем k-й ломтик (рис. 8), будет равен $S(h_k)(h_k-h_{k-1})$ (так как его высота равна h_k-h_{k-1}). Складывая объемы цилиндров, получим объем всего ступенчатого тела:

$$V_{\text{ступ. тела}} = S(h_1)(h_1-h_0)+S(h_2)(h_2-h_1)+ \\ +\cdots+S(h_n)(h_n-h_{n-1}).$$

Чем тоньше будут ломтики, тем ближе объем ступенчатого тела к объему тела вращения.

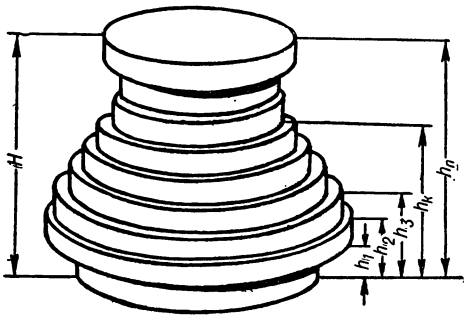


Рис. 6.

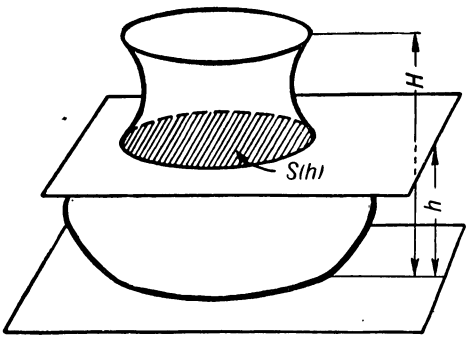


Рис. 7.

Таким же образом можно найти объем любого тела, если известно, как меняется площадь тела с высотой сечения. Например, для того чтобы вычислить объем проектируемого корабля, достаточно иметь чертежи (выполненные в определенном масштабе) поперечных разрезов корабля. По этим чертежам надо найти площадь каждого разреза (как вычислять площади сложных фигур, мы расскажем ниже), после

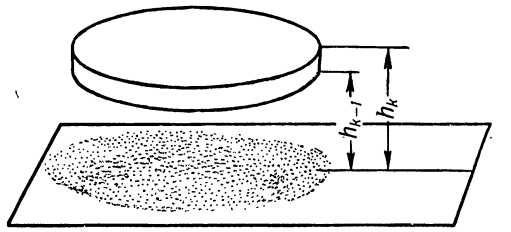


Рис. 8.

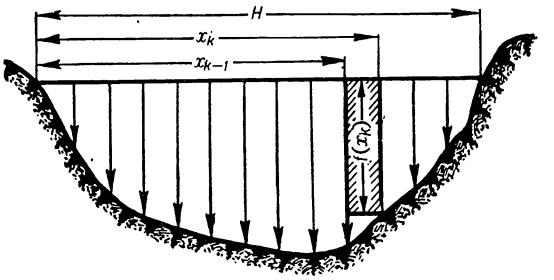


Рис. 9.

чего указанная выше формула даст приблизительное значение объема корабля. Разумеется, таким же приемом можно находить объемы газгольдеров, водохранилищ и других тел.

Промер реки

При проектировании гидроэлектростанций надо знать расход воды в реке, т. е. количество воды, протекающей в данном месте за 1 сек. Ясно, что расход воды в реке равен произведению площади поперечного сечения реки на скорость течения. Скорость течения определить довольно просто, а вот площадь поперечного сечения найти гораздо сложнее. Однако и здесь на помощь нам приходит разрезание на «ломтики». Каждый «ломтик» можно приближенно заменить прямоугольником. Складывая затем площади этих прямоугольников, мы и найдем приближенное значение площади сечения. Чем тоньше будут «ломтики», тем более точное значение площади мы получим. Измерим глубину реки в точках, находящихся на расстоянии $x_0, x_1, \ldots, x_n$ от берега ($x_0=0$; $x_n=H$ — ширина реки). Пусть на расстоянии x_k от берега глубина равна $f(x_k)$ (рис. 9). Тогда площадь поперечного сечения приблизительно равна

$$S_{\text{попер. сеч.}} \approx f(x_1)(x_1-x_0)+f(x_2)(x_2-x_1)+ \\ +\cdots+f(x_n)(x_n-x_{n-1}).$$

Вообще если геометрическая фигура имеет вид, изображенный на рис. 10 (такая фигура

называется криволинейной трапецией), и если высота в точке с абсциссой x равна $f(x)$, то для вычисления площади фигуры мы можем пользоваться той же формулой. Чем гуще расположены точки x_0, x_1,..., x_n на отрезке AB, тем более точное значение для площади фигуры получим по этой формуле.

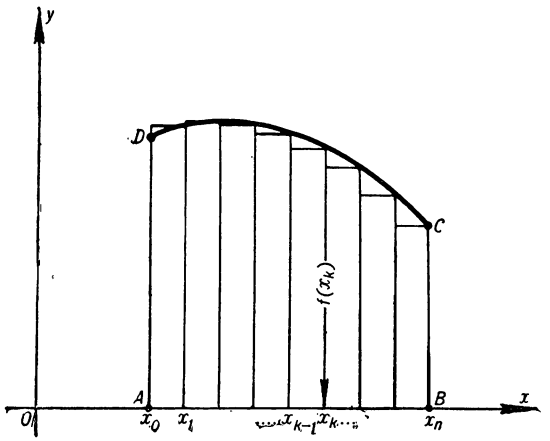


Рис. 10.

В автомобиле

Для измерения пути, пройденного автомобилем, на нем устанавливают специальный счетчик. Но даже если этот счетчик испорчен, можно подсчитать пройденный автомобилем путь по спидометру (прибору, показывающему скорость автомобиля). Для этого надо записать показания спидометра в моменты времени $t_0=0$, t_1, t_2,..., $t_n=T$. Если бы движение автомобиля от момента t_{k-1} до момента t_k совершалось равномерно с той скоростью $v(t_k)$, которую он в действительности имел в конце этого промежутка, т. е. в момент t_k, то за промежуток времени от t_{k-1} до t_k он проехал бы расстояние $v(t_k)(t_k-t_{k-1})$. Поэтому путь, пройденный за все время движения от 0 до T, был бы равен:

$$v(t_1)(t_1-t_0)+v(t_2)(t_2-t_1)+\\ +\cdots+v(t_n)(t_n-t_{n-1}).$$

Этой формулой можно пользоваться для приближенного подсчета пути, пройденного автомобилем. Но автомобиль не всегда движется равномерно, и даже за маленький промежуток времени скорость его успевает несколько раз измениться. Однако чем чаще будем записывать показания спидометра, т. е. чем меньше будут промежутки времени между отдельными измерениями, тем точнее написанная формула будет давать пройденный автомобилем путь.

Интеграл

Мы разобрали ряд задач из различных областей физики, техники, геометрии. Несмотря на внешнее различие этих задач, у них было много общего. Каждый раз для приближенного вычисления некоторой величины (объема, площади, пути и т. д.) мы получали сумму вида:

$$f(x_1)(x_1-x_0)+f(x_2)(x_2-x_1)+\\ +\cdots+f(x_n)(x_n-x_{n-1}).$$

Здесь $f(x)$ — некоторая функция, заданная на отрезке от a до b, а $x_0=a, x_1,\ldots, x_{n-1}, x_n=b$ — точки на этом отрезке. Например, при вычислении пути функция $f(x)$ была скоростью в момент времени x (только время мы раньше обозначали буквой t, а не x, что, конечно, несущественно), a было равно нулю, а b равнялось времени T движения автомобиля.

Суммы такого вида встречаются в математике и ее приложениях очень часто. Их называют интегральными суммами. Такие суммы дают значение искомой величины только приближенно. Но если мы будем брать точки x_0, x_1,..., x_n все гуще и гуще на отрезке от a до b, то интегральные суммы будут приближаться к некоторому числу, а именно к точному значению искомой величины. Это число называется интегралом от функции $f(x)$ на отрезке от a до b и обозначается через $\int_a^b f(x)\,dx$.

Таким образом,

$$\int_a^b f(x)\,dx=\\ =\lim\left[f(x_1)(x_1-x_0)+\cdots+f(x_n)(x_n-x_{n-1})\right],$$

где предел lim берется при условии, что число промежутков неограниченно увеличивается, а их длины стремятся к нулю.

В самом обозначении $\int_a^b f(x)\,dx$ сохраняются воспоминания об интегральной сумме, из которой получается интеграл. В Италии букву S часто пишут в виде $\int$. Поэтому сам знак интеграла есть просто первая буква латинского слова Summa (сумма). Вслед за знаком $\int$ указывается, что суммировались выражения $f(x_k)(x_k-x_{k-1})$. Только вместо разности x_k-x_{k-1} пишут dx, где d — первая буква латинского слова differentia (разность). Понятие интеграла является одним из основных в математике. Пользуясь этим понятием, можно записать многие полученные

ранее формулы гораздо короче и не приближенно, а точно. Например, формула объема любого тела принимает вид:

$$V = \int_0^H S(h)\,dh, \qquad (1)$$

где H — высота этого тела, а $S(h)$ — площадь сечения, проведенного параллельно основанию тела на высоте h от основания (см. рис. 7).

Формулу площади фигуры, изображенной на рис. 10, можно записать в виде:

$$S = \int_a^b f(x)\,dx, \qquad (2)$$

где $f(x)$ — высота кривой CD в точке с абсциссой x.

Путь, пройденный за промежуток времени от 0 до T, выражается через скорость $v(t)$ по формуле:

$$s = \int_0^T v(t)\,dt. \qquad (3)$$

Геометрическое вычисление интегралов

Формулы (1) и (2) можно использовать для нахождения площадей и объемов различных тел. Но так как площади и объемы простых тел мы уже знаем, то, наоборот, с помощью этих формул можно вычислить значения некоторых простых интегралов. (Дальше, на стр. 368, мы укажем, как можно сосчитать эти интегралы непосредственным вычислением, не прибегая к геометрии.)

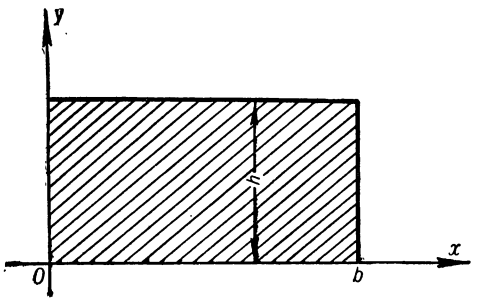


Рис. 11.

Самой простой геометрической формулой вычисления площади является формула площади прямоугольника: $S=hb$. Прямоугольник можно рассматривать как криволинейную трапецию, высота которой во всех точках одинакова и равна h (рис. 11), так что его площадь может быть записана в виде интеграла: $S = \int_0^b h\,dx$, где h — постоянная величина. Итак, мы доказали формулу:

$$\int_0^b h\,dx = hb \qquad (4)$$

(h — постоянная). В частности, при $h=1$ получаем:

$$\int_0^b dx = b. \qquad (5)$$

Вспомним теперь формулу площади прямоугольного треугольника: $S = \frac{1}{2}hb$, где h и b — катеты. Из рис. 12 видно, что треугольник можно рассматривать как криволинейную трапецию,

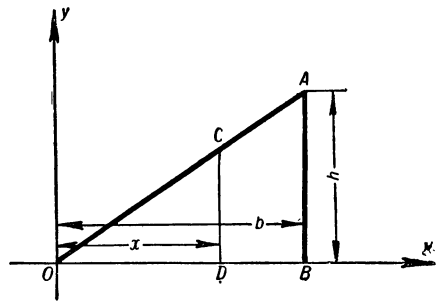


Рис. 12.

высота y которой в точке с абсциссой x равна $\frac{hx}{b}$ (это вытекает из подобия треугольников OAB и OCD). Поэтому площадь треугольника может быть записана в виде интеграла:

$$S = \int_0^b \frac{hx}{b}\,dx.$$

Таким образом, мы доказали, что

$$\int_0^b \frac{hx}{b}\,dx = \frac{1}{2}\,hb.$$

Если треугольник OAB равнобедренный, т. е. если $h=b$, то получаем формулу:

$$\int_0^b x\,dx = \frac{1}{2}\,b^2. \qquad (6)$$

Наконец, рассмотрим еще один пример. Возьмем правильную четырехугольную пирамиду с ребром в основании, равным b, и высотой, равной этому ребру (рис. 13). Поставим

пирамиду на вершину (так, чтобы ось ее была вертикальной) и проведем плоскость параллельно основанию пирамиды на расстоянии x от вершины. Тогда в сечении получится квадрат

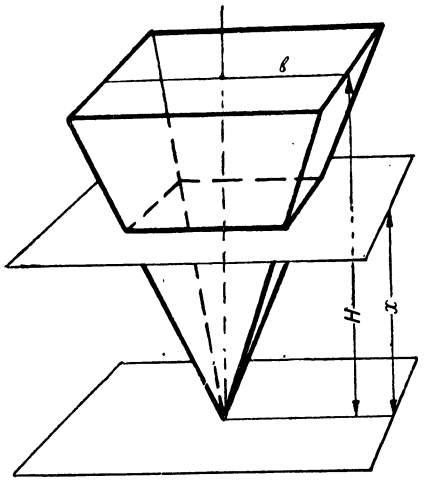


Рис. 13.

со стороной, тоже равной x, а площадь его $S(x)$ будет равна x^2. Поэтому по формуле (1) объем V пирамиды выразится интегралом:

$$V = \int_0^b x^2 dx.$$

Сравнивая эту формулу с известной из школьного курса формулой объема пирамиды, получим:

$$\int_0^b x^2 dx = \frac{1}{3} b^2 \cdot b,$$

или:

$$\int_0^b x^2 dx = \frac{1}{3} b^3. \qquad (7)$$

Найденные выше формулы (5), (6), (7), очевидно, можно объединить в одну общую формулу:

$$\int_0^b x^n dx = \frac{b^{n+1}}{n+1} \qquad (8)$$

при $n=0, 1, 2$.

Эта формула, как доказывается в математике, справедлива не только при $n=0, 1, 2$, но и при любых положительных значениях показателя n, например:

$$\int_0^b x^{10} dx = \frac{b^{11}}{11}; \quad \int_0^b \sqrt{x}\, dx = \int_0^b x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{2}{3} b^{\frac{3}{2}}.$$

Интегрирование многочленов

Теперь уже нетрудно научиться вычислять интеграл от любого многочлена. Сделаем предварительно два простых, но очень важных замечания.

Первое замечание. Пусть два тела M_1 и M_2 движутся в одном и том же направлении, причем так, что скорость тела M_2 в каждый момент времени в k раз больше скорости тела M_1. Тогда ясно, что и путь, пройденный телом M_2, будет в k раз больше пути, пройденного за то же время телом M_1. Запишем этот очевидный факт формулой. Обозначим скорость тела M_1 в момент t через $v(t)$, тогда скорость тела M_2 в тот же момент равна $kv(t)$. Пути s_1 и s_2, пройденные телами M_1 и M_2 за промежуток времени от $t=0$ до $t=T$, равны следующим интегралам:

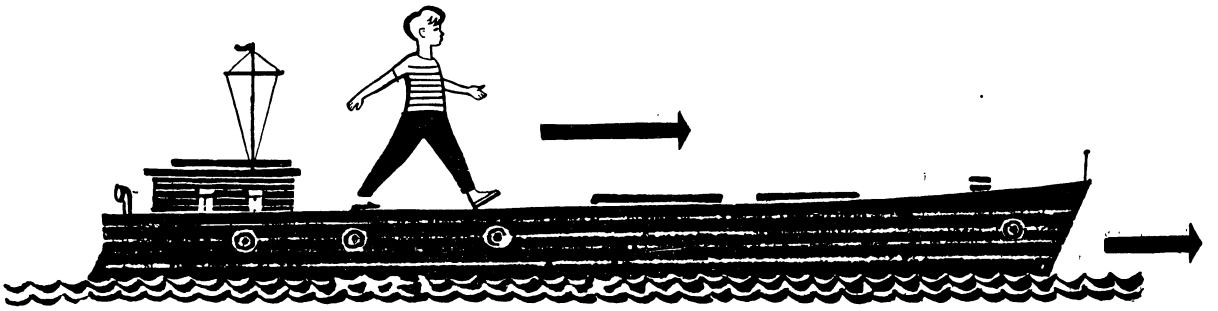
$$s_1 = \int_0^T v(t)\, dt, \qquad s_2 = \int_0^T kv(t)\, dt.$$

Но так как путь, пройденный вторым телом, в k раз больше пути, пройденного первым телом (т. е. $s_2 = ks_1$), то

$$\int_0^T kv(t)\, dt = k \int_0^T v(t)\, dt.$$

Иначе говоря, *числовой (постоянный) множитель можно выносить из-под знака интеграла.*

Второе замечание. Пусть тело M_1 движется в некотором направлении, а по его поверхности движется в том же направлении тело M_2. Например, баржа плывет по реке, а по ее па-



лубе идет человек. Обозначим скорость движения тела M_1 через $v_1(t)$, а скорость перемещения тела M_2 по поверхности тела M_1 — через $v_2(t)$. Тогда путь, пройденный телом M_1 за время от $t=0$ до $t=T$, равен

$$\int_0^T v_1(t)\,dt,$$

а путь, пройденный телом M_2 по поверхности тела M_1, равен

$$\int_0^T v_2(t)\,dt.$$

Общий же путь, пройденный в пространстве телом M_2 (как за счет собственного движения, так и за счет движения тела M_1, которое его везет), равен

$$\int_0^T v_1(t)\,dt + \int_0^T v_2(t)\,dt.$$

Но ясно, что скорость перемещения тела M_2 в пространстве равна $v_1(t)+v_2(t)$, так что путь, пройденный этим телом, имеет значение:

$$\int_0^T [v_1(t)+v_2(t)]\,dt.$$

Приравнивая оба найденных значения пути, получим:

$$\int_0^T [v_1(t)+v_2(t)]\,dt = \int_0^T v_1(t)\,dt + \int_0^T v_2(t)\,dt,$$

т. е. *интеграл от суммы двух (или нескольких) функций равен сумме интегралов от слагаемых.*

Переходим к интегрированию многочленов. Пусть, например, нужно вычислить интеграл

$$\int_0^b (x^2 - 3x + 5)\,dx.$$

Так как подынтегральное выражение есть сумма $x^2+(-3x)+5$, то можно наш интеграл разбить на три:

$$\int_0^b x^2dx + \int_0^b (-3x)\,dx + \int_0^b 5dx.$$

Во втором и третьем интегралах можно вынести за знак интеграла числовой множитель, после чего легко получим ответ:

$$\int_0^b (x^2 - 3x + 5)\,dx = \int_0^b x^2dx - 3\int_0^b xdx + 5\int_0^b dx = \frac{b^3}{3} - 3\frac{b^2}{2} + 5b.$$

Иначе говоря, интегрировать многочлены можно п о ч л е н н о. Вообще, если

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n —$$

некоторый многочлен n-й степени, то его интеграл находится по формуле:

$$\int_0^b f(x)\,dx = a_0\frac{b^{n+1}}{n+1} + a_1\frac{b^n}{n} + \cdots + a_{n-1}\frac{b^2}{2} + a_nb.$$

Применение интегралов

Мы научились вычислять интегралы от многочленов. Этого уже достаточно, чтобы иметь возможность решать многие математические и физические задачи.

Покажем для начала, как просто получаются с помощью интегралов некоторые формулы, изучаемые в школе.

Выведем формулу пути равноускоренного движения. Если начальная скорость тела в момент $t=0$ равна v_0, а ускорение движения равно a, то в момент времени t скорость тела составит $v(t)=v_0+at$. Поэтому по формуле (3)

путь, пройденный телом с начала движения до момента T, выражается формулой:

$$s = \int_0^T v(t)\,dt = \int_0^T (v_0 + at)\,dt = v_0 T + \frac{aT^2}{2}.$$

Выведем теперь некоторые геометрические формулы. Сначала найдем, чему равен объем шара радиуса R. Конечно, нам достаточно найти объем полушара, а потом его удвоить. Рассечем полушар плоскостью, параллельной его основанию и отстоящей на x от основания (рис. 14). В сечении получится круг радиуса $AB = \sqrt{R^2 - x^2}$ (это получается, если применить теорему Пифагора к треугольнику OAB). Поэтому площадь получившегося сечения равна:

$$\pi\left(\sqrt{R^2 - x^2}\right)^2 = \pi R^2 - \pi x^2.$$

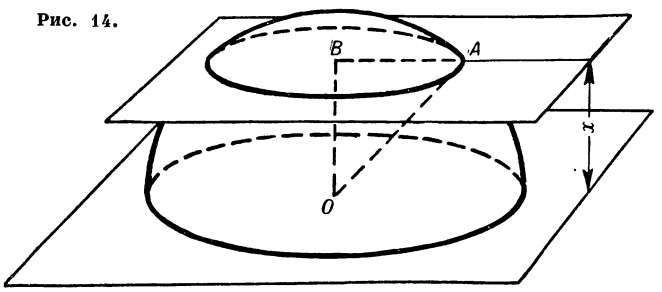
Но тогда объем полушара (высота его равна R) выражается формулой:

$$V_{\text{полушара}} = \int_0^R (\pi R^2 - \pi x^2)\,dx = \pi R^2 R - \pi \frac{R^3}{3} =$$

$$= \frac{2}{3}\pi R^3.$$

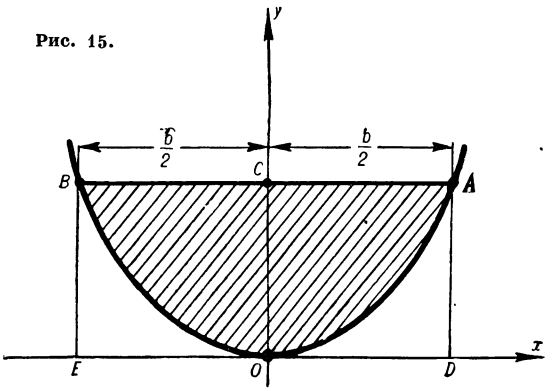
Следовательно, объем всего шара равен $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Рис. 14.



Но с помощью интегрального исчисления можно найти и такие площади и объемы, которые не изучаются в школе. Найдем, например, площадь параболического сегмента $AOBA$, у которого хорда AB равна b, а стрелка OC равна h (рис. 15). Уравнение параболы имеет вид $y = ax^2$. В точке с абсциссой $x = \frac{b}{2}$ ордината AD должна равняться длине стрелки h. Поэтому $h = \frac{ab^2}{4}$. Но это значит, что $a = \frac{4h}{b^2}$. Итак, наш параболический сегмент ограничен снизу параболой, у которой в точке с абсциссой x ордината $y = \frac{4hx^2}{b^2}$. Мы легко можем теперь найти площадь криволинейного треугольника OAD.

Рис. 15.



По формуле (2) она равна:

$$S = \int_0^{\frac{b}{2}} \frac{4hx^2}{b^2}\,dx = \frac{4h}{3b^2}\left(\frac{b}{2}\right)^3 = \frac{hb}{6}.$$

Площадь же прямоугольника $ABED$ равна bh. Но площадь параболического сегмента получается, если из площади прямоугольника вычесть удвоенную площадь треугольника OAD, т. е. она равна $\frac{2bh}{3}$.

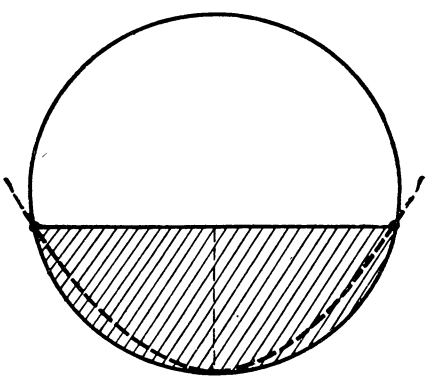


Рис. 16.

Круговой сегмент, имеющий небольшой центральный угол, можно приближенно заменить параболическим сегментом с той же хордой и той же стрелкой (рис. 16). Поэтому для площади кругового сегмента имеет место приближенная формула:

$$S_{\text{круг. сегм.}} \approx \frac{2}{3}bh.$$

Например, если центральный угол равен 60°, то приближенная формула дает результат

0,0893... R^2, а точная 0,0906...R^2. Таким образом даже для такого сравнительно большого центрального угла, как 60°, приведенная формула дает точность до 1,5%.

Чудесная формула

Тот же прием, который мы применили для приближенного вычисления площади кругового сегмента, можно, конечно, применить и для случая произвольной криволинейной трапеции, ограниченной сверху кривой CD с уравнением $y=f(x)$ (рис. 17). Обозначим через M

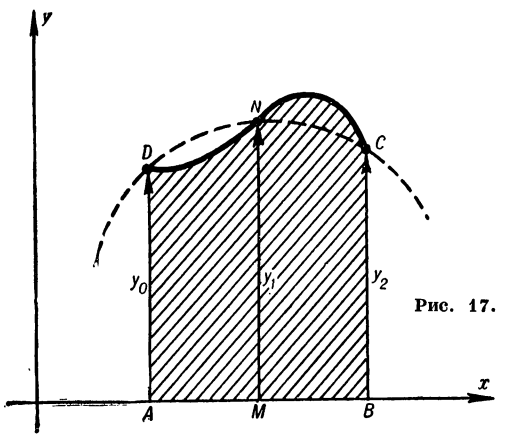


Рис. 17.

середину отрезка AB и восставим в точках A, M и B ординаты AD, MN, BC кривой CD. Длины этих ординат обозначим через y_0, y_1, y_2. Проведем через точки C, N и D дугу параболы, имеющей вертикальную ось (такую дугу можно провести всегда, и притом только одну; иногда она превращается в отрезок прямой).

Довольно простые подсчеты, использующие формулы (5), (6), (7), показывают, что площадь, лежащая под этой дугой параболы, равна

$$\frac{b-a}{6}(y_0 + 4y_1 + y_2),$$

где b и a — абсциссы точек B и A. Без большой ошибки можно принять, что этому же равна и площадь криволинейной трапеции $ABCD$, т. е. что:

$$S_{ABCD} \approx \frac{b-a}{6}(y_0 + 4y_1 + y_2).$$

Поскольку площадь криволинейной трапеции выражается интегралом $\int_a^b f(x)\,dx$, то найденная формула дает приближенное значение этого интеграла. Иными словами,

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{6}(y_0 + 4y_1 + y_2),$$

где y_0, y_1, y_2 — значения функции $f(x)$ в точках с абсциссами a, $\frac{a+b}{2}$ и b.

Объем любого тела можно приближенно считать по такой же формуле:

$$V = \int_0^H S(x)\,dx \approx \frac{H}{6}(S_0 + 4S_1 + S_2),$$

где H — высота тела, S_0 — площадь нижнего сечения, S_1 — площадь среднего сечения, S_2 — площадь верхнего сечения. К этой формуле прибегают для приближенного вычисления объема дерева, стога, бочки и других фигур более или менее сложной формы. Замечательно, что для всех фигур, изучаемых в школе (призмы, цилиндра, пирамиды, конуса, усеченной пирамиды, усеченного конуса, шара, шарового слоя, шарового сегмента), эта формула дает не приближенный, а совершенно точный результат. Проверьте это утверждение.

Как измерить скорость полета пули

Мы часто говорили о скорости движения (например, автомобиля). Мы имели формулу:

$$s = \int_0^T v(t)\,dt,$$

в которой $v(t)$ означает скорость движения тела в момент времени t. Такую скорость в физике называют мгновенной скоростью. Каким же образом можно измерить мгновенную скорость движения? Если речь идет о скорости движения автомобиля, в кабине которого мы едем, то все обстоит очень просто — надо лишь посмотреть на стрелку спидометра, и мы будем знать скорость движения. Но как узнать скорость движения автомобиля, проезжающего мимо нас по улице, или скорость полета пули? Мы знаем, что существуют приборы для измерения расстояний (линейки, рулетки и др.). Приложим такой прибор к измеряемому расстоянию, и ответ сразу виден. Есть приборы и для измерения времени (часы, хронометры). Много есть и других полезных приборов. Но «скоростемеров» — приборов, которые можно было бы «приложить»

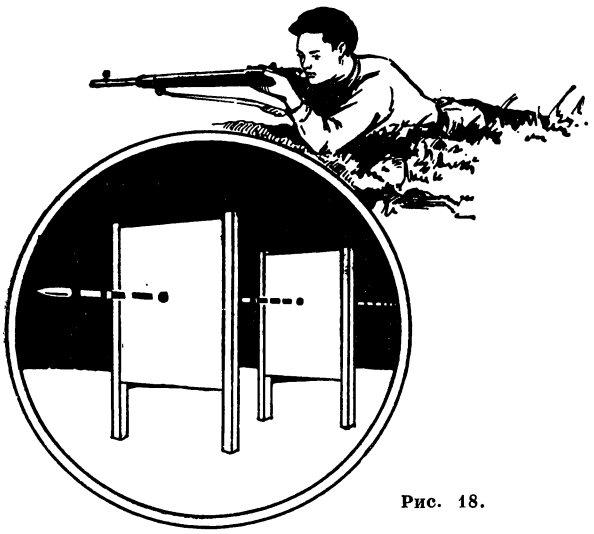


Рис. 18.

к движущемуся мимо нас телу, чтобы непосредственно по его показанию узнать скорость движения тела, нет. Да и как «приложить» прибор к мчащемуся мимо автомобилю или летящей пуле?

До некоторой степени нам могут помочь приборы, измеряющие расстояние и время. Эти приборы позволяют измерить путь, который пролетела пуля, и время, которое она на это затратила. Разделив путь на время, мы и узнаем скорость полета пули. Однако таким образом мы получаем лишь *среднюю скорость* полета пули, которая мало о чем говорит: ведь сопротивление воздуха постепенно замедляло движение пули, и потому в конце пути она летела с меньшей скоростью, чем в его начале. Поэтому для определения скорости пули в некоторой точке ее пути поступают иначе. В этой точке ставят лист тонкого материала, соединенный с часами таким образом, что они отмечают момент времени t_1, когда пуля пробивает этот лист. На небольшом расстоянии от него ставят второй лист, также соединенный с часами, так что они отмечают момент t_2, когда пуля его пробивает. Пусть первый лист находится на расстоянии s_1 от линии огня, а второй — на расстоянии s_2 (рис. 18). Тогда расстояние $s_2 - s_1$ пуля пролетает за время $t_2 - t_1$. Значит, средняя скорость полета пули за это время равна:

$$v_{\text{ср.}} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}.$$

Но и это измерение не дает точного значения мгновенной скорости в момент t_1. Ведь воздух тормозил пулю, когда она летела между листами, и ко второму листу пуля подлетела с несколько меньшей скоростью, чем к первому. Чтобы уменьшить влияние сопротивления воздуха на скорость пули, надо ставить листы ближе друг к другу. И чем ближе будет второй лист к первому, тем точнее измерим мы мгновенную скорость полета пули в момент t_1 (мы считаем, конечно, что у нас совершенно точные часы и безукоризненные линейки). При этом чем ближе друг к другу расположены листы, тем за меньший промежуток времени $t_2 - t_1$ пролетает пуля расстояние между ними. Мы можем сказать, таким образом, что мгновенная скорость полета пули равна:

$$v(t_1) = \lim \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1},$$

где предел берется при условии, что значение s_2 приближается к значению s_1 (или, что то же самое, при условии, что значение t_2 приближается к значению t_1).

Скорость радиоактивного распада

Различные радиоактивные вещества распадаются не одинаково быстро.

В каком же смысле можно говорить о том, что распад происходит быстро или медленно? Как можно измерить скорость распада куска радиоактивного вещества в данный момент времени? Легко измерить среднюю скорость распада за 1 год: надо измерить количество вещества, распавшегося за 1 год, и разделить его на число секунд в году. Это и даст среднюю скорость распада, выраженную в *г/сек*. Однако для нахождения мгновенной скорости распада этот расчет мало пригоден — ведь в течение года количество радиоактивного вещества постепенно уменьшалось, поэтому оно распадалось все медленнее и медленнее. Чтобы поточнее определить скорость распада в данный момент времени, надо измерить среднюю скорость распада не за год, а за месяц или еще лучше за сутки, час, минуту и т. д. Каждый раз надо брать количество вещества, распавшегося за это время, и делить на число секунд в выбранном промежутке времени. Так, уменьшая промежутки времени между двумя измерениями массы вещества, мы будем приближаться к какому-то числу. Это число и даст скорость распада в данный момент времени.

Формулами это можно записать следующим образом. Предположим, что в момент времени t_1 масса еще не распавшегося радиоактивного вещества в пробирке была равна m_1, а через некоторое время, в момент t_2, масса его уменьшилась (так как часть вещества превратилась в продукт распада) и стала равной m_2. Таким образом, за время $t_2 - t_1$ масса имевшегося в пробирке радиоактивного вещества изменилась на $m_2 - m_1$ (это число отрицательное — ведь масса нераспавшегося радиоактивного вещества с течением времени уменьшается). Отношение

$$\frac{m_2 - m_1}{t_2 - t_1}$$

представляет собой среднюю скорость изменения массы радиоактивного вещества в пробирке за рассматриваемый промежуток времени, т. е. среднюю скорость распада. Чем меньше промежуток времени $t_2 - t_1$, тем точнее это отношение выражает мгновенную скорость распада. Мы можем сказать, таким образом, что мгновенная скорость распада $u(t_1)$ в момент t_1 равна:

$$u(t_1) = \lim \frac{m_2 - m_1}{t_2 - t_1},$$

где предел берется при условии, что значение t_2 приближается к t_1.

Совершенно аналогично можно определить мгновенную скорость химической реакции.

Умеете ли вы проводить касательную?

Услышав такой вопрос, вы, вероятно, вспомните построение касательной к окружности и дадите утвердительный ответ. Но речь идет о касательной к любой кривой, а не только к окружности. А в школьных учебниках не только ничего не сказано о проведении касательной к любой кривой, но даже не определяется, что это такое. Нельзя, разумеется, определять касательную как прямую, имеющую с кривой лишь одну общую точку: ось параболы пересекается с ней только в одной точке (рис. 19), но вряд ли кому-нибудь придет в голову говорить, что эта ось касается параболы.

Что же такое касательная к кривой и как ее провести? Постараемся ответить на эти вопросы. Проведем через точку M, лежащую на кривой, секущую MN (рис. 20). Если теперь точку N приближать по кривой к точке M, то секущая будет поворачиваться вокруг точки

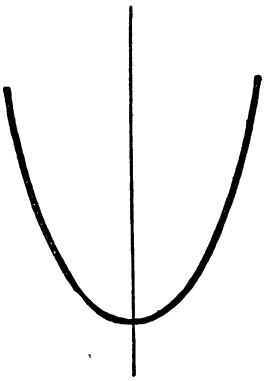


Рис. 19.

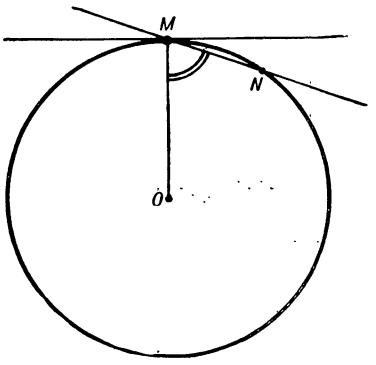


Рис. 21.

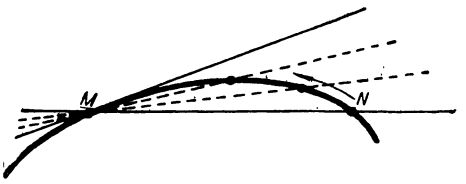


Рис. 20.

M, все более приближаясь к некоторой прямой. Эта прямая и есть касательная к кривой в точке M. Для окружности это определение касательной совпадает с обычным (рис. 21): по мере приближения точки N к точке M угол OMN приближается к прямому углу, и потому касательная к окружности перпендикулярна радиусу.

Итак, *касательная — это прямая, к которой приближается секущая MN, когда точка N приближается (по рассматриваемой кривой) к точке M.*

Теперь нетрудно будет описать положение касательной с помощью некоторой формулы. Для этого будем считать, что кривая AB является графиком некоторой функции $y=f(x)$. Обозначим ординаты точек M и N через y_1 и y_2, а их абсциссы — через x_1 и x_2. Рассматривая прямоугольный треугольник MNP с гипотенузой MN и катетами, параллельными осям координат (рис. 22), мы можем легко определить угол φ, под которым секущая наклонена к оси x:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{PN}{MP}.$$

Но из рис. 22 ясно, что $PN = y_2 - y_1, MP = x_2 - x_1$. Таким образом,

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

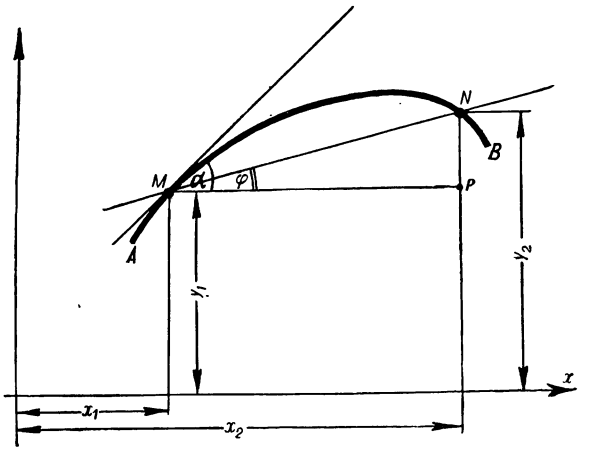


Рис. 22.

Если теперь точка N начнет по кривой AB приближаться к точке M, то секущая MN будет, поворачиваясь, приближаться к положению касательной, так что в пределе мы получим тангенс угла, под которым касательная наклонена к оси x:

$$\operatorname{tg}\alpha = \lim \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Предел берется при условии, что точка N приближается к M, т. е. что значение x_2 приближается к x_1.

Производная

Мы рассмотрели несколько задач из физики и геометрии. Несмотря на внешнее различие этих задач, у них было много общего. В первых двух задачах (скорость движения, скорость распада) это общее заключалось в том, что мы в обоих случаях имели скорость изменения некоторой величины: скорость движения есть скорость изменения пути с течением времени, скорость распада есть скорость изменения массы радиоактивного вещества. Но и в третьем примере мы имели некоторую скорость изменения: тангенс угла наклона касательной есть скорость изменения ординаты, когда мы перемещаемся по оси x.

Действительно, отношение $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ представляет собой среднюю скорость возрастания ординаты при перемещении от точки x_1 к точке x_2, а предельное значение этого отношения (равное $\operatorname{tg}\alpha$) дает мгновенную скорость изменения ординаты.

Итак, во всех рассмотренных задачах мы имели мгновенную скорость изменения некоторой величины; этим и объясняется, что при определении этих на первый взгляд очень непохожих величин получились очень похожие формулы. Чисто математически скорость изменения можно определить следующим образом. Пусть мы имеем функцию $y=f(x)$. Обозначим те значения, которые эта функция принимает в двух точках x_1 и x_2, через y_1 и y_2. Тогда разность y_2-y_1 показывает, на сколько изменилось значение рассматриваемой функции при переходе от значения x_1 к значению x_2, а отношение $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ представляет собой среднюю скорость изменения функции $y=f(x)$ на промежутке от x_1 до x_2. Если теперь уменьшать этот промежуток, приближая значение x_2 к x_1, то мы получим в пределе мгновенную скорость изменения рассматриваемой функции в точке x_1; она равна

$$\lim \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1},$$

где предел берется при условии, что значение x_2 приближается к x_1. Эта мгновенная скорость изменения называется производной от функции $y = f(x)$ по аргументу x в точке x_1; она обозначается через $f'(x_1)$.

В этих обозначениях явно указывается, в какой точке берется мгновенная скорость изменения (т. е. производная). Есть и другие обозначения для производной, но мы их не будем указывать. Конечно, производную можно находить в различных точках, так что производная $f'(x)$ есть опять некоторая функция от x. Теперь ясно, что рассмотренные выше задачи из физики и геометрии могут быть сформулированы с помощью производной.

Скорость движения $v(t)$ есть производная от пути $s(t)$ по времени:

$$v(t) = s'(t). \qquad (9)$$

Скорость $u(t)$ радиоактивного распада есть производная от массы радиоактивного вещества $m(t)$ по времени:

$$u(t) = m'(t). \qquad (10)$$

Наконец, тангенс наклона касательной к графику функции $y=f(x)$, проведенной в точке с абсциссой x, есть производная от функции $f(x)$:

$$\operatorname{tg}\alpha\,|_{\text{в точке } x} = f'(x). \qquad (11)$$

Производные многочленов

Из сказанного выше ясно, что для решения ряда задач физики, геометрии и других наук весьма важно уметь находить производные различных функций (нахождение производных называется дифференцированием). Мы рассмотрим сейчас пример непосредственного вычисления производной.

Возьмем функцию $y=x^3$. Отношение, которое нужно рассмотреть при вычислении этой производной, имеет такой вид:

$$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{x_2^3-x_1^3}{x_2-x_1}=\frac{(x_2-x_1)\left(x_2^2+x_2x_1+x_1^2\right)}{x_2-x_1}=$$
$$=x_2^2+x_2x_1+x_1^2.$$

Если теперь x_2 будет приближаться к x_1, то последнее выражение будет, очевидно, приближаться к значению $x_1^2+x_1^2+x_1^2=3x_1^2$. Таким образом, производная от функции $y=x^3$ имеет в точке $x=x_1$ значение $3x_1^2$, т. е. $(x^3)'\,|_{\text{при } x=x_1}=3x_1^2$. Более кратко это записывают так: $(x^3)'=3x^2$.

Предоставляем читателю таким же образом найти производные от функций $y=x^2$ и $y=x$. Результаты получаются такие:

$$(x^2)'=2x;\quad (x)'=1.$$

Эти формулы вычисления производных объединяются, очевидно, одной общей формулой:

$$(x^n)'=nx^{n-1}. \qquad (12)$$

Для случая целого положительного значения n эту формулу можно проверить примерно таким же способом, как мы выше вычислили производную от x^3. В математике доказывается, что формула (12) верна при любом n. Заметим, что производная единицы (или вообще любой постоянной величины) равна нулю. Это легко следует из формулы (12), а впрочем, ясно и без этого, так как скорость изменения постоянной, очевидно, равна нулю.

Заметим теперь, что производная обладает следующими простыми, но важными свойствами: *постоянный множитель можно выносить за знак производной*; *кроме того, производная суммы двух (или нескольких) функций равна сумме производных от слагаемых*:

$$[kf(x)]'=k\cdot f'(x),$$
$$[f_1(x)+f_2(x)]'=f'_1(x)+f'_2(x).$$

Справедливость этих правил легко проиллюстрировать с помощью формулы (9), примерно так же, как мы сделали выше для интегралов.

Теперь уже легко можно находить производные любых многочленов, например:

$$(3x^3-2x^2+5x-4)'=(3x^3)'+(-2x^2)'+$$
$$+(5x)'+(-4)'=3(x^3)'-2(x^2)'+5(x)'-$$
$$-4(1)'=3\cdot 3x^2-2\cdot 2x+5\cdot 1-4\cdot 0=$$
$$=9x^2-4x+5.$$

Вообще, если

$$f(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_{n-1}x+a_n$$ —

многочлен n-й степени, то его производная вычисляется по формуле:

$$f'(x)=na_0x^{n-1}+(n-1)\,a_1x^{n-2}+\cdots+a_{n-1}.$$

Пчелы-математики

Русский математик П. Л. Чебышев в своей работе «Черчение географических карт» писал, что особенную важность имеют те методы науки, которые позволяют решать задачу, общую для всей практической деятельности человека: как располагать средствами своими для достижения по возможности большей выгоды. Так, рабочий-металлист старается из куска металла получить как можно больше деталей; раскройщик на обувной фабрике старается из куска кожи выкроить как можно больше заготовок; технолог старается так расставить станки на заводе, чтобы обработка деталей заняла как можно меньше времени, и т. д.

Да и не только человеку приходится решать такие задачи. Пчелы бессознательно решают одну из таких задач — они стараются придать сотам такую форму, чтобы при заданном объеме на них шло как можно меньше воска. И хотя они не знают математики, но точно решают эту задачу (рис. 23).

Пчелам помогает решать эту задачу инстинкт. Человек же действует не по инстинкту, а по разуму. Маркс говорил, что «самый плохой архитектор от наилучшей пчелы с самого начала отличается тем, что, прежде чем строить ячейку из воска, он уже построил ее в своей голове».

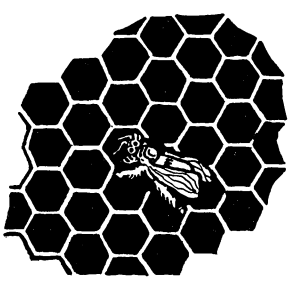


Рис. 23.

И большую помощь в решении таких задач оказывает человеку ма-

тематика, в особенности понятие производной. Чтобы понять, как же математики решают такие задачи, рассмотрим одну из них.

Как сделать самую большую коробку

Пусть перед нами квадратный кусок картона со стороной a. Из него надо сделать коробку без крышки. Вырежем по углам куска квадратики (рис. 24) и согнем по линиям, отмеченным пунктиром. У нас получилась коробка (рис. 25); но много ли в нее можно положить? Это зависит от того, какие квадратики мы вырезали из этой коробки. Если

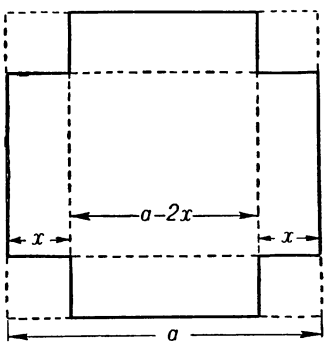


Рис. 24.

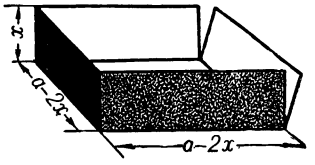


Рис. 25.

они были очень маленькие, то коробка получится низкая (рис. 26, *а*) и в нее много не положишь. А если они будут слишком большие (рис. 26, *б*), то коробка получится слишком узкая и в нее тоже войдет довольно мало. Найдем, при какой стороне x вырезанного квадратика объем $V(x)$ сделанной коробки будет наибольшим. Из рис. 25 видно, что $V = x(a-2x)^2 = 4x^3 - 4ax^2 + a^2x$. График этой функции имеет вид, указанный на рис. 27. При этом x должен лежать между 0 и $\frac{a}{2}$, так как вырезать из куска картона со стороной a четыре квадрата со стороной, большей, чем $\frac{a}{2}$, нельзя. Из рис. 27 видно, что в той точке, где значение объема наибольшее, касательная идет горизонтально, т. е. образует с осью x угол, равный нулю. Но это значит, что в этой точке производная равна нулю. Таким образом, чтобы найти значение x_{max}, при котором объем коробки будет самым большим, надо найти все значения x, при которых производная функции

$$V(x) = 4x^3 - 4ax^2 + a^2x$$

обращается в нуль; среди них обязательно будет и искомое значение x_{max}. По формуле дифференцирования многочлена находим:

$$V'(x) = 12x^2 - 8ax + a^2.$$

Приравниваем производную нулю и находим два корня: $x_1 = \frac{a}{2}$, $x_2 = \frac{a}{6}$. Разумеется, корень $x_1 = \frac{a}{2}$ нас не устраивает: если мы вырежем

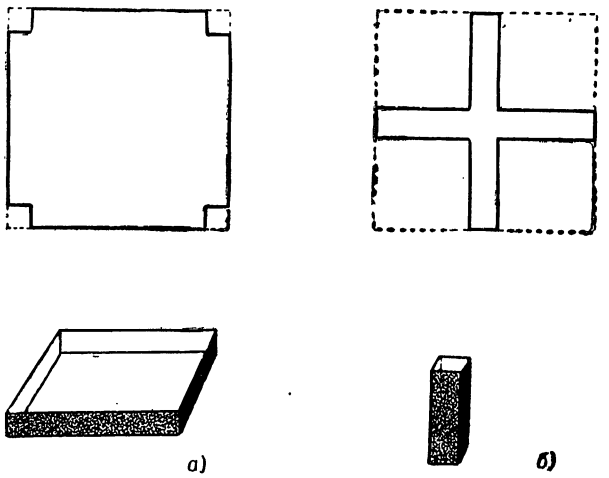


Рис. 26.

квадраты со стороной $\frac{a}{2}$, то от листа картона ничего не останется. Значит, наибольшее значение объема получится, если за x_{max} примем оставшееся значение $\frac{a}{6}$, т. е. вырежем квадраты со стороной $x = \frac{a}{6}$. Объем коробки тогда будет равен $\frac{2a^3}{27}$. Сделать из данного куска картона коробку большего объема невозможно.

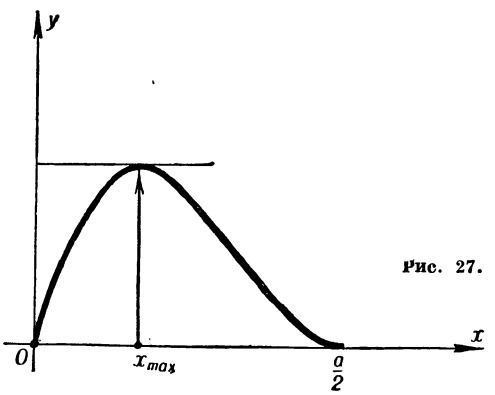


Рис. 27.

Балка наибольшей прочности

Основным элементом любой строительной конструкции является балка. Прочность балки зависит от того, какую форму имеет ее поперечное сечение. Инженерные расчеты показывают, что прочность балки с прямоугольным сечением пропорциональна ширине балки a и квадрату ее высоты h. Иными словами, прочность такой балки (измеренная в некоторых единицах) равна kah^2, где k — коэффициент, зависящий от длины балки, материала, из которого она сделана, и т. д.

Деревянные балки приходится обычно вытесывать из круглых бревен. В связи с этим возникает задача, как из бревна, имеющего радиус R, сделать балку наибольшей прочности. На рис. 28 изображено поперечное сечение бревна. Разумеется, прочность вырезанной балки будет функцией от ширины этой балки. Но если взять ширину слишком большой (почти равной диаметру бревна), то получится балка очень маленькой высоты и прочность ее будет мала (рис. 29, *а*). Мала будет прочность балки, если сделать ее слишком узкой (рис. 29, *б*). Чтобы найти, при каком соотношении длины и ширины прочность будет наибольшей, выразим прочность балки как функцию от ее ширины x. Из треугольника ABC, изображенного на рис. 28, видно, что высота балки, имеющей ширину x, равна $\sqrt{4R^2-x^2}$. Поэтому прочность такой балки равна:

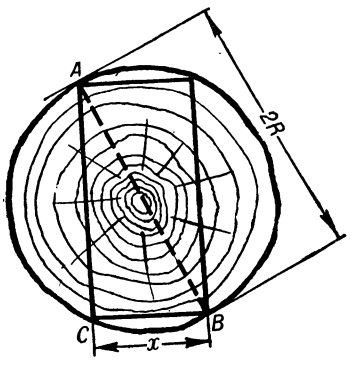


Рис. 28.

$$kx(4R^2-x^2)=4R^2kx-kx^3.$$

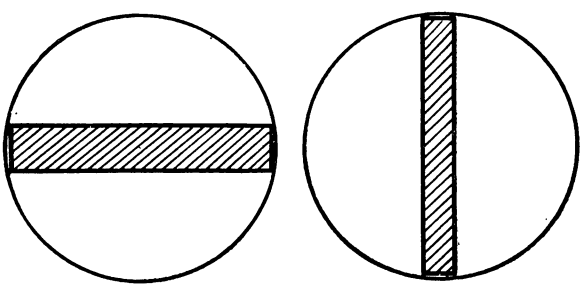

а *б*

Рис. 29.

График функции $y=4R^2kx-kx^3$ имеет вид, указанный на рис. 30, а ее производная равна $4R^2k-3kx^2$ и обращается в нуль при

$$x_{1,2}=\pm\frac{2R\sqrt{3}}{3}.$$

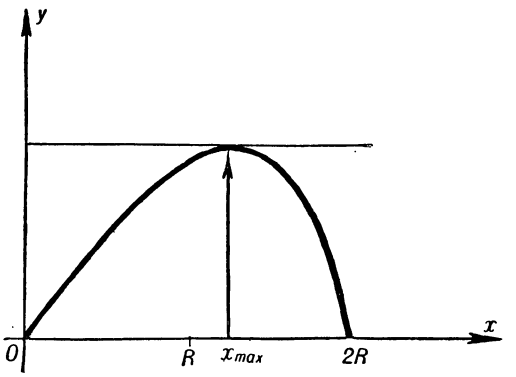


Рис. 30.

Поскольку ширина балки должна быть положительной, получаем, что самая прочная балка будет, если ширина ее $a=\frac{2R\sqrt{3}}{3}$; высота балки определится по формуле:

$$h=\sqrt{4R^2-a^2}=\frac{2R\sqrt{6}}{3}.$$

Отношение $\frac{h}{a}$ равно $\sqrt{2}\approx\frac{7}{5}$. Именно такое отношение высоты балки к ширине и предписано правилами производства строительных работ.

Формула Ньютона — Лейбница

Между дифференцированием и интегрированием имеется глубокая связь: формула (3) показывает, что путь находится по мгновенной скорости с помощью интегрирования, а формула (9) утверждает, что скорость находится по пути с помощью дифференцирования. Это наводит на мысль, что действия дифференцирования и интегрирования связаны друг с другом примерно так же, как действия сложения и вычитания, умножения и деления, возведения в степень и извлечения корня, т. е. что эти операции взаимно обратны.

Например, пользуясь тем, что $v(t)=s'(t)$, можно записать формулу (3) в виде:

$$s=\int_0^T s'(t)\,dt.$$

Здесь s — путь, пройденный телом начиная с момента $t=0$.

Но может случиться и так, что пройденный путь отсчитывается не с момента $t=0$, а с какого-то более раннего момента (например, не с момента начала путешествия, а с момента выпуска автомобиля с завода). Тогда путь s придется записать в виде разности $s(T) - s(0)$ пути, пройденного к моменту $t=T$, и пути, пройденного к моменту $t=0$. Равенство (3) примет тогда такой вид:

$$s(T) - s(0) = \int_0^T s'(t)\,dt.$$

Таким же образом для любых двух моментов времени $t=a$ и $t=b$ справедливо равенство:

$$s(b) - s(a) = \int_a^b s'(t)\,dt.$$

Вообще, для любой функции $F(x)$ имеет место равенство:

$$F(b) - F(a) = \int_a^b F'(x)\,dx.$$

Эта формула называется формулой Ньютона — Лейбница — в честь знаменитых математиков И. Ньютона и Г. Лейбница, почти одновременно установивших ее в конце XVII в. (примерно через 70 лет после выхода в свет книги И. Кеплера «Новая стереометрия винных бочек»). Следует сказать, что в геометрической форме эту формулу высказал учитель Ньютона И. Барроу в 1670 г. Он указал, что вычисление площадей — действие, обратное проведению касательных.

Значение формулы Ньютона — Лейбница состоит в следующем: если мы знаем какую-нибудь функцию $F(x)$, производная которой равна $f(x)$, т. е. $F'(x) = f(x)$, то легко вычислить интеграл $\int_a^b f(x)\,dx$ — он равен разности значений функций $F(x)$ в точках b и a. Каждую функцию $F(x)$, для которой $F'(x) = f(x)$, называют п е р в о о б р а з н о й для функции $f(x)$. Значит, если функция $F(x)$ —первообразная для функции $f(x)$, то $f(x)$ — производная для функции $F(x)$.

Таким образом, вычисление интегралов сводится в основном к нахождению первообразных. А нахождение первообразных есть задача, обратная дифференцированию. Поэтому, чем большее число функций мы будем уметь дифференцировать, тем больше первообразных будем знать и тем больше интегралов сможем найти. Пока что мы умеем дифференцировать только многочлены. Этого уже достаточно, чтобы интегрировать любые многочлены (не прибегая к примененным выше геометрическим приемам).

Но во многих задачах встречаются функции, отличные от многочленов. Мы научимся сейчас дифференцировать показательную и тригонометрические функции.

Производные синуса и косинуса

Производные от тригонометрических функций проще всего вычислить, исходя из физических соображений. Рассмотрим точку A, движущуюся по окружности радиуса R со скоростью ωR. Будем считать, что при $t=0$ точка A находилась в положении A_0 (рис. 31).

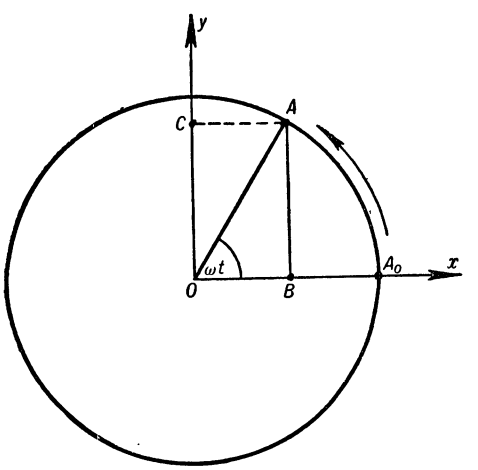


Рис. 31.

Через t сек. точка пройдет путь длиной ωRt и окажется в положении A. Дуга A_0A имеет длину ωRt, т. е. содержит ωt радиан, значит, и угол AOA_0 равен ωt радиан. Поэтому координаты точки A равны $x = R\cos\omega t$ и $y = R\sin\omega t$ (это легко выводится из треугольника ABO). Иными словами, проекция B точки A на ось Ox движется по закону $x = R\cos\omega t$, а проекция C этой же точки на ось Oy движется по закону $y = R\sin\omega t$. Найдем скорости этих колебаний.

Для этого разложим скорость движения точки A на две составляющие: горизонтальную и вер-

тикальную. Вектор скорости точки A (имеющий длину ωR) направлен по касательной к окружности, проведенной в точке A, и потому образует с осью Ox угол $\omega t+\frac{\pi}{2}$, а с осью Oy — угол ωt (рис. 32). Следовательно, его проекция на ось

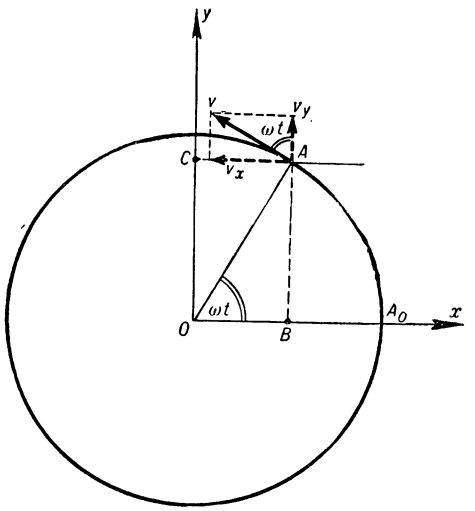


Рис. 32.

Ox (т. е. скорость движения точки B) равна:

$$v_x = \omega R \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = -\omega R \sin \omega t,$$

а его проекция на ось Oy (т. е. скорость движения точки C) равна:

$$v_y = \omega R \cos \omega t.$$

Мы доказали, что скорость колебания, происходящего по закону $x = R\cos\omega t$, равна: $v_x = -\omega R \sin\omega t$. Так как скорость является производной от пути по времени, это означает, что

$$(R\cos\omega t)' = -\omega R \sin\omega t,$$

или при $R=1$

$$(\cos\omega t)' = -\omega \sin\omega t. \qquad (13)$$

Точно так же доказывается (из рассмотрения движения точки C), что

$$(\sin\omega t)' = \omega\cos\omega t. \qquad (14)$$

В частности, при $\omega=1$ мы получаем, что

$$(\cos t)' = -\sin t; \quad (\sin t)' = \cos t.$$

Производная показательной функции

Теперь продифференцируем показательную функцию $y=e^x$. Мы уже знаем (см. статью «Функции в природе и технике»), что касательная к кривой $y=e^x$, проведенная в точке пересечения ее с осью ординат, наклонена к осям под углом в 45°. Вспоминая геометрический смысл производной (см. стр. 364), мы можем сказать, что производная функции $y=e^x$ в точке $x=0$ равна tg45°, т. е. 1. Итак, $(e^x)' \mid_{\text{при } x=0} = 1$.

Чтобы сосчитать производную от функции $y=e^x$ в какой-либо точке x_0, сдвинем график этой функции на отрезок x_0. После сдвига в точке x ордината станет равной не e^x, а e^{x-x_0}, т. е. сдвинутая кривая является графиком функции $y=e^{x-x_0}$ (рис. 33). При сдвиге графика касательная, проведенная к кривой $y=e^x$ в точке $x=0$, перейдет в касательную, проведенную к сдвинутой кривой (т. е. кривой $y=e^{x-x_0}$) в точке $x=x_0$ (рис. 34).

Таким образом, касательная к кривой $y=e^{x-x_0}$ в точке x_0 наклонена к оси x под углом 45°, т. е.

$$(e^{x-x_0})' \mid_{\text{при } x=x_0} = 1.$$

Теперь легко найти производную функции $y=e^x$ в точке $x=x_0$. В самом деле, так как постоянный множитель e^{x_0} можно вынести за знак производной, получим:

$$(e^x)' \mid_{\text{при } x=x_0} = (e^{x_0}e^{x-x_0})' \mid_{\text{при } x=x_0} =$$

$$= e^{x_0}(e^{x-x_0})' \mid_{\text{при } x=x_0} = e^{x_0}\cdot 1 = e^{x_0}.$$

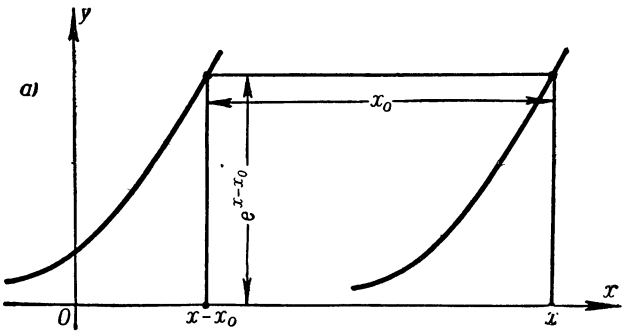


Рис. 33.

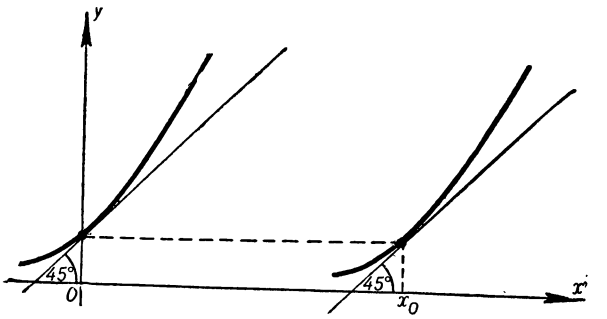


Рис. 34.

Этим доказано, что производная от функции e^x в точке $x=x_0$ равна e^{x_0}. Так как x_0 — произвольная точка, то мы можем просто написать:

$$(e^x)' = e^x.$$

Лишь немногим более сложные рассуждения показывают, что

$$(e^{Cx})' = Ce^{Cx}. \qquad (15)$$

Радиоактивный распад

Многие физические законы связывают между собой некоторую величину и скорость ее изменения. Рассмотрим, например, радиоактивный распад. Скорость распада тем больше, чем больше взято радиоактивного вещества. Это и понятно: если, скажем, в каждом грамме взятого радиоактивного вещества за 1 сек. распадается 0,0001 *г*, то в двух граммах этого вещества за 1 сек. распадается 0,0002 *г*, в семи граммах распадается за 1 сек. 0,0007 *г* и т. д. Иначе говоря, скорость распада (мы ее обозначали выше буквой *и*; см. формулу (10) прямо пропорциональна массе m имеющегося радиоактивного вещества:

$$u = -km. \qquad (16)$$

Здесь k — положительный коэффициент пропорциональности, а знак «—» поставлен потому, что вещество распадается и его становится меньше, т. е. скорость распада отрицательная. (Этот закон, связывающий массу радиоактивного вещества и скорость распада, справедлив лишь в случае, если количество радиоактивного вещества не слишком велико и не происходит цепной реакции.)

На первый взгляд кажется, что из уравнения (16) ничего нельзя определить: ведь это одно уравнение с двумя неизвестными u и m (коэффициент пропорциональности k для каждого вида радиоактивного вещества определяется из опыта), а для нахождения двух неизвестных надо иметь два уравнения. Однако второе уравнение легко найти: ведь u — это скорость изменения массы m, а потому и $u = m'$. Поэтому мы можем переписать закон радиоактивного распада (т. е. формулу (16) в виде:

$$m' = -km. \qquad (17)$$

Мы получили одно уравнение для определения одного неизвестного m. Только это уравнение не такое, какие изучаются в школе: оно связывает величину m и ее скорость изменения (производную). Уравнения, связывающие величины и их производные, называются дифференциальными уравнениями. Легко проверить, что функция $m = Ce^{-kt}$, где C — любое число, является решением дифференциального уравнения (17) (т. е. если подставить в это уравнение вместо m эту функцию, то оно обратится в тождество). В самом деле:

$$m' = (Ce^{-kt})' = -Cke^{-kt} = -km.$$

Можно показать, что других функций (кроме $m(t) = Ce^{-kt}$), удовлетворяющих уравнение (17), не существует, т. е. что всякое решение уравнения (17) имеет вид: $m(t) = Ce^{-kt}$. Это и есть закон уменьшения массы радиоактивного вещества с течением времени.

У нас остался невыясненным один вопрос: чему равна постоянная C? На этот вопрос нетрудно ответить. Из формулы $m(t) = Ce^{-kt}$ находим (полагая $t=0$), что масса радиоактивного вещества в начальный момент времени $t = 0$ была равна $Ce^0 = C$. Таким образом, C — это масса радиоактивного вещества в начальный момент времени; ее принято обозначать через m_0. Поэтому, заменяя C на m_0, получаем окончательный вид закона радиоактивного распада:

$$m(t) = m_0 e^{-kt}. \qquad (18)$$

Найдем теперь, через сколько лет количество радиоактивного вещества уменьшится вдвое. Для этого нужно определить число T_0 из уравнения $e^{-kT_0} = \frac{1}{2}$. После логарифмирования (по основанию e) находим, что $T_0 = \frac{1}{k}\ln 2 \approx \frac{0{,}69}{k}$ (через $\ln x$ мы обозначаем логарифм числа x по основанию e). Этот промежуток времени T_0 называют периодом полураспада данного радиоактивного вещества. Он не зависит от того, сколько было взято радиоактивного вещества, а зависит только от k, т. е. от того, какое взято вещество. Например, период полураспада радия равен 1590 годам, урана-238 — 4,5 млрд. лет, тория C всего 0,0000003 сек.

С помощью числа T_0 закон радиоактивного распада можно записать так:

$$m(t) = m_0 (e^{-kT_0})^{\frac{t}{T_0}} = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_0}}.$$

В этой форме его обычно и используют в физике.

Показательная функция в природе и технике

Существует огромное количество процессов в природе, которые описываются такими же дифференциальными уравнениями, как уравнение (17) для радиоактивного распада. Общим для всех этих процессов является то, что скорость изменения рассматриваемой величины y прямо пропорциональна значению этой величины в данный момент времени, т. е.

$$y' = cy. \qquad (19)$$

Коэффициент пропорциональности c положителен или отрицателен в зависимости от того, увеличиваются или уменьшаются с течением времени значения величины y. Дифференциальное уравнение (19) имеет точно такой же вид, как и уравнение радиоактивного распада (только коэффициент пропорциональности здесь обозначается через c, а не через $-k$). Так как одинаковые уравнения имеют одинаковые решения, то для всех таких процессов значения y_0 в любой момент времени t выражаются формулой:

$$y(t) = y_0 e^{ct},$$

где y_0 — значение величины y при $t = 0$.

Теперь становится понятным, почему в природе и технике встречается так много величин, изменяющихся по показательному закону (ток самоиндукции, протекающий в катушке после выключения постоянного напряжения; изменение давления с высотой подъема и т. д.; см. статью «Функции в природе и технике»). Все эти величины удовлетворяют дифференциальным уравнениям вида (19).

Леверье и Адамс открывают новую планету

По второму закону Ньютона сила равна произведению массы на ускорение:

$$F = ma.$$

Но ускорение тела, движущегося прямолинейно, представляет собой скорость изменения скорости, т. е. является производной от скорости $a = v'$. Сама же скорость является производной от пройденного пути: $v = s'$. Таким образом, чтобы найти ускорение движущегося тела, надо д в а р а з а продифференцировать функцию $s(t)$. Поэтому ускорение называют в т о р о й п р о и з в о д н о й от пути по времени. Обозначают это так: $a(t) = s''(t)$. Пользуясь этим обозначением, мы можем записать второй закон Ньютона в следующем виде:

$$F = ms''.$$

Сила F зависит от многих обстоятельств: от времени, от скорости движения, от того, в какой точке пространства находится движущееся тело. Например, на парашютиста, спускающегося с раскрытым парашютом, действуют сила тяжести mg и сила сопротивления воздуха, которую можно считать пропорциональной скорости падения, т. е. равной $-kv$. Таким образом, общая сила, действующая на парашютиста, равна:

$$F = mg - kv = mg - ks'.$$

Следовательно, движение парашютиста описывается дифференциальным уравнением

$$ms'' = mg - ks'.$$

Иной вид имеет уравнение движения ракеты, вертикально поднимающейся по инерции после полного сгорания горючего. Сила притяжения ракеты к Земле обратно пропорциональна квадрату расстояния ракеты от центра Земли, т. е.

$$F = -\frac{k}{s^2}$$

(мы считаем, что ракета вышла из земной атмосферы и потому на нее не действует сила сопротивления воздуха).

Таким образом, указанное движение ракеты описывается дифференциальным уравнением

$$ms'' = -\frac{k}{s^2},$$

где m — масса ракеты. (Этим уравнением описывается также вертикальное падение метеорита на Землю до вхождения его в атмосферу.)

Вообще, второй закон Ньютона позволяет описывать самые разнообразные движения тел с помощью дифференциальных уравнений. Можно написать дифференциальные уравнения для движения поршня паровой машины, корабля в море, планеты вокруг Солнца, искусственного спутника вокруг Земли.

Решая дифференциальные уравнения движения планет и их спутников (эти уравнения весьма сложны, так как планеты притягиваются не только к Солнцу, но и друг к другу), ученые предсказывают их будущее движение, узнают моменты солнечных и лунных затмений. Когда однажды оказалось, что планета Уран отклоняется от заранее вычисленной орбиты, ученые нисколько не усомнились в «правильности» математики. В середине XIX в.

французский астроном У. Леверье и английский астроном Дж. Адамс одновременно и независимо один от другого сделали смелое предположение, что отклонение Урана вызывается притяжением новой, до тех пор неизвестной планеты. С помощью дифференциальных уравнений они высчитали положение этой новой планеты и указали, где нужно ее искать на небе. Точно в указанном месте эта планета (ее назвали Нептуном) была затем обнаружена.

Уравнение гармонических колебаний

Во многих случаях тела совершают колебания около положения равновесия под действием силы, величина которой пропорциональна отклонению тела от положения равновесия и которая стремится возвратить это тело в положение равновесия. Например, это имеет место для груза, подвешенного на пружине. Иначе говоря, сила, действующая на тело, выражается формулой:

$$F = -ks,$$

где s — отклонение тела от положения равновесия, а k — жесткость пружины. Поэтому (в силу второго закона Ньютона) дифференциальное уравнение движения тела имеет такой вид:

$$ms'' = -ks.$$

Обозначив положительное число $\frac{k}{m}$ через ω^2, мы сможем записать это уравнение в виде:

$$s'' = -\omega^2 s.$$

Это уравнение называется уравнением гармонических колебаний, так как функция

$$s = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t \qquad (20)$$

при любых C_1 и C_2 является решением этого уравнения.

В самом деле, по формулам (13) и (14) скорость тела, движущегося по закону (20), равна:

$$v = s' = -C_1 \omega \sin \omega t + C_2 \omega \cos \omega t.$$

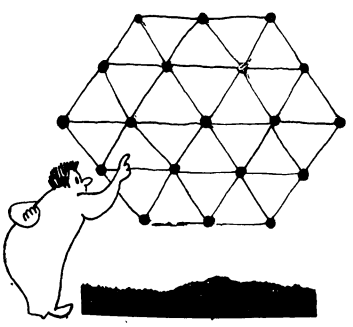
Продифференцировав еще раз, найдем ускорение:

$$s'' = -C_1 \omega^2 \cos \omega t - C_2 \omega^2 \sin \omega t = \\ = -\omega^2 (C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t).$$

Но выражение, стоящее в скобках, равно s. Таким образом, взятая функция s действительно удовлетворяет уравнению $s'' = -\omega^2 s$. Можно доказать, что всякое решение этого уравнения имеет такой вид.

Итак, сила, пропорциональная отклонению тела от положения равновесия и стремящаяся вернуть его в это положение, вызывает гармонические колебания частоты ω, где $\omega^2 = \frac{k}{m}$ (m — масса тела, k — коэффициент пропорциональности).

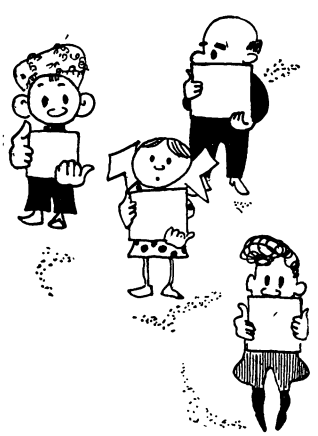
Магический шестиугольник



В этом шестиугольнике образовалось 19 узловых точек. Вот и расставьте в этих точках 19 натуральных чисел от 1 до 19 так, чтобы вдоль каждой стороны и вдоль каждого внутреннего прямолинейного отрезка сумма чисел равнялась 38 (должно получиться 15 одинаковых сумм по 38).

Ответ на стр. 373.

Игра с кубами чисел



У каждого участника игры должна быть таблица кубов. Назначаем какое-нибудь целое число и ставим задачу: представить это число как алгебраическую сумму пяти кубов.

Пусть назначено, например, число 1. Рассматриваем таблицу кубов и подбираем:

$$1 = 4^3 - 3^3 - 3^3 - 2^3 - 1^3 \text{ или}$$
$$1 = 6^3 - 5^3 - 4^3 - 3^3 + 1^3$$

Цель игры: за отведенный промежуток времени подобрать как можно больше решений задачи.

У вас, очевидно, возникнет такой вопрос: разве любое целое число может быть представлено в виде алгебраической суммы пяти кубов натуральных чисел, да еще несколькими способами?

Да, любое и даже бесконечным числом способов. Это доказал польский математик В. Серпинский.

Для колебаний электрической цепи можно также записать аналогичный закон, только надо заменить массу тела самоиндукцией катушки, путь, пройденный телом,— напряжением на конденсаторе, а скорость тела — током и т. д. Поскольку законы, управляющие этими явлениями, совершенно аналогичны, то и колебания, возникающие в обоих случаях, записываются одними и теми же формулами. А затухающие колебания возникают, если, кроме силы, стремящейся вернуть тело в положение равновесия, действует еще сопротивление среды, пропорциональное скорости движения тела (или сопротивление электрической цепи).

Моделирование

Тот факт, что самые различные явления описываются одинаковыми дифференциальными уравнениями, часто используется на практике. Он позволяет изучать одни явления, наблюдая другие, если только оба явления описываются одинаковыми уравнениями. Пусть, например, надо выяснить, как будет двигаться под землей нефть в районе буровых скважин.

Наблюдать движение нефти под землей было бы очень затруднительно. Но движения жидкости описываются теми же самыми дифференциальными уравнениями, что и движения электричества. Поэтому собирают электрическую цепь, в которой движения электричества происходят так же, как изучаемые движения нефти.

Измеряя напряжение и ток в разных точках собранной цепи, можно узнать, где выгоднее всего поставить буровую вышку, куда надо накачивать воду, чтобы усилить выход нефти, и т. д.

Такое изучение одних явлений при помощи других, описываемых теми же самыми уравнениями, называется моделированием явлений. К нему часто прибегают в самых различных вопросах техники.

Ответы и решения

Ответ к стр. 326.
2 165 904 378 и 2 934 815 607.

Ответ к стр. 328. $1\,000\,000\,000 = 10^9 = (2 \cdot 5)^9 = 2^9 \cdot 5^9 = 512 \cdot 1953125$.
$1\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 10^{18} = 2^{18} \cdot 5^{18} = 262\,144 \cdot 3\,814\,697\,265\,625$.

Ответ к стр. 329.

1) $849 + 753 = 1602$;
2) $1089 - 432 = 657$;
3) $7039 \cdot 4 = 28\,156$;
4) $27504 : 9168 = 3$;
5) $\frac{50}{4 \cdot 7 - 8} = \frac{9+1}{\sqrt[3]{2^6}}$.

В каждом равенстве, как видите, присутствуют все 10 цифр. Возможны и другие решения.

Доказательство к стр. 353.

Пусть начальное число x; разность $1 - x$;

число, обратное разности: $\frac{1}{1-x}$.

Повторяем цикл:

$$1 - \frac{1}{1-x} = -\frac{x}{1-x};$$

число, обратное разности:

$$-\frac{1-x}{x}.$$

Повторяем еще раз:

$$1 - \left(-\frac{1-x}{x}\right) = \frac{1}{x};$$

число, обратное этой разности: x.

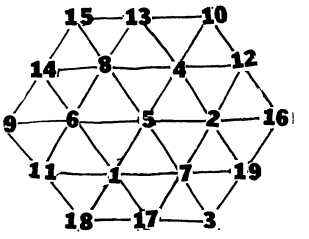
Ответ к стр. 353.

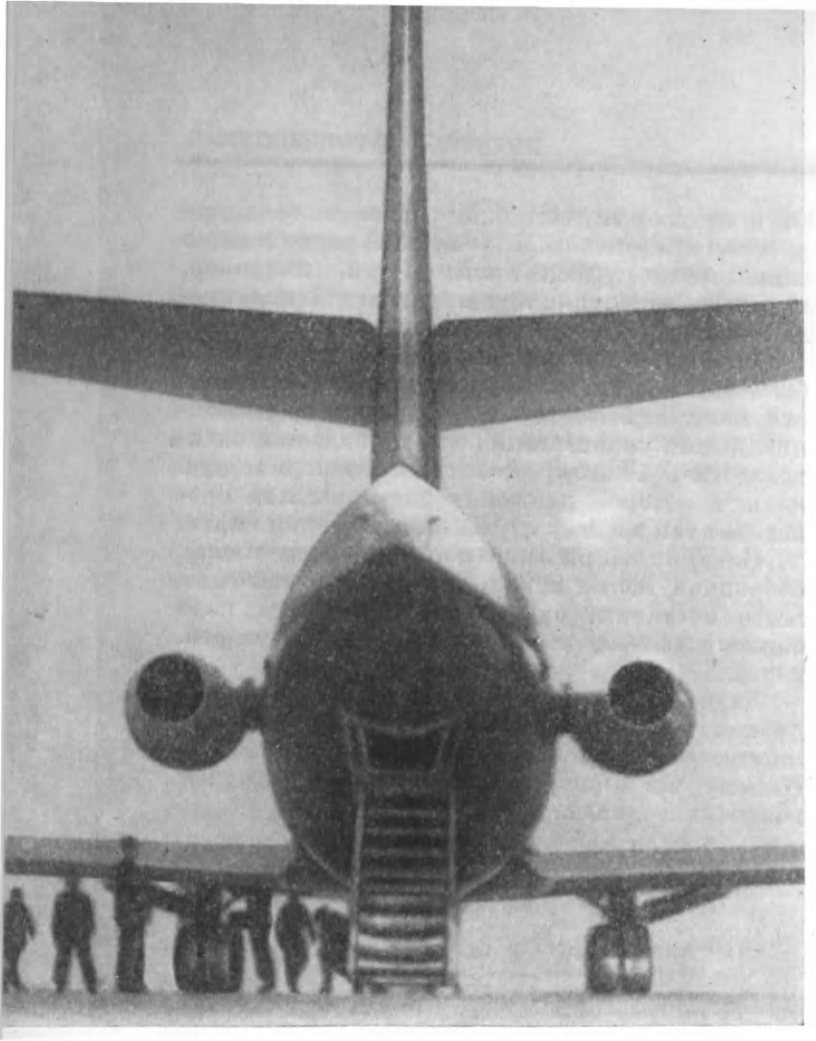
$a = 12$, $b = 5$, $c = 13$.

Решение к стр. 353.

$(121)_B = 1 \cdot B^2 + 2 \cdot B + 1 \cdot B_0 = B^2 + 2B + 1 = (B+1)^2$.

Ответ к стр. 372.





МНОЖЕСТВА И ОПЕРАЦИИ

ПОНЯТИЕ МНОЖЕСТВА

Множества конечные и бесконечные

Обычно арифметику определяют как науку о числах. Числа в простейшем смысле слова, т. е. так называемые натуральные числа: 1, 2, 3, 4, 5, ..., отвечают на вопрос «сколько?». Сколько учеников в классе? Сколько книг на столе? Сколько гусей на пруду?

Но каждый раз, когда мы спрашиваем: «Сколько предметов?»—мы должны иметь эти предметы, их с о в о к у п н о с т ь. Вот мы и говорим о совокупности всех учеников, образующих данный класс, о совокупности книг, лежащих на столе, о совокупности гусей, плавающих на пруду. Каждое натуральное число есть число предметов (одушевленных или неодушевленных), образующих некоторую совокупность. Иногда эти предметы легко сосчитать, например когда идет речь о числе книг, лежащих на столе, или о числе учеников, сидящих в классе.

Но значительно труднее ответить на вопрос, сколько в данный момент плавает китов в миро-

вом океане или даже сколько ежиков живет в подмосковных лесах. И уж совсем трудно точно сказать, сколько молекул в стакане воды или звезд в нашей Галактике. Однако во всех этих случаях мы уверены, что число это конечное, хотя, может быть, и очень большое и недоступное для точного вычисления при данном состоянии наших научных познаний.

В математике рассматриваются не только конечные, но и бесконечные совокупности. Простейшим примером такой совокупности является совокупность, или, как принято говорить, множество всех натуральных чисел: 1, 2, 3, 4, 5, ...

Мы уже сказали, что каждое натуральное число есть число предметов, образующих ту или иную совокупность, то или иное множество. Но множество всех натуральных чисел уже не есть конечное множество. На вопрос: «Сколько всего натуральных чисел?»— приходится ответить, что их бесконечно много. Какое бы большое число натуральных чисел мы ни задумали, всегда есть такие натуральные числа, которые не вошли в число задуманных.

В математике мы постоянно сталкиваемся с примерами бесконечных множеств. Возьмем, например, равносторонний треугольник T_1, впишем в него равносторонний треугольник T_2. Вершины треугольника T_2 суть середины сторон треугольника T_1. Таким же образом впишем в T_2 равносторонний треугольник T_3, в T_3 впишем T_4 и т. д. (рис. 1). Это построение

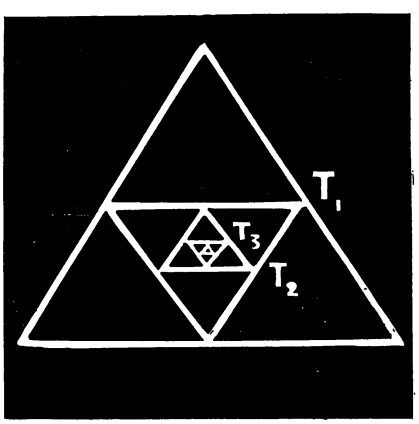


Рис. 1.

приводит к бесконечному множеству равносторонних треугольников:

$$T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, \cdots, T_n, \cdots. \qquad (1)$$

Тем более бесконечным является множество всех вообще равносторонних треугольников, лежащих в данной плоскости.

Последняя фраза несколько двусмысленна: слово «более» может быть воспринято в ней как составная часть выражения «тем более», употребленного в смысле «и подавно». Раз есть уже бесконечное множество равносторонних треугольников, получающихся при некотором определенном построении, то и подавно множество всех равносторонних треугольников бесконечно. Но слово «более» может быть понято и как сравнительная степень прилагательного, и тогда высказанное выше суждение означает, что множество всех равносторонних треугольников, лежащих в данной плоскости, в каком-то смысле является «более бесконечным», чем бесконечное множество построенных нами треугольников

$$T_1, T_2, T_3, \ldots, T_n, \ldots$$

Как видите, мы затронули интересный вопрос, долгое время отпугивавший ученых своей (впрочем, лишь кажущейся) парадоксальностью: существуют ли, если можно так выразиться, различные «степени» бесконечности? Возможна ли количественная оценка бесконечных множеств, позволяющая утверждать, что одно из двух бесконечных множеств является «более бесконечным», чем другое? Или же утверждение, что данное множество является бесконечным, окончательно в том смысле, что не дает возможности дальнейших различений или градаций количественного характера.

Первым, кто пытался ответить на этот вопрос, был знаменитый чешский математик и философ Б. Больцано (1-я половина XIX в.), но он не сумел полностью преодолеть все трудности, которые при этом возникли. Постараемся разобраться, в чем эти трудности и каково решение поставленного вопроса.

Взаимно-однозначное соответствие между двумя множествами

Предположим, что мы имеем два конечных множества, например корзину яблок и корзину груш. Желая установить, чего у нас больше — яблок или груш, мы можем (и это будет самое простое решение вопроса) сосчитать число плодов в каждой корзине. Получим два числа, — сравнение их и даст ответ на наш вопрос.

Но если мы имеем два бесконечных множества, то определить аналогичным образом, какое из них является «более бесконечным», а какое — «менее», нельзя по той простой при-

чине, что бесконечное множество нельзя «сосчитать». Во всяком случае, мы не знаем, как это сделать. Поэтому постараемся ответить на вопрос, чего у нас больше — яблок или груш, не сосчитывая их, т. е. не пользуясь понятием

Бернард Больцано.

числа. Вот какой представляется для этого путь.

Разложим наши яблоки, хотя бы на столе, и попробуем положить против каждого яблока по груше. Возможны три случая (рис. 2).

Первый случай: против каждого яблока действительно окажется груша, и при этом не только все яблоки, но и все груши окажутся разложенными. В этом случае, очевидно, у нас столько же яблок, сколько и груш.

Второй случай: против каждого яблока окажется по груше, но при этом еще останется несколько груш в корзине — в этом случае у нас больше груш, чем яблок.

Наконец, возможен последний, третий случай: стараясь разложить все груши так, чтобы против каждого яблока лежала груша, мы не достигнем цели—нам не хватит груш. Тогда, очевидно, груш меньше, чем яблок.

Как видите, мы смогли произвести количественную оценку двух множеств — корзины яблок и корзины груш, не сосчитывая точно, сколько имеется тех и других плодов, но установив, каких плодов больше, или убедившись, что их имеется одинаковое количество. Эту оценку мы произвели, установив, как говорят, взаимно-однозначное соответствие между одним множеством и другим или частью другого. Для лучшего уяснения, что такое взаимно-однозначное соответствие между двумя множествами, приведем еще несколько примеров.

Дается концерт. Чтобы на него пойти, надо купить билет. Перед нами два множества: множество людей, которые хотят пойти на этот концерт,— обозначим его через A и множество билетов — обозначим его через B. Возможны разные случаи. Первый (не очень вероятный, но математически самый простой): все желающие пойти на концерт приобрели билеты, и все билеты при этом оказались проданными. Тогда каждому элементу множества A (т. е. каждому человеку, желающему пойти на концерт) соответствует определенный элемент множества B (купленный этим человеком билет). При этом каждый элемент множества B поставлен в соответствие одному-единственному элементу множества A (человеку, купившему этот билет). Установлено взаимно-однозначное соответствие между множеством A и множеством B, или установлено взаимно-однозначное отображение одного из этих множеств на другое.

Однако может случиться, что каждый человек, желавший пойти на концерт, купил себе билет, но в кассе остались еще нераспроданные билеты. Опять получается взаимно-однозначное отображение множества A, но уже не на все множество B, а только на некоторую его часть — на ту часть, или, как говорят, на то подмножество, множества B, которое состоит из всех проданных билетов. Может, наконец, случиться, что все билеты проданы, но не все желающие пойти на концерт смогли купить билеты. Тогда обозначим через A' множество тех людей, которые не только хотели пойти на концерт, но и получили на него билет. Множество A' оказалось взаимно-однозначно отображенным на множество B.

В математике можно найти многочисленные примеры взаимно-однозначных соответствий. Например, каждой вершине треугольника или

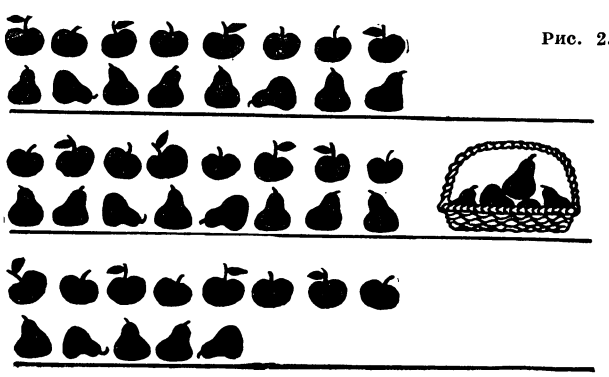


Рис. 2.

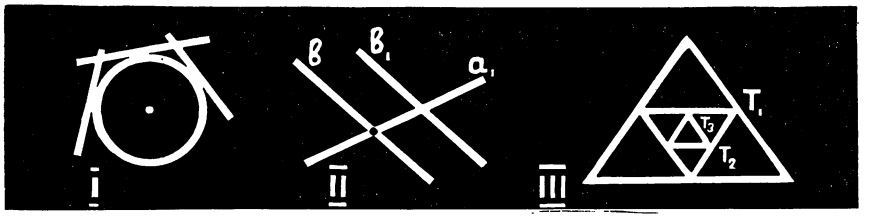


Рис. 3.

тетраэдра соответствует противоположная этой вершине сторона или грань. Таким образом, установлено взаимно-однозначное соответствие между множеством всех вершин треугольника (тетраэдра) и множеством всех его сторон (граней). Множество всех сторон правильного многоугольника находится во взаимно-однозначном соответствии с множеством всех перпендикуляров, которые опущены на эти стороны из центра правильного многоугольника. Множество всех боковых граней пирамиды находится во взаимно-однозначном соответствии с множеством апофем этой пирамиды и т. д.

Особенно существенным является тот факт, что взаимно-однозначное соответствие возможно и между некоторыми бесконечными множествами. Приведем примеры. Обозначим через A множество всех точек данной окружности, а через B — множество всех прямых, являющихся касательными к этой окружности (рис. 3, I). Между множествами A и B установится взаимно-однозначное соответствие, если мы каждой точке окружности поставим в соответствие касательную в этой точке. Таким образом, каждому элементу множества A соответствует единственный элемент множества B, и каждый элемент множества B (т. е. каждая касательная) при этом поставлен в соответствие единственному элементу множества A — точке прикосновения данной касательной.

Второй пример. Возьмем две пересекающиеся прямые a_1 и b_1 (рис. 3, II). Обозначим через A множество всех точек прямой a_1, а через B — множество, состоящее из прямой b_1 и из всех прямых, ей параллельных. Каждому элементу b множества B (т. е. каждой прямой b, параллельной прямой b_1, или совпадающей с ней) соответствует единственный элемент множества A — единственная точка прямой a_1, в которой ее пересекает прямая b.

В качестве третьего примера возьмем уже рассмотренное нами множество равносторонних треугольников

$$T_1,\ T_2,\ldots,T_n,\ldots,$$

каждый из которых, кроме первого, вписан в предыдущий (рис. 3, III). Множество всех этих треугольников обозначим через X. Каждый треугольник получил определенное натуральное число n в качестве своего номера.

Номером треугольника T_n является натуральное число n. Этим, очевидно, установлено взаимно-однозначное соответствие между множеством X наших треугольников и множеством всех натуральных чисел.

Счетные множества

Вообще, если все элементы какого-нибудь множества X удается занумеровать посредством натуральных чисел так, что каждое натуральное число придано в качестве номера лишь одному элементу множества X, то такой нумерацией устанавливается взаимно-однозначное соответствие между данным множеством X и множеством всех натуральных чисел. И обратно, всякое взаимно-однозначное соответствие между каким-нибудь множеством X и множеством всех натуральных чисел можно рассматривать как нумерацию (сосчитывание) элементов множества X посредством натуральных чисел,— мы просто приписываем каждому элементу множества X в качестве номера соответствующее ему натуральное число.

Мы здесь коснулись очень важного понятия. Ведь установление взаимно-однозначного соответствия между некоторым множеством X и множеством всех натуральных чисел есть прямое перенесение в область бесконечных множеств пересчитывания какого-либо конечного множества (например, корзины яблок или стада гусей) с помощью натуральных чисел. Только в случае конечных множеств мы для сосчитывания его элементов нуждаемся лишь в конечном числе чисел (мы считаем: раз, два, три и т. д.— до того числа, которое показывает, сколько у нас яблок в корзине или гусей в стаде). В примере множества треугольников

$$T_1, T_2, T_3,\ldots, T_n,\ldots \qquad (1)$$

или вообще любого множества X, которое может быть приведено во взаимно-однозначное соответствие с множеством всех натуральных чисел, мы вынуждены в качестве номеров пользоваться всеми натуральными числами.

Но теперь возникает самый главный, основной для всей теории множеств вопрос: Всегда ли можно занумеровать элементы бесконечного множества натуральными числами так, чтобы каждый элемент данного множества получил определенный номер? Другими словами, можно ли установить взаимно-однозначное соответствие между произвольным бесконечным множеством и множеством всех натуральных чисел?

Оказывается, ответ на этот вопрос отрицательный, и мы постараемся убедиться в этом. Но сначала несколько подготовимся. Прежде всего установим название для тех множеств, которые могут быть поставлены во взаимно-однозначное соответствие с множеством всех натуральных чисел. Эти множества называются с ч е т н ы м и. Это название естественно: счетное множество — это такое множество, которое может быть сосчитано посредством натуральных чисел. Наша задача — показать, что существуют несчетные множества, т. е. такие, которые не могут быть поставлены во взаимно-однозначное соответствие с множеством всех натуральных чисел.

Множество всех рациональных чисел счетно

В поисках несчетного множества обратимся к множеству всех рациональных чисел (читатель, конечно, помнит, что рациональными называются все целые и все дробные числа). Посмотрим, можно ли занумеровать все рациональные числа с помощью натуральных. Для простоты рассмотрим сначала все положительные рациональные числа и попробуем их как-нибудь занумеровать. Сразу же сталкиваемся с трудностью: среди положительных рациональных чисел заведомо нет наименьшего числа, каким является единица среди натуральных чисел: ведь каково бы ни было положительное рациональное число r, число $\frac{1}{2}r$ также является положительным рациональным числом, и оно меньше, чем r. Предположим, мы обойдем эту трудность, начав счет с какого-нибудь рационального числа r_1, которое согласимся считать первым. Но тогда на следующем этапе возникает такая трудность: какое рациональное число считать вторым, т. е. непосредственно следующим в порядке нашего счета за числом r_1? Дело в том, что, какое бы рациональное число $r_2 > r_1$ мы ни взяли, имеются рациональные числа большие, чем r_1, и меньшие, чем r_2, и таких бесконечное множество, например числа:

$$r_3 = \frac{1}{2}(r_1 + r_2),\ r_4 = \frac{1}{2}(r_1 + r_3),\ldots$$

Таким образом, среди всех рациональных чисел, бо́льших, чем выбранное нами число r_1, нет наименьшего. Какое же объявить первым из следующих за r_1? Но возникшая трудность — кажущаяся. Она показывает только, что невозможно занумеровать рациональные числа с помощью натуральных чисел таким образом, чтобы при этой нумерации возрастающим номерам соответствовали возрастающие числа. Придется попытаться занумеровать рациональные числа как-нибудь иначе, не стремясь к тому, чтобы число r_2, первое после r_1 в порядке нашего счета, было и первым по величине, т. е. наименьшим из всех следующих за r_1. А тогда нужная нам нумерация находится очень легко.

В самом деле, каждое положительное рациональное число однозначно записывается в виде несократимой дроби $\frac{p}{q}$ (целое число n будем при этом записывать в виде дроби $\frac{n}{1}$ и также считать ее несократимой). Назовем в ы с о т о й дроби $\frac{p}{q}$ натуральное число $q + p$. Под высотой рационального числа будем понимать высоту той единственной несократимой дроби, которая является записью данного рационального числа.

Посмотрим, сколько приходится рациональных чисел на каждую данную высоту. Высоту 1 не имеет ни одно положительное рациональное число (потому что, записывая рациональное число в виде несократимой дроби $\frac{p}{q}$, видим, что ее высота равна натуральному числу $p + q$, а так как $p \geqslant 1$, $q \geqslant 1$, то $p + q \geqslant 2$). Высоту 2 имеет, очевидно, единственное рациональное число $\frac{1}{1} = 1$.

Высоту 3 имеют дроби $\frac{1}{2}$ и $\frac{2}{1}$, т. е. рациональные числа $\frac{1}{2}$ и 2.

Высоту 4 имеют дроби $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{1}$.

Среди них оставляем лишь несократимые $\frac{1}{3}$ и $\frac{3}{1}$. Итак, высоту 4 имеют рациональные числа $\frac{1}{3}$ и 3.

Высоту 5 имеют дроби $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{1}$, среди

которых нет сократимых, так что на высоту 5 приходится 4 числа.

Высоту 6 имеют дроби $\frac{1}{5}, \frac{2}{4}, \frac{3}{3}, \frac{4}{2}, \frac{5}{1}$, среди которых несократимыми являются лишь первая и последняя; следовательно, высоту 6 имеют числа $\frac{1}{5}$ и 5.

Продолжая рассуждать таким образом дальше, мы прежде всего убеждаемся в том, что, каково бы ни было натуральное число $h>1$, есть лишь конечное число рациональных чисел с этой высотой.

В самом деле, дроби с высотой h — это, очевидно,

$$\frac{1}{h-1}, \frac{2}{h-2}, \ldots, \frac{h-1}{1}.$$

Их конечное число: $h-1$. Среди этих дробей некоторые могут оказаться сократимыми, а остальные дадут рациональные числа с высотой h.

Теперь уже очень легко занумеровать все положительные рациональные числа: мы начинаем с наименьшей высоты 2 и идем дальше, все время увеличивая на единицу высоту и сосчитывая то (всегда конечное) число рациональных чисел, которое приходится на данную высоту. Таким образом, число $1 = r_1$ получает номер 1. Далее идут два числа: $r_2 = \frac{1}{2}$ и $r_3 = 2$ высоты 3, потом два числа: $r_4 = \frac{1}{3}$ и $r_5 = 3$ высоты 4, потом четыре числа: $r_6 = \frac{1}{4}$, $r_7 = \frac{2}{3}$, $r_8 = \frac{3}{2}$, $r_9 = 4$ высоты 5, два числа: $r_{10} = \frac{1}{5}$, $r_{11} = 5$ высоты 6 и т. д. Получаем таблицу (через n_h обозначено число рациональных чисел высоты h):

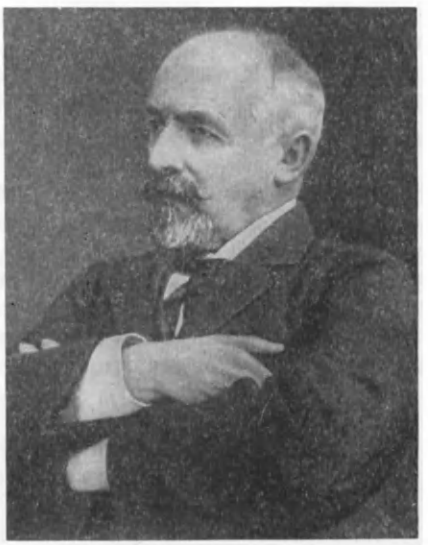
Высота	Числа данной высоты
2	r_1 ($n_2 = 1$)
3	r_2, r_3 ($n_3 = 2$)
4	r_4, r_5 ($n_4 = 3$)
5	r_6, r_7, r_8, r_9 ($n_5 = 4$)
. . . . .	

Так как каждое рациональное число имеет своей высотой некоторое натуральное число h, оно найдет свое место в строке, соответствующей этой высоте, и получит определенный номер, не больший, чем число $n_2+n_3+\ldots+n_{h-1}+n_h$.

Итак, множество всех положительных рациональных чисел есть счетное множество.

Множество всех действительных чисел несчетно

И тем не менее несчетные множества существуют. Оказывается, множество всех действительных чисел — несчетно. Этот замечательный факт, как и теорема о счетности множества всех рациональных чисел, впервые в 1874 г. был доказан знаменитым немецким математиком Г. Кантором, основателем современной теории множеств. Воспроизводим доказательство Кантора. Доказываем, что несчетным является уже множество всех действительных чисел интервала[1] (0; 1).



Георг Кантор.

Каждое такое действительное число может быть записано в виде бесконечной десятичной дроби с целой частью нуль. При этом каждому действительному числу соответствует лишь одна такая запись, за исключением действительных чисел, выражаемых конечными десятичными дробями: каждое такое число, например 0,2476622021711, может быть записано двумя способами в виде бесконечной десятичной дроби:

0,2476622021711000000000...

и

0,2476622021710999999999...

Одна из этих записей начиная с некоторого момента содержит одни лишь нули, а другая — одни девятки. Если мы согласимся не употреб-

[1] Под интервалом $(a; b)$ числовой прямой понимается множество всех действительных чисел x, удовлетворяющих неравенству $a<x<b$.

лять записей, в которых, начиная с какого-нибудь места, идут одни девятки, то каждое действительное число будет иметь лишь единственную запись в виде бесконечной десятичной дроби. Докажем теперь теорему о несчетности множества действительных чисел от противного: предположим, что множество действительных чисел [мы говорим все время о числах X интервала (0 ; 1)] счетно, т. е. может быть занумеровано посредством натуральных чисел. Тогда вся совокупность действительных чисел интервала (0 ; 1) может быть записана в виде последовательности: x_1, x_2, ... Запишем разложение числа x_n в бесконечную десятичную дробь в виде: $x_n = 0, a_1^{(n)}\ a_2^{(n)}\ a_3^{(n)}\ a_4^{(n)} \ldots a_n^{(n)}$, где $a_1^{(n)}$, $a_2^{(n)}$, $a_3^{(n)}$,... суть последовательные десятичные знаки числа x_n, причем, согласно заключенному нами условию, не может случиться, что все десятичные знаки начиная с некоторого суть девятки.

Итак, все действительные числа x [интервала (0; 1)] предполагаются записанными в виде:

$$
\begin{aligned}
&x_1 = 0,\ a_1^{(1)}\ a_2^{(1)}\ a_3^{(1)}\ a_4^{(1)}\ a_5^{(1)} \ldots a_n^{(1)} \ldots,\\
&x_2 = 0,\ a_1^{(2)}\ a_2^{(2)}\ a_3^{(2)}\ a_4^{(2)}\ a_5^{(2)} \ldots a_n^{(2)} \ldots,\\
&x_3 = 0,\ a_1^{(3)}\ a_2^{(3)}\ a_3^{(3)}\ a_4^{(3)}\ a_5^{(3)} \ldots a_n^{(3)} \ldots,\\
&x_4 = 0,\ a_1^{(4)}\ a_2^{(4)}\ a_3^{(4)}\ a_4^{(4)}\ a_5^{(4)} \ldots a_n^{(4)} \ldots,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&x_n = 0,\ a_1^{(n)}\ a_2^{(n)}\ a_3^{(n)}\ a_4^{(n)}\ a_5^{(n)} \ldots a_n^{(n)} \ldots,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
\qquad (I)
$$

Приведем наше предположение к противоречию, найдя действительное число c, заключенное между 0 и 1 и заведомо не входящее в табл. I. Для этого рассмотрим цифры, стоящие по диагонали в табл. I, а именно:

$$a_1^{(1)}, a_2^{(2)}, a_3^{(3)}, a_4^{(4)}, a_5^{(5)}, \ldots, a_n^{(n)}, \ldots,$$

и выберем для каждого n натуральное число b_n, не превосходящее число 8 и отличное от числа $a_n^{(n)}$ (например, при $a_n^{(n)} < 8$ полагаем $b_n = a_n^{(n)} + 1$, а при $a_n^{(n)} = 8$ полагаем $b_n = 7$).

Рассмотрим бесконечную десятичную дробь

$$0, b_1 b_2 b_3 b_4 b_5 \ldots b_n \ldots.$$

Она не содержит ни одной девятки и выражает число c, заключенное между 0 и 1, заведомо отличное от всех чисел x_1, x_2, x_3, ..., x_n,... В самом деле, если бы было:

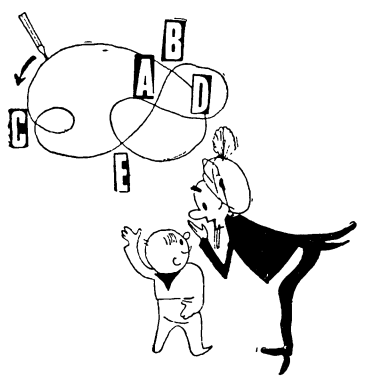
$$c = x_n = 0,\ a_1^{(n)}\ a_2^{(n)} \ldots\ a_n^{(n)} \ldots,$$

то на n-м месте в разложении числа c мы должны были бы иметь цифру $a_n^{(n)}$, тогда как действительно имеем $b_n \neq a_n^{(n)}$. Теорема доказана.

Мощность множества

Нам нужно осмыслить полученный результат и подвести некоторые итоги всему до сих пор сказанному. Мы начали с понятия взаимно-однозначного соответствия между двумя

Фокус геометрии движения



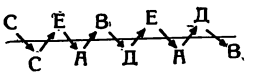
Начертите замкнутую кривую, пересекающую себя 10—12 раз. Но кривая может пересечь себя в каждой точке не больше одного раза. Все точки пересечения обозначьте различными буквами (в любом порядке). Теперь поставьте карандаш на любую не узловую точку и двигайтесь вдоль кривой, как бы повторяя ее построение. Проходя узловую точку, называйте букву, которой точка обозначена.

Обойти надо всю кривую и вернуться в исходный пункт. На каком-нибудь этапе движения назовите две последовательно проходимые буквы, но не в порядке их следования, а наоборот. Например, если за буквой *B* следует буква *F*, вы произносите вслух не «*B*, *F*», а «*F*, *B*». Мне не сообщайте о такой перестановке последовательности двух букв, но запомните это место. Я его угадаю.

Фокус основан на теореме теории узлов. Угадывающему надо записывать называемые буквы на полоске бумаги поочередно сверху черты и снизу. Если перестановки букв не было, то каждая буква появится однажды сверху и однажды снизу черты. Если перестановка была, то одна буква появится дважды сверху и одна дважды снизу. Вот в этих буквах и была перепутана их последовательность!

Пример. Мне называют буквы: *C*, *C*, *E*, *A*, *B*, *D*, *E*, *A*, *D*, *B*.

Я записываю:



Замечаю, что сверху черты два раза встречается *E*, а снизу — два раза *A*. Значит, узлы *E* и *A* были названы не в той последовательности, в которой они действительно располагались.

множествами, возможность которого (в случае конечных множеств) равносильна тому, что оба множества состоят из одного и того же числа элементов. Это обстоятельство указывает путь и к установлению количественного равенства, или количественной эквивалентности, между двумя бесконечными множествами. Мы скажем, что два (конечных или бесконечных) множества количественно эквивалентны, или имеют одну и ту же мощность, если между ними возможно установить взаимно-однозначное соответствие. Понятие «одинаковой мощности» означает для конечных множеств, что они состоят из одного и того же числа элементов.

Далее скажем, что множество A имеет бо́льшую мощность, чем множество B, если можно множество B отобразить взаимно-однозначно на часть множества A и в то же время нельзя отобразить множество A на часть множества B. Теперь можем сказать, что счетные множества — это множества, количественно эквивалентные множеству натуральных чисел. Но существуют множества и несчетные, например множество всех действительных чисел, интервала (0 ; 1) и любого другого интервала[1].

Для того чтобы убедиться в том, что всякое несчетное множество имеет бо́льшую мощность, чем каждое счетное множество (все счетные множества имеют, очевидно, одну и ту же мощность), надо доказать следующие два предложения:

1. *Всякое подмножество счетного множества или конечно, или счетно.*

2. *Всякое бесконечное (значит, в частности, всякое несчетное) множество содержит счетное.*

Доказательство первого утверждения. Пусть X — счетное множество, X_0 — какое-нибудь подмножество (т. е. часть) множества X. Элементы множества X могут быть занумерованы посредством натуральных чисел, т. е. записаны в виде:

$$x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n, \ldots \qquad (2)$$

Среди этих элементов содержатся и все элементы множества X_0. Пусть это будут — в порядке возрастания номеров в последовательности (2) — элементы:

$$x_{n_1}, x_{n_2}, x_{n_3}, \ldots, x_{n_k}, \ldots \qquad (3)$$

Возможно одно из двух: или последовательность (3) обрывается на каком-то конечном шаге k, т. е. множество X_0 состоит из конечного числа элементов: $x_{n_1}, x_{n_2}, \ldots, x_{n_k}$, или же мы имеем бесконечную последовательность: $x_{n_1}, x_{n_2}, \ldots, x_{n_k} \ldots$, которую можем переписать, полагая $y_1 = x_{n_1}$, $y_2 = x_{n_2}, \ldots, y_k = x_{n_k}, \ldots$, в виде:

$$y_1, y_2, \ldots, y_k, \ldots,$$

непосредственно показывающем, что X_0 — счетное множество.

Доказательство второго утверждения. Пусть X — бесконечное множество. Выбираем в X какой-нибудь элемент x_1.

Несомненно, в X имеются элементы, отличные от x_1 (иначе X состояло бы из одного элемента и было бы конечным). Возьмем один из таких элементов и обозначим его через x_2. Элементы x_1 и x_2 не исчерпывают множества X, поэтому существует элемент x_3 множества X, отличный как от x_1, так и от x_2. И так далее. Продолжая этот процесс, получим счетное множество: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n, \ldots$, содержащееся в X.

Итак, на вопрос, поставленный в начале нашего изложения: существуют ли бесконечные множества разных «степеней бесконечности» (т. е. разных мощностей),— мы можем ответить утвердительно: существуют состоящие из действительных чисел множества двух различных мощностей — множество всех действительных чисел какого-нибудь интервала, с одной стороны, и любое счетное множество действительных чисел (например, множество положительных рациональных чисел)— с другой. К этому выводу мы пришли, обосновывая количественную оценку бесконечных множеств при помощи понятия взаимно-однозначного соответствия. Однако не следует думать, что взаимно-однозначное соответствие между бесконечными множествами во всем похоже на взаимно-однозначное соответствие между множествами конечными.

Очевидно, никакое конечное множество нельзя взаимно-однозначно отобразить на свою часть (часть никогда не равна целому). Уже простейшие примеры показывают, что это утверждение решительно перестает быть верным в области бесконечных множеств: мы видели, что всякое бесконечное подмножество счетного множества счетно, т. е. счетное множество может быть взаимно-однозначно отображено на всякую свою бесконечную часть. Например,

[1] Всякий интервал числовой прямой может быть взаимно-однозначно отображен на интервал (0; 1) (например, подобным растяжением или сжатием).

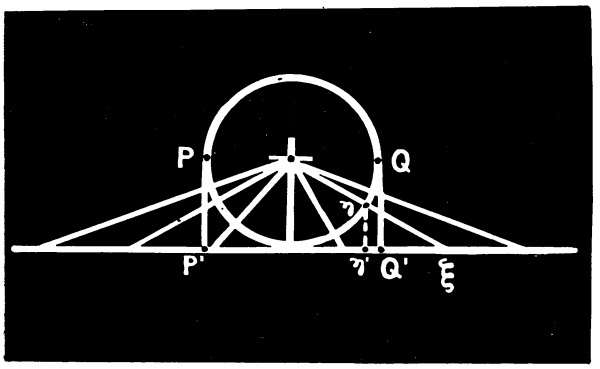


Рис. 4.

подписывая под всеми натуральными числами подряд все четные:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,...,
2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20,...,

получим взаимно-однозначное соответствие между множеством всех натуральных чисел и его частью — множеством одних лишь четных чисел.

Другой пример: существует взаимно-однозначное отображение между множеством всех действительных чисел (между всей числовой прямой) и любым ее интервалом.

Для того чтобы получить такое соответствие, можно поступить так. Построим в плоскости окружность, касающуюся сверху оси абсцисс, и возьмем нижнюю полуокружность PQ этой окружности (рис. 4). Концы P и Q полуокружности к ней не причисляются. Установим взаимно-однозначное соответствие между всеми точками полуокружности PQ и всеми точками числовой прямой. Для этого сначала поставим в соответствие каждой точке ξ прямой ту точку η полуокружности, в которой ее пересекает луч, идущий из центра окружности в точку ξ.

Теперь спроектируем полуокружность PQ на интервал $P'Q'$ оси абсцисс и поставим в соответствие точке η полуокружности ее проекцию η'.

В результате каждой точке ξ прямой оказалась поставленной в соответствие точка η' интервала $P'Q'$, и полученное соответствие есть взаимно-однозначное отображение всей числовой прямой на интервал $P'Q'$.

Можно доказать и другие, кажущиеся на первый взгляд парадоксальными, теоремы

Свойства совершенных чисел

«Совершенство» совершенных чисел не исчерпывается совпадением числа и суммы его делителей (см. стр. 325). Любители и профессионалы-математики со временем обнаружили еще несколько любопытных особенностей таких чисел, например:

а) каждое из известных совершенных чисел может быть представлено:

1) в виде произведения $2^{p-1}(2p-1)$, где p — простое число:

$V_1 = 6 = 2(2^2 - 1)$;
$V_2 = 28 = 2^2(2^3 - 1)$;
$V_3 = 496 = 2^4(2^5 - 1)$;
$V_4 = 8128 = 2^6(2^7 - 1)$;
$V_5 = 33550336 = 2^{12}(2^{13} - 1)$;

2) в виде суммы последовательных степеней числа 2 от 2^{p-1} до $2^{2(p-1)}$:

$V_1 = 6 = 2 + 2^2$;
$V_2 = 28 = 2^2 + 2^3 + 2^4$;
$V_3 = 496 = 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8$;
$V_4 = 8128 = 2^6 + 2^7 + \ldots + 2^{11} + 2^{12}$;
$V_5 = 33\,550\,336 = 2^{12} + 2^{13} + \ldots + 2^{24}$
и т. д.;

б) каждое из известных совершенных чисел, начиная с V_2, разлагается на сумму кубов последовательных нечетных чисел:

$V_2 = 28 = 1^3 + 3^3$;
$V_3 = 496 = 1^3 + 3^3 + 5^3 + 7^3$;
$V_4 = 8128 = 1^3 + 3^3 + 5^3 + 7^3 + 9^3 + 11^3 + 13^3 + 15^3$;
$V_5 = 33\,550\,336 = 1^3 + 3^3 + \ldots + 127^3$
и т. д.;

в) складывая цифры каждого из известных совершенных чисел, начиная с V_2, и повторяя этот процесс для получающегося результата некоторое количество раз, всегда в конце концов получим число 1:

$V_2 = 28$; $2 + 8 = 10$; $1 + 0 = 1$;
$V_3 = 496$; $4 + 9 + 6 = 19$;
$1 + 9 = 10$; $1 + 0 = 1$;
$V_4 = 8128$; $8 + 1 + 2 + 8 = 19$;
$1 + 9 = 10$; $1 + 0 = 1$;
$V_5 = 33\,550\,336$; сумма цифр $= 28$;
$2 + 8 = 10$; $1 + 0 = 1$ и т. д.;

г) если за основание системы чисел принять не 10, а 2, как это теперь иногда приходится делать для использования электронных вычислительных машин, то совершенные числа принимают такой вид:

по основанию 10
$V_1 = 6 = 2(2^2 - 1)$;
$V_2 = 28 = 2^2(2^3 - 1)$;
$V_3 = 496 = 2^4(2^5 - 1)$;
$V_4 = 8128 = 2^6(2^7 - 1)$;
по основанию 2
$V_1 = 110$;
$V_2 = 11\,100$;
$V_3 = 111\,110\,000$;
$V_4 = 1\,111\,111\,000\,000$ и т. д.

Как видим, в системе с основанием 2 число единичек совпадает с числом p в десятичной записи совершенного числа

$$V_n = 2^{p-1}(2^p - 1),$$

а число нулей равно $p - 1$.

Желающим предлагаем попробовать свои силы в решении следующей трудной задачи, связанной с указанным выше свойством б).

Доказать, что каждое совершенное число вида

$$V_n = 2^{p-1}(2^p - 1),$$

начиная с V_2, разлагается на сумму кубов нечетных чисел, где количество слагаемых равно $2^{(p-1)/2}$.

о мощности различных множеств. Упомянем лишь одну из них: *существует взаимно-однозначное соответствие между всеми точками прямой и всеми точками плоскости.*

Заметим, наконец, следующее. В математике наибольшее значение имеют так называемые числовые множества, т. е. множества, элементами которых являются действительные числа. Все известные в настоящее время числовые множества или счетны, или имеют ту же мощность, что и вся числовая прямая. Возникла, таким образом, гипотеза, что всякое несчетное числовое множество имеет ту же мощность, что и вся числовая прямая. Эта гипотеза была высказана еще Кантором и известна под названием континуум-гипотезы. Она не доказана до сих пор, что связано, по-видимому, с большими трудностями, возникающими при рассмотрении произвольных числовых множеств. Трудности эти получают свое освещение в так называемой математической логике, и мы о них здесь, конечно, говорить не можем.

Эта статья имеет своей целью дать лишь начальное представление о некоторых простейших понятиях обширной области математики — теории множеств, области, возникшей менее чем сто лет назад.

АЛГЕБРА МНОЖЕСТВ И АЛГЕБРА ЛОГИКИ

Алгебра чисел

В арифметике и алгебре рассматривают числа разной природы — целые числа, рациональные числа (дроби) и другие. Во всех случаях с каждыми двумя числами a и b сопоставляются еще два числа $a+b$ и ab, называемые суммой и произведением чисел a и b. Определение суммы и произведения двух чисел различно для чисел разной природы. Так, если a есть целое положительное число, то его можно представлять себе как число предметов в некотором наборе. При этом сумма $a + b$ означает число предметов, которое мы получим, если объединим первый набор, содержащий a предметов, и второй набор, содержащий b предметов (рис. 1). Если же объединим b наборов, каждый из которых содержит по a предметов, то всего мы получим ab предметов

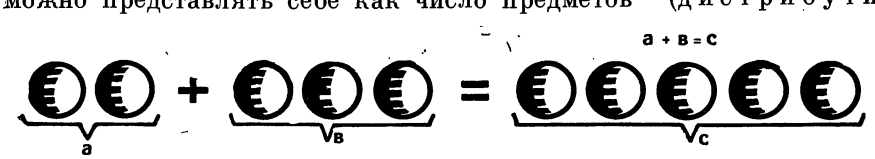


Рис. 1.

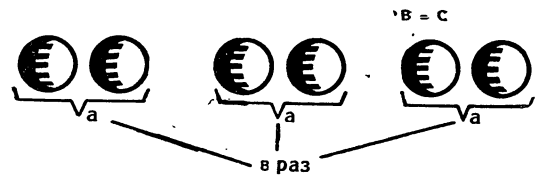


Рис. 2.

(рис. 2). Более сложно определяются сумма и произведение дробей — например, так:

$$\frac{a_1}{a_2} + \frac{b_1}{b_2} = \frac{a_1 b_2 + a_2 b_1}{a_2 b_2} \quad \text{и} \quad \frac{a_1}{a_2} \cdot \frac{b_1}{b_2} = \frac{a_1 b_1}{a_2 b_2}.$$

Здесь числа a_1, a_2, b_1, b_2 — целые. Иные правила относятся к сложению и умножению отрицательных чисел: среди этих правил есть, скажем, такое:

$$(-a)(-b) = +ab.$$

Но независимо от природы рассматриваемых чисел и от определения суммы и произведения чисел общие законы действия над числами остаются одни и те же. Вот эти законы:

$$a + b = b + a$$

(коммутативный, или переместительный, закон для сложения);

$$ab = ba$$

(коммутативный, или переместительный, закон для умножения);

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

(ассоциативный, или сочетательный, закон для сложения);

$$(ab)c = a(bc)$$

(ассоциативный, или сочетательный, закон для умножения);

$$(a + b)c = ac + bc$$

(дистрибутивный, или распределительный, закон).

При этом сразу бросается в глаза, что правила, относящиеся к сложению чисел, очень похожи на правила умножения.

Например:

$$a + b = b + a \quad \text{и} \quad ab = ba,$$

$$(a + b) + c = a + (b + c) \quad \text{и} \quad (ab)c = a(bc).$$

Это сходство между действиями сложения и умножения находит отражение и в существовании двух замечательных чисел 0 и 1 — таких, что прибавление одного из них и умножение на второе не меняют ни одного числа:

$$a + 0 = a \quad \text{и} \quad a \cdot 1 = a.$$

Следует, впрочем, заметить, что сходство между действиями сложения и умножения не простирается особенно далеко. Так, например, число 0 играет особую роль не только по отношению к сложению, но и по отношению к умножению: эта особая роль числа 0 определяется замечательным равенством $a \cdot 0 = 0$. (Из этого равенства, в частности, вытекает, что делить на 0 число $a \neq 0$ нельзя.) В противоположность этому, число 1 по отношению к операции сложения не играет никакой особой роли: равенство, которое получается из равенства $a \cdot 0 = 0$ заменой числа 0 на число 1 и операции умножения — операцией сложения:

$$a + 1 = 1,$$

почти никогда не будет верным. (Это равенство справедливо лишь при $a = 0$.)

Также и дистрибутивный закон:

$$(a + b)c = ac + bc$$

подчеркивает различие между действиями сложения и умножения. Если заменить в записи этого закона сложение умножением и наоборот, то получим курьезное «равенство»:

$$(a \cdot b) + c = (a + c) \cdot (b + c),$$

как правило, не выполняющееся: так, $1 \cdot 2 + 3 = 5$, а $(1 + 3) \cdot (2 + 3) = 20$. (Равенство $(a \cdot b) + c = (a + c) \cdot (b + c)$ справедливо лишь при $c = 0$ и при $a + b + c = 1$.)

В математике, однако, операции сложения и умножения определяются не только для чисел. При этом иногда удается прийти к «алгебре», в которой сходство между операциями сложения и умножения оказывается бо́льшим, чем в обычной «числовой» алгебре. В качестве примера можно указать «алгебру множеств».

Алгебра множеств

Рассмотрим систему всевозможных множеств (совокупностей) тех или иных объектов; для конкретности будем все время говорить о множествах учеников нашего класса.

Сумму $A + B$ двух множеств A и B определим как такое множество, которое получается при объединении множеств A и B; другими словами, в множество $A + B$ входят все те, и только те объекты, которые входят в множество A или в множество B. Так, например, если A есть множество отличников из нашего класса, состоящее из учеников Пети, Саши, Кати, Веры и Наташи, а B — множество учеников, сидящих в первом ряду, и состоящее из школьников Ильи, Гриши, Зои, Кати, Наташи и Яши, то сумма $A + B$ этих двух множеств состоит из учеников, которые являются отличниками или сидят в первом ряду; в нее входят ученики Петя, Саша, Катя, Вера, Наташа, Илья, Гриша, Зоя и Яша (рис. 3).

Рис. 3.

То обстоятельство, что мы назвали «сложением» совершенно новую операцию, не должно нас смущать,— ведь мы и раньше каждый раз, когда переходили от чисел одной природы к числам другой природы, определяли сложение по-новому. Ясно, например, что сложение положительных и отрицательных чисел — это не то же самое, что сложение одних положительных чисел; так, сумма чисел 5 и (—3)— это то же самое, что разность чисел 5 и 3. Сложение дробей — не то же самое, что сложение целых чисел; рис. 1, изображающий сложение чисел, становится непригоден, когда речь заходит о дробях. Однако, называя уже знакомым нам словом «сложение» новую операцию, мы каждый раз должны были лишь «доучиваться», но не «переучиваться»,— навыки, выработавшиеся в процессе действий с це-

лыми числами, оказываются полезными и при действиях с дробями, правила действий над положительными числами полезны и при действиях с относительными числами и т. д. Это связано с тем, что общие законы, которым подчиняется операция сложения целых чисел, остаются в силе и в дальнейшем, скажем при переходе к дробным числам; так, в обоих случаях сложение коммутативно (т. е. $a + b = b + a$) и ассоциативно: $(a + b) + c = a + (b + c)$.

Посмотрим теперь, сохраняют ли силу эти законы и для множеств. При этом нам удобно будет использовать специальные диаграммы, иллюстрирующие действия над множествами. Условимся обозначать весь класс (точнее говоря, множество в с е х учеников класса) квадратом; в этом квадрате можно расставить ряд точек, по числу учеников (рис. 4). При этом

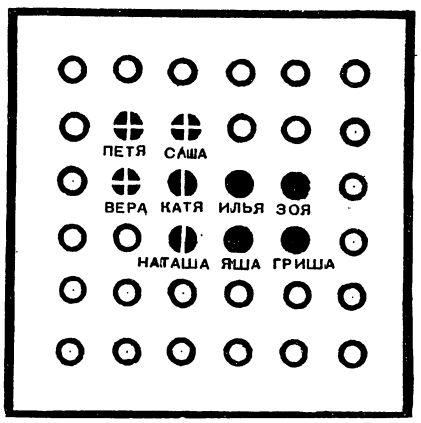


Рис. 4.

отдельные множества учеников будут изображаться частями квадрата; так, например, изображенная на рис. 5,*а* фигура графически иллюстрирует множество A отличников, а изображенная на рис. 5,*б* — множество B учеников, сидящих в первом ряду. Под с у м м о й двух множеств A и B понимается фигура, получаемая о б ъ е д и н е н и е м фигур, изображающих множества A и B (рис. 6).

Такие диаграммы принято называть д и а г р а м м а м и Э й л е р а или д и а г р а м м а м и В е н н а. Они позволяют наглядно представить операцию сложения множеств и проверить ее свойства.

Ясно, например, что

$$A + B = B + A$$

(коммутативный закон для сложения множеств; рис. 7). Также ясно, что

$$(A + B) + C = A + (B + C)$$

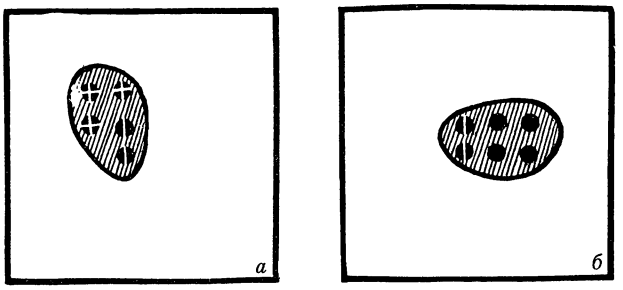


Рис. 5.

(ассоциативный закон для сложения множеств; рис. 8). Сумму $(A + B) + C = A + (B + C)$ естественно обозначать просто через $A + B + C$ (без скобок).

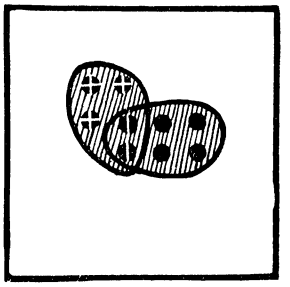
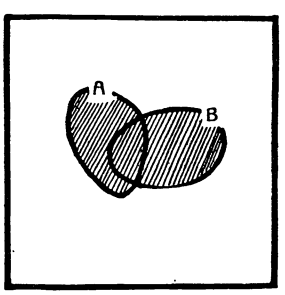


Рис. 6. Сумма фигур — это их объединение.

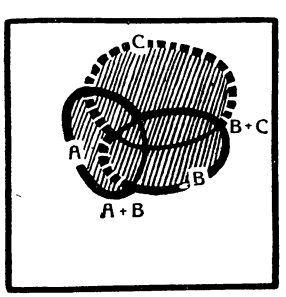
Определим теперь произведение $A \cdot B$ или AB двух множеств A и B как множество, получаемое в п е р е с е ч е н и и множеств A и B; другими словами, в множество AB входят те, и только те, элементы, которые входят как в множество A, так и в множество B. Так, например, если A и B — указанные выше множество отличников и множество учеников, сидящих в классе в первом ряду, то множество AB состоит из тех учеников, которые являются отличниками и сидят в первом ряду; оно состоит всего из двух учеников — Кати и Наташи (рис. 9). На рис. 10 то же множество AB изображено на диаграмме как п е р е с е ч е н и е множеств A и B.

Использование термина «произведение» в совершенно новом смысле оправдывается тем обстоятельством, что, как и для обыкновен-



A+B = B+A

Рис. 7.



(A + B) + C = A + (B + C)

Рис. 8.

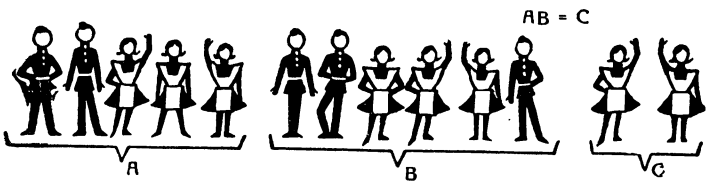


Рис. 9.

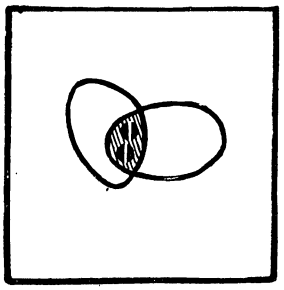
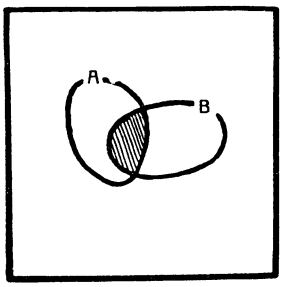


Рис. 10. Произведение двух фигур — это их пересечение.

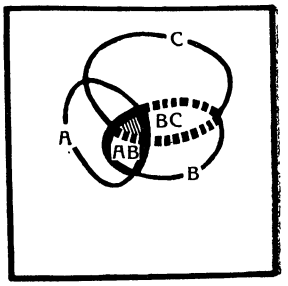
ного умножения, мы имеем: $AB=BA$ (коммутативный закон для умножения множеств; рис. 11) и $(AB)C=A(BC)$ (ассоциативный закон для умножения множеств; рис. 12). Множество $(AB)C = A(BC)$ естественно обозначать просто через ABC (без скобок).

Проверим теперь, выполняется ли для множеств дистрибутивный закон. На рис. 13,*а* заштрихованы множества $A + B$ и C, при этом двойной штриховкой оказывается покрыто множество $(A + B)\,C$. На рис. 13, *б* различно заштрихованы AC и BC; при этом как-то заштриховано множество $AC + BC$. Но легко видеть, что множество, покрытое двойной штриховкой на рис. 13,*а*,— это в точности то множество, которое заштриховано на рис. 13, *б*. Отсюда заключаем: в «алгебре множеств» выполняется дистрибутивный закон: $(A + B)\,C = AC + BC$.



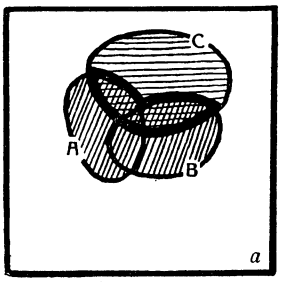
AB = BA

Рис. 11.

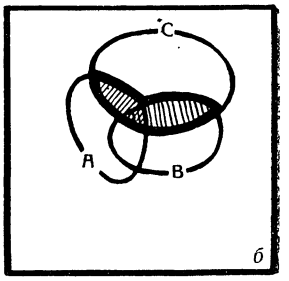


(AB)C = A(BC)

Рис. 12.



(A + B)C



AC + BC

Рис. 13.

Алгебра правды и лжи

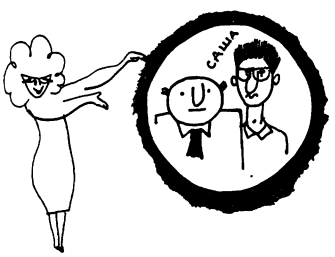
Всем, кто впоследствии пожелает изучить правила алгебры логики, имеет смысл предварительно попрактиковаться в применении своеобразных математических приемов выявления истины из поступившей информации, содержащей в себе и правду, и ложь. Пусть полученная информация состоит из нескольких сообщений, причем заранее известно, что правдиво только какое-то одно. Сейчас несущественно — часто или редко в действительности может оказаться такая ситуация.

Условимся, что эквивалентом всякого верного утверждения будет число 1, а всякого ложного — число 0. Тогда полученные сведения можно определенным образом закодировать (зашифровать) символами и составить из этих символов и чисел 0 и 1 некоторые алгебраические выражения и равенства. При этом каждое утверждение можно представить в двух видах: как произведение и как сумму.

Пусть буквами A и B обозначены два верных утверждения, т. е. каждая буква имеет значение 1; тогда произведение $AB=1$; но если A или B ложно, т. е. имеет значение 0, то $A\cdot B=0$. Сумму двух верных утверждений (т. е. двух единиц) следует считать равной 1, $A+B=1$, так как в нашей алгебре нет чисел, превышающих единицу; в самом деле, ведь ничто не может быть более правильным, чем «верно» Однажды произошел такой разговор:

М а м а. Вчера мне сказали, что Саша, сын Николая Ивановича, уже окончил институт, а ему еще только двадцать один год.

П а п а. Ты что-то напутала, дорогая. Сына Николая Ивановича



зовут Костя, и ему еще только недавно исполнилось восемнадцать.

Д о ч ь. Я не знаю семьи Николая Ивановича, но помню, подруга утверждала, что его сыну 25 лет, и при этом называла она его другим именем, не Сашей.

При помощи вычислений определите имя и возраст сына Николая Ивановича, полагая, что в каждой из полученных информаций содержатся верные сведения либо только о возрасте, либо только об имени.

Р е ш е н и е на стр. 471.

«Нуль» и «единица»

Выясним, существует ли в «алгебре множеств» такой элемент 0 «нуль», что прибавление его к любому множеству A не меняет этого множества. Ясно, что последнее возможно только в том случае, если «множество 0» совсем не содержит элементов, является «пустым». Но в последнем случае не хочется даже говорить о «множестве», какое же это множество, состоящее из отдельных элементов, если этих элементов вовсе нет?

В учении о множествах, однако, целесообразнее причислять пустое множество, вовсе не содержащее элементов, к числу рассматриваемых множеств. Ведь в противном случае мы зачастую не сможем говорить о множестве, не выяснив предварительно, существует оно или нет. Так, прежде чем сказать: «Множество отличников из IX «а» класса школы № 13 Ленинграда», — нам придется пойти в школу и справиться об успеваемости учеников этого класса. Гораздо удобнее спокойно говорить об этом множестве, оговорив только, что оно может быть и «пустым», т. е. не содержать ни одного элемента. В ряде случаев мы можем заранее сказать, что то или иное множество не является пустым; так, не пустое, разумеется, множество самых высоких учеников класса (это множество может иногда содержать и больше одного ученика). В иных случаях мы сразу скажем, что множество, о котором идет речь,— пустое. Так, конечно, пустым является множество обучающихся в нашем классе живых слонов или множество учеников, имеющих две головы. Однако в большинстве случаев лишь более тщательный анализ позволяет указать, является то или иное множество пустым или нет. Так, например, множество Семенов или множество левшей из нашего класса может быть пустым или не пустым. Пустое множество в дальнейшем всегда будем обозначать знаком O. Таким образом, для каждого множества A будем иметь (рис. 14):

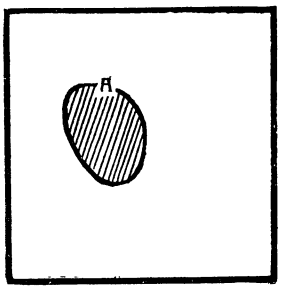
$$A + O = A.$$

Подобно известному правилу $a \cdot 0 = 0$ алгебры чисел, для любого множества A:

$$A \cdot O = O.$$

В самом деле, множество $A \cdot O$, по определению, состоит из всех элементов, принадлежащих и множеству A и множеству O. Но множество O вовсе не содержит элементов и не может содержать элементов и множество $A \cdot O$.

Теперь зададимся вопросом о «множестве 1», обладающем тем свойством, что произведение его на любое множество A дает A. Последнее означает, что пересечение или общая часть «множества 1» и множества A для любого множества A совпадает с самим этим множеством. Но это возможно, разумеется, лишь в том случае, если «множество 1» содержит все вообще существующие элементы. Так, если мы рассматриваем всевозможные множества учеников из нашего класса, то роль единицы будет играть множество всех обучающихся в классе учеников. Нетрудно понять, что, скажем, произведение этого множества и множества A будет состоять из всех отличников (т. е. совпадать с A); произведение этого множества и множества B будет состоять из всех учеников, сидящих в первом ряду (т. е. будет совпадать с множеством B).



$A + O = A$
Рис. 14.

Множество, состоящее из всех элементов всех рассматриваемых множеств, называется полным, универсальным, или единичным; мы будем обозначать его знаком I. Таким образом, для любого множества A:

$$A \cdot I = A.$$

Универсальное множество I графически изображается всем квадратом, внутри которого мы рисуем фигуры, изображающие различные множества (рис. 15).

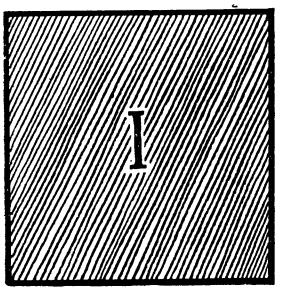


Рис. 15.

Удивительная алгебра

До сих пор все рассматриваемые законы действий над множествами совпадали с законами действий над числами. Однако на самом деле алгебра множеств вовсе не копирует в точности алгебру чисел; она обладает и многими удивительными свойствами, не имеющими места в обычной алгебре. Мы начнем со второго дистрибутивного закона, получаемого из первого дистрибутивного закона:

$$(A + B)C = AC + BC$$

заменой сложения умножением и наоборот:

$$AB + C = (A + C)(B + C).$$

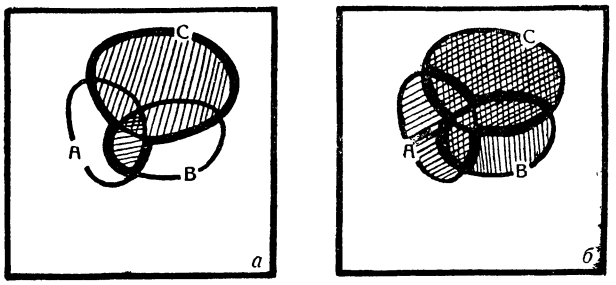


Рис. 16.

Как уже указывалось, в алгебре чисел этот второй дистрибутивный закон, вообще говоря, места не имеет. По-другому обстоит дело с алгеброй множеств. На рис. 16, *а* заштрихованы множества AB и C, так что заштриховано на этом рисунке множество $AB + C$. На рис. 16,*б* заштрихованы множества $A + C$ и $B + C$, так что двойной штриховкой покрыто множество $(A + C)(B + C)$. Но легко видеть, что множество, покрытое на рис. 16,*б* двойной штриховкой, — это в точности то множество, которое заштриховано на рис. 16,*а*. Таким образом, для любых трех множеств A, B и C:

$$AB + C = (A + C)(B + C).$$

Далее, выше мы отмечали курьезное равенство: $a + 1 = 1$, получаемое из равенства $a \cdot 0 = 0$ заменой нуля единицей и умножения сложением. Но курьезным это равенство является лишь в алгебре чисел. В алгебре же множеств, очевидно, для любого множества A:

$$A + I = I.$$

В самом деле, сумма $A + I$ представляет собой множество, получаемое объединением универсального множества I и множества A. Но уже множество I содержит все имеющиеся в нашем распоряжении элементы, так что прибавление к нему множества A ничего изменить не может: сумма $A + I$ — это то же самое универсальное множество I!

Отметим еще необычные равенства:

$$A + A = A \text{ и } AA = A,$$

также выполняющиеся для каждого множества A. В самом деле, сумма $A + A$ представляет собой объединение множества A с самим собой. Но при этом мы придем к тому же самому множеству A (рис. 17). Аналогично этому произведение AA есть пересечение множества A с самим собой, но это пересечение не отличается от множества A (см. тот же рис. 17).

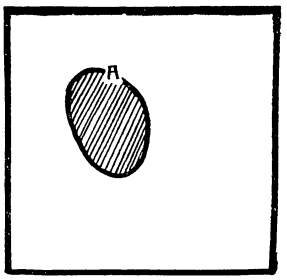


Рис. 17.

Последние два равенства можно еще обобщить. Различные множества можно сравнивать друг с другом. Естественно считать, что множество A «больше» множества B, если все элементы множества B содержатся в множестве A. Это соотношение записывается так: $A \supset B$ или $B \subset A$; при этом говорят, что «множество A содержит множество B» или «множество B содержится в множестве A». Так, множество C девочек, сидящих в первом ряду (это множество состоит из школьниц Зои, Кати и Наташи), содержится в множестве B учеников, сидящих в первом ряду: $B \supset C$ (рис. 18). Графически соотношение $A \supset B$ изображается тем, что фигура B целиком заключается в фигуре A (рис. 19) или B совпадает с A [1]. Ясно, что если $A \supset B$ и $B \supset C$, то $A \supset C$ (рис. 20); это утверждение аналогично известному свойству неравенств: если $a > b$ и $b > c$, то $a > c$.

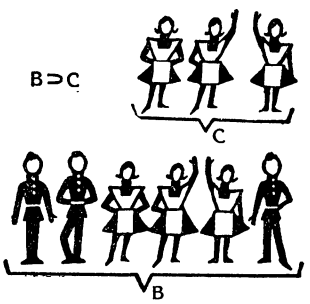


Рис. 18.

Нетрудно видеть, что

если $A \supset B$, то $A + B = A$; $AB = B$

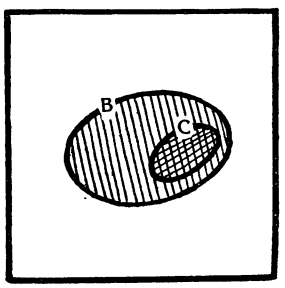


Рис. 19.

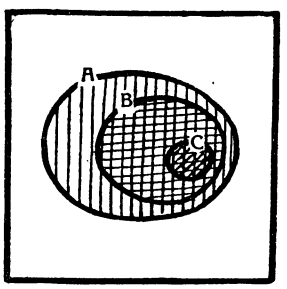
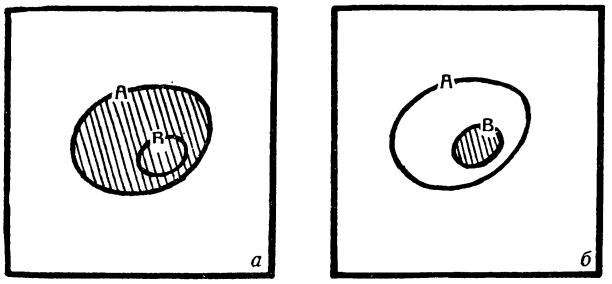


Рис. 20.

[1] Соотношение $A \supset B$, строго говоря, переносит в алгебру множеств не соотношение $a > b$ алгебры чисел, а соотношение $a \geqslant b$ («число a больше или равно b»).



A + B = A AB = B

Рис. 21.

(рис. 21 *а*, *б*). Так как можно считать, что $A \supset A$, то отсюда вытекают и два выписанных ранее равенства:

$$A + A = A \text{ и } AA = A.$$

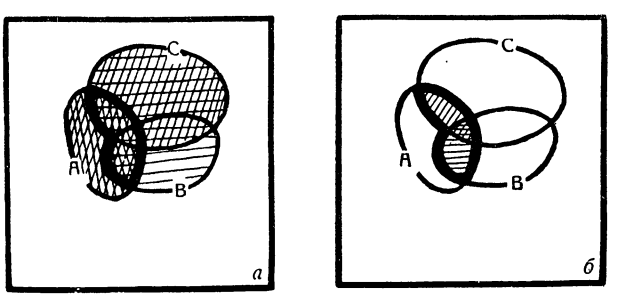
Мы видим, что правила алгебры множеств во многом отличны от правил алгебры чисел. Поэтому, для того чтобы овладеть этой удивительной алгеброй, приходится не только «доучиваться», но частично и «переучиваться»— отказываться от некоторых привычных представлений, связанных с опытом действий с числами.

Вот, например, одно из многих необычных, с точки зрения алгебры чисел, тождеств:

$$(A+C)(B+C)A=AB+CA$$

(рис. 22, *а* и *б*).

Укажем теперь еще одно отличие алгебры множеств от алгебры чисел, которое читатель, возможно, и не отметил. Имея дело с числами, мы можем сравнить между собой л ю б ы е два числа a и b: всегда одно из них больше другого (или эти числа равны). Для двух множеств A и B, однако, как правило, не будет иметь место ни одно из двух соотношений $A \supset B$ и $B \supset A$. Так, в случае указанных выше множества A отличников и множества B учащихся, сидящих в первом ряду, ни одно из этих множеств нельзя считать бо́льшим. Только если одно из двух множеств целиком содержится внутри другого, мы можем указать большее из них; для других же множеств A и B, графически изображенных на рис. 23, *а* и *б*, никакое сравнение их невозможно. Таким образом, лишь для н е к о т о р ы х пар множеств A и B можно указать, какое из этих множеств является бо́льшим.



(A + C)(B + C)A AB + CA

Рис. 22.

Алгебра множеств с ее своеобразными законами действий, одновременно и напоминающими правила действий над числами, и отличными от этих правил, была впервые указана замечательным английским математиком прошлого века Дж. Булем, отцом известной писательницы Этель Лилиан Войнич (автора романа «Овод»). По имени Буля алгебру множеств часто называют «булевой алгеброй».

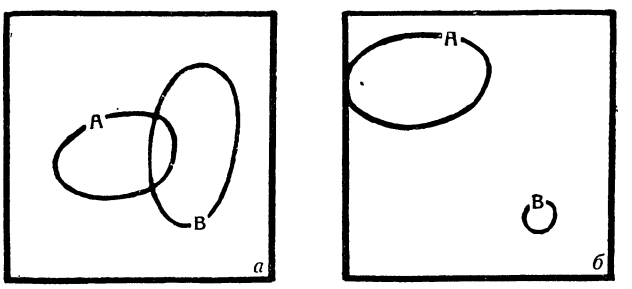


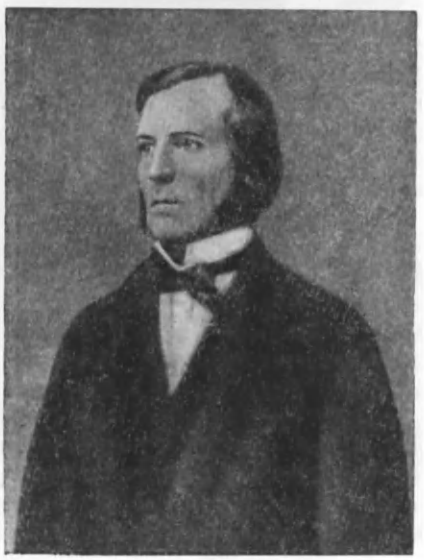
Рис. 23.

Основополагающее сочинение Буля, в котором впервые строилась булева алгебра, называлось «Исследование законов мысли»; оно было напечатано в Лондоне в 1854 г., т. е. более ста лет назад. Название книги Буля сначала может показаться удивительным,— какое отношение имеет курьезная алгебра множеств к законам нашего мышления? На этот вопрос мы постараемся ответить ниже.

Поскольку законы действий над множествами отличаются от законов действий над числами, иногда считают, что эти действия нельзя обозначить теми же символами, которые используются в алгебре чисел. В математической литературе сумма множеств A и B часто обозначается через $A \bigcup B$, а произведение этих же множеств через $A \bigcap B$. При этом правила действий булевой алгебры множеств записываются в следующем виде:

$$A \bigcup B = B \bigcup A, \qquad A \bigcap B = B \bigcap A$$

(коммутативные законы);



Джордж Буль.

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C),$$
$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

(ассоциативные законы);

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C),$$
$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

(дистрибутивные законы);

$$A \cup O = A, \qquad A \cap I = A,$$
$$A \cap O = O, \qquad A \cup I = I,$$
$$A \cup A = A, \qquad A \cap A = A.$$

Мы, однако, предпочтем во всех случаях пользоваться знакомыми символами сложения и умножения.

Дополнение множества. Аналогия между сложением и умножением множеств

Вернемся к установленным выше свойствам действий алгебры множеств. Сразу бросается в глаза чрезвычайно тесная связь между законами, относящимися к сложению множеств, и законами умножения. Выпишем снова эти законы:

$$A + B = B + A, \quad AB = BA;$$
$$(A + B) + C = A + (B + C), \quad (AB)C = A(BC);$$
$$(A + B)C = AC + BC, \quad AB + C = (A + C)(B + C);$$
$$A + O = A, \quad AI = A;$$
$$A + I = I, \quad AO = O;$$
$$A + A = A, \quad AA = A$$

и т. д. Из этой таблицы видно, что *всякое равенство, тождественно выполняющееся в алгебре множеств, при замене знака сложения множеств знаком умножения, и наоборот, и пустого множества O* (если оно входит в наше равенство) *универсальным множеством I, и наоборот, переходит в новое равенство, также тождественно выполняющееся.*

Сейчас мы докажем это утверждение в общем виде. Для этого нам понадобится одна своеобразная операция алгебры множеств, сопоставляющая новое множество не с двумя заданными множествами (подобно сумме $A + B$ и произведению AB заданных множеств), а с одним множеством A. Эта операция называется образованием дополнения и обозначается чертой, поставленной над множеством. А именно, через $\overline{A}$ (читается: «дополнение A») мы будем обозначать множество всех элементов универсального множества I, не принадлежащих множеству A. Так, если A есть множество отличников из нашего класса, то множество $\overline{A}$ состоит из всех учеников, не являющихся отличниками. На диаграмме множество $\overline{A}$ изображается частью квадрата I, не покрытой фигурой A (рис. 24). Ясно, что $A + \overline{A} = I$, $A\overline{A} = O$ (см. тот же рис. 24, на котором графически изображены множества A и $\overline{A}$); эти два равенства можно даже принять за определение множества $\overline{A}$. Отметим еще, что $\overline{(\overline{A})} = A$ (рис. 25). Это последнее равенство короче записывают так: $\overline{\overline{A}} = A$.

Очевидно, что $I = O$ и $\overline{O} = I$ (так как все элементы входят в универсальное множество I и ни один элемент не входит в пустое множество O). Кроме того, легко видеть, что

если $A \supset B$, то $\overline{B} \supset \overline{A}$,

т.е. если множество B составляет часть множества A; то дополнение A составляет часть дополнения B (рис. 26, *а*, *б*):

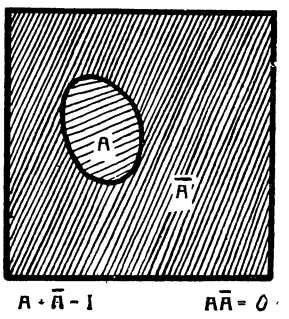


Рис. 24.

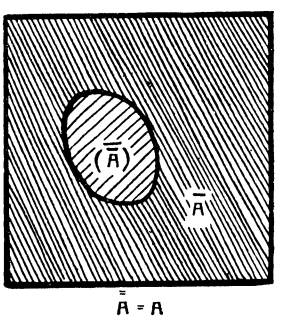


Рис. 25.

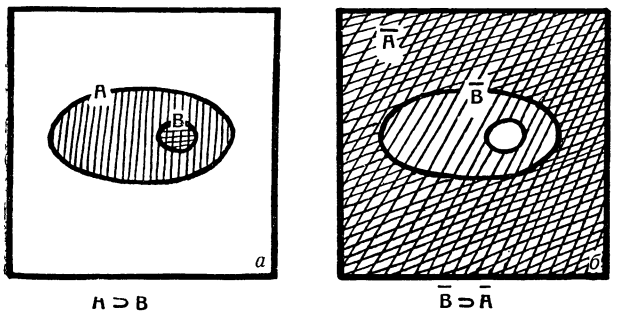


Рис. 26.

Докажем теперь следующие два важные соотношения:

$$\overline{A + B} = \overline{A}\,\overline{B} \quad \text{и} \quad \overline{A}\,\overline{B} = \overline{A} + \overline{B},$$

или словами: *дополнение суммы двух множеств совпадает с пересечением дополнений этих множеств*; *дополнение произведения двух множеств совпадает с суммой дополнений этих множеств*. В самом деле, на рис. 27, *а* заштрихованы множества A и B, а на рис. 27, *б* — их дополнения $\overline{A}$ и $\overline{B}$. Но ясно, что фигура, заштрихованная на рис. 27, *а*, является дополнением до всего квадрата I фигуры, покрытой на рис. 27, *б* двойной штриховкой, т. е. фигура $\overline{A}\,\overline{B}$; это и доказывает равенство $\overline{A + B} = \overline{A}\,\overline{B}$. Аналогично, фигура, покрытая на рис. 27, *а* двойной штриховкой, дополняет до всего квадрата фигуру, заштрихованную на рис. 27,*б*, откуда следует, что $\overline{A}\,\overline{B} = \overline{A} + \overline{B}$.

Из доказанных соотношений нетрудно вывести наше утверждение, позволяющее по каждому соотношению алгебры множеств построить новое соотношение. Рассмотрим какое угодно тождество алгебры множеств, например первый дистрибутивный закон:

$$(A + B)C = AC + BC.$$

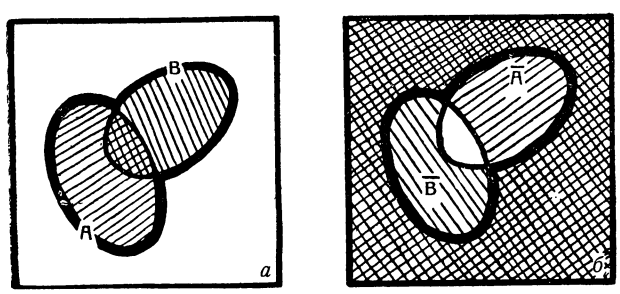


Рис. 27.

Так как множества $(A + B)C$ и $AC + BC$ совпадают, то совпадают и дополнения этих множеств:

$$\overline{(A + B)C} = \overline{AC + BC}.$$

Но мы знаем, что $\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$; поэтому

$$\overline{(A + B)C} = \overline{A + B} + \overline{C}.$$

С другой стороны, нам известно, что

$$\overline{A + B} = \overline{A}\,\overline{B}.$$

Таким образом,

$$\overline{(A + B)C} = \overline{A}\,\overline{B} + \overline{C}.$$

Далее, в силу того же закона $\overline{A + B} = \overline{A}\,\overline{B}$ алгебры множеств, имеем: $\overline{AC + BC} = \overline{AC} \cdot \overline{BC}$. Но $\overline{AC} = \overline{A} + \overline{C}$ и $\overline{BC} = \overline{B} + \overline{C}$; поэтому

$$\overline{AC + BC} = (\overline{A} + \overline{C})(\overline{B} + \overline{C}).$$

Таким образом, мы приходим к равенству:

$$\overline{A}\,\overline{B} + \overline{C} = (\overline{A} + \overline{C})\ (\overline{B} + \overline{C}),$$

которое, очевидно, лишь по форме отличается от второго дистрибутивного закона:

$$AB + C = (A + C)\,(B + C),$$

где вместо самих множеств A, B и C выступают их дополнения $\overline{A}$, $\overline{B}$, $\overline{C}$. Но это совершенно несущественно, поскольку как сами рассматриваемые множества, так и их дополнения произвольны. Таким образом, с помощью образования дополнения мы вывели из первого дистрибутивного закона второй дистрибутивный закон.

Точно таким же путем можно из любого тождества алгебры множеств получить другое тождество, в котором всюду операция сложения заменена умножением, и наоборот. При этом если в первоначальное тождество входили множества O и I, то в новом тождестве они заменяются соответственно на I и O; это связано с тем, что $\overline{O} = I$ и $\overline{I} = O$.

Два способа задания множества. Множества и высказывания

Поставим теперь вопрос о том, каким образом можно задать то или иное множество. Проще всего это сделать, перечислив все элементы, в совокупности составляющие данное множество: так, можно сказать, что фигурирующее выше множество A состоит из школьников Пе-

ти, Саши, Кати, Веры и Наташи. Однако в тех случаях, когда множество содержит много элементов, этот явный, или перечислительный, способ задания множества может оказаться очень неудобным. Кроме того, при таком задании множества обычно оказывается замаскированным самый принцип его образования, то общее, что служит причиной объединения отобранных элементов в одно множество.

Второй способ задания множества состоит в том, что мы указываем признак, характеризующий все элементы множества, и только эти элементы. Так, выше мы говорили: «множество отличников» или «множество учащихся, сидящих в классе в первом ряду». Такой способ задания множества называется неявным или описательным. Этот способ заключается в том, что мы формулируем некоторое высказывание, касающееся элементов рассматриваемого универсального множества I («быть отличником» или «сидеть в первом ряду»); далее отбираем те, и только те, элементы множества I, которые этому высказыванию удовлетворяют.

Описательный способ задания множества связывает учение о множествах с учением о высказываниях, составляющим предмет математической логики. Высказыванием мы называем всякое утверждение, которое может оказаться истинным или ложным; при этом предполагается, что в принципе существует возможность установить, истинно данное высказывание или ложно, хотя мы, быть может, этой возможности не имеем. С этой точки зрения утверждение «*ровно через 100 лет в этот день в Москве будет ясная погода*» является высказыванием, поскольку через 100 лет можно будет проверить, правда это или нет. Напротив, утверждение «*неделя — это большой промежуток времени*» высказыванием не является в силу неопределенности выражения «большой промежуток времени», которое у разных лиц и в различных обстоятельствах может иметь совершенно разный смысл; здесь, не обладая несколькими дополнительными сведениями, никак нельзя сказать, является это утверждение истинным или нет.

Рассмотрим теперь высказывания, относящиеся к элементам определенного универсального множества I; в случае, когда этим множеством является множество учащихся данного класса, это могут быть высказывания: «он отличник», «он сидит в первом ряду», «он выше 1 *м* 50 *см*», «он старше 50 лет», «он — это девочка», «он левша», «он имеет две головы» и т. д. Каждому такому высказыванию отвечает некоторое множество элементов из I, для которых это высказывание является истинным; это множество называется множеством истинности данного высказывания. Множество истинности может оказаться пустым; в этом случае высказывание называется тождественно ложным или противоречивым. Так, для множества учеников данного класса тождественно ложными будут высказывания «он имеет две головы» или «ему больше 50 лет»; выше у нас фигурировало еще одно высказывание, также заведомо противоречивое в применении к ученикам какого-либо класса: «он слон». В определенном смысле противоположный случай — это тот, когда множество истинности данного высказывания совпадает со всем универсальным множеством I; в этом случае высказывание называется тождественно истинным или бессодержательным. Тождественно истинными являются, например, высказывания: «он (ученик определенного класса) моложе 50 лет», «он мальчик или девочка».

Алгебра множеств и алгебра высказываний

Высказывания мы будем обозначать малыми буквами латинского алфавита; отвечающие этим высказываниям множества истинности будем обозначать большими буквами. Так, высказываниям a — «он отличник» и b — «он сидит в первом ряду» отвечают указанные выше множества истинности A и B. Тождественно ложное высказывание всегда будем обозначать буквой o, а тождественно истинное высказывание — буквой i.

Рассмотрим теперь две операции, позволяющие по двум высказываниям строить новые, составные высказывания. В математической логике эти операции называются латинскими терминами «дизъюнкция» и «конъюнкция» и обозначаются специальными значками $\vee$ и $\wedge$; так, $a \vee b$ означает дизъюнкцию высказываний a и b, $a \wedge b$ — конъюнкцию (сравним с обозначениями суммы и произведения, или объединения и пересечения, множеств, указанными на стр. 389). Мы здесь для простоты почти не будем употреблять этих сложных терминов и символов; вместо этого будем говорить о сумме $a + b$ и произведении ab высказываний a и b.

Рис. 28.

Под суммой (дизъюнкцией) высказываний a и b понимается высказывание, которое мы получим, если объединим высказывания a и b союзом «или». Например, если a есть высказывание «он отличник», а b — высказывание «он сидит в первом ряду», то через $a + b$ будем обозначать высказывание «он является отличником и л и сидит в первом ряду». При этом частичку «или» мы будем всегда понимать в смысле: «или первое, или второе, или то и другое вместе». Ясно, что если A есть множество истинности высказывания a, а B— множество истинности высказывания b, то множеством истинности высказывания $a + b$ будет $A + B$ (рис. 28). Так, в рассматриваемом примере множество истинности высказывания a состоит из школьников Пети, Саши, Кати, Веры и Наташи, а множество истинности высказывания b — из школьников Ильи, Гриши, Зои, Кати, Наташи и Яши; множество же истинности высказывания $a + b$ образуют девять школьников: Петя, Саша, Катя, Вера, Наташа, Илья, Гриша, Зоя и Яша.

Под произведением (конъюнкцией) высказываний a и b мы будем понимать высказывание ab, получаемое, если объединить высказывания a и b, связав их союзом «и». Итак, множеством истинности высказывания ab является произведение (пересечение) множеств истинности высказываний a и b (рис. 29). В нашем примере это множество ab состоит из двух учениц — Кати и Наташи.

Условимся еще называть два высказывания одинаковыми, или эквивалентными, если им отвечает одно и то же множество истинности. Эквивалентность высказываний будем обозначать обычным знаком равенства. Равенство $a = b$ означает, что содержащиеся в высказываниях a и b признаки, выделяющие определенную часть универсального множества, равнозначны, имеют один и тот же смысл, разнятся только своей формой. При изучении высказываний естественно не различать между собой эквивалентные высказывания, например «он отличник» и «он имеет отличные оценки».

Мы установили, что *множество истинности суммы двух высказываний совпадает с суммой множеств истинности этих высказываний; множество истинности произведения двух высказываний совпадает с произведением множеств*

Рис. 29.

истинности этих высказываний. Отсюда следует, что все известные нам правила алгебры множеств можно перевести на язык алгебры высказываний. Так, например:

$$a + b = b + a, \qquad ab = ba;$$
$$(a + b) + c = a + (b + c), \qquad (ab)c = a(bc);$$
$$(a + b)c = ac + bc, \qquad ab + c = (a + c)(b + c);$$
$$a + o = a, \qquad ai = a;$$
$$ao = o, \qquad a + i = i;$$
$$a + a = a, \qquad aa = a$$ и т. д.

Докажем для примера первый дистрибутивный закон для высказываний, т. е. равенство:

$$(a + b)\ c = ac + bc.$$

В соответствии с нашим условием множества истинности высказываний a, b и c обозначаются через A, B и C. При этом высказывание $(a + b)c$ имеет своим множеством истинности $(A + B)C$; высказывание $ac + bc$ имеет своим множеством истинности $AC + BC$. Но множества $(A + B)C$ и $AC + BC$ совпадают; это значит, что высказывания $(a + b)c$ и $ac + bc$ эквивалентны.

Запишем еще законы алгебры высказываний в той форме, в которой они приводятся в книгах по математической логике:

$$a \vee b = b \vee a,$$
$$(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c),$$
$$(a \vee b) \wedge c = (a \wedge c) \vee (b \wedge c),$$
$$a \wedge b = b \wedge a,$$
$$(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c),$$
$$(a \wedge b) \vee c = (a \vee c) \wedge (b \vee c).$$
$$a \vee o = a, \qquad a \wedge i = a,$$
$$a \wedge o = o, \qquad a \vee i = i,$$
$$a \vee a = a, \qquad a \wedge a = a.$$

Отрицание. Отношение следствия

Продолжим построение алгебры высказываний. При изучении множеств мы наряду с операциями сложения и умножения множеств рассматривали также операцию «взятия дополнения», сопоставляющую с каждым множеством A его дополнение $\overline{A}$. Этой операции отвечает чрезвычайно важная операция алгебры высказываний, сопоставляющая с каждым высказыванием a новое высказывание $\overline{a}$, называемое отрицанием a. Грамматически отрицание $\overline{a}$ получается из высказывания a при помощи частицы «не»; например, отрицанием высказывания «он отличник» является высказывание «он не отличник». Множество истинности высказываний $\overline{a}$ является дополнением множества истинности высказывания a (рис. 30); это утверждение можно даже считать определением стрицания.

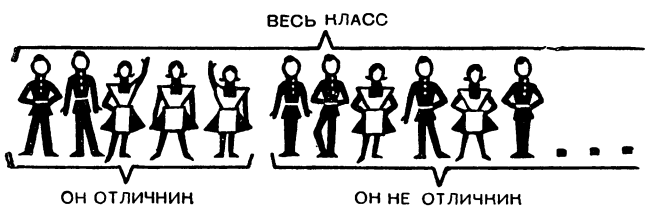


Рис. 30.

Алгебраические свойства дополнения множеств сразу приводят к следующим утверждениям, связанным с отрицанием высказываний:

$$a + \overline{a} = i, \qquad \overline{a}\overline{a} = o;$$
$$\overline{i} = o, \qquad \overline{o} = i;$$
$$\overline{\overline{a}} = a;$$
$$\overline{a + b} = \overline{a}\,\overline{b}, \qquad \overline{a\overline{b}} = \overline{a} + \overline{b}.$$

Введем, наконец, отношение $\supset$, связывающее два высказывания. А именно — будем писать $a \supset b$ (или $b \subset a$) и говорить, что *высказывание a следует из высказывания b* или *a является следствием b*, если множество истинности A высказывания a содержит множество истинности B высказывания b, т. е. если $A \supset B$ (или $B \subset A$). Например, если множество отличников класса состоит из школьников Гриши, Ильи и Пети, то высказывание «он мальчик» является следствием высказывания «он отличник» (рис. 31). Отношение следствия имеет следующий смысл: если $a \supset b$ и мы знаем, что высказывание b истинно, то, наверное, истинно и высказывание a. Так, в разобранном выше примере истинность утверждения «он

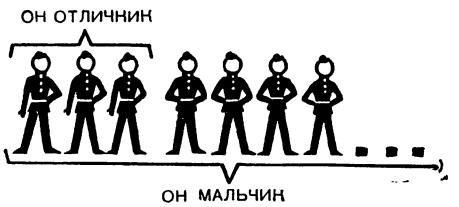


Рис. 31.

отличник» означает, что речь идет об одном из трех школьников — Грише, Илье или Пете; но тогда истинно и высказывание «он мальчик».

Из известных свойств алгебры множеств, связанных с отношением $\supset$, следует, что:

если $a \supset b$ и $b \supset c$, то $a \supset c$;

если $a \supset b$, то $a + b = a$, $ab = b$;

если $a \supset b$, то $\overline{a} \subset \overline{b}$.

Законы мысли

Теперь мы можем ответить на вопрос о том, почему сочинение Дж. Буля, в котором впервые строилась булева алгебра, посвящено выяснению «законов мысли». Дело в том, что правила алгебры высказываний есть те законы, которые играют руководящую роль в процессе нашего мышления.

Многие из этих законов в логике имеют специальные названия. Например, соотношение

$$a + \overline{a} = i$$

выражает так называемый закон исключенного третьего. Этот закон можно сформулировать так: *сумма каждого утверждения и его отрицания тождественно истинна*, другими словами, *высказывание или его отрицание всегда истинно*. Например, тождественно истинно утверждение «он отличник или он не отличник». Другими словами, для каждого элемента универсального множества обязательно справедливо либо высказывание a, либо его отрицание $\overline{a}$, третьего не дано.

Соотношение

$$\overline{a}a = o$$

выражает закон противоречия. Согласно этому закону, *ни для одного объекта не может быть одновременно верно и утверждение a, и его отрицание $\bar{a}$*. Например, ни один ученик не может одновременно являться и отличником, и не отличником. Но если высказывания a и $\bar{a}$ не могут быть истинны одновременно, то произведение $a\bar{a}$ тождественно ложно, т. е. множество истинности высказывания $a\bar{a}$ пусто.

Соотношение

$$\bar{\bar{a}} = a$$

выражает хорошо известный закон двойного отрицания. Этот закон утверждает, что *отрицание отрицания совпадает с исходным высказыванием*. Так, отрицанием высказывания «этот ученик — мальчик» является утверждение «этот ученик—девочка», а двойное отрицание «этот ученик не девочка» возвращает нас к первоначальному высказыванию «этот ученик — мальчик».

Аналогичный характер имеют и все остальные правила алгебры высказываний, устанавливающие эквивалентность (равносильность) тех или иных утверждений. Проиллюстрируем это на нескольких примерах.

Первый дистрибутивный закон утверждает, что высказывания $(a + b)c$ и $ac + bc$ — это одно и то же. Пусть a есть высказывание «он (ученик) умеет играть в шахматы», b — «он умеет играть в шашки» и c — «он отличник». В таком случае высказывание $(a + b)c$ имеет следующий смысл: «он умеет играть в шахматы или в шашки и, кроме того, он отличник», а высказывание $ac + bc$ — смысл: «он умеет играть в шахматы и является отличником, либо он умеет играть в шашки и является отличником». Но ясно, что эти два высказывания по существу означают одно и то же.

Второй дистрибутивный закон означает, что эквивалентны два высказывания $ab + c$ и $(a + c)\ (b + c)$. Если высказывания a, b и c имеют тот же смысл, что и выше, то высказывание $ab + c$ означает: «он умеет играть в шашки и в шахматы или является отличником». Высказывание $(a + c)(b + c)$ имеет следующий смысл: «он умеет играть в шахматы или является отличником; одновременно с этим он умеет играть в шашки или является отличником». Но нетрудно понять, что последнее высказывание по существу совпадает с первым — ведь если ученик, о котором здесь идет речь, не является отличником, то он обязательно умеет играть и в шахматы, и в шашки.

Наконец, остановимся еще на так называемых правилах де Моргана:

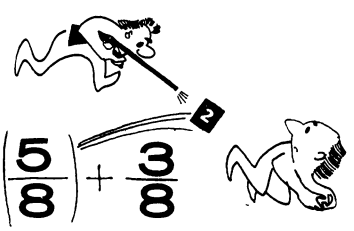
$$\overline{a + b} = \bar{a}\bar{b} \text{ и } \overline{ab} = \bar{a} + \bar{b}$$

(они называются так по имени английского логика XIX в. А. де Моргана, впервые установившего эти правила). Пусть, например, a — это высказывание «он умеет играть в шахматы», b — «он умеет играть в шашки». В таком случае сложное высказывание $\overline{a + b}$ есть отрицание того, что ученик умеет играть в шахматы или в шашки. Но это отрицание, очевидно, эквивалентно утверждению о том, что ученик не умеет играть ни в шахматы, ни в шашки, т. е. высказыванию $\bar{a}\bar{b}$. Аналогично отрицание утверждения о том, что ученик умеет играть и в шахматы, и в шашки (т. е.

Прыгающий показатель степени

Сумма двух дробей $\left(\frac{5}{8}\right)^2 + \frac{3}{8}$ не изменится, если показатель степени с первой дроби перескочит на вторую. Действительно,

$$\left(\frac{5}{8}\right)^2 + \frac{3}{8} = \frac{5}{8} + \left(\frac{3}{8}\right)^2.$$



Если вы подметите некоторую закономерность, связывающую знаменатель с числителями данных дробей, то легко подберете еще несколько аналогичных равенств вида:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 + \frac{c}{b} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{b}\right)^2$$

Как зависят a и c от b?

Ответ на стр. 500.

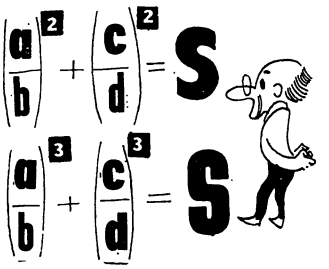
Ну и дроби!

Беру две дроби, каждую возвожу в квадрат, результаты складываю, получаю некоторое число S.

Теперь каждую из первоначальных дробей возвожу в куб, результаты складываю и ... получаю то же самое число S.

Выходит, что сумма квадратов двух чисел равна сумме кубов тех же чисел. Такое заключение кажется неправдоподобным. И все же это не фокус, не трюк. Есть много пар таких дробей. Попробуйте найти их.

Решение на стр. 500.



высказывание $\overline{ab}$), равносильно утверждению о том, что он не умеет играть в шахматы или не умеет играть в шашки; но это и есть высказывание $\bar{a}+\bar{b}$.

Правила вывода

В заключение скажем еще несколько слов о правилах, связанных с употреблением соотношения $\supset$.

Установление того, что два высказывания a и b связаны соотношением $a \supset b$, называется выводом; при этом высказывание b называется условием, а высказывание a — следствием. С выводами такого рода мы все время встречаемся в науке и в практической жизни: так, например, заключение любой теоремы является следствием ее условия. Правильность вывода обеспечивается соблюдением определенных правил логики. Эти правила логики могут быть обоснованы с помощью соотношений алгебры высказываний.

Известное уже нам соотношение: если $a \supset b$ и $b \supset c$, то $a \supset c$, читается так: если из b следует a и из c следует b, то из c следует a. Это соотношение используется в рассуждениях весьма часто. Например, поскольку теорема «сумма углов треугольника равна 180°» вытекает из аксиомы параллельных линий, а теорема «внешний угол треугольника равен сумме внутренних углов, не смежных с ним», вытекает из теоремы о сумме углов треугольника, можно также сказать, что теорема о внешнем угле треугольника является следствием аксиомы параллельных.

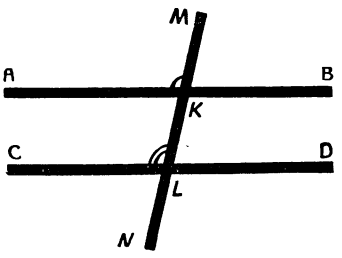


Рис. 32.

Соотношение: если $a \supset b$, то $\bar{b} \supset \bar{a}$,— читается так: если из высказывания b следует высказывание a, то из отрицания высказывания a вытекает отрицание высказывания b. Это обстоятельство лежит в основе весьма распространенного метода вывода (или доказательства) «от противного». Пусть мы хотим доказать теорему (рис. 32): *если соответственные углы AKM и CLM, образованные прямыми AB и CD с секущей MN, равны между собой* (это есть утверждение a), *то прямые AB и CD параллельны* (это есть утверждение b). Вместо того чтобы доказывать соотношение $a \subset b$, докажем, что $\bar{a} \supset \bar{b}$, т. е. что из отрицания b вытекает отрицание a. Предположим, что прямые AB и CD не параллельны, т. е. что они пересекаются в некоторой точке P (рис. 33, *а*,*б*).

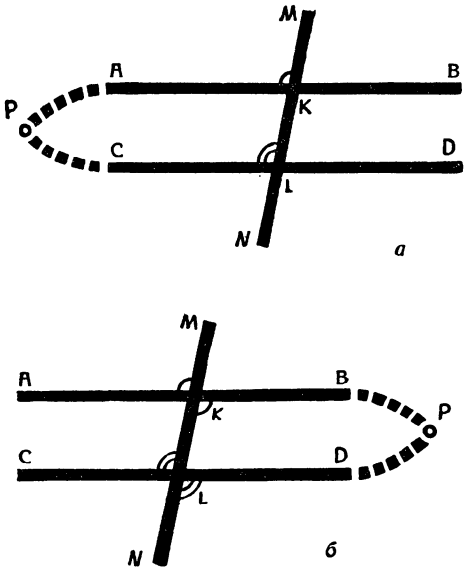
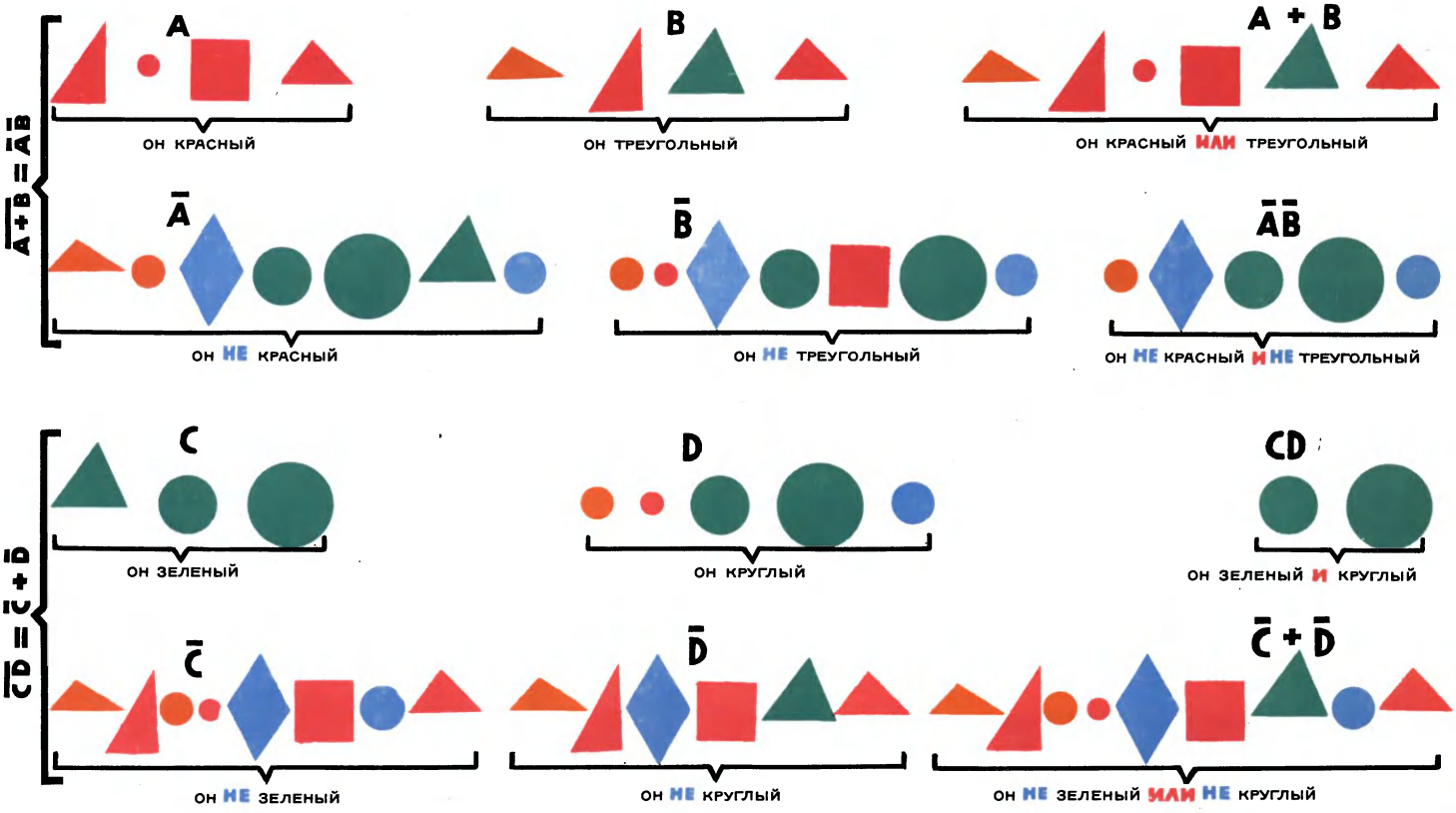


Рис. 33.

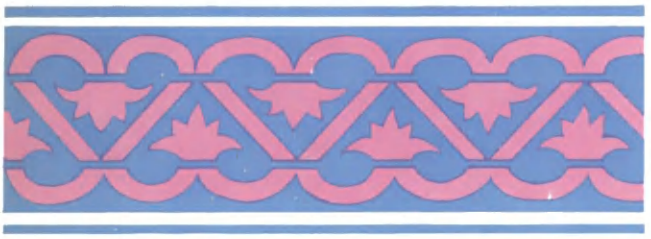
В таком случае углы AKM и CLM не будут равны (это — внешний угол треугольника PKL и не смежный с ним внутренний угол). Таким образом, соотношение $\bar{a} \supset \bar{b}$ доказано; тем самым доказано и соотношение $a \subset b$ (строго говоря, здесь надо применить к соотношению $\bar{a} \supset \bar{b}$ рассматриваемое предложение алгебры логики и воспользоваться законом двойного отрицания: если $\bar{a} \supset \bar{b}$, то $\bar{\bar{a}} \subset \bar{\bar{b}}$, т. е. $a \subset b$).

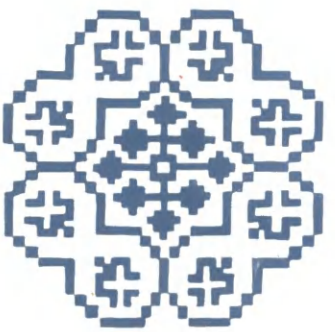
Уже эти примеры показывают ту большую роль, которую играют в любой научной теории правила алгебры логики. В последние годы роль этих правил особенно сильно возросла в связи с возникшей задачей передачи целого ряда операций, выполняющихся людьми, электронным вычислительным машинам. При этом оказалось необходимым научить машину правилам логики, т. е. тем правилам, которыми люди обычно пользуются, зачастую не отдавая себе полного отчета в существе этих правил. Но для того чтобы эти правила могли быть заложены в «электронную память» машины, необходимо четко сформулировать их. Эти четкие формулировки и доставляет нам математическая логика.

ПРАВИЛА ДЕ МОРГАНА



Сложение и умножение множеств хорошо можно проиллюстрировать, используя геометрические фигуры разных цветов. На первой строке расположены геометрические фигуры разного цвета, которые образуют универсальное (или единичное) множество. Из этого универсального множества J образованы новые множества A, B, C, D и их дополнения $\overline{A}$, $\overline{B}$, $\overline{C}$, $\overline{D}$. Над этими множествами или их дополнениями произведены операции сложения и умножения.





С симметрией приходится иметь дело не только физикам и кристаллографам, но и художникам, работающим в области прикладного искусства.

АЛГЕБРА ВЕКТОРОВ

АРИФМЕТИКА НАПРАВЛЕННЫХ ОТРЕЗКОВ

Направленные отрезки — векторы

Выберем в пространстве некоторую точку P и рассмотрим различные отрезки PA, PB, PC,..., начало которых расположено в точке P, а концы — в каких-либо точках A, B, C,.. пространства (рис. 1). Таким образом, на каждом из этих отрезков выделяется определенное направление, идущее от точки P (общего начала всех рассматриваемых отрезков) к концу отрезка. По этой причине они называются не просто отрезками, а направленными отрезками, приложенными в заданной точке P; чтобы подчеркнуть это обстоятельство их обозначают

$$\overrightarrow{PA},\ \overrightarrow{PB},\ \overrightarrow{PC},...,$$

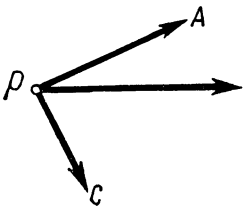


Рис. 1.

т. е. над отрезком проставляют стрелку. Принято также называть каждый направленный отрезок коротким словом «вектор».

Интерес к векторам возник в науке уже очень давно. Еще в самом начале XVII в. голландский ученый С. Стевин использовал векторы для наглядного представления сил. Так как каждая сила, приложенная к некоторой точке P твердого тела, имеет вполне определенное направление, то для геометрического изображения этой силы удобно воспользоваться лучом PP', имеющим то же направление, что и сила; отложим на этом луче от точки P направленный отрезок $\overrightarrow{PA}$, длина которого (выраженная, скажем, в *мм*) равна числу, которое измеряет величину рассматриваемой силы (выраженную, скажем, в *кГ*). Таким образом, каждая сила, приложенная в точке твердого тела, изобразится своим вектором (рис. 2).

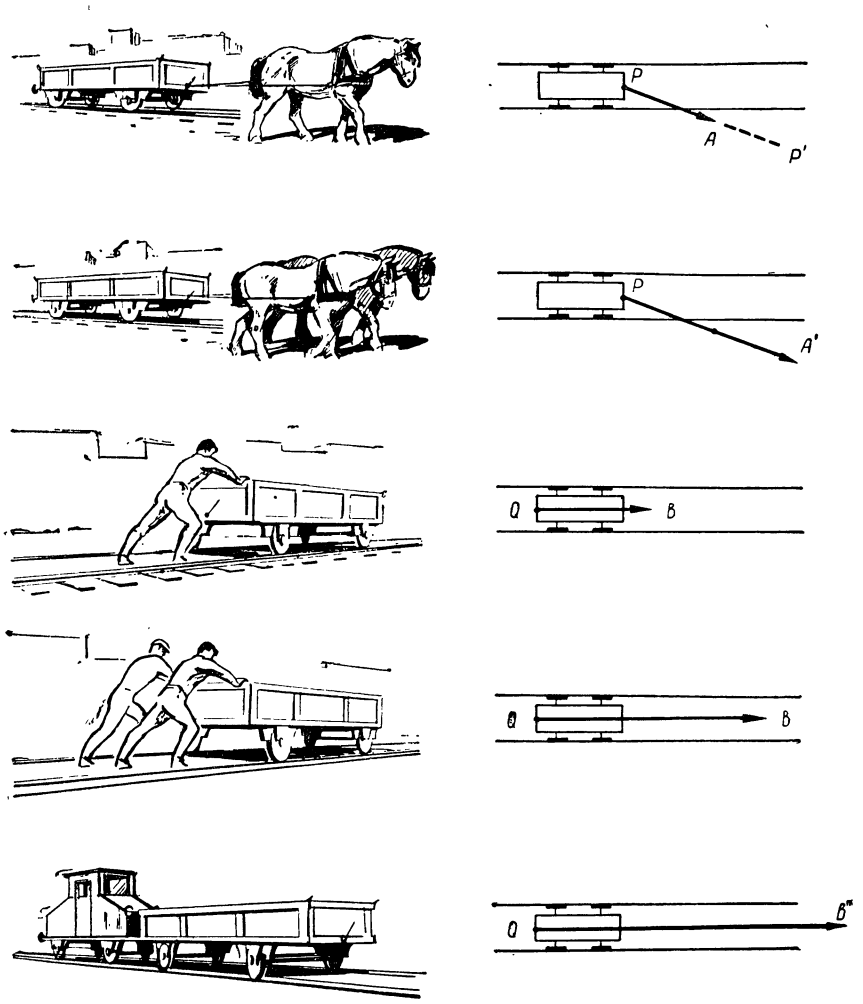


Рис. 2. Величину и направление силы можно изобразить вектором.

Правила сложения векторов, приложенных в точке P

Чтобы прибавить к вектору $\overrightarrow{PA}$ (первое слагаемое) вектор $\overrightarrow{PB}$ (второе слагаемое), поступим следующим образом (рис. 3): а) построим середину C отрезка AB; б) построим точку Q, симметричную точке P относительно точки C, т. е. так расположенную на луче PC, что точка C является серединой отрезка PQ. Полученный вектор $\overrightarrow{PQ}$ будем называть суммой векторов $\overrightarrow{PA}$ (первое слагаемое) и $\overrightarrow{PB}$ (второе слагаемое); будем это кратко записывать формулой:

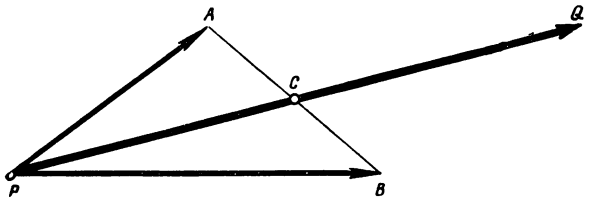


Рис. 3. Сложение векторов по правилу середины:
$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}$.

$$\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PQ}. \qquad (1)$$

Описанное правило сложения векторов назовем п р а в и л о м с е р е д и н ы.

Если слагаемые векторы $\overrightarrow{PA}$ и $\overrightarrow{PB}$ не лежат на одной прямой, то, как легко видеть из рис. 4, вектор $\overrightarrow{PQ}$, являющийся их суммой,

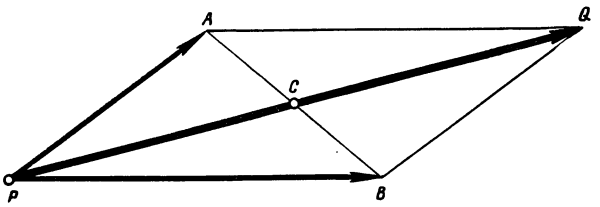


Рис. 4. Сложение векторов по правилу параллелограмма:
$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}$.

представляет собой диагональ параллелограмма, сторонами которого являются векторы $\overrightarrow{PA}$ и $\overrightarrow{PB}$ (в самом деле, в четырехугольнике $PAQB$ диагонали AB и PQ делят друг друга пополам,— это непосредственно вытекает из правила середины).

Таким образом, для сложения векторов $\overrightarrow{PA}$ и $\overrightarrow{PB}$, не лежащих на одной прямой, можно вместо правила середины воспользоваться следующим правилом: строим параллелограмм $PAQB$, сторонами которого являются векторы-слагаемые $\overrightarrow{PA}$ и $\overrightarrow{PB}$, т. е. из конца A первого слагаемого строим прямую, параллельную второму слагаемому, а из конца B второго слагаемого строим прямую, параллельную первому слагаемому. Точка Q пересечения построенных прямых и будет концом вектора $\overrightarrow{PQ}$, являющегося суммой слагаемых $\overrightarrow{PA}$ и $\overrightarrow{PB}$. Для краткости говорят: *сумма двух векторов есть вектор, являющийся диагональю параллелограмма, построенного на слагаемых векторах.*

Это правило сложения векторов называют п р а в и л о м п а р а л л е л о г р а м м а. Оно, однако, непригодно, когда слагаемые векторы лежат на одной прямой — такие векторы называются к о л л и н е а р н ы м и; в этом случае применяют п р а в и л о с е р е д и н ы.

Рассмотрим, например, случай, когда вектор $\overrightarrow{PC}$ складывается с самим собой, т. е. когда разыскивается сумма $\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PC}$ (рис. 4*а*). Прибегнем к правилу середины: а) середина отрезка CC, соединяющего концы слагаемых векторов, есть, очевидно, точка C; б) остается

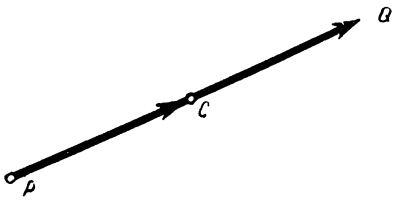


Рис. 4 *а*. Сумма двух равных векторов:
$\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PC} = 2\,\overrightarrow{PC} = \overrightarrow{PQ}$.

построить точку Q, симметричную точке P относительно точки C,— она будет концом отрезка PQ, серединой которого является точка C.

Таким образом, вектор $\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PC}$ направлен одинаково с вектором $\overrightarrow{PC}$ и имеет длину вдвое большую, чем длина вектора $\overrightarrow{PC}$. Этот вектор — сумму двух одинаковых слагаемых — обозначают $2\cdot\overrightarrow{PC}$. Итак:

$$\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PC} = 2\cdot\overrightarrow{PC}. \qquad (2)$$

Полезно запомнить (это нам понадобится в дальнейшем), что если точка Q симметрична точке P относительно точки C, то

$$\overrightarrow{PQ} = 2\cdot\overrightarrow{PC}.$$

Эту формулу записывают также и в следующем виде:

$$\overrightarrow{PC} = \frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{PQ}. \qquad (3)$$

Возвратимся теперь к случаю, когда складываются два произвольных коллинеарных вектора (сонаправленных или противонаправленных). Применяя правило середины, придем к следующим результатам: при сложении двух сонаправленных векторов [1] $\overrightarrow{PA}$ и $\overrightarrow{PB}$ (рис. 4*б*) получается вектор $\overrightarrow{PQ}$, который имеет такое же направление, как и слагаемые векторы, а его длина равна сумме длин слага-

[1] Т. е. таких, что точки P, A, B так расположены на одной прямой, что точка P лежит вне отрезка AB.

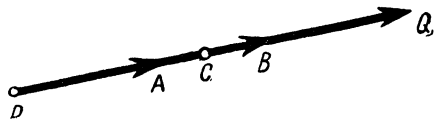


Рис. 4 *б*. Сложение коллинеарных сонаправленных векторов: $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PQ}$.

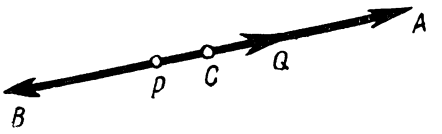


Рис. 4 *в*. Сложение коллинеарных противонаправленных векторов: $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PQ}$.

емых векторов; при сложении двух противонаправленных векторов[1] $\overrightarrow{PA}$ и $\overrightarrow{PB}$ (рис. 4*в*) получается вектор, имеющий направление такое же, как и направление того слагаемого вектора, который имеет бо́льшую длину; его длина равна разности длин слагаемых векторов.

Равнодействующая сила

Рассмотренное нами правило сложения векторов находит свое применение не только в математике, но играет очень важную роль также и в физике. Если в какой-либо точке P приложены две силы, то, как известно, их совместное действие равносильно действию некоторой одной силы (также приложенной в точке P) — ее называют р а в н о д е й с т в у ю щ е й. Многочисленные физические опыты и явления подтверждают справедливость следующего закона: если в точке P приложены две силы, которые изображаются векторами $\overrightarrow{PA}$ и $\overrightarrow{PB}$, то равнодействующая этих сил изображается вектором $\overrightarrow{PQ}$, который равен сумме векторов $\overrightarrow{PA}$ и $\overrightarrow{PB}$.

Особый вектор — вектор нуль

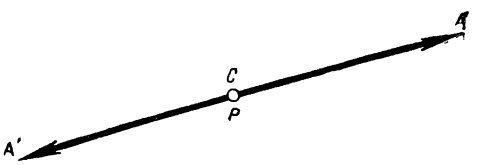


Рис. 5. Сложение двух равнопротивоположных векторов: $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PA'} = \overrightarrow{PP}$.

Особое внимание следует уделить сложению векторов в случае, который изображен на рис. 5. Здесь точка P — общее начало обоих слагаемых векторов $\overrightarrow{PA}$ и $\overrightarrow{PA'}$ — расположена в середине отрезка AA', соединяющего их концы. Такие векторы называются взаимно противоположными (или равнопротивоположными); они противонаправлены и имеют одну и ту же длину.

Применим к ним правило середины: а) строим середину C отрезка AA',— она совпадает, очевидно, с точкой P; б) строим точку Q, симметричную точке P относительно точки C, т. е. в данном случае относительно точки P; получаем, что и точка Q совпадает с P.

Таким образом, сумма двух равнопротивоположных векторов $\overrightarrow{PA}$ и $\overrightarrow{PA'}$ есть вектор $\overrightarrow{PP}$:

$$\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PA'} = \overrightarrow{PP}, \qquad (4)$$

т. е. вектор, у которого конец совпадает с началом. Быть может, первое чувство побудит читателя отнестись с недоверием к такому вектору хотя бы потому, что у него нет направления. Но если отказаться от рассмотрения такого «особого» вектора, то придется признать, что не всякие два вектора можно сложить, а это, конечно, нежелательно.

Итак, л ю б ы е две точки P и A, независимо от того, различны они или совпадают, определяют вектор $\overrightarrow{PA}$.

Чтобы окончательно увериться в полезной роли «особого» вектора, убедимся, что

$$\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PP} = \overrightarrow{PA} \qquad (5)$$

(это легко следует из правила середины). Формула (5) показывает, что вектор $\overrightarrow{PP}$ играет в арифметике векторов такую же роль, какую число нуль играет в арифметике чисел. По этой причине вектор $\overrightarrow{PP}$ называют нуль-вектором.

Обратим еще внимание на то, что в формуле (4) вектор $\overrightarrow{PA'}$ играет такую же роль, как и число $-a$ в алгебраической формуле

$$a + (-a) = 0.$$

Целесообразно поэтому обозначать вектор $\overrightarrow{PA'}$, равнопротивоположный вектору $\overrightarrow{PA}$, символом: $-\overrightarrow{PA}$ (словами — «минус $\overrightarrow{PA}$»).

Формула (4) может быть записана теперь в следующем виде:

$$\overrightarrow{PA} + (-\overrightarrow{PA}) = \overrightarrow{PP}. \qquad (4')$$

Легко понять, что

$$-(-\overrightarrow{PA}) = \overrightarrow{PA}. \qquad (4'')$$

[1] Векторов, у которых точка P внутри отрезка AB.

Свойства операции сложения векторов

Совпадают ли они со свойствами операции сложения чисел?

Начнем проверку со свойства переместительности. Нетрудно убедиться, что

$$\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PA}$$

(ведь середина отрезка AB есть в то же время и середина отрезка BA).

Теперь выясним, обладает ли операция сложения векторов свойством сочетательности, т. е. справедливо ли равенство

$$(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}) + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{PA} + (\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}). \qquad (6)$$

Начнем с проверки на каком-либо примере (рис. 6 *а*,*б*). Убедимся, что действия над векторами $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$, $\overrightarrow{PC}$, указанные в правой части формулы (6), приводят к тому же вектору

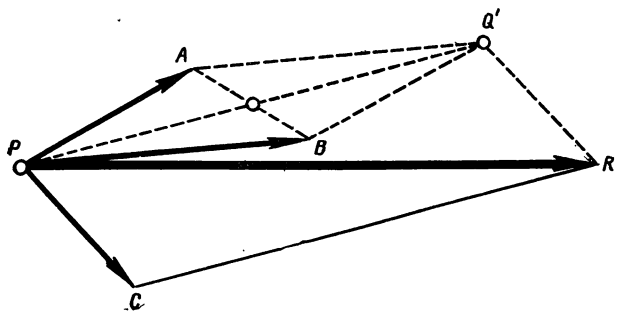


Рис. 6 *а*. $(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}) + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{PR}$.

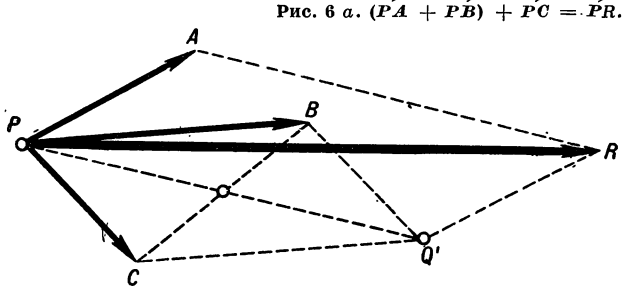


Рис. 6 *б*. $\overrightarrow{PA} + (\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}) = \overrightarrow{PR}$.

$\overrightarrow{PR}$, к которому приводят действия, указанные в левой части равенства (6).

Посоветуем выполнить проверку справедливости формулы (6) и для других каких-либо векторов $\overrightarrow{PA'}$, $\overrightarrow{PB'}$, $\overrightarrow{PC'}$.

Можем ли мы теперь считать установленной справедливость формулы (6)?

Проверка справедливости сочетательного свойства сложения векторов даже на большом числе примеров не создает, конечно, полной уверенности в справедливости этого свойства. Необходимо поэтому дать строгое доказательство. Используем для этого одну простую геометрическую теорему: *если* A', B', C', D'— *середины сторон* AB, BC, CD, DA *произвольного*

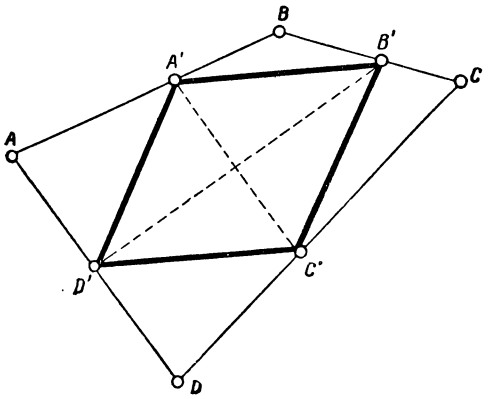


Рис. 7 *а*.

четырехугольника (даже и не выпуклого), то середина отрезка $A'C'$ *совпадет с серединой отрезка* $B'D'$ (т. е. *четырехугольник* $A'B'C'D'$ *есть параллелограмм*).

Доказательство этой теоремы читатель легко проведет, если воспользуется известной теоремой о средней линии треугольника. Следует только терпеливо рассмотреть различные возможные случаи расположения исходных четырех произвольных точек A, B, C, D; два из них показаны на рис. 7 *а* и 7 *б*.

Обратимся теперь к доказательству формулы (6). Возьмем три вектора PA, PB, PC (рис. 8 *а*), построим точки A', B', C', симметричные точке P относительно точек A, B, C соответственно, и обозначим буквами M и N середины сторон $A'B'$ и $B'C'$ четырехугольника $PA'B'C'$.

Примем теперь во внимание, что середина отрезка AB совпадает с серединой отрезка PM; это справедливо в силу упомянутой выше вспомогательной теоремы, если применить ее к треугольнику $PA'B'$ (второй частный случай; он показан на рис. 7 *б*). Поэтому, согласно правилу середины,

$$\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PM}.$$

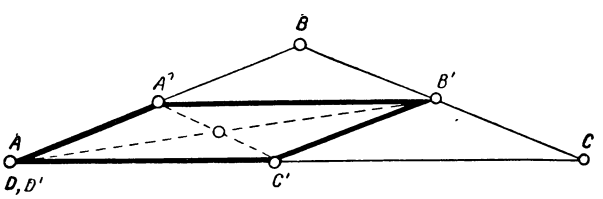


Рис. 7 *б*.

Пусть R — середина отрезка MC, а R' — точка, симметричная точке P относительно точки R. Тогда

$$(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB})+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{PR'}.$$

Аналогично имеем (рис. 8 *б*): $\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{PN}$, откуда

$$\overrightarrow{PA}+(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})=\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PN}=\overrightarrow{PS'},$$

где S' — точка, симметричная точке P относительно середины S отрезка AN.

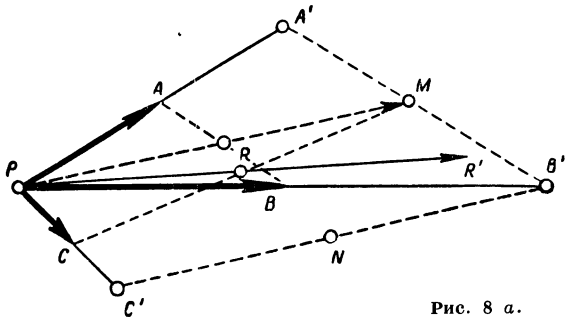


Рис. 8 *а*.

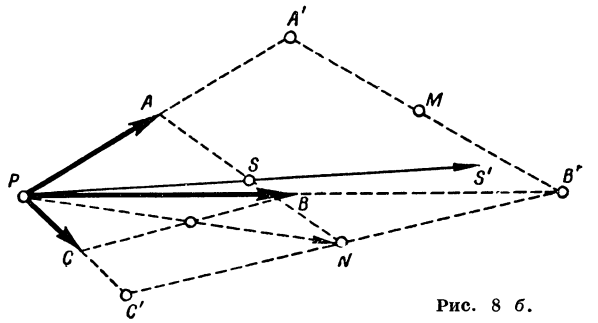


Рис. 8 *б*.

Примем, наконец, во внимание, что точки R и S совпадают — это справедливо в силу указанной выше вспомогательной теоремы, если применить ее к четырехугольнику $PA'B'C'$; отсюда PR' совпадает с PS', и, следовательно,

$$(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB})+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{PA}+(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}),$$

что и требовалось доказать.

Сумма многих векторов

Что такое сумма трех векторов? Ответ как будто очень простой — достаточно сложить два из них и полученный сложить с третьим. Но тут возникает вопрос: какие же два вектора из заданных трех сложить в первую очередь?

Однако теперь, когда мы убедились в справедливости переместительного и сочетательного свойств сложения векторов, можно установить понятие суммы трех векторов $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$, $\overrightarrow{PC}$, не заботясь о том, какое из этих трех слагаемых считать первым, какое вторым, какое третьим.

В самом деле, все 6 возможных случаев (они указаны на таблице) дадут в результате

Первое слагаемое	Второе слагаемое	Третье слагаемое	Сумма $\overrightarrow{PS}$
$\overrightarrow{PA}$	$\overrightarrow{PB}$	$\overrightarrow{PC}$	$(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB})+\overrightarrow{PC}$
$\overrightarrow{PA}$	$\overrightarrow{PC}$	$\overrightarrow{PB}$	$(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PC})+\overrightarrow{PB}$
$\overrightarrow{PB}$	$\overrightarrow{PA}$	$\overrightarrow{PC}$	$(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PA})+\overrightarrow{PC}$
$\overrightarrow{PB}$	$\overrightarrow{PC}$	$\overrightarrow{PA}$	$(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})+\overrightarrow{PA}$
$\overrightarrow{PC}$	$\overrightarrow{PA}$	$\overrightarrow{PB}$	$(\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PA})+\overrightarrow{PB}$
$\overrightarrow{PC}$	$\overrightarrow{PB}$	$\overrightarrow{PA}$	$(\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PB})+\overrightarrow{PA}$

не 6 различных векторов, а один и тот же вектор $\overrightarrow{PS}$ — это легко следует из доказанных нами двух свойств операции векторного сложения.

Теперь уже нетрудно понять, как составить сумму и четырех векторов $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$, $\overrightarrow{PC}$, $\overrightarrow{PD}$ (не беспокоясь опять о том, в каком порядке они заданы). Выберем какие-либо три из этих векторов (скажем, $\overrightarrow{PC}$, $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PD}$) и составим их сумму: $\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PD}$. Прибавив к ней оставшееся четвертое слагаемое, получим вектор:

$$(\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PD})+\overrightarrow{PB}=\overrightarrow{PS}_1.$$

Если бы мы начали со сложения других трех слагаемых, то получили бы еще три возможных вектора:

$$(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD})+\overrightarrow{PA}=\overrightarrow{PS}_2,$$
$$(\overrightarrow{PD}+\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB})+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{PS}_3,$$
$$(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})+\overrightarrow{PD}=\overrightarrow{PS}_4.$$

Какой из этих четырех векторов $\overrightarrow{PS}_i$ следует назвать суммой наших четырех слагаемых?

На этот вопрос трудно (и даже невозможно!) было бы ответить, если бы операция сложения

двух векторов не обладала свойствами переместительности и сочетательности. Но, к счастью, эти свойства имеют место, а из них логически следует, что все четыре вектора $\overrightarrow{PS_i}$ равны между собой. Так, например:

$$(\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PD})+\overrightarrow{PB}=\{(\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PA})+\overrightarrow{PD}\}+\\+\overrightarrow{PB}=(\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PA})+(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PD}),$$

$$(\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB})+\overrightarrow{PD}=\{(\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PA})+\overrightarrow{PB}\}+\\+\overrightarrow{PD}=(\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PA})+(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PD}).$$

Правые части этих формул равны между собой, и, следовательно,

$$(\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PD})+\overrightarrow{PB}=(\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB})+\overrightarrow{PD}. \quad (7)$$

Легко теперь понять, что результат сложения пяти слагаемых (шести, семи и т. д.) также не зависит от порядка, в котором они будут складываться. Можно также убедиться в справедливости сочетательного свойства суммы многих слагаемых, т е. доказать, что *при нахождении суммы любого числа слагаемых векторов можно их произвольным образом сочетать в две группы: в первую войдут какие-либо из слагаемых, во вторую — все остальные. Если теперь составить сумму всех слагаемых, входящих в первую группу, и прибавить к ней сумму всех слагаемых, входящих во вторую группу, то получится вектор, равный сумме всех исходных векторов.*

В дальнейшем мы познакомим читателя еще и с другими действиями над векторами: вычитанием вектора и умножением вектора и числа. Основные свойства этих операций мы запишем в общей, буквенной форме и таким образом ознакомимся с основами векторной алгебры.

ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА ПОМОГАЕТ ГЕОМЕТРИИ

Зачем изучают векторную алгебру

Затем, что она создает возможность решать такие задачи геометрии, механики и физики, в которых в явной форме (а иной раз и в скрытой) участвуют направленные отрезки.

Мы уже говорили о том, что силы, рассматриваемые в механике и физике, очень наглядно изображаются векторами; такую же наглядность имеет векторное изображение перемещений, скоростей.

Не столь ясно, однако, на первый взгляд, какую роль могут сыграть векторы при изучении геометрии; но именно в этой области векторная алгебра с особенным успехом может быть использована для решения задач.

Суть дела коренится в следующем обстоятельстве. Изучение многих геометрических проблем сводится к изучению взаимного расположения отдельных точек пространства, составляющих рассматриваемые в задаче фигуры. Целесообразно поэтому выбрать в пространстве какую-либо одну определенную точку (обозначим ее буквой P и будем называть начальной точкой или коротко — началом) и соединить ее направленным отрезком с каждой из тех точек A, B, C, которые входят в изучаемую фигуру.

Таким образом, мы получим векторы:

$$\overrightarrow{PA},\ \overrightarrow{PB},\ \overrightarrow{PC},\ \ldots,$$

т. е. для каждой точки M фигуры свой вектор: $\overrightarrow{PM}$. Его называют радиус-вектором[1] точки M, и он полностью характеризует расположение точки M относительно начала. Другими словами, если точка M будет почему-либо утеряна, но сохранится ее радиус-вектор, мы ее легко восстановим, придется только учесть, где расположен конец этого радиус-вектора.

Важная для геометрии алгебраическая формула

Эта формула очень легко получается —стоит только алгебраически записать правило середины, используя формулу (2). Если точка C — середина отрезка AB, то по правилу середины:

$$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}=\overrightarrow{PQ},$$

где точка Q симметрична P относительно точки C. Учитывая, что в силу формулы (2)

$$\overrightarrow{PQ}=2\cdot\overrightarrow{PC},$$

[1] Это название, введенное впервые Кеплером, удержалось до настоящего времени, хотя оно не совсем удачно; приставка «радиус» перед словом «вектор» может создать у читателя ложное представление, что вместе с радиус-вектором следует еще рассмотреть и некоторую окружность. Однако это не так; дело только в том, что существует единый центр P (мы его назвали началом), в котором начинаются все радиус-векторы PA, PB,... тех точек, которые мы изучаем.

получим важнейшее для геометрических приложений основное правило:

$$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}=2\cdot\overrightarrow{PC}. \qquad (8)$$

Очень полезно запомнить его словесную формулировку: *сумма радиус-векторов двух каких-либо точек равна удвоенному радиус-вектору середины отрезка, определяемого этими точками.* Эту формулу можно, очевидно (см. формулу (3), записать и в следующем виде:

$$\overrightarrow{PC}=\frac{1}{2}\cdot(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}), \qquad (8')$$

или словами: *радиус-вектор середины отрезка равен половине суммы радиус-векторов концов этого отрезка.*

Формулы (8) и (8′) записывают, таким образом (на алгебраическом языке), простой геометрический факт — взаимное расположение середины произвольного отрезка относительно его концов. Это обстоятельство имеет очень важные последствия — оно создает возможность алгебраически записывать (как мы в этом скоро убедимся) и более сложные геометрические факты; отсюда возникает алгебраический (точнее, векторно-алгебраический) способ решения многих геометрических задач.

Этот метод изучения геометрии дает не меньше пользы, чем метод алгебраического решения арифметических задач. Покажем это на примерах.

Задача о двух параллелограммах

Пусть точки A, B, C, D — последовательные вершины параллелограмма; A', B', C', D' — последовательные вершины другого параллелограмма. Обозначим точки, являющиеся серединами отрезков AA', BB', CC', DD', соответственно буквами A'', B'', C'', D''.

Что можно сказать о четырехугольнике $A''B''C''D''$? Посоветуем прежде всего сделать аккуратный чертеж, соответствующий условию задачи, он сразу подскажет ответ: четырехугольник $A''B''C''D''$ — параллелограмм, у которого точки A'', C'' и B'', D''— противоположные вершины.

Теперь следует дать геометрическое доказательство нашего (подсказанного только что проделанным опытом) предположения — пусть это сделает читатель самостоятельно. А сейчас познакомимся с новым — алгебраическим — методом решения этой задачи.

Начнем с того, что запишем, как это всегда делают при алгебраическом методе решения, условие задачи с помощью формул. С этой целью выберем прежде всего какую-либо точку в качестве начала всех радиус-векторов тех 8 точек, которые заданы в условии задачи:

$$\overrightarrow{PA},\ \overrightarrow{PB},\ \overrightarrow{PC},\ \overrightarrow{PD};\ \overrightarrow{PA'},\ \overrightarrow{PB'},\ \overrightarrow{PC'},\ \overrightarrow{PD'}.$$

Изобразите их на вашем чертеже.

Обозначим буквой M середину диагонали AC первого параллелограмма. Тогда, в силу формулы (8):

$$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PC}=2\cdot\overrightarrow{PM}. \qquad (\alpha)$$

Примем теперь во внимание, что эта точка M является также и серединой диагонали BD; поэтому

$$\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PD}=2\cdot\overrightarrow{PM}. \qquad (\alpha')$$

Из равенств (α) и (α') следует, что

$$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PD}. \qquad (9)$$

Словами: *если A, B, C, D — последовательные вершины какого-либо параллелограмма, то их радиус-векторы (относительно произвольно выбранного начала) удовлетворяют равенству* (9).

Легко убедиться в справедливости и обратной теоремы: *если радиус-векторы точек A, B, C,D (не лежащих на одной прямой) удовлетворяют равенству* (9), *то эти точки являются последовательными вершинами параллелограмма.*

В самом деле, пусть M — середина отрезка AC, N — середина отрезка BD. Тогда, в силу основного правила (8), получим:

$$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PC}=2\cdot\overrightarrow{PM};\quad \overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PD}=2\cdot\overrightarrow{PN}.$$

По условию теоремы

$$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PD}, \qquad (\alpha)$$

поэтому

$$2\cdot\overrightarrow{PM}=2\cdot\overrightarrow{PN},$$

и, следовательно,

$$\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{PN},$$

а это показывает, что точки M и N совпадают; таким образом, диагонали AC и BD четырехугольника $ABCD$ делят друг друга пополам, а это означает, что $ABCD$ — параллелограмм, что и требовалось доказать.

Равенство (9) записывает, таким образом, первую треть условия задачи; другая треть запишется, очевидно, равенством:

$$\overrightarrow{PA'} + \overrightarrow{PC'} = \overrightarrow{PB'} + \overrightarrow{PD'}. \qquad (9')$$

Перейдем теперь к алгебраической записи требований, содержащихся в доказываемой нами теореме; они, очевидно, состоят в том, что нужно доказать справедливость равенства:

$$\overrightarrow{PA''} + \overrightarrow{PC''} = \overrightarrow{PB''} + \overrightarrow{PD''} \qquad (10)$$

(потому что его справедливость есть, как мы это выше установили, условие того, что точки A'', B'', C'', D'' — вершины параллелограмма).

Приступая к доказательству справедливости формулы (10), примем сначала во внимание, что по условию задачи (еще не записанная оставшаяся треть условия!)

$$2\cdot\overrightarrow{PA''} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PA'}; \quad 2\cdot\overrightarrow{PC''} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PC'}$$

и, следовательно,

$$2\cdot\overrightarrow{PA''} + 2\cdot\overrightarrow{PC''} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PA'} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PC'};$$

поэтому

$$2\cdot(\overrightarrow{PA''} + \overrightarrow{PC''}) = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PA'} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PC'}. \qquad (\beta)$$

Учтем еще, что по условию задачи

$$2\cdot\overrightarrow{PB''} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PB'}; \; 2\cdot\overrightarrow{PD''} = \overrightarrow{PD} + \overrightarrow{PD'},$$

и получим:

$$2\cdot(\overrightarrow{PB''} + 2\overrightarrow{PD''}) = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PB'} + \overrightarrow{PD} + \overrightarrow{PD'}. \qquad (\beta')$$

Нетрудно, однако, убедиться в том, что правые части равенств (β) и (β') равны между собой — это сразу следует из формул (9) и (9'), с помощью которых мы записали условие задачи (если их почленно сложить и воспользоваться тем замечательным свойством сочетательности суммы многих векторов, о котором мы говорили на стр. 402). Отсюда следует, что и левые части формул (β) и (β') равны между собой, т. е. что

$$2\cdot(\overrightarrow{PA''} + \overrightarrow{PC''}) = 2\cdot(\overrightarrow{PB''} + \overrightarrow{PD''});$$

поэтому оказывается справедливым равенство, которое и требовалось доказать.

Экономное обозначение для радиус-векторов

Оно возникает, если принять во внимание, что радиусы-векторы $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$, $\overrightarrow{PC}$, ... точек A, B, C, ..., рассматриваемых в какой-либо задаче, все имеют общее начало P. Целесообразно поэтому не включать букву P, изображающую это начало, в обозначение радиус-вектора, а сохранить в обозначении только его конец, т. е. точку, которую он изображает. Таким образом, векторы $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$, $\overrightarrow{PC}$, ... будем обозначать $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$, ... Это упростит внешний вид формул. Чтобы привыкнуть к таким обозначениям, полезно вернуться к решению задачи о двух параллелограммах и записать ее решение в новых обозначениях.

Укажем еще, что в печатном тексте вместо изображения радиус-векторов символами $\vec{A}, \vec{B}, \ldots$ используют $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, ..., т. е. те же буквы, но набранные жирным шрифтом.

Три задачи о треугольнике

1. Произвольная точка P отражена от середины сторон треугольника $A_1A_2A_3$, т. е. построены точки:

P_1 — симметричная точке P относительно середины стороны A_2A_3,

P_2 — симметричная точке P относительно середины стороны A_3A_1,

P_3 — симметричная точке P относительно середины стороны A_1A_2.

Что можно сказать об отрезках A_1P_1, A_2P_2, A_3P_3?

Ответ подскажет опыт, т. е. тщательно выполненный чертеж. Он покажет, что эти три отрезка пересекаются в одной точке, которая делит каждый из них пополам.

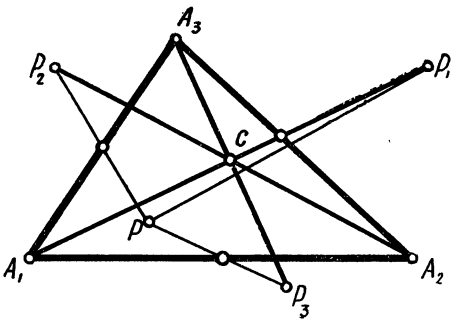


Рис. 9 *а*. Первая задача о треугольнике.

Для доказательства выберем начало радиус-векторов в точке P и, используя экономные обозначения, обозначим $\boldsymbol{A}_1$, $\boldsymbol{A}_2$, $\boldsymbol{A}_3$ радиус-векторы вершин заданного треугольника (рис. 9 *а*). (Не советуем эти радиус-

векторы проводить на чертеже, достаточно себе их представить.) Тогда, в силу условия задачи, радиус-векторы точек P_1, P_2, P_3, отражений точки P, определяются по формулам:

$$\boldsymbol{P}_1 = \boldsymbol{A}_2 + \boldsymbol{A}_3;\quad \boldsymbol{P}_2 = \boldsymbol{A}_3 + \boldsymbol{A}_1;\quad \boldsymbol{P}_3 = \boldsymbol{A}_1 + \boldsymbol{A}_2.$$

Пусть C_1 — середина отрезка A_1P_1; тогда:

$$2\cdot\boldsymbol{C}_1 = \boldsymbol{A}_1 + \boldsymbol{P}_1 = \boldsymbol{A}_1 + (\boldsymbol{A}_2 + \boldsymbol{A}_3).$$

Пусть C_2 — середина отрезка A_2P_2; тогда:

$$2\cdot\boldsymbol{C}_2 = \boldsymbol{A}_2 + \boldsymbol{P}_2 = \boldsymbol{A}_2 + (\boldsymbol{A}_3 + \boldsymbol{A}_1).$$

Учитывая, что правые части этих формул равны между собой, придем к выводу, что $2\cdot\boldsymbol{C}_1 = 2\cdot\boldsymbol{C}_2$, т. е. убедимся, что отрезки A_1P_1 и A_2P_2 имеют общую середину C, имеющую радиус-вектор $\boldsymbol{C}_1 = \boldsymbol{C}_2$. Аналогичным способом убедимся, что и отрезки A_1P_1 и A_3P_3 имеют общую середину C, имеющую радиус-вектор $\boldsymbol{C}_1 = \boldsymbol{C}_3$ Таким образом, все три отрезка имеют общую середину C, а это и требовалось доказать. Запомним, что

$$2\cdot\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A}_1 + \boldsymbol{A}_2 + \boldsymbol{A}_3. \qquad (\alpha)$$

2. Пусть точки Q_1, Q_2, Q_3 — середины отрезков P_2P_3, P_3P_1, P_1P_2, рассмотренных в предыдущей задаче, а точки M_1, M_2, M_3 — середины сторон A_2A_3, A_3A_1, A_1A_2. Что можно сказать об отрезках M_1Q_1, M_2Q_2, M_3Q_3?

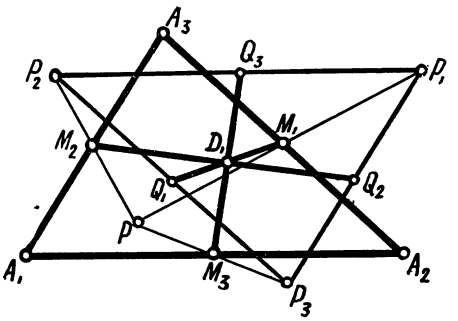


Рис. 9 *б*. Вторая задача о треугольнике.

Из рис. 9 *б* видно, что они пересекаются в одной точке, которая является их общей серединой. Вот алгебраическое доказательство:

$$2\cdot\boldsymbol{Q}_1 = \boldsymbol{P}_2 + \boldsymbol{P}_3 = (\boldsymbol{A}_3 + \boldsymbol{A}_1) + (\boldsymbol{A}_1 + \boldsymbol{A}_2) = 2\cdot\boldsymbol{A}_1 + \boldsymbol{A}_2 + \boldsymbol{A}_3, \qquad (\beta)$$

$$2\cdot\boldsymbol{Q}_2 = \boldsymbol{P}_3 + \boldsymbol{P}_1 = (\boldsymbol{A}_1 + \boldsymbol{A}_2) + (\boldsymbol{A}_2 + \boldsymbol{A}_3) = 2\cdot\boldsymbol{A}_2 + \boldsymbol{A}_3 + \boldsymbol{A}_1, \qquad (\beta')$$

$$2\cdot\boldsymbol{Q}_3 = \boldsymbol{P}_1 + \boldsymbol{P}_2 = (\boldsymbol{A}_2 + \boldsymbol{A}_3) + (\boldsymbol{A}_3 + \boldsymbol{A}_1) = 2\cdot\boldsymbol{A}_3 + \boldsymbol{A}_1 + \boldsymbol{A}_2. \qquad (\beta'')$$

Если D_1 — середина отрезка M_1Q_1, то

$$2\cdot\boldsymbol{D}_1 = \boldsymbol{M}_1 + \boldsymbol{Q}_1$$

и, следовательно,

$$2\cdot(2\boldsymbol{D}_1) = (\boldsymbol{M}_1 + \boldsymbol{Q}_1) + (\boldsymbol{M}_1 + \boldsymbol{Q}_1) = 2\cdot\boldsymbol{M}_1 + 2\cdot\boldsymbol{Q}_1 = (\boldsymbol{A}_2 + \boldsymbol{A}_3) + (2\boldsymbol{A}_1 + \boldsymbol{A}_2 + \boldsymbol{A}_3) = (\boldsymbol{A}_1 + \boldsymbol{A}_2 + \boldsymbol{A}_3) + (\boldsymbol{A}_1 + \boldsymbol{A}_2 + \boldsymbol{A}_3) = 2\cdot(\boldsymbol{A}_1 + \boldsymbol{A}_2 + \boldsymbol{A}_3). \qquad (\gamma)$$

Аналогичным образом получим:

$$2\cdot(2\boldsymbol{D}_2) = (\boldsymbol{M}_2 + \boldsymbol{Q}_2) + (\boldsymbol{M}_2 + \boldsymbol{Q}_2) = \boldsymbol{A}_3 + \boldsymbol{A}_1 + (2\cdot\boldsymbol{A}_2 + \boldsymbol{A}_3 + \boldsymbol{A}_1) = 2\cdot(\boldsymbol{A}_2 + \boldsymbol{A}_3 + \boldsymbol{A}_1), \qquad (\gamma')$$

$$2\cdot(2\boldsymbol{D}_3) = 2\cdot(\boldsymbol{A}_3 + \boldsymbol{A}_1 + \boldsymbol{A}_2). \qquad (\gamma'')$$

Правые части формул (γ), (γ'), (γ'') равны между собой, и поэтому $\boldsymbol{D}_1 = \boldsymbol{D}_2 = \boldsymbol{D}_3$, что и требовалось доказать.

3. Что можно сказать о прямых A_1Q_1, A_2Q_2, A_3Q_3?

Ответ. Они пересекаются в одной точке, которая симметрична точке P относительно точки C (сделать чертеж).

Доказательство. Обозначим буквой P' точку, симметричную точке P относительно точки C; тогда $\boldsymbol{P}' = 2\boldsymbol{C}$ и, в силу формулы (α),

$$\boldsymbol{P}' = \boldsymbol{A}_1 + \boldsymbol{A}_2 + \boldsymbol{A}_3.$$

Обозначим теперь буквой A_1' середину отрезка A_1P'; тогда:

$$2\cdot\boldsymbol{A}'_1 = \boldsymbol{A}_1 + \boldsymbol{P}' = 2\cdot\boldsymbol{A}_1 + \boldsymbol{A}_2 + \boldsymbol{A}_3.$$

Правая часть этой формулы совпадает с правой частью формулы (β), и поэтому $\boldsymbol{A}'_1 = \boldsymbol{Q}_1$, т. е. точка A'_1 есть не что иное, как уже известная нам точка Q_1. Отсюда следует, что точка P' лежит на прямой A_1Q_1.

Аналогичным образом докажем, что она лежит и на прямой A_2Q_2, и на прямой A_3Q_3, а это и требовалось доказать.

Задача о двух центральных шестиугольниках

Шестиугольник $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ будем называть центральным, если его главные диагонали A_1A_4, A_2A_5, A_3A_6 пересекаются в одной точке и делятся в этой точке пополам. Эту точку будем называть центром центрального шестиугольника [1].

[1] Если вершины шестиугольника лежат в одной плоскости, то он называется плоским, если же они не лежат в одной плоскости, то он называется косым. Центральный шестиугольник может быть либо плоским, либо косым. Но центральный четырехугольник обязательно плоский — это просто параллелограмм.

Рассмотрим теперь вместе с центральным шестиугольником $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ еще и какой-либо другой центральный шестиугольник $B_1B_2B_3B_4B_5B_6$ и рассмотрим точки C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, являющиеся серединами отрезков A_1B_1, A_2B_2, ..., A_6B_6.

Требуется доказать, что эти точки являются последовательными вершинами центрального шестиугольника и что его центр делит пополам отрезок, соединяющий центры обоих исходных шестиугольников.

Для доказательства полезно прежде всего доказать: если точки $P_1,\ldots, P_6$ последовательные вершины центрального шестиугольника, то радиус-векторы $\boldsymbol{P}_1,\ldots, \boldsymbol{P}_6$ его вершин удовлетворяют следующим двум равенствам:

$$\boldsymbol{P}_1+\boldsymbol{P}_4=\boldsymbol{P}_2+\boldsymbol{P}_5;\ \boldsymbol{P}_2+\boldsymbol{P}_5=\boldsymbol{P}_3+\boldsymbol{P}_6 \quad (\alpha)$$

и наоборот.

Далее нужно записать в алгебраической форме условие задачи (это приведет к четырем векторным равенствам), учесть, что радиус-векторы точек $\boldsymbol{C}_i$ определяются формулой:

$$\boldsymbol{C}_i=\frac{1}{2}(\boldsymbol{A}_i+\boldsymbol{B}_i) \quad (i=1,\ 2,\ldots,6),$$

и убедиться, что из упомянутых четырех условий следует, что векторы $\boldsymbol{C}_i$ удовлетворяют соотношениям (α).

Задача о двух серединах

По заданным трем точкам A, B, C построим: а) середину C' отрезка AB, а затем середину C'' отрезка CC';

б) середину A' отрезка BC, а затем середину A'' отрезка AA'.

Возможно ли такое расположение исходных трех точек A, B, C, при котором точка A'' совпадает с точкой C''?

Ответ. Только в том случае, когда точки A и C совпадают.

Решение.

$$2\cdot\boldsymbol{C}'=\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B},$$

$$2\cdot\boldsymbol{C}''=\boldsymbol{C}'+\boldsymbol{C},$$

и поэтому

$$2\cdot(2\boldsymbol{C}'')=(\boldsymbol{C}'+\boldsymbol{C})+(\boldsymbol{C}'+\boldsymbol{C})=2\cdot\boldsymbol{C}'+2\cdot\boldsymbol{C};$$

таким образом,

$$2\cdot(2\cdot\boldsymbol{C}'')=(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})+2\cdot\boldsymbol{C}=(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C})+\boldsymbol{C}. \quad (\alpha)$$

Аналогично получим:

$$2\cdot(2\cdot\boldsymbol{A}'')=(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C}+\boldsymbol{A})+\boldsymbol{A}. \quad (\alpha')$$

Точки C'' и A'' совпадут, если $\boldsymbol{C}''=\boldsymbol{A}''$, т. е. в силу формул (α) и (α'), если

$$(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C})+\boldsymbol{C}=(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C}+\boldsymbol{A})+\boldsymbol{A};$$

а это равенство возможно только при $\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}$, т. е. если точка A совпадает с точкой C.

Решите сами следующие задачи

1. Условимся в следующих обозначениях:

$$\overrightarrow{PA}=1\cdot\overrightarrow{PA};\ \overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PA}=2\cdot\overrightarrow{PA};$$

$$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PA}=3\cdot\overrightarrow{PA};$$

$$\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}=4\cdot\boldsymbol{A} \text{ и т. д.} \quad (\alpha)$$

Доказать, что для произвольных целых чисел m и n справедливы равенства:

$$m\cdot\boldsymbol{A}+n\cdot\boldsymbol{A}=(m+n)\cdot\boldsymbol{A}; \quad (\beta_1)$$

$$m\cdot(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})=m\cdot\boldsymbol{A}+m\cdot\boldsymbol{B}; \quad (\beta_2)$$

$$n\cdot(m\cdot\boldsymbol{A})=(n\cdot m)\cdot\boldsymbol{A}. \quad (\beta_3)$$

Справедливость формул (β) делает целесообразным называть вектор $m\cdot\boldsymbol{A}$ произведением числа m и вектора $\boldsymbol{A}$. Таким образом, эта операция обладает свойством распределительности (формулы β_1 и β_2) и сочетательности (формула β_3).

2. Пусть C — середина отрезка AB, C' — середина отрезка AC и C'' — середина отрезка $C'B$.

Выразить радиус-векторы точек C' и C'' через радиус-векторы точек A и B.

Ответ. $4\cdot\boldsymbol{C}'=3.\ \boldsymbol{A}+\boldsymbol{B};\ 4\cdot\boldsymbol{C}''=\boldsymbol{A}+3\cdot\boldsymbol{B}$.

3. Средним отрезком произвольного четырехугольника (даже и не плоского) называют отрезок, соединяющий середины его двух противоположных сторон. Доказать, что средние отрезки четырехугольника пересекаются и делят друг друга пополам.

Указание к решению. Если A, B, C, D — последовательные вершины четырехугольника и если точка M — середина среднего отрезка, соединяющего середину стороны AB с серединой стороны CD, то $4\cdot\boldsymbol{M}=(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})+(\boldsymbol{C}+\boldsymbol{D})$.

Точку пересечения обоих средних отрезков называют центроидом четырехугольника $ABCD$.

4. Каждая треугольная пирамида $ABCD$ имеет три пары противоположных ребер: AB и CD; AC и BD; AD и BC. Средним отрезком

пирамиды называют отрезок, соединяющий середины какой-либо пары противоположных ребер.

Доказать, что все три средних отрезка пирамиды пересекаются в одной точке и делятся в ней пополам. Эту точку называют центроидом пирамиды.

5. Доказать, что если S_1, S_2, S_3, S_4 — середины сторон A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, A_4A_1 произвольного (даже и не плоского) четырехугольника, то они являются последовательными вершинами параллелограмма.

6. Для произвольного восьмиугольника $A_1A_2\ldots A_8$ построены центроиды [1] S_1, S_2, ..., S_8 четырехугольников: $A_1A_2A_3A_4$, $A_2A_3A_4A_5$, ..., $A_5A_6A_7A_8$, $A_6A_7A_8A_1$, ..., $A_8A_1A_2A_3$.

Доказать, что восьмиугольник $S_1S_2\ldots S_8$ — центральный, т. е. что его диаметры S_1S_5, S_2S_6, S_3S_7, S_4S_8 пересекаются в общей точке, которая делит каждый из них пополам.

7. Пусть точки $B_1, B_2, \ldots, B_6$ — середины сторон A_1A_2, A_2A_3, ..., A_5A_6, A_6A_1 центрального шестиугольника. Доказать, что они также являются последовательными вершинами центрального шестиугольника.

Каково взаимное расположение центров обоих шестиугольников?

Ответ. Они совпадают.

8. По двум заданным центральным шестиугольникам $A_1A_2\ldots A_6$ и $B_1B_2\ldots B_6$ построить шестиугольник $C_1C_2\ldots C_6$ такой, что его вершина C_i симметрична вершине A_i относительно середины отрезка B_iB_{i+1} ($i = 1, 2, \ldots, 6$; $B_7 = B_1$).

Что можно сказать о многоугольнике $C_1C_2\ldots C_6$?

Ответ. Он центральный; его центр симметричен центру многоугольника $A_1\ldots A_6$ относительно центра многоугольника $B_1\ldots B_6$.

9. Сформулировать и решить задачу для двух центральных восьмиугольников, аналогичную предыдущей задаче.

10. Доказать, что

$$-(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}) = (-\boldsymbol{A}) + (-\boldsymbol{B}).$$

Указание. Используя сочетательное свойство сложения и формулы (4′) и (4″), убедиться в справедливости равенства:

$$(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}) + \{(-\boldsymbol{A}) + (-\boldsymbol{B})\} = \overrightarrow{PP}.$$

11. Найти вектор $\boldsymbol{X}$, удовлетворяющий уравнению:

$$\boldsymbol{X} + \boldsymbol{A} = \boldsymbol{B}.$$

Доказать, что это решение единственное.

Ответ. $\boldsymbol{X} = \boldsymbol{B} + (-\boldsymbol{A})$.

Замечание. Вектор $\boldsymbol{B} + (-\boldsymbol{A})$ называют разностью векторов; $\boldsymbol{B}$ (уменьшаемый вектор) и $\boldsymbol{A}$ (вычитаемый).

В векторной алгебре его принято обозначать: $\boldsymbol{B} - \boldsymbol{A}$. Поэтому в последующих задачах используется равенство:

$$\boldsymbol{B} - \boldsymbol{A} = \boldsymbol{B} + (-\boldsymbol{A}).$$

12. Доказать, что

$$(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}) - \boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} + (\boldsymbol{B}-\boldsymbol{C}).$$

Каждый из этих векторов принято записывать:

$$\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} - \boldsymbol{C}.$$

13. Доказать, что

$$\boldsymbol{A} - (\boldsymbol{B} + \boldsymbol{C}) = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}) - \boldsymbol{C}.$$

(Принята запись: $(\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}) - \boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} - \boldsymbol{B} - \boldsymbol{C}$.)

14. Доказать, что

$$\boldsymbol{A} - (\boldsymbol{B} - \boldsymbol{C}) = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}) + \boldsymbol{C}.$$

(Принята запись: $(\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}) + \boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} - \boldsymbol{B} + \boldsymbol{C}$.)

15. По заданным радиус-векторам точек A и C выразить (вычислить) радиус-вектор точки A', симметричной точке A относительно точки C. Ответ. $\boldsymbol{A}' = 2\cdot\boldsymbol{C} - \boldsymbol{A}$.

16. Точка M отражается от вершины A_1 произвольного треугольника $A_1A_2A_3$, т. е. строится точка M_1, симметричная точке M относительно точки A_1. Полученная точка M_1 отражается от вершины A_2; получаем точку M_2, которую отражаем от вершины A_3; возникает точка M_3.

Что можно сказать о взаимном расположении точки M_3 относительно исходной точки M?

Ответ. Точка M_3 симметрична точке M относительно точки A_4, которая является четвертой вершиной параллелограмма, построенного на векторах $\overrightarrow{A_2A_1}$ и $\overrightarrow{A_2A_3}$.

17. На отрезке MN расположены точки M_1 и M_2 так, что M_1 есть середина отрезка MM_2, а M_2 — середина отрезка M_1N. Выразить радиус-векторы точек M_1 и M_2 через радиус-векторы точек M и N.

Ответ. $\boldsymbol{M}_1 = \frac{1}{3}\cdot(2\cdot\boldsymbol{M} + \boldsymbol{N})$;

$$\boldsymbol{M}_2 = \frac{1}{3}\cdot(\boldsymbol{M} + 2\cdot\boldsymbol{N}).$$

18. Разделим какую-либо медиану треугольника ABC на три равных отрезка и рассмотрим ту точку деления S, которая ближе к основанию.

Выразить радиусы-векторы точки S через радиус-векторы точек A, B, C.

[1] См. задачу 3.

Указание. Конец A' медианы AA' имеет радиус-вектор $\frac{1}{2}(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C})$; далее использовать результат предыдущей задачи.

Ответ. $S=\frac{1}{3}\cdot(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C})$;

он показывает, что точка S лежит и на медиане BB', и на медиане CC' (таким образом, получено векторное доказательство известной теоремы о трех медианах). Точку S называют центроидом треугольника.

19. Для заданного произвольного шестиугольника $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ построим центроиды $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$ треугольников $A_1A_2A_3$, $A_2A_3A_4$, ..., $A_5A_6A_1$, $A_6A_1A_2$.

Доказать, что точки S_i — последовательные вершины центрального шестиугольника.

■

ЧЕМ ЗАНИМАЕТСЯ АЛГЕБРА

ЧИСЛА И ДЕЙСТВИЯ

Необычная конференция

Вообразим, что нам удалось собрать математиков разных веков и стран и поставить перед ними вопрос: «Что вы можете сказать о формуле квадрата суммы?» Стенограмма этой необычной конференции могла бы выглядеть примерно так.

Вавилонский математик, живший 4000 лет назад, сказал, что никаких формул он не знает, так как считает не буквами, а числами. Но ему известно, что если взять два числа, например 20 и 3, то для вычисления квадрата их суммы надо возвести в квадрат число 20, потом число 3, сложить эти квадраты и к сумме прибавить удвоенное произведение чисел. Это же правило годится и для любых других двух чисел.

Древний грек, живший 2300 лет назад, доказал это правило. Он нарисовал чертеж (рис. 1) и сказал, что площадь квадрата AC (т. е. квадрата, у которого точки A и C являются концами диагонали) равна сумме площадей квадратов AB и BC и удвоенной площади прямоугольника BD. Поэтому, если сторона квадрата AB равна 20, а квадрата BC равна 3, то площадь квадрата AC действительно можно

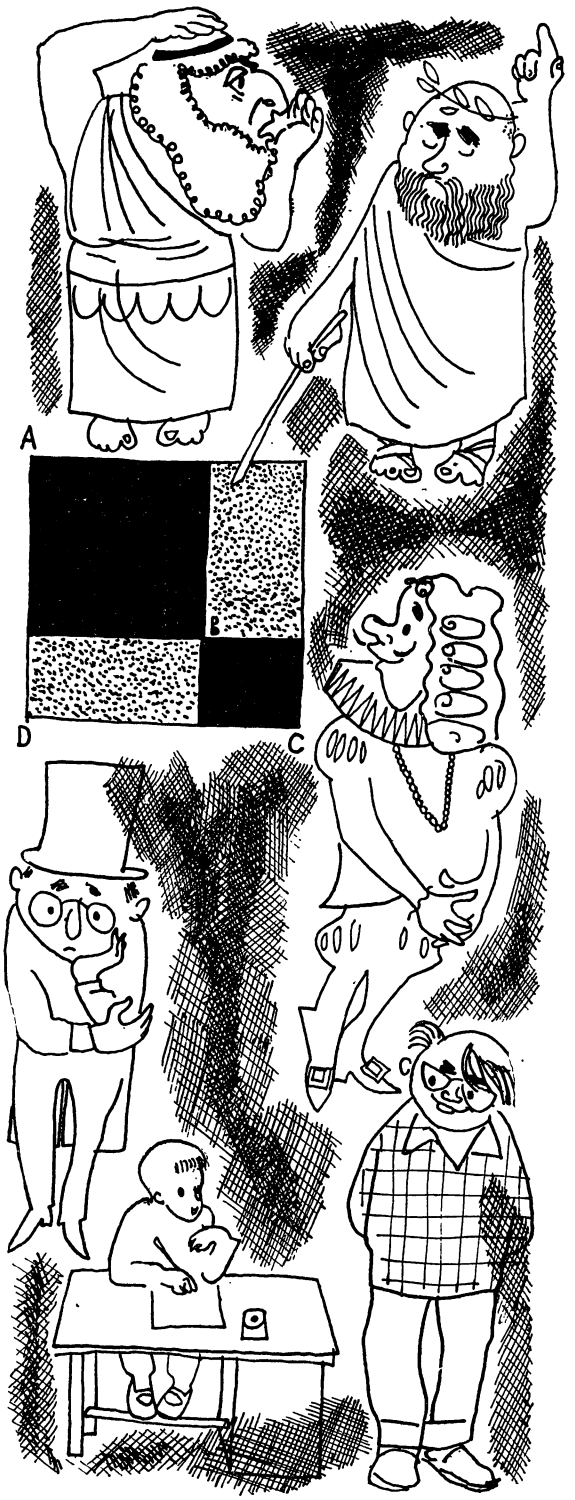
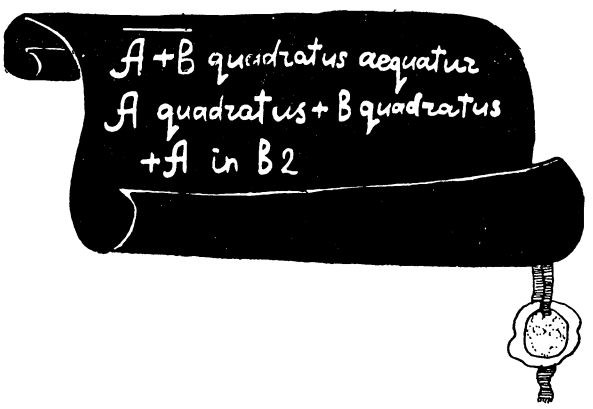


Рис. 1.

подсчитать так, как предложил его вавилонский коллега.

Алгебраист XVI в. записал формулу квадрата суммы в следующем виде:



В переводе это читалось бы примерно так: $\overline{A+B}$ в квадрате равно A в квадрате $+B$ в квадрате $+A$ на $B2$. (Как видите, вместо скобок он писал черту, степени обозначал словами, а коэффициенты писал в конце.)

— Не слишком удобные обозначения,— сказал иронически математик XVII в.

— Однако и с этими обозначениями мы умеем делать значительно больше, чем древние греки,— с обидой возразил выступавший.— Они умели решать лишь квадратные уравнения, а мы справляемся и с уравнениями третьей и четвертой степеней. Жаль лишь, что слишком часто эти уравнения не решаются, так как полученные формулы приводят к нелепой операции извлечения квадратного корня из отрицательного числа.

Выступавший следующим алгебраист XVII в. написал формулу квадрата суммы уже в привычном для нас виде:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Он добавил, что его предшественники слишком узко понимают эту формулу. Прежде всего, в ней a и b не обязательно являются длинами отрезков, а сами могут быть площадями, объемами, весами и даже отрицательными числами. Более того, вместо a и b в эту формулу можно подставить любые многочлены, например:

$$[x^2 + (x+1)]^2 = x^4 + 2x^2(x+1) + (x+1)^2.$$

Он сказал еще, что эта формула является только одной из большого числа знакомых ему алгебраических формул и что ему хорошо известно искусство буквенных вычислений, а это искусство и есть алгебра.

Алгебраист XVIII в. заявил, что о формуле квадрата суммы нечего много говорить: эта формула, как и все буквенные вычисления,— удел школьной математики. При этом он отметил, что она всегда верна, и притом не только для положительных или отрицательных чисел, но и для комплексных, а эти числа совсем не такая уж нелепость! Что же касается предмета алгебраической науки, то это вовсе не искусство буквенных вычислений, а умение решать уравнения и системы уравнений. Для систем уравнений первой степени у него даже есть общая формула решения.

Выступление математика XIX в. часто прерывалось возгласами недоверия и шумными восклицаниями. Было ясно, что это выступление явилось для большинства участников полной неожиданностью. Да и в самом деле, выступавший заявил, что формула $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ верна далеко не во всех случаях! Например, английский математик У. Гамильтон занимался обобщением комплексных чисел. Он построил числа, названные кватернионами, у которых не одна, а целые три мнимые единицы i, j, k. Так вот, для кватернионов (которые находят много интересных применений) формула квадрата суммы просто н е в е р н а. Неверна потому, что здесь мы сталкиваемся со случаем, когда умножение некоммутативное, т. е. не выполняется переместительный закон умножения (например, $ij = k$, $ji = -k$), а при выводе формулы квадрата суммы мы пользуемся равенством $ab = ba$.

Выступавший сказал, что другие математики рассмотрели еще более удивительные обобщения комплексных чисел, для которых умножение не только некоммутативно, но даже и неассоциативно, т. е. в общем случае

$$(ab)c \neq a(bc).$$

Выступивший вслед затем алгебраист XX в. сказал, что гиперкомплексные числа — это только примеры к тем общим теориям, которыми он занимается. Он может доказывать теоремы, которые верны не только для гиперкомплексных чисел одного вида, а для всех гиперкомплексных чисел (или для очень многих видов таких чисел). Он умеет складывать и умножать не только числа и многочлены, а и такие вещи, как квадратные таблицы, геометрические и алгебраические преобразования, логические суждения и т. д. (см. статью «Алгебра множеств и алгебра логики»).

— Как же вам удается оперировать с такими непохожими друг на друга вещами, как квадратные таблицы, гиперкомплексные числа, геометрические преобразования? Что может быть общего в действиях над ними? И как вы узнаете, какие формулы имеют место в тех или иных случаях?

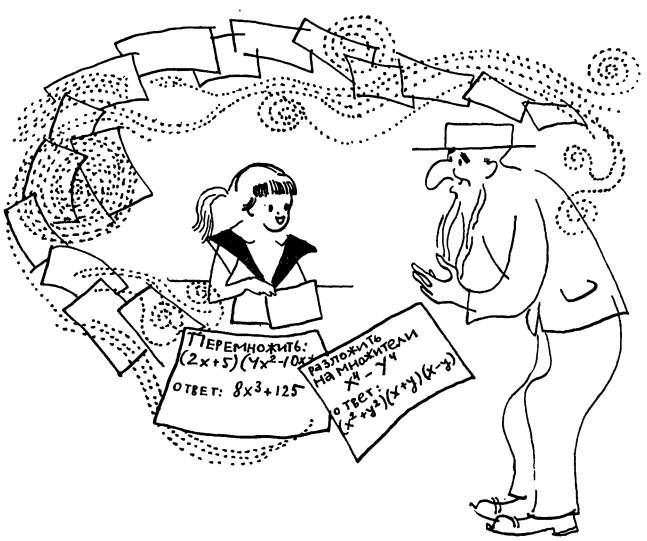
— Весьма несложно; для этого в моем распоряжении имеется столь мощное оружие, как аксиоматический метод, который...

— Не может быть,— воскликнул окончательно выведенный из равновесия древний грек,— ведь аксиомы относятся к области геометрии?!

...Прервем на этом нашу конференцию и постараемся разобраться во всем сказанном.

Фундамент алгебры

Из всех сделанных высказываний школьнику Васе Игнатьеву, который был корреспондентом школьной стенгазеты и присутствовал на конференции, самым правильным показалось мнение алгебраиста XVII в., что алгебра — искусство буквенных вычислений. Вася учился тогда в седьмом классе и на уроках алгебры много занимался буквенными вычислениями. Тут были и формулы сокращенного умножения, и коэффициенты, и показатели степени, и многое другое — от букв в глазах рябило. Он часто думал: «Хорошо было бы иметь ответы ко всем примерам из Ларичева!» Но вскоре понял, что это не поможет,— учитель для контрольных работ брал примеры из какого-то другого задачника. А запомнить решения всех задач из всех задачников на свете — это, пожалуй, никому не под силу, разве что фокусникам из цирка, выступающим с сеансами феноменальной памяти.



Делать нечего, приходилось заучивать правила: что происходит с коэффициентами и показателями при умножении одночленов, как возводить сумму и разность в квадрат и многое другое.

Вася был мальчик любознательный и захотел узнать, откуда же эти правила берутся. Внимательно читая учебник, он понял, что все правила, по которым выполняются действия с многочленами, вытекают из небольшого числа основных правил. Эти первоначальные правила таковы:

$$\begin{aligned}
&a+0=a;\\
&a+(-a)=0;\\
&a+b=b+a && \text{(коммутативность сложения);}\\
&(a+b)+c=a+(b+c) && \text{(ассоциативность (сложения);}\\
&a\cdot 1=a;\\
&ab=ba && \text{(коммутативность умножения);}\\
&a(bc)=(ab)c && \text{(ассоциативность умножения);}\\
&a(b+c)=ab+ac && \text{(дистрибутивность).}
\end{aligned} \qquad (1)$$

Из этих правил можно вывести все остальные. Покажем, как выводится формула

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2, \qquad (2)$$

обсуждавшаяся на необычной конференции.

По закону дистрибутивности имеем:

$$(a+b)^2=(a+b)(a+b)=(a+b)a+(a+b)b.$$

Используя коммутативность умножения, получаем:

$$(a+b)^2=a(a+b)+b(a+b).$$

Вторично применяя дистрибутивность, а также коммутативность умножения и ассоциативность сложения, находим:

$$(a+b)^2=(a^2+ab)+(ba+b^2)=(a^2+ab)+(ab+b^2)=a^2+(ab+ab)+b^2.$$

Здесь

$$ab+ab=ab\cdot 1+ab\cdot 1=ab(1+1)=ab\cdot 2=2ab,$$

и потому

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2.$$

Попробуйте таким же способом проследить вывод формулы:

$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3.$$

Вы увидите, что при этом придется использовать и закон ассоциативности умножения.

Итак, правила алгебры выводятся из написанных нами первоначальных правил. Таким образом, искусство буквенных вычислений сводится к применению этих основных правил. При этом некоторые следствия из этих правил (например, формула квадрата суммы) применяются настолько часто, что их надо так же хорошо запомнить и применять, как и первоначальные правила.

Не правда ли, это очень напоминает положение дел в геометрии — там тоже есть несколько аксиом (т. е. первоначальных положений), из которых выводятся различные следствия, называемые т е о р е м а м и. А при решении задач приходится применять и аксиомы, и теоремы. Поэтому мы будем, как и в геометрии, формулы (1) называть аксиомами, а формулы вида (2) — теоремами.

Как и аксиомы геометрии, аксиомы алгебры не доказываются. Они являются обобщением многотысячелетнего опыта практической деятельности человечества. Прежде чем сформулировать положение: $a + b = b + a$, надо было много тысяч раз подметить такие арифметические соотношения, как: $2 + 5 = 5 + 2$, $4 + 6 = 6 + 4$ и т. д.

Все остальные аксиомы (1) имеют такое же происхождение: они являются буквенной записью многократно проверявшихся законов арифметики.

Сила букв

Уже шестиклассники хорошо понимают, насколько алгебра сильнее арифметики: вместо того чтобы решать несколько задач, отличающихся только числовыми данными, можно решить одну задачу с буквенными данными, а потом подставлять в полученный ответ различные числовые данные. Достаточно напомнить задачу:

Смешали a *кГ* конфет ценой m рублей за 1 *кГ* и b *кГ* конфет ценой n рублей за 1 *кГ*. Сколько стоит 1 *кГ* полученной смеси?

Решение этой задачи дается буквенной формулой:

$$A = \frac{ma+nb}{a+b},$$

где A — стоимость 1 *кГ* смеси.

При этом полученный алгебраический ответ часто можно упростить, пользуясь правилами алгебраических преобразований, и тогда подставлять числовые данные будет гораздо проще.

На этом факте основаны многочисленные «фокусы» с отгадыванием задуманных чисел.

Например, предложим выполнить следующие действия: 1) задумайте число; 2) прибавьте к задуманному числу 5; 3) полученный результат умножьте на 3; 4) отнимите от получившегося теперь результата задуманное число; 5) отнимите 11; 6) разделите полученный ответ на 2. Если сообщить «фокуснику» полученный результат, то он сразу назовет задуманное число. При этом ему не придется выполнять в обратном порядке всей сложной последовательности действий. В самом деле, если обозначить задуманное число через x, то действия, которые предложено выполнить, записываются следующим образом:

$$[(x + 5)\cdot 3 - x - 11] : 2.$$

Упрощая это выражение, легко найдем, что оно равно $x + 2$. Поэтому «фокуснику» достаточно отнять от сообщенного ему результата 2, чтобы получить задуманное число.

Однако шестиклассник (да и оканчивающий школу) не оценивает полностью всю силу буквенных формул. Он считает, что буквы в них — это обязательно какие-то числа (заранее известные или искомые). На самом же деле, производя действия с буквами, он использует лишь аксиомы алгебры и их следствия. Поэтому все его вычисления годятся не только для чисел, но и для любых вещей, для которых выполняются эти аксиомы. Например, буквы могут означать не отдельные числа, а многочлены, алгебраические дроби и другие алгебраические выражения.

Ведь хорошо известно, что для сложения и умножения многочленов выполняются те же аксиомы (1), что и для сложения и умножения чисел. Например, если a и b — некоторые многочлены, то $a + b = b + a$, $ab = ba$ и т. д. Отсюда следует, что в любое алгебраическое тождество вместо букв можно подставлять не только числа, но и любые многочлены. Например, из того, что

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2),$$

следует тождество:

$$(x^2 + x + 1)^3 - (x^2 - x + 1)^3 = 2x[(x^2 + x + 1)^2 + (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) + (x^2 - x + 1)^2].$$

Если, кроме чисел и многочленов, нам встретятся другие вещи, которые можно складывать и умножать, причем выполняются аксиомы (1), то для них будут верны все формулы и выводы алгебры.

Например, старшеклассники встречаются с комплексными числами. Верны ли для таких чисел формулы алгебры, или надо снова выяснять, чему равен куб суммы комплексных чисел?

Из сказанного следует, что проверять заново для комплексных чисел все формулы алгебры не нужно. Достаточно проверить аксиомы (1), а из них уже будут следовать все остальные формулы.

Кольца

Теперь ясно, когда верна формула

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

да и все остальные формулы алгебры. Они верны для любых объектов, которые можно складывать и умножать, причем выполняются указанные выше аксиомы (1). Мы уже знаем три примера объектов, для которых эти аксиомы выполняются. Это — действительные числа, комплексные числа и многочлены.

Математики знают много других примеров множеств с аналогичными свойствами:

1) элементы такого множества можно складывать и умножать, причем сумма и произведение двух элементов снова принадлежат тому же множеству;

2) среди элементов множества особо отмечены два элемента, обозначаемые символами 0 и 1;

3) для каждого элемента a определен противоположный элемент $-a$, принадлежащий тому же множеству;

4) для сложения и умножения в рассматриваемом множестве выполняются все аксиомы (1).

Ввиду того что такие множества часто встречаются, для них было введено специальное название — к о л ь ц о.

Кроме рассмотренных выше трех примеров, можно указать следующие примеры колец: а) множество всех целых чисел (сумма и произведение целых чисел — целые числа, так же как и число, противоположное целому); б) многочлены с целыми коэффициентами; в) числа вида $a + b\sqrt{7}$, где a и b — произвольные целые числа.

А положительные числа (относительно обычных сложения и умножения) кольца не образуют, ведь число, противоположное положительному, уже не является положительным.

Позже понятие кольца было расширено. Во-первых, отказались от требования, что в кольцо входит элемент 1, для которого $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$. Например, все четные числа (как положительные, так и отрицательные) образуют кольцо без единицы. Нечетные же числа вообще не образуют кольца, так как сумма двух нечетных чисел четна.

Потом отказались и от требования коммутативности умножения, т. е. отбросили аксиому $ab = ba$ (сохранив остальные аксиомы). Такие кольца стали называть н е к о м м у т а т и в н ы м и. Примером некоммутативного кольца является кольцо всех кватернионов. Наконец, пожертвовали и аксиомой ассоциативности умножения, заменив ее другими аксиомами.

Например, стали рассматривать кольца, в которых аксиомы коммутативности и ассоциативности умножения заменяются следующими аксиомами:

$$ab = -ba \quad \text{(антикоммутативность)};$$
$$(ab)c + (bc)a + (ca)b = 0.$$

Такие кольца называют алгебрами Ли (по имени норвежского математика С. Ли).

Все это происходило не из любви математиков к обобщениям, а потому, что были найдены важные для практики объекты, для которых имелось естественное сложение и умножение, но умножение не было ни коммутативным, ни ассоциативным. Многие такие объекты встретились, например, в современной квантовой физике.

Разумеется, вследствие введения новых аксиом пришлось заменить многие формулы алгебры новыми. Например, для алгебр Ли вместо формулы $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ справедлива формула $(a-b)(a+b) = 2ab$. Не правда ли, удивительно?!

Поля

Мы уже говорили, что понятие кольца, удовлетворяющего всем аксиомам (1), оказалось в некоторых вопросах математики слишком узким. Однако для других математических вопросов оно оказалось слишком широким, ведь в определении кольца ни звука не сказано о возможности деления. Да и не во всех кольцах можно делить. Возьмем, например, кольцо всех (положительных и отрицательных) целых чисел. Если разделить 3 на 5, то целого числа не получится. А без деления нельзя решать даже уравнений первой степени!

Чтобы изучать уравнения, пришлось ограничиться кольцами, в которых есть операция деления. Такие кольца математики назвали полями. Как в настоящем поле можно идти в любую сторону, не встречая никаких препятствий, так в математическом поле можно беспрепятственно выполнять все арифметические действия. Впрочем, одно ограничение есть — на нуль в поле делить нельзя.

Читатель еще в шестом классе познакомился с одним полем — полем всех рациональных чисел (положительных и отрицательных). Позже он познакомился с другим, более широким полем — всех действительных чисел (как рациональных, так и иррациональных). Наконец, все комплексные числа тоже образуют поле.

Кроме этих трех полей (рациональных, действительных, комплексных чисел), есть еще много других полей, состоящих из чисел. Возьмем, например, все числа вида $a + b\sqrt{3}$, где a и b — рациональные числа. В это множество чисел входит, например, $\sqrt{3} = 0 + 1\cdot\sqrt{3}$, но не входит $\sqrt{5}$. Покажем, что это множество чисел образует поле.

В самом деле, возьмем два числа: $a + b\sqrt{3}$, $c + d\sqrt{3}$ из нашего множества. Их сумма имеет вид:

$$(a + b\sqrt{3}) + (c + d\sqrt{3}) = (a + c) + (b + d)\sqrt{3}.$$

Так как $a + c$ и $b + d$ — рациональные числа, то число $(a + b\sqrt{3}) + (c + d\sqrt{3})$ также принадлежит нашему множеству. Точно так же из равенств:

$$(a + b\sqrt{3})(c + d\sqrt{3}) = ac + ad\sqrt{3} + bc\sqrt{3} + 3bd = (ac + 3bd) + (ad + bc)\sqrt{3}$$

следует, что произведение двух чисел рассматриваемого множества снова принадлежит ему.

Сложнее обстоит дело с частным. Возьмем число $\frac{a + b\sqrt{3}}{c + d\sqrt{3}}$. Чтобы записать его в виде $m + n\sqrt{3}$, освободимся и от иррациональности в знаменателе:

$$\frac{a + b\sqrt{3}}{c + d\sqrt{3}} = \frac{(a + b\sqrt{3})(c - d\sqrt{3})}{(c + d\sqrt{3})(c - d\sqrt{3})} = \frac{(ac - 3bd) + (bc - ad)\sqrt{3}}{c^2 - 3d^2} = \frac{ac - 3bd}{c^2 - 3d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 - 3d^2}\sqrt{3}.$$

Числа $\frac{ac - 3bd}{c^2 - 3d^2}$ и $\frac{bc - ad}{c^2 - 3d^2}$ рациональны, а потому $\frac{a + b\sqrt{3}}{c + d\sqrt{3}}$ принадлежит нашему множеству. Впрочем, не спешите, не все числа можно делить друг на друга (даже в поле рациональных чисел). Если число $c^2 - 3d^2$ окажется равным нулю, то у нас ничего не получится. Но при рациональных c и d равенство $c^2 - 3d^2 = 0$ может иметь место только в том случае, если $c = d = 0$. А в этом случае число $c + d\sqrt{3}$ равно нулю и делить на него нельзя.

Докажите сами, что числа $a + b\sqrt{5}$, где a и b — рациональны, образуют поле. А вот числа вида $a + b\sqrt{2} + c\sqrt{3}$, где a, b, c — рациональны, не образуют поля, потому что $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3} = \sqrt{6}$. Чтобы получить поле, надо расширить это множество чисел, а именно рассматривать числа вида $a + b\sqrt{2} + c\sqrt{3} + d\sqrt{6}$, где a, b, c, d — рациональны. Поля можно строить не только из чисел. Например, множество всех алгебраических дробей образует поле.

РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ И РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ

Разложение чисел на множители

С разложением чисел на множители учащиеся знакомятся еще в начальной школе. При отыскании общего знаменателя им приходится разлагать на множители знаменатели слагаемых. Нужно разложение на множители и при сокращении дробей.

Одно из основных утверждений арифметики гласит: *каждое натуральное число единственным образом разлагается на простые множители.* Например:

$$72 = 2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot3; \quad 1001 = 7\cdot11\cdot13$$

(разумеется, разложения, отличающиеся лишь порядком множителей, мы считаем одинаковыми). Напомним, что простым числом называется натуральное число, имеющее только два различных делителя (само число и 1). Число 1 не считается простым.

Будем теперь рассматривать не только натуральные числа, но и нуль, и отрицательные целые числа. Иными словами, возьмем множество всех целых чисел. На первый взгляд здесь труднее определить понятие простого числа. Ведь, например, $7 = (-1)\cdot(-7)$. Значит ли это, что число 7 перестает быть простым, если его

рассматривать в множестве всех целых чисел? Оказывается, нет, надо только уточнить, что называется простым числом.

Заметим, что число —1 обладает следующим свойством: если разделить 1 на —1, то в частном получится целое число. Другим целым числом с таким же свойством является сама единица. Мы будем называть эти числа (1 и —1) д е л и т е л я м и е д и н и ц ы.

Назовем целое число p п р о с т ы м, если оно не является делителем единицы, но в любом его разложении в произведение двух целых множителей один из сомножителей обязательно является делителем единицы. При таком определении число 7 остается простым и после перехода к множеству всех целых чисел. Простым будет и число —7.

Сохраняет свою силу и основной закон арифметики, однако тоже с небольшим изменением формулировки: *каждое целое число, отличное от нуля, разлагается в произведение простых целых чисел; это разложение однозначно определено с точностью до перестановок сомножителей и возможного умножения некоторых сомножителей на* —1 (*т. е. на делитель единицы*). Например,

$21 = 3 \cdot 7 = 7 \cdot 3 = (-3)(-7) = (-7)(-3)$.

Такие разложения принято считать неотличающимися друг от друга.

Удивительное разложение

При решении некоторых сложных вопросов теории чисел пришлось разлагать целые числа не только на целые множители, но и на множители вида $a + b\sqrt{5}$, где a и b — целые числа. Числа такого вида сами образуют кольцо. Для них, как и для целых чисел, можно определить понятия простого числа, делителя единицы и т. д. Например, число $2 + \sqrt{5}$ — делитель единицы, так как $(2 + \sqrt{5})(-2 + \sqrt{5}) = 1$. Велико же было удивление математиков, когда оказалось, что в кольце чисел $a + b\sqrt{5}$ нарушается основной закон арифметики о единственности разложения на простые множители. Например,

Не однозначно разложение на простые множители и в кольце чисел вида $a + b\sqrt{-5}$, где a и b — целые. В этом кольце единственными делителями единицы являются те же числа 1 и —1, что и в кольце целых чисел. Однако

$$21 = 3 \cdot 7 = (4 + \sqrt{-5})(4 - \sqrt{-5}) = (1 - 2\sqrt{-5})(1 + 2\sqrt{-5}).$$

А вот в кольце чисел вида $a + b\sqrt{3}$ (a и b—целые) имеются делители единицы, кроме 1 и —1, например: $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1$. Но разложение на множители в этом кольце однозначно (как всегда, с точностью до перестановки множителей и умножения этих множителей на делители единицы).

В теории чисел полностью изучен вопрос, в каких кольцах вида $a + b\sqrt{\pm D}$ имеет место однозначность разложения на простые множители, а в каких нет. Мы не будем на этом останавливаться.

Разложение многочленов на множители

Разложение целых чисел на множители напоминает другой раздел элементарной математики — разложение многочленов на множители. Этот раздел очень нравился нашему знакомому Васе Игнатьеву. Он умел разлагать на множители не только такие простые многочлены, как $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$, но также способом группировки мог разложить:

$$x^2 - 3x + 2 = x^2 - x - 2x + 2 = x(x - 1) - 2(x - 1) = (x - 1)(x - 2).$$

Эти примеры он брал из различных задачников. Однако, когда он попытался сам придумать пример и начал разлагать на множители многочлен $x^2 + 6x + 4$, у него ничего не вышло. Потом он сообразил, что даже многочлен $x^2 - 2$ не разлагается на множители. Он забросил листок, на котором решал пример, и нашел его только через год, когда перешел в следующий класс. «Над чем же я думал! — воскликнул он, — ведь

$$x^2 - 2 = (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}),$$

$$x^2 + 6x + 4 = (x + 3 + \sqrt{5})(x + 3 - \sqrt{5})».$$

Вася думал, что, научившись решать квадратные уравнения, он сможет разлагать на множители любой квадратный трехчлен. Но радость его была преждевременной; когда он взялся

за многочлен $x^2 + 6x + 10$, то даже применение иррациональных чисел ему не помогло. При решении квадратного уравнения $x^2 + 6x + 10 = 0$ появились квадратные корни из отрицательных чисел, а про такие корни он еще ничего не знал.

Лишь в десятом классе Вася научился разлагать и такие многочлены — учитель рассказал о комплексных числах, после чего он смог решать все квадратные уравнения, а тем самым и разлагать на множители все квадратные трехчлены:

$$x^2 + 6x + 10 = (x + 3 + i)(x + 3 - i).$$

Почему же в разных классах Вася по-разному подходил к задаче о разложении многочлена, почему все больше расширялся класс многочленов, которые он мог разлагать на множители? Ларчик открывается просто — задача о разложении на множители не очень точно поставлена. Надо еще указать, какими могут быть эти множители, какими числами должны быть их коэффициенты. В седьмом классе Вася знал только рациональные числа. Поэтому он разлагал лишь на множители с рациональными коэффициентами. В восьмом классе он узнал иррациональные числа. Теперь он уже мог пользоваться и множителями с любыми действительными коэффициентами. Полное благополучие наступило в десятом классе, когда Вася стал встречаться с многочленами, коэффициенты которых комплексные. Таким образом, недостаточно сказать: «Разложите многочлен $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n$ на множители». Надо еще сказать, *какому полю* должны принадлежать коэффициенты этих множителей.

Если все коэффициенты многочлена $f(x)$ принадлежат числовому полю P, то говорят, что $f(x)$ является многочленом над полем P. Например, $x^2 + 6x + 10$ является *многочленом над полем* рациональных чисел, $x^2 + 2x + \pi$ — над полем действительных чисел, а многочлен $x^2 + ix + 3 - i$ — над полем комплексных чисел.

Разумеется, если поле P является *частью* поля P_1 (или, как говорят математики, его *подполем*), то любой многочлен над полем P может рассматриваться и как многочлен над полем P_1. Ведь его коэффициенты принадлежат полю P, а значит, и полю P_1. Такой подход бывает удобен при разложении многочленов на множители. Например, можно говорить о разложении многочлена $x^2 + 6x + 10$ над полем комплексных чисел.

Разложение многочленов на множители похоже по своим свойствам на разложение целых чисел. Только вместо простых чисел надо брать так называемые *неприводимые многочлены* — те, которые нельзя представить в виде произведения двух многочленов меньшей степени (над заданным полем). Делителями единицы являются только многочлены нулевой степени, т. е. отличные от нуля числа. Как и для целых чисел, здесь каждый многочлен единственным образом разлагается в произведение неприводимых множителей. Разумеется, такие два разложения, как

$$x^2+3x+2=(x+1)(x+2)=(2x+2)\left(\frac{1}{2}x+1\right),$$

отличающиеся лишь делителями единицы, считаются одинаковыми.

Разложение многочленов на множители и решение уравнений

Зачем же надо разлагать многочлены на множители? Одна причина ясна — для выполнения действий с алгебраическими дробями Но есть и другая причина — разложение на множители облегчает решение уравнений. Пусть нам дано уравнение:

$$x^5 + 2x^4 - x - 2 = 0.$$

Решать уравнения пятой степени мы не умеем. Но если сгруппировать члены в левой части, то получим:

$$(x + 2)(x^4 - 1) = 0,$$

или:

$$(x + 2)(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1) = 0.$$

А теперь видно, что левая часть обращается в нуль при $x_1 = -2$, $x_2 = 1$, $x_3 = -1$. Значит, эти числа являются корнями нашего уравнения. Других действительных корней у него нет, так как произведение может равняться нулю, лишь если какой-нибудь множитель равен нулю, а множитель $x^2 + 1$ при действительных x в нуль не обращается.

Вообще, если левая часть алгебраического уравнения $f(x) = 0$ может быть записана в виде $(x - \alpha)\,p(x) = 0$, где $p(x)$ — тоже многочлен, то $x = \alpha$ является одним из корней нашего уравнения. Верно и обратное: если число α является корнем алгебраического уравнения $f(x) = 0$, то многочлен $f(x)$ делится без остатка на $x - \alpha$. При этом если коэффициенты многочлена $f(x)$

и корень α принадлежат полю P, то тому же полю принадлежат и коэффициенты многочлена $p(x)$, ведь при делении многочленов «столбиком» мы выполняем над их коэффициентами лишь четыре арифметических действия. Особенно легко решать уравнения, левая часть которых разложена на множители первой степени:

$$(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)\ .\ .\ .\ (x-\alpha_n)=0.$$

В этом случае ясно, что корнями будут числа $\alpha_1, \alpha_2,\ldots, \alpha_n$, а других корней не будет (так как если x отлично от всех чисел $\alpha_1, \alpha_2,\ldots, \alpha_n$, то ни один из множителей первой степени в нуль не обращается).

Верно и обратное: если мы знаем n корней $\alpha_1, \alpha_2,\ldots,\alpha_n$ многочлена

$$f(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\ldots+a_n,$$

то он следующим образом разлагается на множители:

$$f(x)=a_0(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)\ldots(x-\alpha_n).$$

Из сказанного ясно, что никакое уравнение n-й степени не может иметь больше, чем n корней. А имеет ли любое уравнение хотя бы один корень? Впрочем, эта задача опять нечетко поставлена: неясно, что значит «любое уравнение», какими должны быть его коэффициенты. Неясно и то, какие корни мы будем рассматривать.

Основная теорема алгебры многочленов

Мы видели, что чем богаче элементами поле P, тем больше возможностей разложить над ним заданный многочлен $f(x)$ на множители. Например, многочлен x^4-2 совсем не разлагается над полем рациональных чисел, но разлагается на три множителя над полем действительных чисел:

$$x^4-2=(x-\sqrt[4]{2})(x+\sqrt[4]{2})(x^2+\sqrt{2})$$

и на четыре множителя над полем комплексных чисел:

$$x^4-2=$$
$$=(x-\sqrt[4]{2})(x+\sqrt[4]{2})\ (x-i\sqrt[4]{2})(x+i\sqrt[4]{2}\ ).$$

Однако расширение поля влечет за собой и расширение множества многочленов, которые надо разлагать. Ведь если допустить в качестве коэффициентов не только рациональные, но и действительные числа, то придется разлагать не только такие многочлены, как x^4-2, но и такие, как $x^4-\sqrt{2}$, и даже такие, как $x^1-\pi$. А если допустить комплексные числа, то придется рассматривать и многочлены вида x^4+i.

К счастью, оказалось, что выигрыш от расширения поля больше, чем проигрыш, — над полем комплексных чисел л ю б о й многочлен (не только с рациональными, но и с любыми комплексными коэффициентами) разлагается до конца, т. е. на множители первой степени. А это означает, что всякое уравнение n-й степени с комплексными коэффициентами имеет ровно n корней. Эту теорему называют о с н о в н о й т е о р е м о й а л г е б р ы м н о г о ч л е н о в. Ее доказал К. Гаусс в 1799 г.

Сложнее обстоит дело с разложением многочлена над полем действительных чисел. Как мы видели, над этим полем многочлен $x^2+6x+10$ не разлагается на множители первой степени. Однако любой многочлен с действительными коэффициентами, степень которого больше двух, всегда разлагается на множители с коэффициентами того же вида. Поэтому всякий многочлен с действительными коэффициентами разлагается над полем действительных чисел на множители первой и второй степеней.

Решение уравнений в радикалах

Основная теорема алгебры дает только уверенность в том, что у каждого алгебраического уравнения есть корни. (Теоремы такого типа называют в математике теоремами существования.) Однако она ничего не говорит о том, как эти корни искать. Иными словами, вопрос о том, как решить данное уравнение, остается открытым и после доказательства основной теоремы.

Издавна люди занимались решением уравнений. При этом старались выразить корни уравнения через коэффициенты с помощью четырех арифметических действий и извлечения корней. Это удалось сделать для квадратных уравнений, а впоследствии и для уравнений третьей и четвертой степеней (см. статью «Как люди учились решать уравнения»).

Многие годы усилия математиков были направлены на то, чтобы найти решение в радикалах (т. е. с помощью этих же пяти действий) для любого уравнения пятой степени. Все эти попытки к успеху не привели. Долгое время думали, что дело в недостаточной изобретательности математиков и что когда-нибудь при-

дет математический гений, который решит задачу.

Гений действительно пришел, им был молодой норвежский математик Н. Абель. Однако вместо желанной формулы он дал отрицательный ответ — решения задачи не существует. Впрочем, сначала Абель ошибся (и гении делают

Нильс Генрик Абель.

ошибки!). Ему показалось, что он нашел формулу, дающую решение уравнения пятой степени в радикалах. Но потом он увидел ошибку, проанализировал свои рассуждения и в результате получил замечательный вывод: не только неверна выведенная им формула, но и вообще не существует общей формулы, выражающей корни любого уравнения пятой степени через коэффициенты этого уравнения с помощью сложения, вычитания, умножения, деления и извлечения корня.

Циркуль и линейка

На развитие теории уравнений сильное влияние оказали задачи о построениях циркулем и линейкой, в особенности задачи о построении правильных многоугольников. Из школьного курса известно, как строить циркулем и линейкой правильный треугольник, квадрат и шестиугольник. В более подробных курсах рассказано о построении правильного пятиугольника. А вот о построении правильного семиугольника или девятиугольника ничего не говорится. И это не случайно: ни правильный семиугольник, ни правильный девятиугольник н е л ь з я построить циркулем и линейкой.

Как же это узнали? Ведь доказать разрешимость задачи сравнительно легко — достаточно указать путь ее решения. Доказать же, что задачу нельзя решить, очень трудно. Путей решения задачи бесконечно много (мало ли какие построения можно придумать!), и доказать, что ни один из них не приведет к цели, на первый взгляд невозможно.

Однако математики справились с этой задачей. Для этого они сначала исследовали вопрос, какие отрезки м о ж н о построить циркулем и линейкой исходя из одного заданного отрезка (в случае построения правильного многоугольника заданным является радиус описанной окружности или сторона искомого правильного многоугольника).

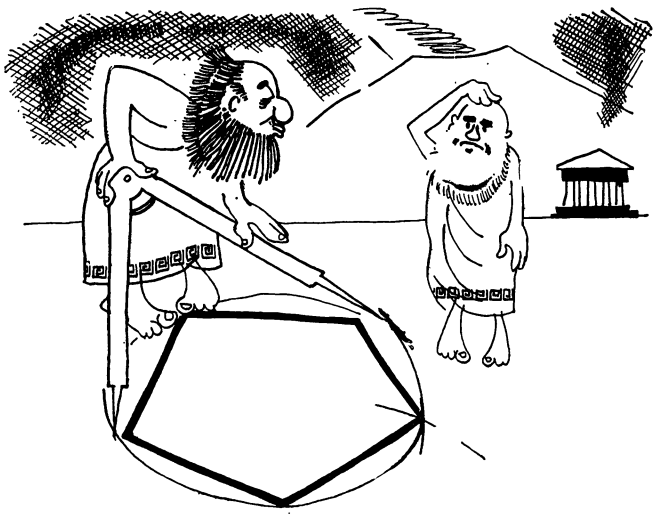
Чтобы ответить на этот вопрос, пришлось ввести понятие к в а д р а т и ч н о й и р р а ц и о н а л ь н о с т и. Так назвали числа, которые получаются из единицы с помощью четырех арифметических действий и операции извлечения квадратного корня. Вот для примера некоторые числа, являющиеся квадратичными иррациональностями:

$$\sqrt{3},\ 2-\sqrt{7},\ \sqrt[4]{5}=\sqrt{\sqrt{5}},\ \frac{\sqrt{\sqrt[8]{7}-\sqrt{2}}}{\sqrt{5}+\sqrt[16]{3}},\ldots.$$

Все квадратичные иррациональности, вместе взятые, образуют ч и с л о в о е п о л е, причем в этом поле всегда выполнима операция извлечения квадратного корня из положительного числа.

Было доказано, что если задан отрезок a, длина которого принимается за единицу, то циркулем и линейкой можно построить любые отрезки, длины которых являются квадратичными иррациональностями, и только эти отрезки.

Например, для построения правильного пятиугольника с данной стороной достаточно построить его диагональ (тогда все вершины можно будет найти с помощью засечек окружности). Расчеты показывают, что если сторона пятиугольника равна 1, то его диагональ имеет длину $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$. Так как это число является квадратичной иррациональностью, то построение правильного пятиугольника с помощью циркуля и линейки возможно.



А вот правильный девятиугольник построить нельзя. Его построение сводится к делению угла в 120° на три равные части. По формулам тригонометрии:

$$\cos 3\varphi = 4\cos^3\varphi - 3\cos\varphi.$$

Положим здесь $3\varphi = 120°$. Так как $\cos 120° = -\frac{1}{2}$, то для отыскания $\cos\varphi$ получим кубическое уравнение:

$$4\cos^3\varphi - 3\cos\varphi + \frac{1}{2} = 0,$$

или, полагая $2\cos\varphi = x$, получим уравнение:

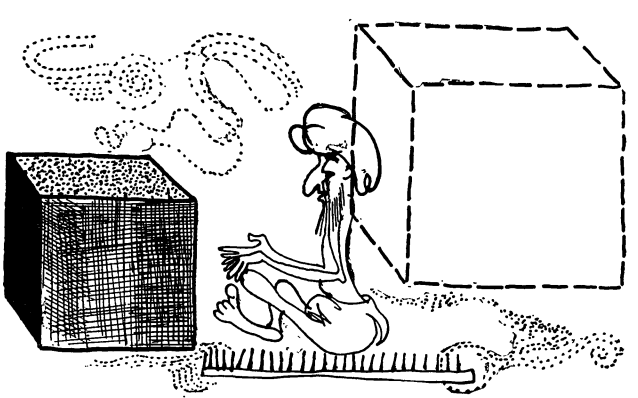
$$x^3 - 3x + 1 = 0. \qquad (3)$$

Было доказано, что если один из корней кубического уравнения с целыми коэффициентами является квадратичной иррациональностью, то у него есть и рациональный корень. А легко доказать, что у уравнения (3) рациональных корней нет, значит, нет и корней, являющихся квадратичными иррациональностями. Поэтому и нельзя построить правильный девятиугольник циркулем и линейкой. (Поскольку угол в 120° нельзя разделить циркулем и линейкой на три равные части, тем более нельзя указать метод деления циркулем и линейкой на три равные части для произвольного угла. Для некоторых углов, например 90°, эта задача разрешима.) Точно так же доказывается невозможность построения циркулем и линейкой правильного семиугольника.

Окончательное решение вопроса о построении правильных многоугольников циркулем и линейкой дал в 1796 г. Гаусс. Он доказал, что если p — простое число, то правильный p-угольник с данной стороной может быть построен циркулем и линейкой в том, и только в том, случае, когда число p можно записать в виде $p = 2^{2^n} + 1$, где n — целое число. Например, при $n = 0$ имеем $p = 3$, а при $n = 1$ имеем $p = 5$. Поэтому правильный треугольник и правильный пятиугольник можно построить циркулем и линейкой. При $n = 2$ получаем $p = 17$. Значит, и правильный семнадцатиугольник строится циркулем и линейкой. Можно построить циркулем и линейкой даже правильные многоугольники с 257 и 65536 сторонами. А вот при $n = 5$ число $2^{2^n} + 1$ оказывается составным. Поэтому правильный $(2^{2^5} + 1)$-угольник нельзя построить циркулем и линейкой.

В древности математики потратили много сил на решение следующей задачи об удвоении куба: дан куб со стороной a; построить такой куб, объём которого вдвое больше объема данного куба. Подсчитаем, какой отрезок надо построить для решения этой задачи. Примем длину отрезка a за единицу, а длину ребра искомого куба обозначим через x. Тогда объем данного куба будет равен единице, а объем искомого куба — двум. По условию задачи должно быть: $x^3 = 2$. Это уравнение не имеет рациональных корней. Поэтому по упомянутой выше теореме у него нет и корней, являющихся квадратичными иррациональностями. Значит, решить задачу удвоения куба циркулем и линейкой невозможно.

Гораздо труднее было доказать, что невозможно построить циркулем и линейкой квадрат, равновеликий кругу радиуса 1 (задача о квадратуре круга). Это доказательство было проведено неалгебраическими методами. Было доказано, что сторона такого квадрата не только не является



квадратичной иррациональностью, но даже не может быть корнем никакого алгебраического уравнения с целыми коэффициентами (такие числа называют неалгебраическими или трансцендентными).

ГРУППЫ

Умножение геометрических преобразований

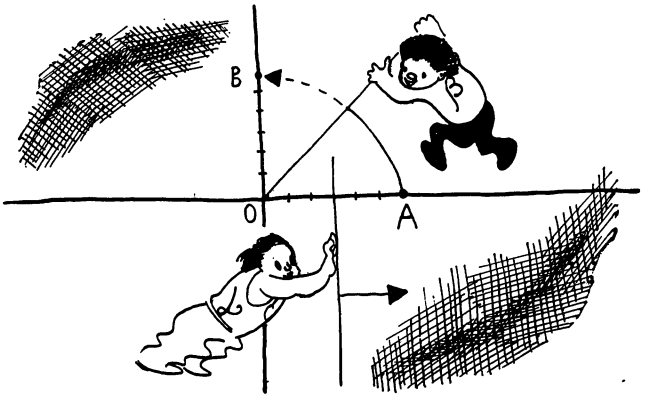
О том, что такое геометрические преобразования и как они применяются для решения задач, было подробно рассказано в статье «Геометрические преобразования». На первый взгляд может показаться, что эта область математики относится целиком к геометрии, а алгебраистам там делать нечего. Но это не так; оказывается, геометрические преобразования можно у м н о ж а т ь, а ведь алгебра изучает свойства самых различных действий, в том числе и умножения преобразований.

Как же умножить геометрическое преобразование α на геометрическое преобразование β? А очень просто — сначала сделать преобразование α, а потом β. В результате получится новое преобразование. Его называют п р о и з в е д е н и е м преобразований α и β и обозначают $\alpha\beta$. Пусть, например, α—поворот плоскости вокруг точки O на 30°, а β — поворот вокруг той же точки на 45°. Сделав эти повороты один за другим, получим поворот плоскости вокруг точки O на 75°. Этот поворот и является произведением поворотов α и β.

Умножение преобразований похоже по своим свойствам на умножение чисел. Например, для умножения преобразований верен ассоциативный закон:

$$\alpha(\beta\gamma) = (\alpha\beta)\gamma$$

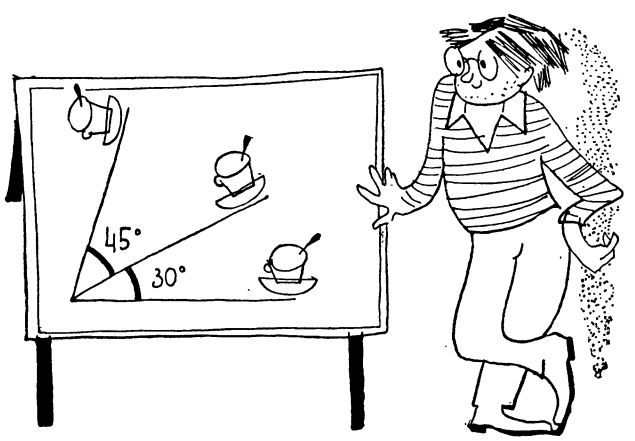
(и $\alpha(\beta\gamma)$, и $(\alpha\beta)\gamma$ сводятся к последовательному применению преобразований α, β, γ). Есть и преобразование, играющее роль е д и н и ц ы, т. е. такое, что для любого преобразования α верна формула $\alpha \cdot e = e \cdot \alpha = \alpha$. Им является тождественное преобразование e, оставляющее все точки на месте. Ясно, что если сначала сделать преобразование e, т. е. оставить все неизменным, а потом преобразование α, то это все равно что сделать только преобразование α. Поэтому $e \cdot \alpha = \alpha$. Точно так же доказывается, что $\alpha \cdot e = \alpha$.



— А нужно ли доказывать последнее равенство? — спросит читатель. — Ведь уже доказано, что $e \cdot \alpha = \alpha$, а от перестановки сомножителей произведение не меняется. Вспомните, однако, что при умножении к в а т е р н и о н о в переставлять слагаемые нельзя. Оказывается, их нельзя переставлять и при умножении преобразований. Вот простой пример.

Пусть α — сдвиг вдоль оси Ox на 6 единиц, а β—поворот на 90° вокруг точки O. При преобразовании α начало координат перейдет в точку $A(6; 0)$. При преобразовании β (т. е. при повороте на 90°) точка A перейдет в точку $B(0; 6)$. Таким образом, преобразование $\alpha \cdot \beta$ переводит точку O в точку B. Произведем теперь те же преобразования в обратном порядке. При повороте α точка O останется на месте. При сдвиге же β точка O перейдет в точку A. Значит, $\beta \cdot \alpha$ переводит O в точку A, а не в точку B. Мы видим, что $\alpha \cdot \beta \neq \beta \cdot \alpha$.

Итак, умножение преобразований не обладает свойством коммутативности. Выполнение равенства $\alpha\beta = \beta\alpha$ является для преобразований не правилом, а исключением. Одно из таких исключений дается формулой: $\alpha e = e\alpha$.



Преобразования можно не только умножать, но и делить друг на друга. Для чисел деление сводится к умножению на обратное число, например: $2:5 = 2\cdot\frac{1}{5} = 2\cdot 5^{-1}$. И для преобразований деление сводится к умножению на обратное преобразование. Это преобразование определяют следующим образом.

Пусть преобразование α переводит точку P в точку Q. Тогда обратное ему преобразование α^{-1} переводит Q обратно в точку P. Например, если α — сдвиг вправо на отрезок a, то α^{-1} — сдвиг влево на тот же отрезок a.

Ясно, что если сначала сделать преобразование α, а потом преобразование α^{-1}, то в результате все точки вернутся на свои места и получится тождественное преобразование. Поэтому $\alpha\cdot\alpha^{-1} = e$. Точно так же $\alpha^{-1}\cdot\alpha = e$.

Теперь ясно, как можно делить преобразования. Только, в отличие от чисел, для преобразований есть два вида деления — слева и справа. Если разделить преобразование α слева на β, то получится $\beta^{-1}\alpha$, если справа — то $\alpha\beta^{-1}$.

Зачем же нужно умножать преобразования? Чтобы разобраться в этом, разберемся в понятии равенства геометрических фигур.

Что такое равные фигуры

В статье «Геометрические преобразования» рассказано, что две геометрические фигуры называются равными, если существует движение, при помощи которого можно совместить одну фигуру с другой. Геометрические свойства равных фигур совершенно одинаковы. Поэтому можно сказать, что *геометрия изучает*

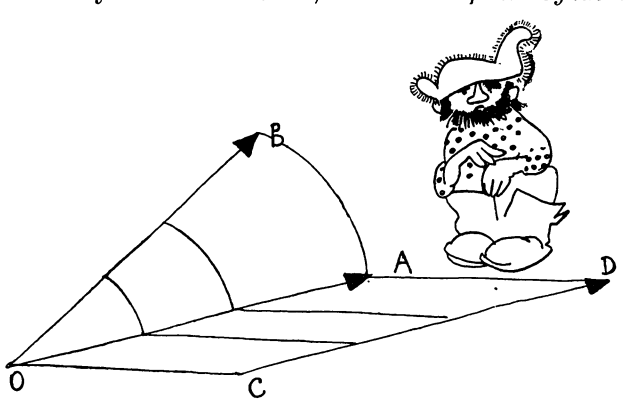


Рис. 2.

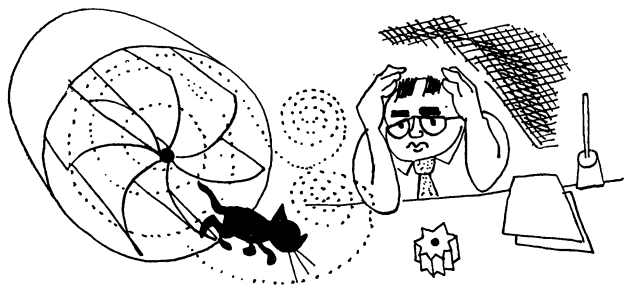


Рис. 3.

только те свойства фигур, которые не меняются при движениях.

Однако это определение не всегда удовлетворительно. Например, при изучении векторов (а теория векторов — это часть геометрии) два вектора считают равными, если не только их длины одинаковы, но и векторы параллельны и одинаково направлены. Поэтому, например, векторы $\overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{OB}$ (рис. 2) не считаются равными, хотя один из них получается из другого поворотом вокруг точки O. А векторы $\overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{CD}$ на том же рисунке равны друг другу. Чтобы получить вектор $\overrightarrow{CD}$ из вектора $\overrightarrow{OA}$, надо сделать параллельный перенос плоскости на вектор $\overrightarrow{OC}$.

Таким образом, два вектора называются равными, если один получается из другого с помощью параллельного переноса. Можно сказать, что векторная алгебра изучает свойства, остающиеся неизменными при параллельных переносах.

В других случаях приходится изучать свойства фигур, остающиеся неизменными лишь при поворотах вокруг некоторой точки. Если, например, инженеру надо рассчитать турбину (рис. 3), то для него все лопатки турбины равноправны — одна получается из другой поворотом вокруг оси турбины. А сместить лопатку вдоль радиуса нельзя — при этом изменится центробежная сила и весь расчет окажется неверным.

Точно так же две фигуры на сфере надо считать равными, если одна получается из другой поворотом вокруг центра сферы.

Можно привести и такие случаи, когда целесообразно считать равными геометрические фигуры, не являющиеся таковыми с обычной точки зрения. Например, при изучении угловых свойств окружности можно полностью отвлечься от ее размеров. Тогда все окружности будут для нас одинаковыми. Но окружность S_1

на рис. 4 нельзя перевести в окружность S_2 движением. Для этого надо применить более общее преобразование подобия. Существуют и такие случаи, когда целесообразно считать равными фигуры, переводимые друг в друга аффинными преобразованиями, проективными и т. д. (см. об этом подробнее в статье «Геометрические преобразования»).

Поэтому можно дать такое определение равенства геометрических фигур. *Пусть имеется некоторое множество геометрических преобразований G. Фигура F_1 называется р а в н о й фигуре F_2 относительно этого множества пре-*

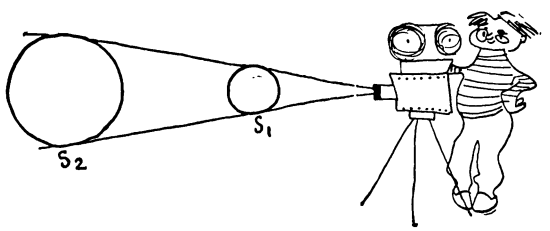


Рис. 4.

образований, если есть преобразование α из G, переводящее F_1 в F_2. Например, если множество G состоит из параллельных переносов, то фигуры F_1 и F_2 на рис. 5 равны, а фигуры F_1 и F_3 не равны. Если же множество G состоит из поворотов вокруг точки O, то равными окажутся фигуры F_1 и F_3, а неравными — F_1 и F_2. Наконец, если взять множество в с е х движений

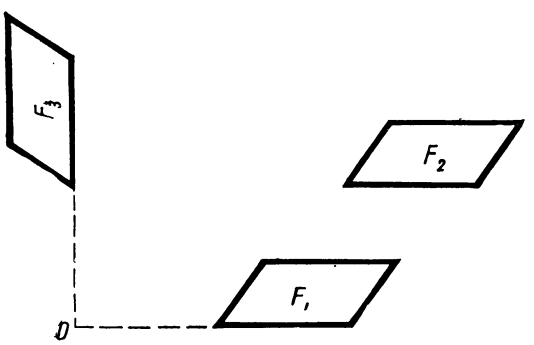


Рис. 5.

плоскости, то относительно него все три фигуры равны.

Ясно, что чем больше преобразований содержит множество G, тем большее число фигур окажется равным относительно этого множества преобразований.

Группы геометрических преобразований

Не всякое множество G геометрических преобразований пригодно для определения равенства фигур. Ведь может случиться, что в множестве G отсутствует преобразование, оставляющее какую-то фигуру F неизменной. Тогда окажется, что эта фигура не равна самой себе. Конечно, такое определение равенства никуда не годилось бы. Поэтому потребуем, чтобы среди преобразований множества G было тождественное преобразование e, т. е. такое, при котором все фигуры остаются неизменными. Тогда любая фигура будет равна самой себе относительно этого множества.

Но существования тождественного преобразования еще мало. Может случиться, что в множестве G есть преобразование, переводящее фигуру F_1 в фигуру F_2, есть и преобразование, переводящее фигуру F_2 в фигуру F_3, но нет преобразования, переводящего F_1 прямо в F_3. Тогда получится, что $F_1=F_2$, $F_2=F_3$, но $F_1 \neq F_3$.

Чтобы избежать этой неприятности, введем следующее условие: вместе с любыми двумя преобразованиями α и β в множество G входит и их произведение $\alpha\beta$.

Наконец, надо, чтобы из равенства $F_1=F_2$ вытекало равенство $F_2=F_1$. Иными словами, надо, чтобы вместе с преобразованием, переводящим фигуру F_1 в фигуру F_2, множество G содержало и преобразование, переводящее F_2 в F_1. Для этого достаточно, чтобы вместе с преобразованием α множество G содержало и обратное ему преобразование α^{-1}.

Подведем итоги. Для того чтобы равенство геометрических фигур, определенное с помощью множества преобразований G, обладало «хорошими» свойствами, нужно следующее: 1) множество G должно содержать тождественное преобразование; 2) вместе с двумя преобразованиями α и β в G должно входить их произведение $\alpha\beta$; 3) вместе с каждым преобразованием α множество G должно содержать обратное к нему преобразование α^{-1}.

Множество преобразований, для которого выполнены эти три условия, называют г р у п п о й г е о м е т р и ч е с к и х п р е о б р а з о в а н и й.

Таким образом, для того чтобы с помощью множества G геометрических преобразований можно было определить понятие равенства геометрических фигур, надо, чтобы это множество было г р у п п о й.

Разные геометрии

До того времени, пока математики не поняли, что равенство геометрических фигур можно определять при помощи различных групп геометрических преобразований, казалось, что существует только о д н а геометрия, а именно та, которую изучают в школе. Первый удар этому мнению нанес Н. И. Лобачевский, который построил новую геометрию, совсем не похожую на обычную (см. статью «О различных геометриях»). Истинную причину различия геометрии Лобачевского и геометрии Евклида впервые глубоко осветил немецкий математик Ф. Клейн. Он показал, что все дело в различии г р у п п п р е о б р а з о в а н и й, используемых в этих геометриях для определения равенства фигур: в геометрии Евклида для этого используется группа обычных движений, а в геометрии Лобачевского совершенно другая группа преобразований (их называют г и п е р б о л и ч е с к и м и д в и ж е н и я м и плоскости).

Вообще, каждая группа преобразований плоскости определяет свое понятие равенства, а значит, и свою геометрию. В геометрии, соответствующей некоторой группе преобразований, изучаются лишь свойства, одинаковые у всех фигур, равных относительно этой группы. Иными словами, изучаются те геометрические свойства фигур, которые сохраняются при всех преобразованиях рассматриваемой группы. Эту точку зрения на геометрию впервые четко сформулировал Ф. Клейн в 1872 г. на лекции в г. Эрлангене. С тех пор такой подход к пониманию геометрии получил название эрлангенской программы.

Теоремы школьной геометрии тоже фактически относятся к различным геометриям. Одни из них касаются свойств фигур, не меняющихся при движениях, а другие — более глубоких свойств, не меняющихся при любых аффинных преобразованиях и даже любых проективных преобразованиях (см. подробнее об этом статью «Геометрические преобразования»).

Группы симметрий

Посмотрите на геометрические фигуры, изображенные на рис. 6. Фигуру A на этом рисунке никак нельзя назвать симметричной. Фигуры B и C уже обладают некоторой симметрией. Более симметрична фигура D, и, конечно, самой симметричной из всех начерченных фигур является квадрат. Однако это только слова—симметричность не длина и не площадь, а потому понятия «больше» и «меньше» для оценки симметричности пока точного смысла не имеют.

Как же можно оценить бо́льшую или меньшую симметричность фигуры? Для этого надо рассмотреть множество всех движений плоскости, которые переводят рассматриваемую фигуру самое в себя. Для фигуры A на рис. 6 единственным таким движением является тождественное преобразование. Для фигур B и C, кроме тождественного преобразования, есть еще по одному движению, переводящему их в себя. Именно, для равнобочной трапеции — осевая симметрия (относительно прямой, соединяющей середины оснований), для параллелограмма — центральная симметрия. Для ромба D есть уже 4 движения, совмещающих его с самим собой: тождественное преобразование, две осевые симметрии относительно диагоналей и центральная симметрия. Наконец, для квадрата таких преобразований 8 (4 осевые симметрии относительно средних линий и диагоналей и 4 вращения на углы 0°, 90°, 180° и 270°).

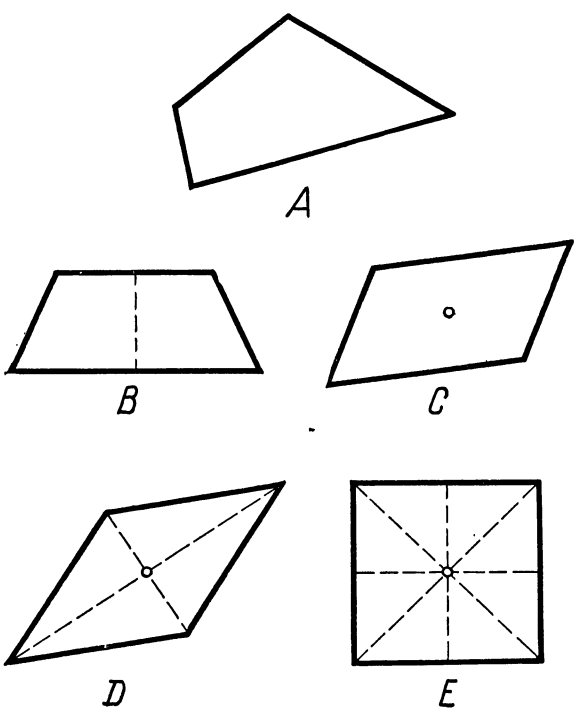


Рис. 6.

Ясно, что совокупность всех движений, переводящих заданную геометрическую фигуру самое в себя, образует группу. В самом деле,

если преобразования α и β переводят фигуру F в себя, то и их произведение $\alpha \cdot \beta$ преобразует ее в себя. Не изменит ее, конечно, и тождественное преобразование. То же самое верно и для обратного преобразования. Группу всех движений, переводящих фигуру F самое в себя, называют группой симметрий этой фигуры.

Чем шире группа симметрий данной фигуры, тем более симметричной она является. Именно поэтому квадрат является наиболее симметричной из всех фигур, изображенных на рис. 6. Интересные примеры симметричных фигур, обладающих самыми разными типами симметрии, дают узоры (см. цветную вклейку на стр. 396—397).

Если фигура переходит сама в себя при всех поворотах на углы вида $\frac{360^\circ \cdot k}{n}$, где k — целое, а n — фиксировано, то говорят, что она обладает *симметрией порядка n*. Такой симметрией обладает, например, правильный n-угольник.

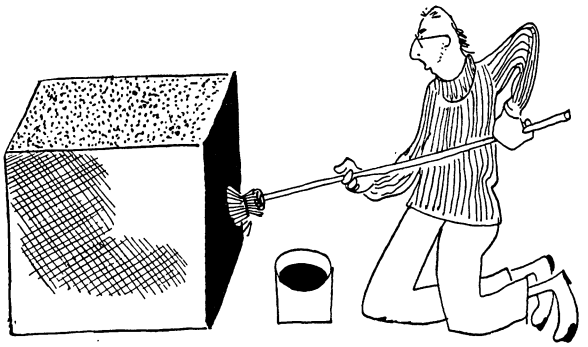
Бывают фигуры, у которых группа симметрий бесконечна. Примерами могут служить окружность, кольцо, а также фигуры, изображенные на стр. 424—425 (эти фигуры надо представлять себе простирающимися в бесконечность).

Разумеется, о группе симметрий можно говорить не только для плоских, но и для пространственных фигур. При этом обычно рассматривают только движения пространства, не являющиеся симметриями относительно плоскостей (их нельзя осуществить в пространстве движениями пространственных тел как твердого целого). Так, можно говорить о группе симметрий правильного тетраэдра, куба, икосаэдра, правильной n-угольной призмы и т. д. Предоставляем читателю убедиться, что группа симметрий куба состоит из 24 элементов, а для правильной n-угольной призмы из $2n$ элементов.

Задача о раскраске куба

Используя группу симметрий куба, легко решить интересную задачу о раскраске куба. Пусть дан куб и 6 красок: синяя, зеленая, желтая, красная, коричневая и черная. Сколькими различными способами можно раскрасить 6 граней куба этими красками так, чтобы все грани имели различный цвет?

Для решения занумеруем грани куба. Тогда



первую грань можно раскрасить 6 различными способами. Если выбрана окраска первой грани, то для второй грани остается 5 цветов. Всего первые две грани можно раскрасить $6 \cdot 5 = 30$ способами. Точно так же видно, что первые три грани можно окрасить $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ способами, а весь куб — $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$ способами.

А теперь выясним, сколько из этих способов геометрически различны. Именно, назовем две окраски куба геометрически совпадающими, если одна получается из другой движением куба как твердого тела. Так как группа симметрий куба состоит из 24 элементов, то число окрасок, геометрически совпадающих с данной (включая ее саму), равно 24. Следовательно, число геометрически различных окрасок куба в 24 раза меньше, чем общее число окрасок, т. е. $720 : 24 = 30$.

Симметрия в природе

Симметрией обладают не только геометрические фигуры или вещи, сделанные рукой человека, но и многие творения природы (бабочки, стрекозы, листья, морские звезды, снежинки и т. д.). Особенно разнообразны свойства симметрии кристаллов. На стр. 424—425 показаны некоторые виды кристаллов. Одни из них более симметричны, другие—менее. Долгое время ученые-кристаллографы не могли описать всех видов симметрии кристаллов. Решил эту задачу в 1890 г. русский ученый Е. С. Федоров. Он доказал, что есть ровно 230 групп, переводящих в себя кристаллические решетки. Это открытие значительно облегчило кристаллографам изучение видов кристаллов, которые могут существовать в природе.

Следует, однако, заметить, что многообразие кристаллов в природе настолько велико, что даже использование группового подхода

не дало еще способа описать все возможные формы кристаллов.

Очень широко используется теория групп симметрий в квантовой физике. Уравнения, которыми описывается поведение электронов в атоме (так называемое волновое уравнение Шредингера), уже при небольшом числе электронов настолько сложны, что непосредственное решение их практически невозможно. Однако, используя свойства симметрии атома (неизменность электромагнитного поля ядра при поворотах и симметриях, возможность перестановки некоторых электронов между собой, т. е. симметричное расположение этих электронов в атоме, и т. д.), удается исследовать их решения, не решая уравнений.

Евграф Степанович Федоров.

Вообще, использование теории групп является мощным математическим методом исследования и учета симметрии явлений природы.

Группы алгебраических преобразований

Преобразования можно производить не только над геометрическими фигурами, но и над алгебраическими выражениями. Речь идет здесь, конечно, не о тождественных преобразованиях (раскрытии скобок, приведении подобных членов и т. д.). Нет, мы будем рассматривать такие преобразования, как изменение знаков переменных, перестановки переменных и т. д.

Например, многочлен

$$x^3 - y^2 + 3xy^4$$

при изменении знаков переменных x и y превращается в многочлен

$$-x^3 - y^2 - 3xy^4,$$

а при перестановке x и y — в многочлен

$$y^3 - x^2 + 3yx^4.$$

Изучение преобразований алгебраических выражений представляет собой, с точки зрения эрлангенской программы Ф. Клейна, своеобразную геометрию. В этой геометрии «фигурами» являются алгебраические выражения (многочлены, дроби и т. д.), а группа преобразований состоит в одних случаях из всевозможных перестановок переменных, в других — из циклических перестановок переменных (при которых каждое переменное заменяется следующим, а последнее — первым), в третьих — из всевозможных замен знаков переменных (рис. 7) и т. д.

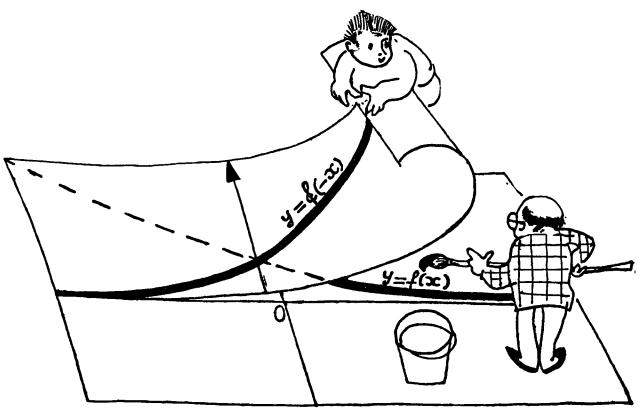
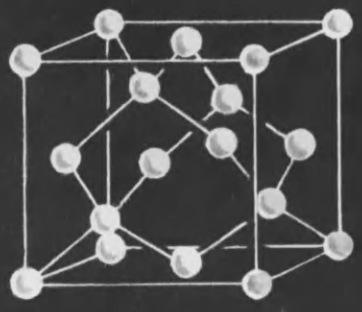
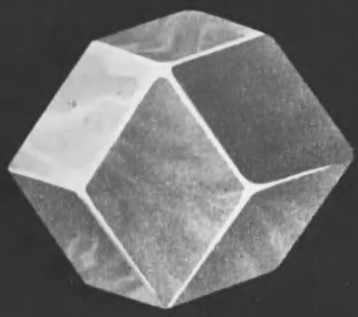


Рис. 7.

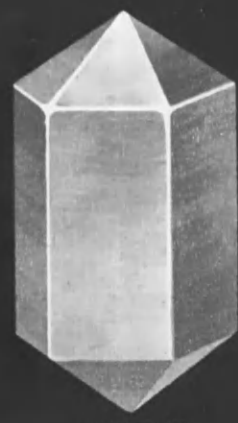
Вопросы симметрии относятся не только к геометрии, но и к алгебре. На рисунке показана фотография Атомиума — здания павильона на Всемирной выставке в Брюсселе (1958 г.), имеющего форму атома железа. Пятиконечная звезда обладает симметрией 5-го порядка и, кроме того, симметричная относительно прямых, соединяющих центр звезды с ее вершинами. Симметрична и кристаллическая решетка алмаза. Снежинка, кроме симметрии 6-го порядка, симметрична и относительно 6 осей (каких?). Бокалы переходят в себя при любом вращении вокруг оси, а сосуды, украшенные орнаментом, только при вращении на определенные углы (другие вращения смещают узор). Очень много осей симметрии у зубчатого колеса. Симметрия часто используется в архитектуре.

На обороте:
Многообразны формы симметрии кристалов.

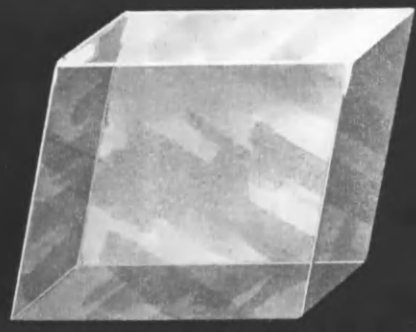




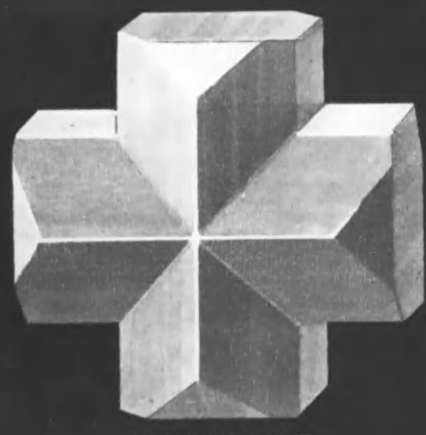
АЛЬМАНДИН



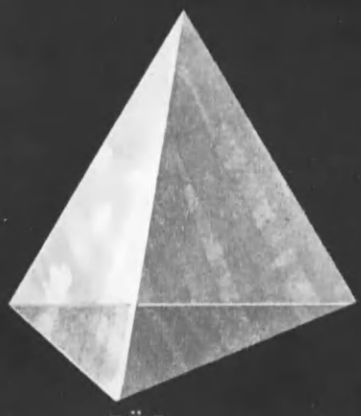
АПАТИТ



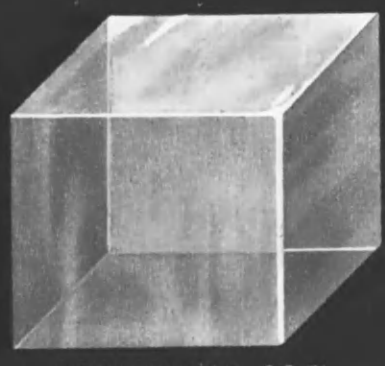
ИСЛАНДСКИЙ ШПАТ



СТАВРОЛИТ
(двойник)

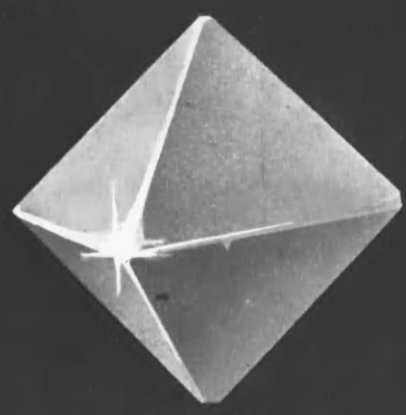


ЛЁД



ПОВАРЕННАЯ СОЛЬ

КАЛЬЦИТ (двойник)



ЗОЛОТО

Задачей такой геометрии, как и обычной геометрии, является нахождение таких свойств «фигур» (т. е. алгебраических выражений), которые сохраняются при всех преобразованиях данной группы. В частности, весьма интересно нахождение и изучение «симметричных фигур» для данной группы, т. е. алгебраических выражений, которые не изменяются при преобразованиях данной группы. Например, если рассматривать группу всех перемен знаков, то «симметричными фигурами» будут четные выражения, т. е. такие, у которых показатели всех степеней переменных четны (например, x^2+y^4, $x^2+5-x^8y^6$, $\frac{x^2-y^2}{x^4+y^4}$ и т. д.)

Для группы всех перестановок переменных «симметричными фигурами» будут такие выражения, которые не меняются ни при каких перестановках переменных. Они называются симметрическими функциями. Например, симметрическими многочленами от двух переменных x, y являются:

$$x^2y^2-x^4-y^4,\ x^2+xy+y^2,\ x^5+y^5,\ xy^3+x^3y.$$

В такой геометрии есть и свои теоремы. Например, можно доказать, что любой симметрический многочлен от x и y выражается через два простейших многочлена $x+y$ и xy. Например:

$$x^5+y^5=(x+y)^5-5(x+y)^3xy+5(x+y)(xy)^2.$$

Эту теорему можно применять при решении систем уравнений. Если оба уравнения системы двух уравнений с двумя неизвестными симметричны относительно x и y, то бывает полезно ввести новые неизвестные: $u=x+y$, $v=xy$. Как правило, после этого заданная система уравнений упрощается. Например, система уравнений

$$\begin{cases}x^5+y^5=a^5,\\ x+y=b\end{cases}$$

при такой замене сводится к системе

$$\begin{cases}u^5-5u^3v+5uv^2=a^5,\\ u=b.\end{cases}$$

Из этой системы легко найти u и v, а потом x и y.

Любопытно, что теория групп первоначально и возникла при рассмотрении групп алгебраических преобразований Чтобы узнать, решается ли данное алгебраическое уравнение

$$x^n+a_1x^{n-1}+\ldots+a_n=0 \qquad (4)$$

в радикалах, алгебраисты стали рассматривать значения, которые принимают многочлены от n переменных, если в них вместо x_1, x_2, ..., x_n подставить корни α_1, α_2, ..., α_n уравнения (4). Оказалось, что вопрос о разрешимости уравнений в радикалах тесно связан с поведением этих значений многочленов при различных перестановках корней между собой.

Эти исследования привели к созданию новой, очень глубокой и важной ветви алгебры — применению теории групп к исследованию уравнений. Основоположные результаты этой теории были получены в 1830—1832 гг. французским математиком Э. Галуа. В его честь весь этот раздел алгебры носит сейчас название теории Галуа.

Абстрактная теория групп

Рассмотрим следующие две группы преобразований. Первой из них является группа симметрий ромба, второй — группа перемен знаков переменных x и y. Обозначим тождественное преобразование ромба через e, симметрии относительно диагоналей — через a и b и центральную симметрию — через c. Проверьте, что «таблица умножения» в этой группе имеет следующий вид:

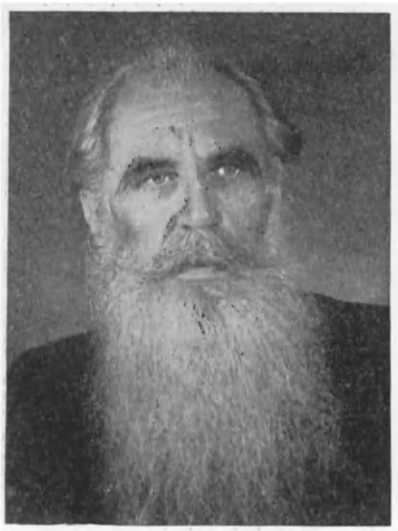
	e	a	b	c
e	e	a	b	c
a	a	e	c	b
b	b	c	e	a
c	c	b	a	e

Теперь обратимся к группе перемен знаков у переменных x и y. Здесь мы также обозначим тождественное преобразование $x\to x$, $y\to y$ через e. Изменение знака у одного только x (т. е. преобразование $x\to -x$, $y\to y$) обозначим через a, а изменение знака у одного только y — через b. Наконец, преобразование $x\to -x$, $y\to -y$ (изменение знаков у обоих переменных) обозначим через c. Легко проверяется

тогда, что в рассматриваемой группе преобразований «таблица умножения» имеет вид:

	e	a	b	c
e	e	a	b	c
a	a	e	c	b
b	b	c	e	a
c	c	b	a	e

Сразу бросается в глаза, что написанные «таблицы умножения» совершенно одинаковы. Итак, различные группы преобразований могут оказаться совершенно одинаково устроенными, т. е. иметь одинаковое число элементов и одинаковую таблицу умножения. Для решения многих вопросов, относящихся к группам преобразований, совершенно неважно знать, что именно преобразуется, а существенно лишь, сколько имеется различных преобразований в группе и как они перемножаются.



Отто Юльевич Шмидт.

Изучением групп с этой точки зрения занимается так называемая а б с т р а к т н а я т е о р и я г р у п п. В этой теории рассматривают множества G, состоящие из каких угодно элементов (не обязательно преобразований), для которых определено каким-то образом умножение, обладающее следующими свойствами:

1. Произведение ab двух элементов из G принадлежит G.

2. Существует элемент e (единичный), обладающий тем свойством, что для всех элементов a из G выполняется равенство $ae = a$.

3. Для любого элемента a есть обратный ему элемент a^{-1}, т. е. такой, что $aa^{-1} = e$.

4. Для любых трех элементов a, b, c выполнено равенство $a(bc) = (ab)c$.

Заметим, что последнее равенство, выражающее ассоциативность умножения, всегда выполняется для преобразований.

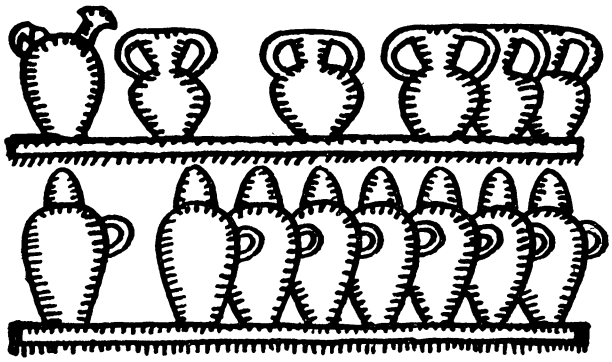
Множество G с указанными свойствами называется г р у п п о й. Первая в России книга по теории групп вышла в 1916 г. и принадлежит перу О. Ю. Шмидта.

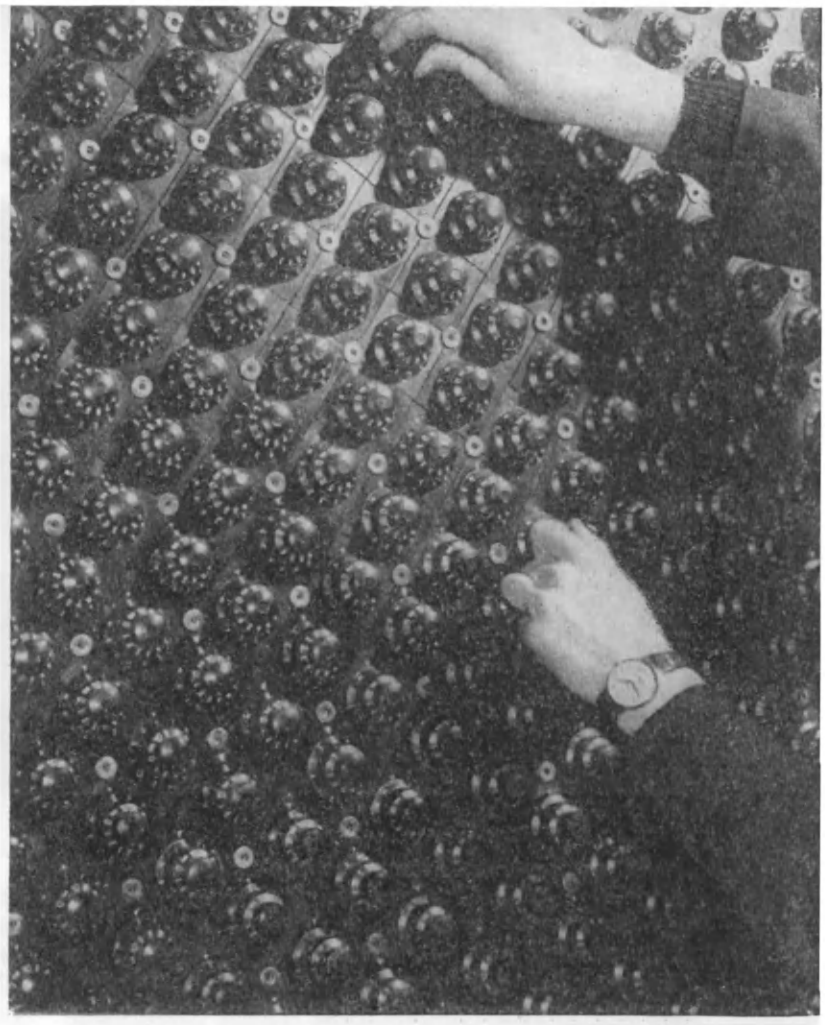
Значение абстрактной теории групп состоит в том, что теоремы и понятия этой теории могут применяться и к группам геометрических преобразований, и к группам алгебраических преобразований, и к изучению атомов и кристаллов и т. п.

Заключение

Мы рассмотрели различные вопросы, изучаемые в алгебре. Все эти вопросы объединяются одним общим направлением — изучением общих свойств действий и преобразований. Алгебра и дает аппарат изучения этих свойств. Законы действий (т. е. аксиомы, которым они подчиняются) могут быть совершенно различными, в зависимости от поставленной задачи. В соответствии с этим получаются группы, кольца, поля и т. п.

В современной алгебре рассматриваются и другие объекты, подчиненные совсем иным аксиомам (алгебры Ли, альтернативные алгебры, полугруппы и т. д.). Не следует думать, однако, что работа алгебраиста заключается в выписывании новых, произвольно взятых аксиом и выяснении их следствий. Как правило, интересные алгебраические объекты получаются не таким путем. Интересные объекты возникают при рассмотрении глубоких задач геометрии, физики, математического анализа, логики и самой алгебры. При изучении этих задач исследователь, отбрасывая второстепенное и несущественное, выделяет важное и основное и формулирует общие свойства различных объектов в виде аксиом. Таким образом, и в алгебре аксиомы имеют опытное происхождение (хотя это и не всегда может быть непосредственно замечено). ■





МАТЕМАТИКА УЧИТ ПРЕДСКАЗЫВАТЬ И УПРАВЛЯТЬ

ЭЛЕКТРОННЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ

Человек создает машины, чтобы облегчить труд. И они безотказно помогают шахтерам и кузнецам, колхозникам и землекопам. Но вот могут ли они принести пользу математикам, приняв на себя хотя бы часть их работы?

Еще 25—30 лет назад в ответ на такой вопрос последовало бы решительное «нет»: уж очень трудно было вообразить себе машину на поприще умственного труда!

Теперь положение изменилось. С каждым днем повышается роль науки — она стала уже непосредственной производительной силой общества. Работникам умственного труда приходится сталкиваться теперь с такими проблемами, которые для «невооруженного» мозга не только отдельного человека, но даже и целого коллектива оказываются непосильными. Если раньше для ускорения вычис-

Рис. 1. Общий вид электронной вычислительной машины.

лений довольствовались такими простыми приспособлениями, как счеты, арифмометр, логарифмическая линейка, то теперь этого уже недостаточно. Ведь считая на арифмометре, не сделаешь в минуту больше трех действий над многозначными числами, а расчет атомного реактора включает в себя более 6 млрд. арифметических действий. Значит, на этот расчет понадобится 2 млрд. минут; а ведь первый миллиард минут с начала нашей эры истек только 29 апреля 1902 года! Еще труднее поспевать вычислителям при запуске космических кораблей: они должны выдавать результат очень сложных расчетов почти мгновенно, пока ракета не успела еще значительно отклониться от заданной траектории.

Немало задач, превышающих возможности человеческого мозга, возникает и внутри самой математики. Как некоторые физические работы немыслимо выполнять вручную, так не могут быть решены «вмозговую» и некоторые важные проблемы из области умственного труда.

На помощь приходят электронные вычислительные машины (рис. 1).

Создать электронный арифмометр!

Электронная вычислительная машина по сравнению с простым арифмометром — это все равно, что современный завод по сравнению с напильником.

Прежде всего, арифмометр и подобные ему простые вычислительные приборы слишком медлительны. Колеса с зубьями и другие механические детали чересчур инерционны и даже при использовании моторов не могут срабатывать с желательной быстротой. Вот если бы удалось заменить механические детали какими-нибудь электронными приборами, тогда работа арифмометра стала бы молниеносной. Ведь успевает же электронный луч прочертить на экране телевизора 625 строк за 0,04 секунды!

Электроника умеет уже заменять быстродействующими электронными лампами медлительные механические устройства. Но сразу же нужно принять во внимание одно существенное различие между зубчатым колесом и электронной лампой. Колесо с 10 зубцами имеет 10 четко фиксированных положений, которые могут быть сопоставлены с цифрами от 0 до 9. У электронной же лампы есть только два резко различных состояния: как говорят радисты, она может быть «заперта» или «открыта». Запертая лампа совсем не пропускает тока, так как на ее управляющую сетку подано достаточно большое отрицательное напряжение; открытая лампа пропускает через себя максимально возможный ток (благодаря наличию на сетке достаточного положительного потенциала). Все промежуточные состояния лампы (когда она «полуоткрыта») недостаточно устойчивы и не могут служить для изображения цифр (изменение свойств лампы с течением вре-

мени или от внешних причин привело бы к замене одной цифры другой).

Используя два резко различных состояния электронной лампы, возможно изобразить только две цифры: например, 0 (лампа заперта) и 1 (лампа открыта). Поэтому при замене зубчатых колес арифмометра электронными лампами естествен также и переход от десятичной системы нумерации к двоичной (позволяющей записать любое число в виде определенной комбинации нулей и единиц).

Двоичная нумерация

В статье «Как люди считали в старину и как писали цифры» уже говорилось, что в двоичной системе нумерации обходятся двумя цифрами: нулем и единицей. Единица каждого следующего разряда числа в двоичной записи в два раза больше единицы предыдущего разряда: две «простые» единицы составляют двойку, две двойки — четверку, две четверки — восьмерку, две восьмерки — шестнадцать и т. д.

Число «один» записывается как обычно — «1». Но число «два» составляет уже единицу второго разряда и потому записывается так: «10» (одна двойка и нуль единиц). Число «три» изображается: «11» (одна двойка и одна единица). Число «четыре» представляет собой единицу третьего разряда и потому записывается «100» (одна четверка, нуль двоек и нуль единиц). Дальнейшие числа в двоичной записи имеют вид:

пять — «101» (одна четверка, нуль двоек и одна единица),

шесть — «110» (одна четверка, одна двойка и нуль единиц),

семь — «111» (одна четверка, одна двойка и одна единица).

Восьмерка — это опять новый разряд — «1000» (нули указывают на отсутствие четверок, двоек и единиц). Далее идут:

девять —«1001» (одна восьмерка и одна единица),

десять — «1010» (одна восьмерка и одна двойка),

одиннадцать — «1011» (т. е. $8+2+1$),

двенадцать — «1100» (т. е. $8+4$),

тринадцать — «1101» (т. е. $8+4+1$) и т. д.

Вот перед нами «загадочное» число:

1001011

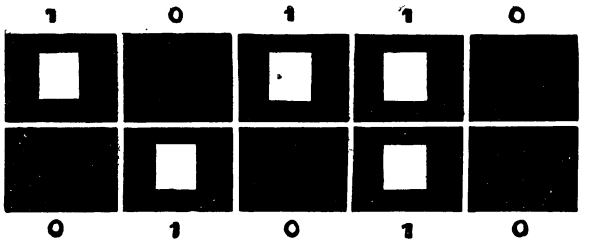


Рис. 2. Числа «10110» и «01010» на перфокарте.

записанное в двоичной нумерации. Его легко «разгадать», подписав (справа налево) под каждым разрядом его значение:

1	0	0	1	0	1	1
(64)	(32)	(16)	(8)	(4)	(2)	(1).

Как видим, заинтересовавшее нас число складывается из единицы, двойки, восьмерки и шестидесяти четырех ($1+2+8+64$). Очевидно, оно равно 75. Читатель, вероятно, теперь уже сам сможет определить, что двоичной записью 10110011 изображается число 179.

Одно из преимуществ двоичной записи — удобство изображения чисел разнообразными средствами и быстрой передачи их из одного места в другое. Например, пробитый квадратик особой картонной карточки (ее называют перфокартой) может изображать единицу, а целый — нуль (рис. 2). Поместив перфокарту между пружинящими контактами электрической цепи (рис. 3), мы получим в ней ток, если в данном квадратике записана единица (контакты замкнутся через отверстие), и наоборот: если в данном квадратике записан нуль, тока в цепи не будет (рис. 4), так как картонная прокладка изолирует контакты друг от друга.

Кратковременный электрический ток принято называть электрическим импульсом. Как видим, любое число, записанное по двоичной системе, легко может быть выражено последовательностью электрических импульсов, причем наличие импульса в определенный момент времени означает единицу, а отсутствие его — нуль. Впрочем, иногда предпочитают изображать нуль не отсутствием импульса, а импульсом тока, идущего в противоположном направлении (в этом случае не обязательно уже выдерживать строго определенные промежутки времени между импульсами). Продолжительность импульса может быть очень малой, скажем, в 1 микросекунду (т. е. миллионную долю секунды), что дает возможность передать даже многозначное число почти мгновенно.

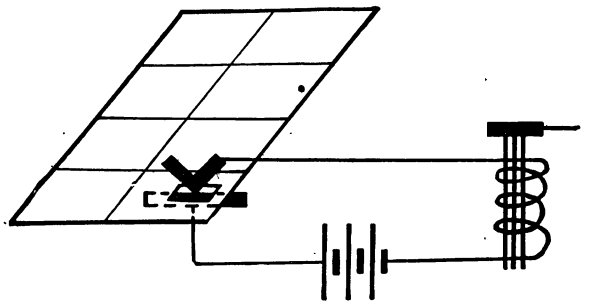


Рис. 3. Контакт обнаружил «единицу»: идет ток.

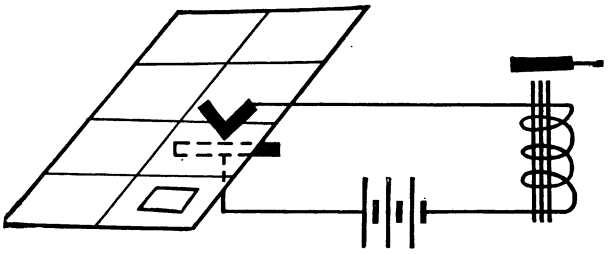


Рис. 4. Обнаружен «нуль»: тока нет.

Считают лампы

Арифметика чисел в двоичной записи очень проста. Вся таблица умножения сводится к четырем простейшим произведениям:

$$0\times0=0, \qquad 1\times0=0,$$
$$0\times1=0, \qquad 1\times1=1,$$

а таблица сложения — к четырем столь же простым суммам. Не правда ли, это не особенно далеко выходит за пределы прославленных познаний Митрофанушки из комедии Фонвизина?

Нетрудно придумать прибор, который будет выполнять умножение согласно этой таблице. Проще всего использовать для этой цели последовательное соединение двух электронных ламп (рис. 5). Цифры сомножителей изображаются короткими импульсами электрического напряжения: единица — положительным, а нуль — отрицательным. Импульс первого сомножителя подается на сетку одной лампы, а импульс второго сомножителя — на сетку другой.

При перемножении двух единиц обе лампы отпираются соответствующими этим единицам положительными импульсами напряжения, и в их общей анодной цепи идет ток. Импульс этого тока как раз и изображает «на электронном языке» единицу произведения ($1\times1=1$).

Если же хотя бы один из сомножителей — нуль, соответствующая лампа заперта отрицательным напряжением на ее сетке, и никакого импульса тока в анодной цепи не будет. А это как раз и является выражением нулевого значения произведения — в полном соответствии с формулами:

$$1\times0=0, \qquad 0\times1=0, \qquad 0\times0=0.$$

Как видим, «электронное перемножение» однозначных чисел осуществляется очень просто. Для многозначных сомножителей схему приходится, конечно, значительно усложнить, но нас интересует сейчас только принципиальная сторона дела, а не технические подробности. Подобно тому как подходящая комбинация зубчатых колес в арифмометре дает возможность выполнять арифметические действия, надлежащее сочетание электронных ламп позволяет производить эти действия над числами, заданными в виде последовательности электрических импульсов. Их можно «электронным способом» складывать, вычитать, умножать, делить, сравнивать между собой (определяя, которое из них больше) и т. д. Любое из этих действий осуществляется очень быстро, так как электронные лампы практически безынерционны. Еще большие возможности открывают появившиеся недавно различные заменители электронных ламп: полупроводниковые, ферритовые, сверхпроводящие и иные приборы.

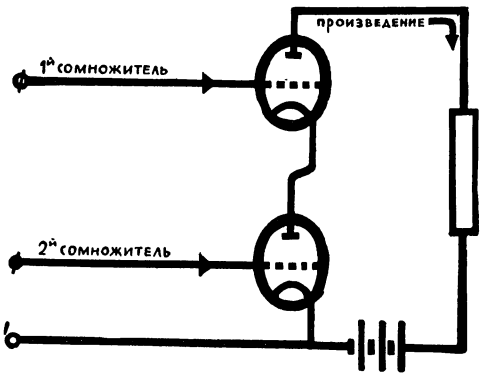


Рис. 5. Электронный перемножитель.

Итак, налицо реальная возможность создать электронный арифмометр, способный выполнять любое арифметическое действие, скажем, за микросекунду. Но это еще далеко не электронная вычислительная машина, а только бы-

стродействующий арифмометр, практическое значение которого очень невелико. Как вы думаете, сколько действий можно было бы выполнить на таком быстродействующем арифмометре за каждую секунду? Миллион? Или хотя бы тысячу?

Это зависит, конечно, от того, сумеем ли мы достаточно быстро задавать этому арифмометру задачи и записывать получающиеся результаты. Ведь если мы будем все это проделывать вручную, то больше 3—4 действий в минуту выполнить не удастся. Фантастическое быстродействие арифмометра окажется совершенно бесполезным.

Чтобы электронный арифмометр действительно выполнял за каждую секунду хотя бы несколько тысяч действий, необходимо полностью автоматизировать весь вычислительный процесс, совершенно исключив из него участие человека. Электронная вычислительная машина — это не просто быстродействующий арифмометр, а быстродействующий арифмометр плюс электронный автомат, который заменяет человека, работающего на арифмометре.

Чтобы легче понять, как может быть такой автомат создан, присмотримся повнимательнее к работе человека-вычислителя в каком-нибудь вычислительном бюро, не располагающем электронной вычислительной машиной.

Обязанности вычислителя

Вычислитель должен иметь образование в объеме средней школы и хорошо уметь обращаться с простейшими вычислительными приборами (например, с арифмометром). Совсем не обязательно, чтобы вычислитель понимал научную или инженерную суть тех расчетов, которые ему поручены. Весь план расчетов составляется учеными или конструкторами, а вычислителю дается только список исходных данных и специальная инструкция, определяющая порядок действий. Согласно этой инструкции он и действует; при этом все арифметические операции выполняются на арифмометре, промежуточные результаты записываются на специальном бланке, а окончательные заносятся в другой бланк.

Простейший пример — составление таблицы значений площади круга в зависимости от его радиуса (по формуле $S=\pi r^2$). В инструкции указывается, что каждое значение радиуса (скажем, от 500 до 1000 *мм* через каждые 2 *мм*) следует умножить на самого себя и на $\pi = 3{,}14$, с занесением полученного результата в соответствующую графу таблицы.

К чему сводятся действия вычислителя? Прочитав в инструкции наименьшее значение радиуса (500), он устанавливает его на арифмометре, умножает сперва на точно такое же число, а потом на 3,14. Прочитав на арифмометре полученное произведение, вычислитель переносит его вместе со значением радиуса 500 в таблицу окончательных результатов.

Далее вычислитель должен прибавить 2 *мм* к прежнему значению радиуса, записать полученное новое (наращенное) значение радиуса в свой бланк и повторить с этим новым значением все ранее описанные действия. Когда в результате многократного повторения указанных операций он дойдет до значения радиуса 1002, превышающего установленный инструкцией верхний предел (1000), вычисления следует прекратить.

Как видим, собственно вычислений, т. е. арифметических действий над числами, человек не производит: они выполняются арифмометром. На долю вычислителя остается управление работой арифмометра, перенос числовых данных из инструкции или своего бланка на арифмометр и с арифмометра в таблицу результатов, а также «записывание» или, если угодно, «запоминание» необходимых промежуточных результатов. Чтобы полностью исключить участие человека из вычислительного процесса, нужно создать автомат, который самостоятельно выполнял бы все эти действия в соответствии с данной ему инструкцией.

Возможен ли такой автомат?

Работа автомата по инструкции не таит в себе, конечно, ничего сверхъестественного или непостижимого. «Умеет» же аппаратура АТС безошибочно выполнять команды, которые мы посылаем ей набором телефонного номера. Нужно только, чтобы каждая команда была выражена на языке, доступном «пониманию» машины, например в виде определенной последовательности импульсов электрического тока.

Когда требуется длительная работа аппаратуры в соответствии с инструкцией, включающей множество команд, эту инструкцию следует тем или иным способом записать. Для хранения информации, выраженной электрическими импульсами, можно использовать, напри-

мер, магнитофон: комбинации электрических импульсов могут быть зафиксированы путем намагничивания участков магнитофонной ленты точно таким же способом, как это делают в звукозаписи. Впоследствии записанные команды, по мере их воспроизведения, будут управлять действиями автоматической аппаратуры. Записанную тем или иным способом инструкцию, которой должен «руководствоваться» автомат, принято называть п р о г р а м м о й.

На таких же магнитофонных лентах может быть записана не только инструкция, но и таблица исходных данных: ведь цифры, с которыми оперирует электронная вычислительная машина, тоже изображаются электрическими импульсами.

Первоначальный ввод в вычислительную машину исходных данных, а также команд программы может осуществляться с помощью специальной клавиатуры, вроде той, которая используется в телеграфных аппаратах: нажал клавишу — замкнулись контакты и по цепи побежала определенная комбинация импульсов электрического тока (в телеграфии она приводит в действие буквопечатающий аппарат, находящийся в другом городе, а в вычислительной машине намагничивает ленту магнитофона).

Электрические импульсы, выражающие окончательный результат вычислений, могут воздействовать на электромагниты печатающего аппарата (наподобие телеграфного), в результате чего мы получаем интересующие нас данные в форме обычной телеграммы.

Как видим, в современной технике нетрудно найти прообразы всех устройств, которые необходимы для полной автоматизации вычислительного процесса. Они нуждаются только в в дальнейшем усовершенствовании для повышения их быстродействия и надежности.

Очень важно еще раз напомнить, что осмысливание и понимание выполняемых расчетов в обязанности вычислителя не входят: это дело «заказчика», который задумал расчет и воплотил весь свой замысел в инструкцию. Но, конечно, на практике внимательный и квалифицированный вычислитель не бывает вполне равнодушным к тому, что он делает; в частности, он может заметить и даже исправить грубые ошибки в инструкции, восполнить случайные пробелы, неясности и т. д.

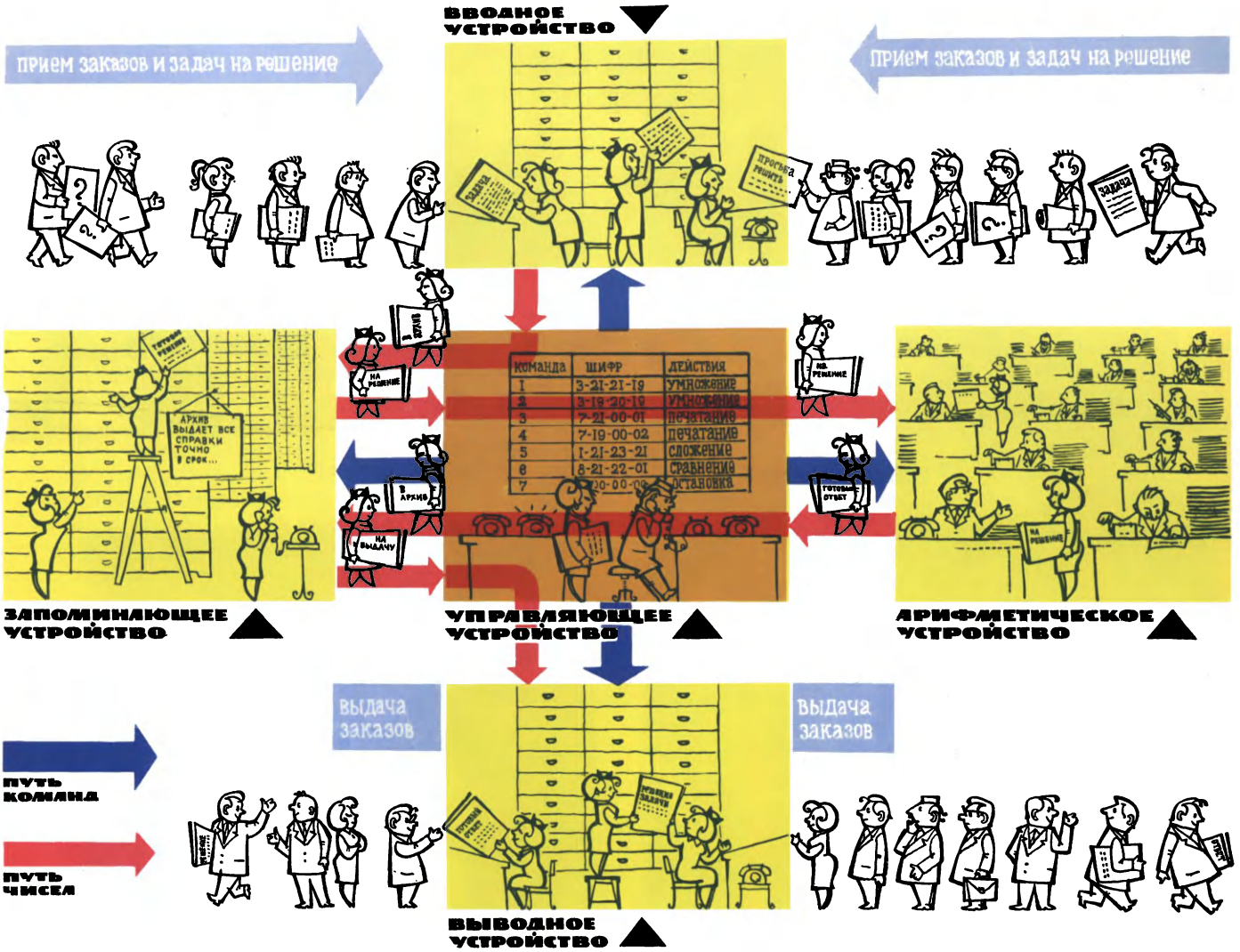
В отличие от человека, от машины при решении ею задач нельзя, разумеется, ожидать никакой «сообразительности», основанной на понимании существа дела. Поэтому инструкция для машины должна быть составлена в такой форме, которая заранее исключала бы всякую двусмысленность, сомнения и необходимость руководствоваться здравым смыслом. Такого рода инструкция — свод четко сформулированных правил, применимых к достаточно широкому классу задач и всегда приводящих к определенному результату, в математике называется а л г о р и т м о м. Мы все изучали в средней школе алгоритм деления «уголком», алгоритм извлечения квадратного корня из многозначного числа и т. д., но только не пользовались таким «ученым» названием. Действие любой современной вычислительной машины состоит в том, что она с педантической точностью и аккуратностью выполняет последовательные предписания того или иного алгоритма, например алгоритма решения дифференциального уравнения или алгоритма перевода текста с английского языка на русский.

Категорический характер предписаний, которые составляют алгоритм, вовсе не означает, что вся последовательность действий машины во всех деталях заранее известна составителю данного алгоритма. Ведь категорическое предписание может иметь и такую форму: «Если в результате деления получится число меньше тысячи, увеличить его в два раза, а если получилось число не меньше тысячи — прибавить к нему восемьдесят три». Что будет делать машина фактически — умножать на 2 или прибавлять 83, этого составитель алгоритма заранее не знает, так как ему еще не известно, какое именно число получится при делении.

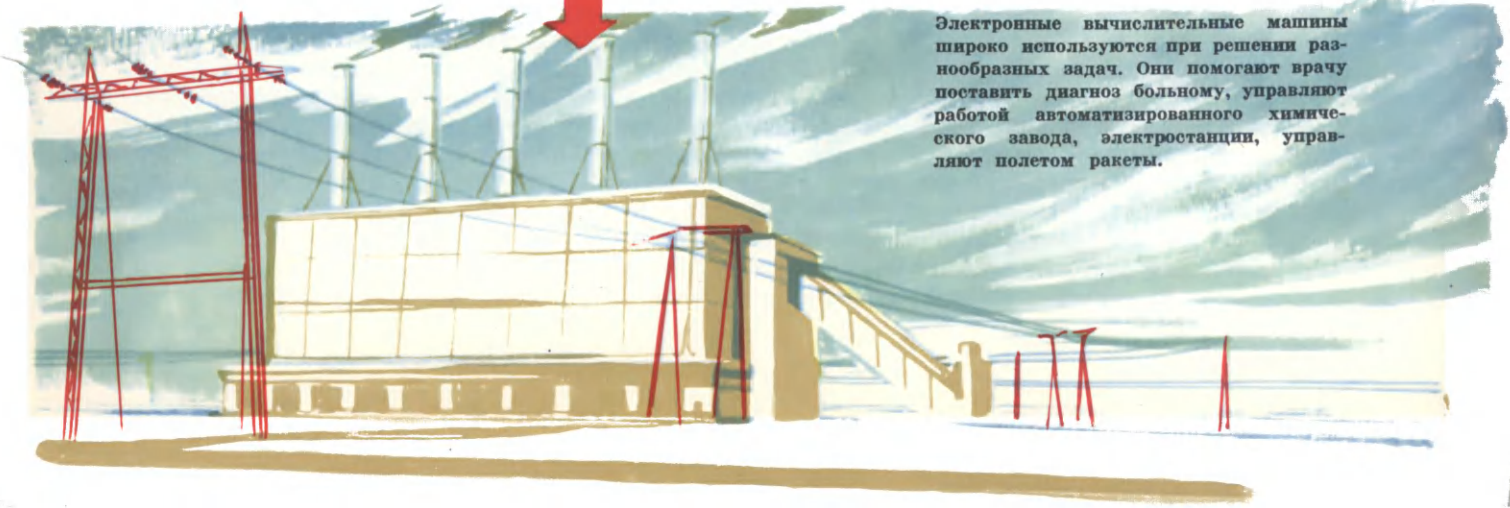
Про такой алгоритм говорят, что он предусматривает условный переход к выполнению той или иной последовательности операций в зависимости от результатов уже выполненных действий. Как мы увидим в дальнейшем, такие условные переходы играют огромную роль в работе электронных вычислительных машин, в значительной степени определяя их гибкость и возможность применения к решению весьма сложных математических и логических задач.

Главные части машины

Быстродействующая электронная вычислительная машина состоит из пяти основных устройств: вводного, запоминающего, арифметического, выводного и управляющего (см. цветную вклейку на стр. 432—433). Кроме того, имеется дополнительное устройство для контроля работы и обнаружения неисправностей.



Вот как наш художник изобразил принцип действия электронной вычислительной машины.



Электронные вычислительные машины широко используются при решении разнообразных задач. Они помогают врачу поставить диагноз больному, управляют работой автоматизированного химического завода, электростанции, управляют полетом ракеты.

В в о д н о е устройство имеет обычно клавиатуру, посредством которой в машину вводятся исходные данные и задается определенная программа. Электрические импульсы, возникающие при нажатии на клавиши, направляются в запоминающее устройство. Возможны и иные конструкции устройства ввода (рис. 6).

З а п о м и н а ю щ е е устройство (или «память» машины, как его иногда для краткости называют) предназначено для хранения информации: исходных данных числовых величин, команд программы, промежуточных и окончательных результатов. Оно играет роль памяти или записной книжки вычислителя.

Как уже было сказано, числовые данные могут записываться с помощью магнитофонов; но этот способ не самый совершенный, так как для воспроизведения ранее записанного числа может потребоваться длительная перемотка ленты. Поэтому разработаны другие способы «запоминания»: например, путем намагничивания ферритовых сердечников или же электризации отдельных участков диэлектрического экрана электронно-лучевой трубки.

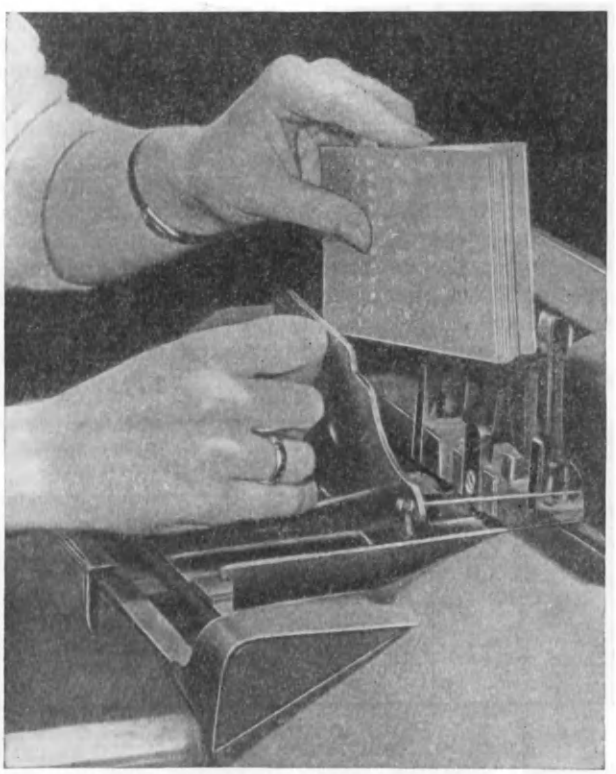


Рис. 6. Ввод данных, заранее пробитых на перфокартах.

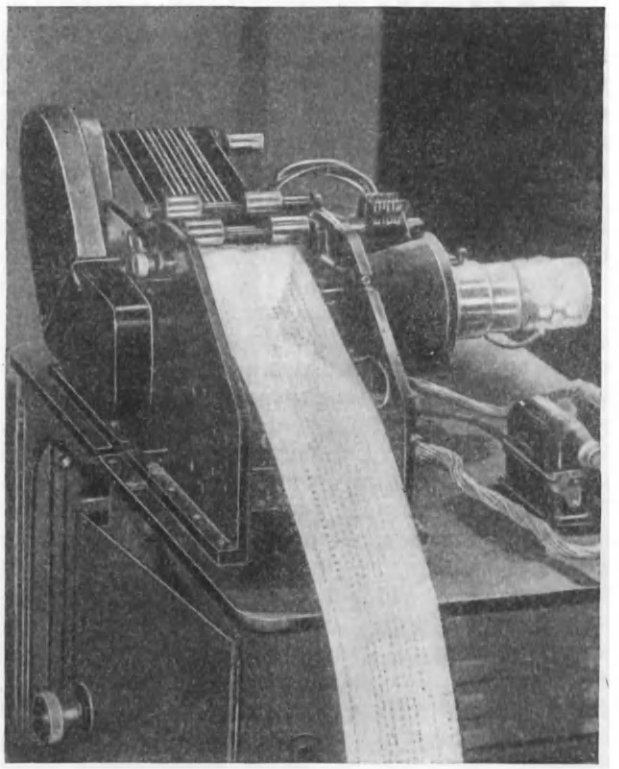


Рис. 7. Одно из выводных устройств.

Удобство последнего метода состоит в том, что для записи или воспроизведения числа электронный луч может быть направлен в нужную точку экрана практически мгновенно.

Носитель информации запоминающего устройства (магнитофонная лента, диэлектрический экран) состоит из множества «ячеек памяти», в каждой из которых может храниться одно многозначное число.

Каждой ячейке присвоен номер (наподобие телефонного); по этому номеру с ней можно в любой момент «соединиться», чтобы поместить туда или, наоборот, «истребовать» оттуда соответствующее число.

А р и ф м е т и ч е с к о е устройство служит для выполнения основных арифметических и некоторых логических действий. Оно содержит несколько электронных «арифмометров» (осуществляющих сложение, умножение и т. д.). Такие арифмометры чаще всего строятся на основе современных заменителей электронных ламп, что делает их более совершенными. В быстродействующих машинах каждая операция выполняется арифметическим устройством за десяток микросекунд.

Выводное устройство (рис. 7) предназначено для выдачи заказчику готовой продукции в виде таблицы окончательных результатов произведенного расчета (рис. 8) отпечатанной обычным шрифтом с помощью цифропечатного телеграфного аппарата под влиянием электрических импульсов, поступающих из запоминающего устройства. Для ускорения вывода результатов вместо печатания иногда применяют фотографирование их на кинопленку.

Управляющее устройство связывает воедино отдельные части вычислительной машины и «управляет», или «руководит», всем ходом вычислительного процесса; именно оно выполняет роль вычислителя. Во время работы машины управляющее устройство, действуя согласно программе, последовательно осуществляет все необходимые соединения и переключения, «отпирает» и «запирает» лампы, управляет движением электронных лучей и магнитофонных лент. Благодаря этому обеспечивается правильное размещение в ячейках памяти вводимых в машину исходных данных, своевременная передача чисел из определенных ячеек на те или иные «арифмометры» арифметического устройства, а также направление получающихся результатов в предназначенные для них ячейки. Наконец, по мере накопления окончательных результатов в ячейках памяти управляющее устройство «соединяет» их с печатающими аппаратами.

Как видим, по своим функциям управляющее устройство вычислительной машины во многом напоминает автоматическую телефонную станцию, но оно должно делать сотни тысяч различных соединений в секунду! Кроме того, в отличие от АТС, управляющее устройство должно действовать не в соответствии с только что набранным номером, а по заранее заданной программе, которая (в зашифрованном виде) хранится в специально для этого отведенных ячейках памяти.

Инструкция для машины

Программа работы электронной вычислительной машины для решения определенной задачи составляется специалистами и через вводное устройство «вводится» в машину перед началом вычислений.

Программа представляет собой последовательность отдельных «команд». Каждая команда состоит из указания определенного арифметического действия (сложение, вычитание, умножение и т. д.), номеров (или «адресов») тех ячеек памяти, откуда следует взять числа, над которыми должно быть произведено действие, а также номера (или «адреса») ячейки, куда должен быть помещен полученный результат.

Каждое арифметическое действие условно обозначается числом — «кодом», например: сложение — «1», вычитание — «2», умножение — «3» и т. д. Адреса ячеек памяти также обозначаются номерами, например: № 20, № 21, № 22 и т. д. В целом вся команда записывается в виде одного многозначного числа, в котором на первом месте стоит код действия, на втором и третьем местах — адреса чисел, над которыми надо совершать это действие, а на последнем (четвертом) месте — адрес ячейки, куда должен быть направлен полученный результат. Так, например, команда 3-21-26-52 предписывает перемножить числа, взятые из ячеек № 21 и 26, и поместить произведение в ячейку № 52. Такие команды называются трехадресными. Возможны команды и с иным числом адресов.

Поскольку команды управления машиной записываются многозначными числами, они наравне с другими числами могут быть помещены в ячейки запоминающего устройства: первая — в ячейку № 1, вторая — в ячейку № 2 и т. д.

Помимо арифметических, команды могут задавать машине и некоторые другие действия, например: «сравнить два числа», «отпечатать число, хранящееся в такой-то ячейке памяти, в такую-то графу таблицы».

Составление программы и работа управляющего устройства лучше всего разъясняются на каком-нибудь простеньком примере. Рассмотрим для этой цели составление таблицы значений площади круга, о которой мы уже говорили, описывая работу вычислителя.

Программа для выполнения соответствующих вычислений имеет такой вид:

Номер команды	Шифр команды	Действие по команде
1	3-21-21-19	Умножение
2	3-19-20-19	Умножение
3	7-21-00-01	Печатание
4	7-19-00-02	Печатание
5	1-21-23-21	Сложение
6	8-21-22-01	Сравнение
7	9-00-00-00	Остановка

Как видим, программа состоит всего из семи команд, которые перед началом работы при помощи вводного устройства размещают в ячей-

Рис. 8. Решение на перфоленте и отпечатанное. В середине — оператор за пультом.

ки памяти с адресами от № 1 до 7. Помимо программы, в машину вводятся еще и необходимые исходные данные (рис. 9): в ячейку № 20 — число $\pi = 3{,}14$, в ячейку № 21 — наи-

№ 19	№ 20	№ 21	№ 22	№ 23
	3,14	500	1000	2

Рис. 9. Размещение исходных данных.

меньшее значение радиуса (500), с которого должна начинаться таблица, в ячейку № 22 — наибольшее значение радиуса (1000), в ячейку № 23 — число 2, показывающее, что значения радиуса надо брать через каждые 2 *мм*. Ячейка № 19 будет использоваться для записи в нее промежуточных результатов.

Исполнение программы

После запуска машина будет выполнять команды в той последовательности, в какой они размещены в ячейках.

Согласно первой команде (3-21-21-19) начальное значение радиуса (500), хранящееся в ячейке № 21, будет умножено само на себя, а полученное произведение (квадрат радиуса) помещено в свободную пока что ячейку № 19.

Согласно второй команде (3-19-20-19) это произведение (R^2) будет умножено на число π, хранящееся в ячейке № 20, с помещением результата в ячейку № 19 (при этом ранее записанное там число автоматически стирается, подобно старой фонограмме при записи звука на магнитофоне).

Согласно третьей команде (7-21-00-01) значение радиуса из ячейки № 21 будет отпечатано печатающим аппаратом № 1, заполняющим первую графу таблицы.

Согласно четвертой команде (7-19-00-02) печатающим аппаратом № 2 во второй графе таблицы будет отпечатано соответствующее значение площади круга, взятое из ячейки № 19.

Последующие команды служат для перехода к вычислению площади круга для новых значений радиуса или для окончания работы, когда все требуемые значения уже исчерпаны.

Согласно пятой команде (1-21-23-21) к старому значению радиуса (500) прибавляется 2, причем полученный результат (новое значение радиуса 502) направляется в ту же ячейку

№ 21, где находилось прежнее значение радиуса.

Согласно шестой команде (8-21-22-01) производится сравнение двух чисел с адресами № 21 и 22. Если первое из них меньше второго или равно ему, то машина возвращается к выполнению команды № 1, указанной в третьем адресе, в противном же случае она просто переходит к выполнению следующей (очередной) команды. В нашем случае новое значение радиуса (из ячейки № 21) сравнивается с наибольшим его значением, для которого еще нужно вычислять площадь круга. Если новое значение радиуса не больше 1000, машина проделывает над ним те же самые вычисления, начиная с первой команды, и таким образом заполняет еще одну строку таблицы. Если же новое значение радиуса больше 1000, то машина переходит к выполнению седьмой команды, согласно которой она попросту останавливается с подачей на пульт управления сигнала об окончании вычислений.

В работе вычислительной машины команда сравнения «8» и другие подобные ей команды «условного перехода» имеют исключительное значение. Они увеличивают гибкость машины, расширяют ее возможности и позволяют выполнять действия, для которых она на первый взгляд вовсе не приспособлена.

Многократное повторение одной и той же последовательности действий позволяет производить длинные вычисления по сравнительно короткой программе (иначе ведь составление программы и введение ее в машину потребовало бы, пожалуй, не меньше времени, чем вычисления вручную). Еще эффективнее другой прием сокращения программы, который состоит в систематической переработке ее в процессе самих вычислений. Ведь все команды программы изображаются числами, хранящимися в запоминающем устройстве на равных правах с исходными данными и промежуточными результатами. Ничто не мешает нам производить над этими числами арифметические действия и тем самым превращать одни команды в другие. Конечно, все эти преобразования команд на определенном этапе вычислений или при получении определенных результатов должны быть заранее предусмотрены самой программой (подобно тому, как устав всякой общественной организации в числе других правил содержит обычно также и правила изменения самого устава).

Программа с преобразованиями

Допустим, что значения площади круга нужно определить только для некоторых ранее вычисленных значений радиуса — скажем, записанных в ячейках памяти № 21—80 (рис. 10). Тогда, как и прежде, в ячейку № 20 помещаем π, а в ячейки № 81 и 82 — специальные числа 0-01-01-00 и 3-80-80-19, значение которых выяснится в дальнейшем. Вычисления будем вести по следующей программе:

Рис. 10. Числа в машинной памяти.

Номер команды	Шифр команды	Действие по команде
1	3-21-21-19	Умножение
2	3-19-20-19	Умножение
3	7-19-00-02	Печатание
4	1-01-81-01	Сложение
5	8-01-82-01	Сравнение
6	9-00-00-00	Остановка

По первой команде вычисляется квадрат первого значения радиуса (из ячейки № 21), который затем по второй команде умножается на π. По третьей команде вычисленное значение площади круга заносится в таблицу окончательных результатов.

Теперь нужно повторить те же самые операции, но уже над новым значением радиуса, хранящимся не в 21-й, а в 22-й ячейке. Для этого можно было бы включить в программу в качестве четвертой команды 3-22-22-19 (возвести новое значение радиуса в квадрат) с последующим повторением второй и третьей команд без изменения. Затем должна следовать команда 3-23-23-19 (возвести в квадрат значение радиуса из ячейки № 23) и т. д.

При большом количестве различных значений радиуса программа получалась бы очень громоздкой. Легко сообразить, что вводимые вновь команды 3-22-22-19, 3-23-23-19,... могут быть получены из первой команды 3-21-21-19

последовательным прибавлением к ней числа 0-01-01-00, хранящегося в ячейке № 81:

+	3-21-21-19	+	3-22-22-19	
	0-01-01-00		0-01-01-00	
	3-22-22-19		3-23-23-19	и т. д.

Таким образом, посредством арифметических действий над числом, изображающим команду, может быть осуществлено систематическое изменение ее адресов (в данном случае первого и второго), а если потребуется, то и кода действия. Такая операция изменения адреса (называемая переадресацией) как раз и осуществляется по четвертой команде рассматриваемой программы. При этом число, изображающее новую (переадресованную) команду, направляется в ту же ячейку № 1, где хранилась исходная команда (в случае надобности переадресованную команду можно было бы поместить и в другую ячейку памяти).

По пятой команде выполняется сравнение переадресованной команды (числа) из ячейки № 1 с командой 3-80-80-19, специально введенной для этого в ячейку № 82. Пока первый и второй адреса переадресованной команды не больше 80 (использованы еще не все значения радиуса, хранящиеся в ячейках № 21— 80), согласно команде сравнения осуществляется возврат к началу программы, т. е. к исполнению переадресованной первой команды. Когда же все значения радиуса будут исчерпаны, команда примет вид 3-81-81-19, т. е. превзойдет число в ячейке № 82, и по команде сравнения машина перейдет к выполнению следующей (шестой) команды, означающей остановку.

Универсальность машины

Как уже было сказано, преобразование программы в ходе ее выполнения, наряду с периодическим повторением ее частей и другими приемами, неизмеримо расширяет возможности вычислительной машины, позволяя решать на ней даже сложнейшие задачи высшей математики, хотя арифметическое устройство машины способно выполнять только четыре арифметических действия да несколько простейших логических операций.

Секрет современной вычислительной машины заключается не в ее элементах, какими бы чудесными они ни представлялись, а в их очень гибкой и сложной взаимосвязи, которая молниеносно меняется в соответствии с заданной программой. Вводя в одну и ту же машину различные программы, можно заставить ее решать самые разнообразные задачи из очень далеких друг от друга областей умственного труда. В зависимости от программы одна и та же машина способна вычислять траекторию космического корабля, предсказывать погоду, играть в шахматы, управлять работой железнодорожного узла и переводить книги с английского языка на русский. Именно это и делает электронную машину универсальным средством автоматизации умственного труда, без применения которого столь характерные для нашей эпохи стремительные темпы научно-технического прогресса были бы невозможны.

Благодаря применению электронных машин удается отделить творческий процесс нахождения общих принципов решения той или иной проблемы от кропотливого и механического осуществления этих принципов. Чем бóльшая доля механической умственной работы возложена будет на машины, тем больше времени и сил сможет уделить исследователь действительно научному творчеству.

Как выяснилось, составление программ вычислений тоже заключает в себе немалую долю формальных, механических операций. Составитель программы должен не только придумать общий план (или логическую схему) решения задачи (что является актом творчества), но также и кропотливо расписать во всех подробностях все последовательные шаги машины (для чего достаточно лишь с педантической аккуратностью придерживаться определенных правил). Для ускорения естественно разделить эти две различные по своему характеру задачи: творческий поиск логической схемы оставить за человеком, а механическую работу детального расписывания команд возложить на саму электронную машину. Для этой цели составлены так называемые программирующие программы, на основе которых сама вычислительная машина автоматически преобразует введенную в нее человеком логическую схему в детально разработанную программу. Тем самым объем работы программиста сокращается в десятки раз.

Логическая схема программы записывается человеком не в виде последовательности знакомых уже нам «команд», а на более привычном и лаконичном «языке» математической символики, т. е. посредством обычных формул лишь немного измененного начертания с отдельными дополнительными пояснениями. При отсутствии у машины специальной клавиатуры для

ввода математических символов и букв каждый из этих знаков предварительно кодируется числом вручную.

В настоящее время ведется большая работа по созданию универсального языка программирования, посредством которого каждый мог бы (после самого краткого обучения) самостоятельно писать логические схемы программ, вполне пригодные для непосредственного введения их в машину (снабженную раз и навсегда установленной программирующей программой). Это позволило бы вообще исключить малопроизводительный процесс программирования вручную. Один из вариантов такого универсального языка известен под условным названием «алгол».

Другой широко применяемый уже метод экономии труда и времени при программировании состоит в использовании библиотеки стандартных подпрограмм. В такой библиотеке хранятся составленные заранее программы для самых различных вычислений, встречающихся на практике. В числе их может быть, например, решение кубического уравнения или вычисление определенного интеграла. Когда такого рода вычисление встретится при решении конкретной задачи, машина сама «выпишет» из библиотеки необходимую для этого последовательность команд — достаточно только одного лаконичного упоминания об этом в соответствующем месте основной программы решения рассматриваемой задачи.

Такой метод тоже значительно повышает производительность труда при программировании.

Без далеко идущей автоматизации программирования решение очень многих, и притом весьма важных, задач на электронных машинах было бы практически невозможным, так как составление соответствующих программ потребовало бы чересчур много времени.

Универсальность электронных вычислительных машин свидетельствует о том, что даже самые несхожие между собой виды умственного труда могут быть разложены на одни и те же элементарные шаги, но только расположенные в иной последовательности и выполняемые над другим исходным материалом. Именно это обстоятельство делает возможным единый подход к проблеме автоматизации всех видов умственного труда. Изучение тех общих закономерностей автоматизации умственного труда, которые не зависят от конкретных особенностей различных его видов, составляет одну из очень важных и интересных задач молодой науки кибернетики (см. статью «Что такое кибернетика?»).

Чтобы наглядно показать универсальность электронной вычислительной машины и единство резко различных по своему характеру видов умственного труда, попробуем хотя бы вкратце пояснить, каким образом «умудряется» машина переводить книги с одного языка на другой.

Автоматический перевод

Английский текст для перевода вводится в запоминающее устройство, причем каждая буква изображается определенной комбинацией электрических импульсов. Кроме того, в память машины записываются словарь, грамматические таблицы и программа автоматического перевода.

Прежде всего машина отыскивает в словаре для каждого английского слова его русский эквивалент. Для нее это ничуть не сложнее, чем отыскать в тригонометрической таблице для заданного угла значение его косинуса. Но очень значительные трудности возникают при этом всякий раз, когда одно и то же английское слово, подобно, например, русскому слову «коса» (рис. 11), имеет несколько различных значений. Переводчик обычно выбирает одно из этих значений, наиболее подходящее по смыслу, машина же может руководствоваться только формальными правилами, которые должны быть ей заранее заданы. Поэтому для всякого

Рис. 11. Что значит «коса»?

многозначного слова в машинном словаре дается не перевод, а команда-ссылка — проанализировать это слово по специальной программке. Программка эта представляет собой последовательность вопросов, ответы на которые позволяют раскрыть смысл слова. Покажем, как это делается, на примере английского слова many.

Когда в предложении встречается это слово, машина его сначала пропускает и переводит все остальные. Но затем она обязательно возвращается к слову many и приступает к последовательному исполнению команд программки его анализа (рис. 12).

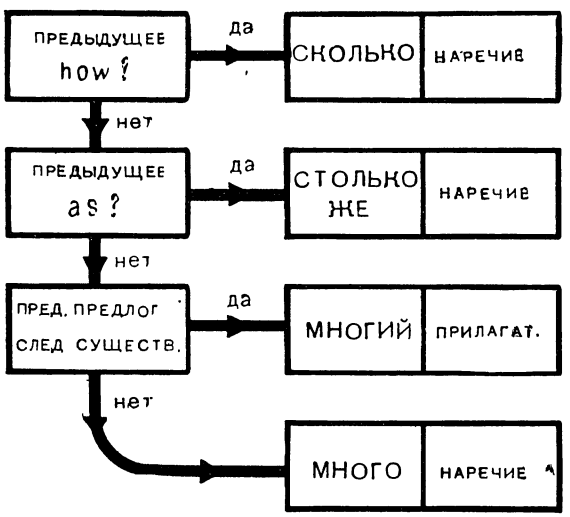


Рис. 12. Анализ слова many.

Первая команда этой программки гласит: проверить предыдущее слово, не является ли оно словом how. Если **да** — машина дает перевод «сколько», потому что сочетание how many всегда имеет именно такое значение.

Если же **нет** — машина переходит к следующей проверке: не является ли предыдущее слово словом as.

Если **да** — перевод будет «столько же», потому что таков смысл сочетания as many.

Если **нет** — машина должна проверить, не является ли предыдущее слово предлогом, а последующее — существительным.

Такая проверка легко осуществима, так как большинство слов предложения уже переведено, а перевод содержит все необходимые грамматические сведения, выписываемые вместе с самими словами из словаря.

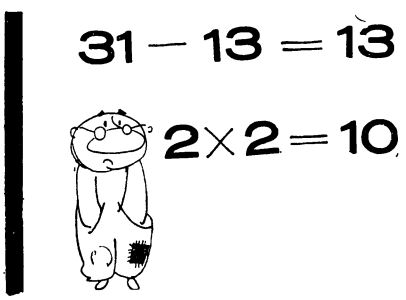
При положительном ответе (да) машина должна будет записать перевод «многий», при отрицательном (нет) — «много». Особенно существенно здесь то, что в первом случае слово «многий» — это прилагательное с мягким окончанием, а во втором («много») — неизменяемое наречие.

Когда все переводы для всех (в том числе и многозначных) слов найдены и зафиксированы в запоминающем устройстве, машина начинает оформлять их в соответствии с правилами русской грамматики.

В частности, прилагательное «многий» должно быть поставлено в нужном падеже, роде и числе. Род, падеж и число прилагательного обычно определяются тем р у с с к и м существительным, перед которым оно стоит. В свою очередь род русского существительного при переводе был выписан из словаря, число определено по окончанию английского слова, а падеж выяснен при анализе по предыдущему предлогу или глаголу.

На основании этих данных машина заменяет в слове «многий» окончание «-ий» другим, которое берется из грамматических таблиц для прилагательных с мягкими окончаниями (такие таблицы, как и словарь, тоже хранятся в машинной памяти). Следующий этап вклю-

Странные результаты



1.

Забавный вид имеют записи действий, выполненных в других — недесятичных—системах счисления. Например,

а) $31-13=13$; *б)* $2\times 2=10$;

в) дана дробь $\frac{16}{61}$, сокращая на 7, получим

$$\frac{16}{61}=\frac{2}{7};$$

г) $\sqrt{1001}=11.$

$$\begin{array}{r|l} 1001 & \\ \hline 101 & 11 \\ \hline 1 & \end{array}$$

В какой системе счисления выполнялось каждое действие, если все результаты правильные?

2.

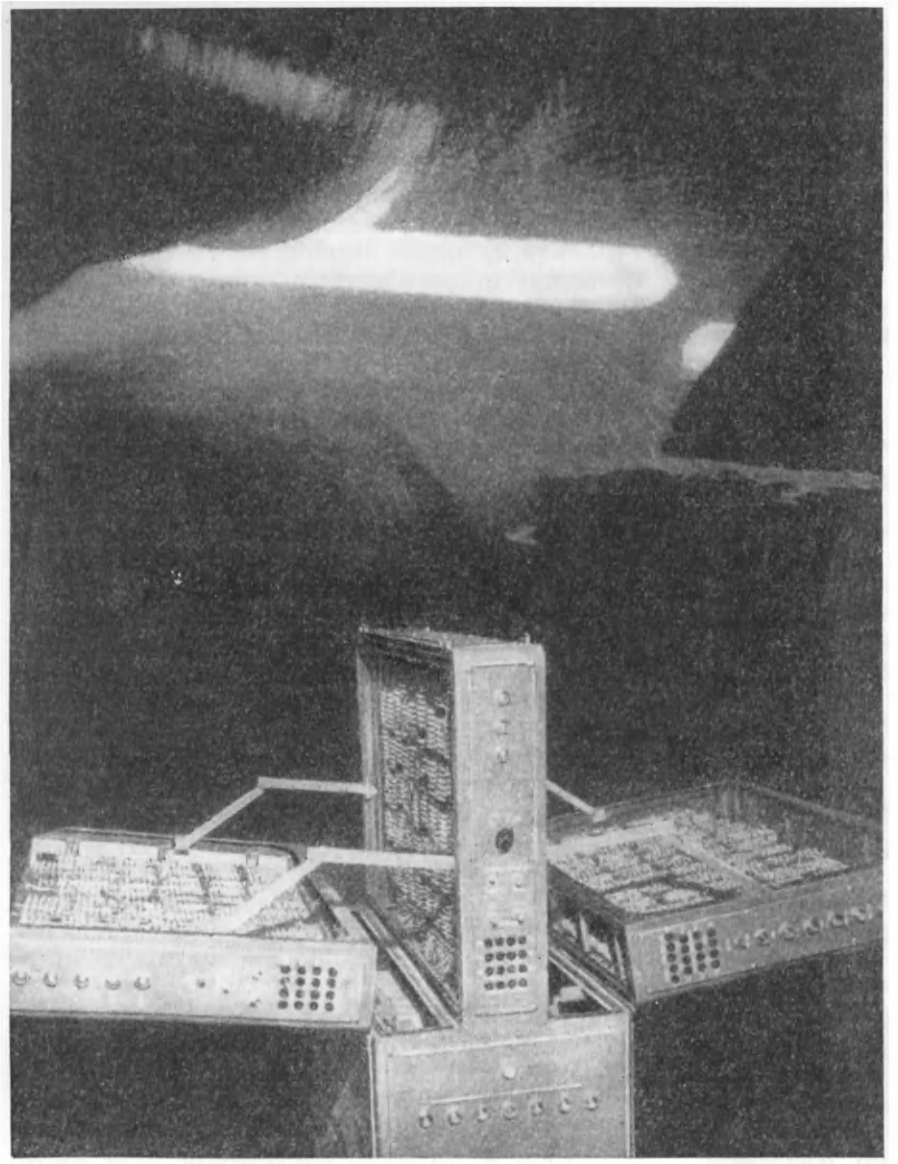
$$\left(\frac{3}{7}\right)_{10}=\left(\frac{11}{111}\right)_{2}=0,011011\ldots$$

Как это получается?

3.

Докажите, что для записи одного миллиарда в двоичной системе надо употребить 30 цифр

Р е ш е н и е на стр. 500.



Электронный «закройщик» — цифровая вычислительная машина «Сталь-1», установленная на одном из металлургических комбинатов страны. Она мгновенно замеряет длину полосы металла, составляет план ее раскроя и подает команду ножницам. Вся операция занимает полсекунды. Кроме того, «Сталь-1» непрерывно регистрирует вес прокатных заготовок.

чает в себя обработку перевода по правилам синтаксиса и определение порядка слова.

После того как синтез русского предложения закончен, перевод передается в выводное устройство, которое и печатает его русскими буквами на бумаге (если какого-нибудь английского слова машина в своем словаре не нашла, она впечатывает его в текст перевода латинскими буквами).

Пока что автоматический перевод книг практического применения не нашел — нужна еще большая предварительная работа, которая может быть выполнена только совместными усилиями филологов, математиков и инженеров. Однако успех даже первых, пускай еще примитивных опытов в этом направлении еще раз подтверждает, что область применения электронных вычислительных машин не ограничивается одними только математическими вычислениями.

Электронные вычислительные машины должны быть, без всякого сомнения, отнесены к числу наиважнейших факторов научно-технического прогресса.

ЧТО ТАКОЕ КИБЕРНЕТИКА?

Управляющие системы

Одно из важных понятий, которым оперирует современная наука,— понятие управляющей системы. С разнообразными управляющими системами мы встречаемся в технике, в растительном и животном мире, а также в человеческом обществе.

Простейший пример технической управляющей системы — примитивный поплавочный регулятор уровня воды, изображенный на рис. 1. Задача этого регулятора — поддерживать постоянный уровень жидкости в сосуде. Регуляторы подобного типа употребляются в простейших паровых котлах.

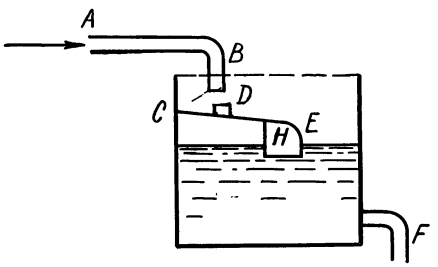


Рис. 1.

Жидкость может выливаться из сосуда по трубе F и поступать в сосуд по трубе AB. В жидкость помещен поплавок H, закрепленный на рычаге CE. При повышении уровня жидкости в сосуде поплавок всплывает, а рычаг CE, поворачиваясь на оси C, специальной пробкой D закрывает конец трубы B. При понижении уровня жидкости пробка D опускается и открывает доступ жидкости в сосуд по трубе AB до тех пор, пока не будет восстановлен исходный уровень.

В рассмотренном примере управляющая система состоит из поплавка H, рычага CE и пробки D. Эта простейшая система заключает в себе все основные черты гораздо более сложных управляющих систем. Действительно, любая управляющая система должна иметь прежде всего чувствительный элемент (вводное устройство), с помощью которого она воспринимает сведения, или, как обычно принято говорить, информацию о состоянии объекта управления (в данном случае — сосуда с жидкостью). В нашем примере таким чувствительным элементом служит поплавок.

Далее, управляющая система должна содержать устройство, преобразующее информацию, полученную от объекта управления с помощью чувствительного элемента. Подобным преобразователем информации может считаться рычаг CE.

Наконец, управляющая система должна иметь возможность воздействовать на объект управления с помощью того или иного исполнительного механизма (выводного устройства). В нашем примере таким механизмом служит пробка D, закрывающая конец трубы B.

В современной технике мы встречаемся с автоматическими системами, несравненно более сложными, чем описанный простейший автоматический регулятор. Еще более сложны многие биологические управляющие системы. Первое место среди них занимает нервная система человека, особенно его головной мозг. Подобно техническим управляющим системам, нервная система человека также обладает чувствительными элементами (окончания нервов в органах чувств), исполнительным механизмом (окончания нервов, управляющих мышцами) и преобразователем информации (собственно нервная система). Такую же схему строения имеют и другие биологические управляющие системы.

А как устроены различные управляющие системы в человеческом обществе? Возьмем, например, систему управления экономикой. Чувствительный элемент ее — аппарат первичного учета, собирающий различные сведения о состоянии народного хозяйства. Преобразование собранной информации и выработка соответствующих решений осуществляются в Госплане, совнархозах и т. п. Имеется также и специальный исполнительный аппарат на предприятиях, проводящий в жизнь принятые решения.

Все приведенные примеры показывают, что, несмотря на принципиальные различия, существующие в рассмотренных управляющих системах, они имеют нечто общее. Изучение общих законов функционирования различных управляющих систем составляет предмет специальной науки — кибернетики.

Термин «кибернетика» происходит от древнегреческого слова «кибернетес» — рулевой и напоминает, что кибернетика представляет собой науку об управлении, или, более точно, науку об общих законах преобразования информации в управляющих системах.

Этот термин впервые употребил в 1834 г. французский физик А. Ампер, назвав кибернетикой не существовавшую еще в то время науку об управлении обществом. В 1948 г.

американский ученый Н. Винер словом «кибернетика» назвал общую науку об управлении.

В настоящее время кибернетика является теоретической основой автоматизации, причем главным образом автоматизации многих видов умственной деятельности человека.

Следует подчеркнуть еще раз, что кибернетика изучает общие законы управляющих систем. Но между техническими и биологическими системами или, тем более, между ними обеими и управляющими системами в человеческом обществе имеются глубокие качественные различия. Поэтому наряду с кибернетикой существуют науки, изучающие особенности управляющих систем различных типов. К ним относятся техническая автоматика, физиология нервной системы и большая группа социальных (общественных) наук.

Сама кибернетика также делится на ряд разделов, многие из которых (подобно алгебре или геометрии внутри математики) выросли уже в самостоятельные науки.

Информация и кодирование

Важная составная часть кибернетики — так называемая *теория информации*. Она изучает различные формы представления и передачи информации как в отвлеченном (абстрактном) виде, так и применительно к конкретным управляющим системам. Информация может представляться в двух различных формах — *непрерывной* и *дискретной* (т. е. прерывистой).

В первом случае информация представляется в виде плавно, непрерывно меняющихся величин. Например, при передаче речи по радио или по телефону звуки речи представляются в виде плавно изменяющихся электрических величин — напряжения или тока. При передаче той же речи по телеграфу с помощью азбуки Морзе или при записи ее на бумаге характер представления меняется, информация разбивается на отдельные порции: точка и тире, буквы русского или какого-нибудь другого алфавита; переходы от одной порции к другой совершаются скачками. Это уже дискретная форма представления информации.

На современном уровне развития кибернетики особо важное значение приобрела дискретная форма представления информации. Оказывается, что информация, заданная в непрерывной форме, может быть с любой наперед заданной точностью представлена в дискретной форме. Более того, в качестве отдельных порций, на которые разбивается эта дискретная информация, может быть выбрано любое наперед заданное множество каких-либо значков (обобщенных букв), называемое обычно *абстрактным алфавитом*. Важно лишь, чтобы этот алфавит содержал более одной обобщенной буквы. Процесс представления информации последовательно расположенными буквами того или иного абстрактного алфавита называется *кодированием*.

Для примера рассмотрим процесс кодирования в абстрактном алфавите информации, заданной с помощью рис. 2. Абстрактный алфавит состоит из двух обобщенных букв — 0 и 1. Для этой цели разобьем рисунок на прямоугольнички, размеры которых зависят от того, с какой точностью мы хотим представить информацию.

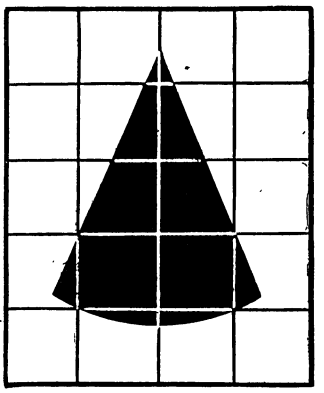


Рис. 2.

Условимся обозначать каждый прямоугольничек нулем, если более половины его площади не зачернено, и единицей в противном случае. Тогда, пробегая все прямоугольнички по строкам слева направо, а строки сверху вниз, мы получим для рис. 2 следующий дискретный код: 00000000011001100000. Разумеется, такое представление описывает рисунок с малой точностью. Однако, уменьшая размеры прямоугольничков, мы можем добиться сколь угодно высокой точности описания.

В теории информации разработаны не только способы кодирования различных сообщений, но и способы количественной оценки содержащейся в них информации.

Алгоритмы и автоматы

Вопросы кодирования и декодирования, т.е. восстановления исходного вида информации по ее дискретному коду, и другие проблемы возникают в первую очередь при разработке вводных и выводных устройств управляющих систем. Теоретическую основу устройств для преобразования информации составляют другие

разделы современной кибернетики — теория алгоритмов и теория автоматов.

Алгоритмом называется конечная система правил, по которым совершается преобразование дискретной информации. Множество разнообразных алгоритмов имеется в математике. Из школьного курса алгебры, например, вам хорошо известны алгоритмы для решения квадратных уравнений, систем линейных уравнений, для раскрытия скобок и приведения подобных членов в буквенных выражениях и т. п. Но алгоритмы широко распространены и за пределами математики. Если сформулировать все правила, которые употребляет опытный переводчик для переводов, скажем, с английского языка на русский, то получим не что иное, как алгоритм англо-русского перевода.

Если элементарные правила шахматной игры дополнить системой стратегических правил, позволяющих в каждой позиции находить единственный, наилучший (с точки зрения данной системы правил) ход, то получится алгоритм игры в шахматы.

Оказывается, чуть ли не всякий вид умственной деятельности человека может быть сведен к выполнению того или иного алгоритма. Но практически найти все правила, составляющие эти алгоритмы,— часто очень сложная и трудоемкая задача.

Для кибернетики особенно важны два результата, полученные в теории алгоритмов. Первый результат — универсальность алгоритмических систем. Оказывается, для построения любого алгоритма достаточно уметь выполнять относительно небольшое число типов элементарных алгоритмических операций. Подобно тому как из одних и тех же элементарных частиц складываются молекулы самых различных веществ или как из одних и тех же букв складываются книги совершенно различного содержания, так и всякий алгоритм, независимо от его природы, можно составить в результате соответствующего комбинирования элементарных алгоритмических операций.

Второй важный результат теории алгоритмов заключается в том, что существуют так называемые алгоритмически неразрешимые проблемы, т. е. такие классы задач, которые для своего решения требуют бесконечного числа различных приемов. А всякий алгоритм обязательно включает в себя лишь конечное число приемов, хотя, может быть, и очень большое.

Так, например, можно построить алгоритм, который позволяет доказать любую теорему из элементарной геометрии (не использующей понятие предела). В то же время доказано, что для теории чисел (устанавливающей различные свойства целых чисел) подобного алгоритма не существует. Иначе говоря, для построения элементарной геометрии достаточно конечного числа приемов (методов доказательства), а для построения теории чисел число соответствующих приемов должно быть непременно бесконечным.

Теория автоматов и «умные» машины

Значение этих результатов для кибернетики становится ясным при переходе от теории алгоритмов к теории автоматов. Основная задача теории автоматов — разработка методов построения преобразователей информации для реализации тех или иных алгоритмов, например машин для игры в шахматы, для автоматического перевода с одного языка на другой и т. п.

Если существуют универсальные алгоритмические системы, то возможно в принципе построить универсальные преобразователи информации, способные реализовать любые алгоритмы. Подобные универсальные преобразователи уже построены и успешно работают. Это так называемые универсальные электронные цифровые машины. Цифровыми или вычислительными эти машины называются потому, что первым их назначением была реализация вычислительных алгоритмов. Информация, с которой они имели дело, была цифровой, т. е. набором чисел. Такие машины снабжаются так называемыми запоминающими устройствами (памятью), позволяющими им «запоминать» как перерабатываемую информацию, так и программу работы машины, т. е. записанный в условных кодах, называемых приказами, алгоритм, который должна реализовать машина.

Изменение программы происходит без каких-либо переделок машины. Достаточно пропустить сквозь машину набор бумажных карточек с пробитыми на них в соответствующих местах отверстиями — перфокарты или ленту с отверстиями — перфоленту. Так вводится в машину новая программа, настраивающая ее на совершенно новый вид работы.

Благодаря этому открываются широкие возможности для автоматизации различных

видов умственной деятельности человека. Достаточно найти алгоритм, описывающий тот или иной вид подобной деятельности, перевести его в программу, или, как говорят, запрограммировать, и ввести в машину.

На такой универсальной машине можно программировать любой алгоритм. Поскольку машина работает гораздо быстрее и точнее человека, она, как правило, выполняет заданный алгоритм гораздо лучше его. Отсюда понятно, какое большое практическое значение имеет кибернетика в автоматизации таких видов умственной деятельности, где человек уже сейчас не в силах справиться с переработкой информации за разумное время, например в научных и инженерных расчетах.

Во многих разделах современной науки и техники, таких, как атомная физика и ракетная техника, решаются задачи, требующие вычислений, состоящих из многих миллиардов арифметических операций. Даже при помощи специальных клавишных вычислительных приборов человек успевает в среднем выполнять за минуту лишь две арифметические операции над многозначными числами. А для выполнения одного миллиарда операций потребовалась бы тысяча лет непрерывной работы без сна и отдыха! В то же время современная электронная цифровая машина, выполняющая 500 тыс. арифметических операций в секунду, справится с этой работой немногим более чем за полчаса! При таком росте производительности труда становится возможным решать задачи, которые ранее были просто недоступны человеку.

Автоматизация расчетов требуется не только в новейших областях науки и техники. Так, в метеорологии только благодаря автоматизации удается выполнять к требуемому сроку сложные расчеты, необходимые для уточнения прогнозов погоды. В техническом проектировании внедрение автоматизации позволяет перейти от выбора лучших проектов из относительно небольшого числа вариантов к выбору наилучшего из всех возможных вариантов (так называемого оптимального проекта).

Рассмотрим, например, задачу выбора наилучшего варианта проекта железной дороги по заданному маршруту (трассе). Производя мысленный вертикальный разрез местности вдоль трассы, получим некоторую кривую, изображающую неровности рельефа (рис. 3). Проложить дорогу непосредственно по этому рельефу, как правило, нельзя: подъемы и спуски получатся слишком крутыми, и преодолеть их при эксплуатации уже построенной дороги либо окажется вовсе невозможно, либо потребуются слишком большие затраты (снижение скорости и веса составов, использование нескольких локомотивов и т. д.).

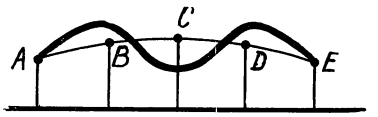


Рис. 3.

Необходимо поэтому проделать земляные работы, чтобы выровнять рельеф. Такое выравнивание проводят по нескольким выбранным отметкам (точки A, B, C, D, E). Предположим, что таких точек всего 5, а каждая точка, за исключением крайних точек A и E, находящихся на определенном уровне, может занимать 100 различных положений по высоте. В таком случае у нас будет $100^3 = 1\,000\,000$ различных вариантов выравнивания рельефа.

Если просматривать их со скоростью два варианта в минуту, потребуется целый год. Если же число точек увеличивается до 100, то количество вариантов выражается единицей с 196 нулями, а количество лет, необходимое для их просмотра, — единицей со 190 нулями. В этом случае просмотреть все варианты практически невозможно не только для человека, но и для электронных вычислительных машин.

Необходимо поэтому разработать методы, позволяющие резко уменьшить количество просматриваемых вариантов, отбросить целые группы заведомо плохих. Разработкой такого рода методов занимается специальный раздел кибернетики — теория оптимальных решений.

В настоящее время разработан ряд методов для решения задач оптимального проектирования, планирования и управления. Многие из этих методов были предложены и обоснованы советскими учеными (метод линейного программирования Л. В. Канторовича, принцип максимума Л. С. Понтрягина и др.). Для решения задач оптимального проектирования дорог, линий электропередач и др. удобен метод последовательного анализа вариантов, разработанный в Институте кибернетики АН УССР. С помощью этого метода оптимальный вариант выравнивания рельефа для прокладки железной дороги в несколько сотен километров находится вычислительной машиной среднего быстродействия (10—20 тыс. операций в секунду) за 2—3 часа.

В ряде областей техники разрабатываются системы алгоритмов, позволяющие осуществить

полную автоматизацию проектирования многих сложных объектов.

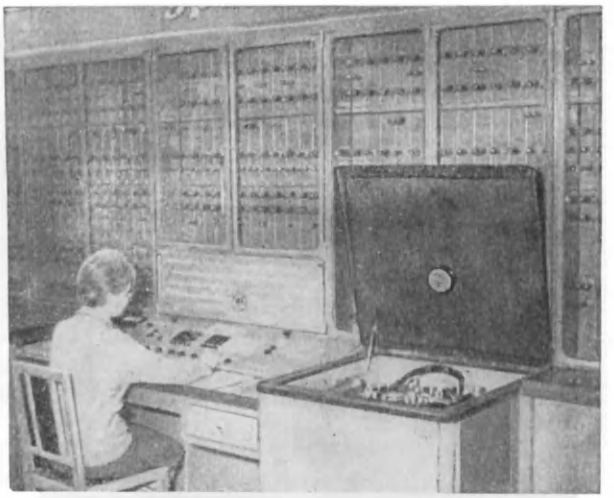
Не менее важно также оптимальное планирование и управление народным хозяйством. Эти вопросы выделяют обычно в специальный раздел кибернетики — экономическую кибернетику. Масштабы производства и темпы роста народного хозяйства в СССР так велики, что обычные, неавтоматизированные методы планирования уже не могут нас удовлетворить. Практика показывает, что выбор оптимальных (наилучших) вариантов планов уже сейчас практически недоступен никакому человеческому коллективу, не пользующемуся электронными цифровыми машинами.

Электронные цифровые машины используются пока для решения лишь частных планово-экономических задач. Особенно успешно решаются так называемые транспортные задачи (нахождение планов перевозок с минимальными транспортными расходами), а также задачи о наилучшей загрузке станков и другие, решающиеся с помощью методов линейного программирования. Экономия, получаемая при такой автоматизации, исчисляется обычно 10—15%, а в отдельных случаях доходит до 50—60%.

На повестке дня сейчас полная автоматизация не только самих процессов планирования и управления экономикой, но и процессов сбора необходимой первичной информации, автоматизация учета и справочно-статистической работы. С этой целью создаются специальные вычислительные центры, снабженные мощными электронными цифровыми машинами и соединенные между собой, а также с производством современными каналами связи для быстрой передачи необходимой информации.

К задаче оптимального управления экономикой тесно примыкает задача оптимального управления производственными процессами. Сейчас еще во многих случаях диспетчер или группа диспетчеров управляет тем или иным сложным процессом далеко не лучшим образом. Дело в том, что человеческий мозг не успевает своевременно перерабатывать огромный объем необходимой информации. Помочь здесь могут только автоматические управляющие системы, среди которых надо особо выделить специально приспособленные для управления универсальные электронные цифровые машины.

Эти машины, называемые обычно универсальными управляющими машинами, снабжаются особыми вводными и выводными устройствами, позволяющими автоматически собирать и выдавать информацию, необходимую для управления производством.



ЭЦВМ «Урал-2». Внешний вид центральной части.

Одна из первых универсальных управляющих машин, разработанная в Киеве, изображена на рис. 4. Такая машина успешно управляет процессом выплавки стали, газорезательным станком и рядом других различных процессов.

Для управления производственными процессами на значительных расстояниях можно использовать стационарные электронные цифровые машины, установленные в вычислительных центрах. Такие опыты успешно проводи-

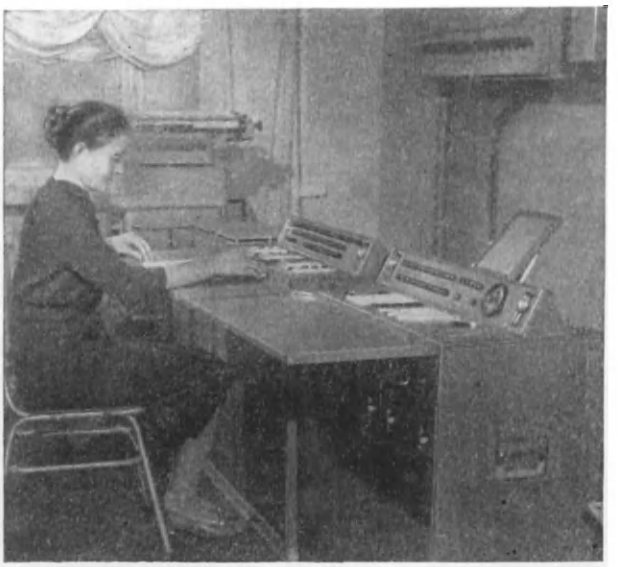
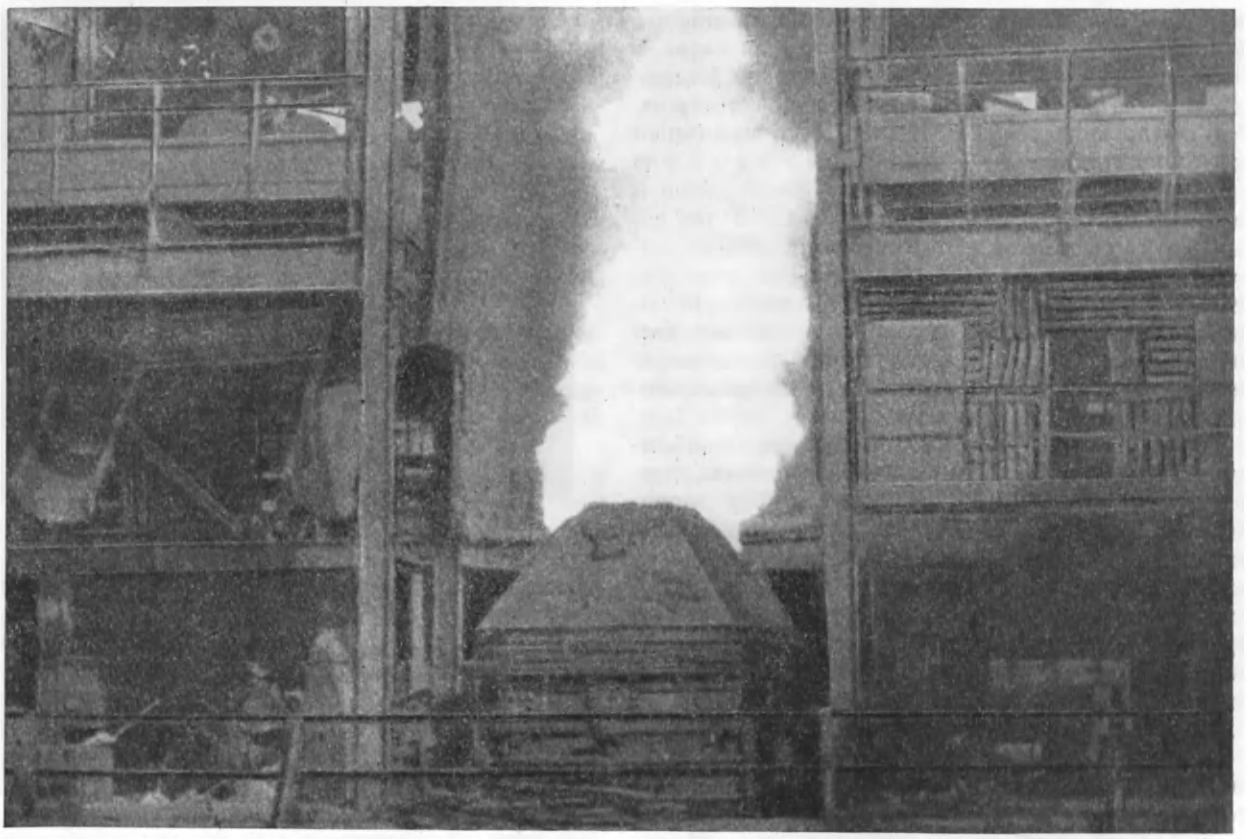
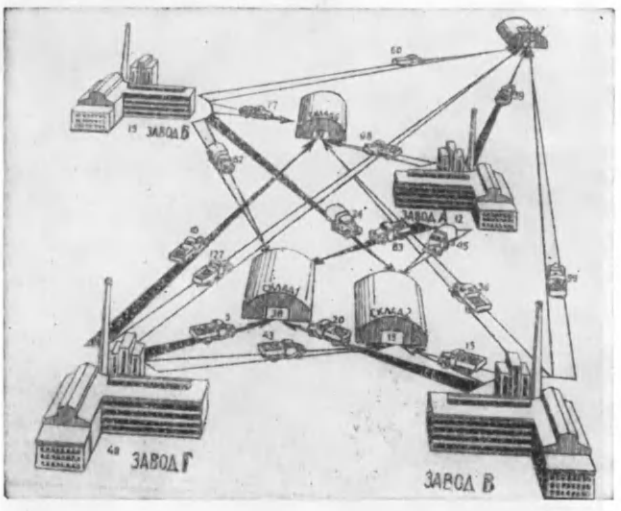


Рис. 4.



Конвертер для выплавки стали управляется машиной УМШН.



Варианты рациональных перевозок, рассчитанные машиной.

лись в США, а также в СССР (Институт кибернетики в Киеве).

Но создание технической базы, т. е. управляющих машин, лишь наполовину решает проблему автоматизированного управления производственными процессами. Не менее важно решить задачу алгоритмизации, т. е. найти эффективные алгоритмы для управления производственными процессами. Построением общей теории управления техническими (производственными) объектами занимается техническая кибернетика.

Машина самосовершенствуется

Алгоритмизация производственных процессов обычно чрезвычайно трудоемка, а из-за непрерывного совершенствования технологии

необходимо часто изменять и совершенствовать алгоритмы управления, Поэтому все чаще стараются использовать такие системы, которые могут самосовершенствоваться.

Обычно самосовершенствование осуществляется следующим образом. Помимо собственно управляющего алгоритма, так называемого рабочего алгоритма или алгоритма первой ступени, вводится еще один — алгоритм второй ступени. Он контролирует результаты работы первого алгоритма и изменяет некоторые части этого алгоритма с целью улучшения этих результатов. Применение универсальных электронных цифровых машин с самосовершенствующейся системой алгоритмов обеспечивает, как правило, более высокое качество управления. В настоящее время обычно применяют двухступенчатые самосовершенствующиеся системы, о которых мы говорили. Однако возможно построить и более сложные, многоступенчатые системы.

Разумная машина — верный помощник человека

Особенно велико значение самосовершенствующихся систем при решении одной из самых увлекательных задач кибернетики — задачи моделирования процессов, протекающих в мозгу человека. Дело в том, что человеческий мозг — очень сложная и во многих отношениях замечательно устроенная самосовершенствующаяся система. Возможности мозга можно наглядно проиллюстрировать таким примером. Человек внешне относительно просто приспособляется к распознаванию какого-либо класса изображений, например рисунков, изображающих различные дома. Если показать человеку сравнительно небольшое число изображений домов, например одноэтажных и пятиэтажных, он может правильно классифицировать и изображение, которое ему никогда ранее не было показано, например, двухэтажных, трехэтажных и других домов. Значит, можно выработать у человека достаточно правильное представление об общем понятии дома.

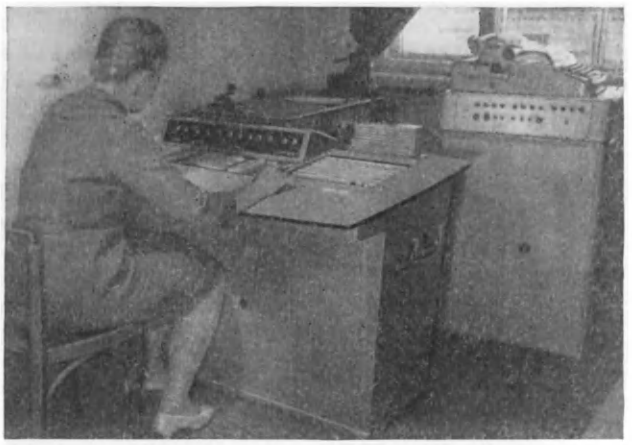
Для моделирования способности мозга приспосабливаться к распознаванию различных классов изображений в кибернетике было построено большое число различных алгоритмов и проведено большое число экспериментов. Эти эксперименты пролили свет на многие процессы, происходящие в мозгу, и послужили в ряде случаев основой для решения практических задач по автоматизации процессов распознавания зрительных образов, а также человеческой речи. Впрочем, в направлении автоматического распознавания речи сделаны пока еще лишь первые шаги; машина распознает всего несколько десятков различных слов, произносимых различными голосами в различных условиях.

Обучение машин процессам распознавания зрительных и других образов — лишь самая первая, относительно несложная задача в моделировании мыслительных процессов. Более сложные задачи возникают при моделировании логического мышления, процесса обучения языку, при моделировании процессов творчества.

В области логического мышления в первую очередь моделируются различные системы, позволяющие осуществлять автоматическое доказательство теорем в тех или иных (пока еще достаточно узких) областях математики. При этом речь идет об автоматическом доказательстве не только теорем, вошедших в учебники, но и новых, еще не известных человеку теорем. Значение такой автоматизации огромно: используя скорость и безошибочность работы даже современных, относительно еще мало совершенных, универсальных электронных цифровых машин, очевидно, можно будет в ближайшем будущем доказывать такие сложные теоремы, которые «невооруженному» человеческому уму просто недоступны.

Здесь кибернетика начинает вплотную подходить к внедрению автоматизации в развитие самой науки. В будущем кибернетические машины будут незаменимыми помощниками человека не только в доказательстве новых теорем, но и в обобщении результатов наблюдений, в построении новых физических и других теорий и т. д. Уже сейчас, помимо помощи в сложных вычислениях и обработке экспериментальных данных, машины начинают применяться для автоматизации справочно-информационной и библиографической работы, отнимающей сейчас много времени у ученых. В принципе возможно накапливать научную информацию не только в библиотеках, но и в электронной памяти кибернетических машин в специальных информационных центрах. Из этих центров по запросу того или иного ученого может быть очень быстро получена необходимая справка, краткое или полное содержание какой-либо научной статьи и т. п.

Важное место в автоматизации научного творчества займут также автоматический перевод с одного языка на другой, автоматическое



ЭЦВМ «Промінь».

реферирование и конспектирование статей и т. п. Для этих целей в машину должна быть вложена та или иная система знаний о человеческих языках. На первых порах в эту систему включаются обычно лишь необходимый словарный запас и грамматические правила. Однако в принципе ничто не препятствует тому, чтобы обучать машины распознаванию смысла вводимых в нее фраз.

Опыты такого рода были проделаны в Академии наук УССР. Во время этих опытов универсальная электронная цифровая машина, работая в специальном режиме (так называемом режиме обучения), обучалась отличать осмысленные фразы, составленные из выбранных наугад 100 слов, от бессмысленных. Важно подчеркнуть, что процесс обучения был организован таким образом, что машина не просто «зазубривала» вводимые в нее «учителем» фразы, а создавала новые понятия, задавала учителю вопросы и, будучи переведена в режим экзамена, правильно различала осмысленность не только тех фраз, которые ей были сообщены «учителем», а также и новых, которые ей раньше никогда не сообщались.

Вычислить значения y, где

$$y = \frac{\ln \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)}{\sin x \sqrt{1+x^2}}$$

для значений x от 0,1 до 1 с шагом 0,1.

Формула, которую считали на ЭЦВМ «Промінь».

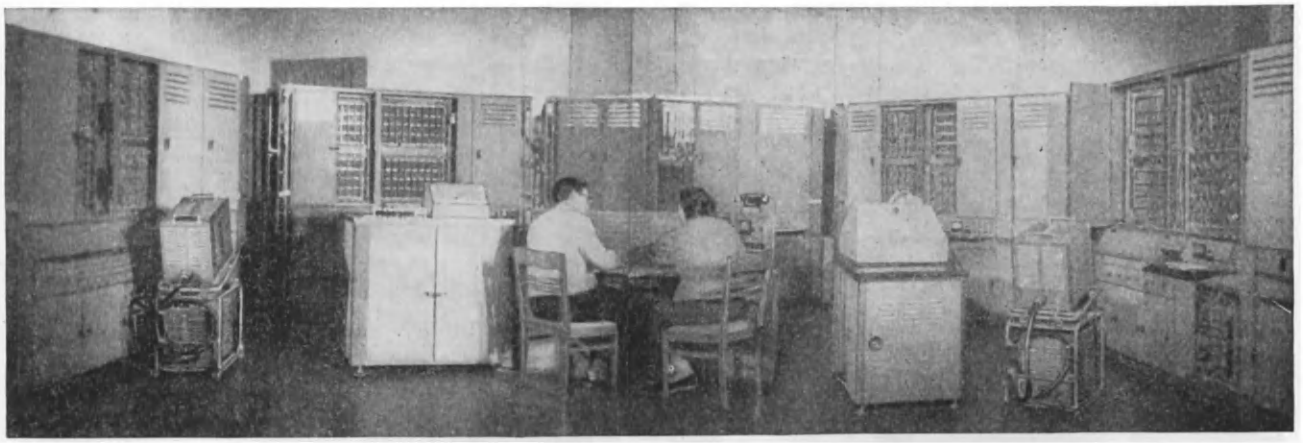
0, 9 9 8 1 1
0, 9 9 4 1 7
0, 9 8 8 7 0
0, 9 8 4 3 4
0, 9 8 4 7 0
0, 9 9 3 2 9
1, 0 1 4 7
1, 0 6 4 1
1, 1 2 6 1
1, 2 4 1 3

Результаты решения формулы на машине «Промінь».

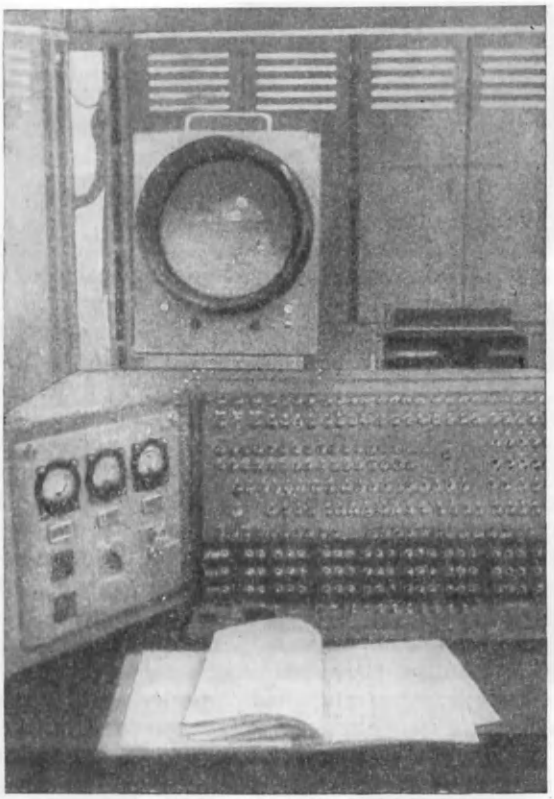
Отсюда возникает очень актуальный и острый вопрос: возможна ли автоматизация процессов творчества? Что касается научного творчества, об этом уже говорилось выше. Необходимо лишь ответить на вопрос о том, в какой мере ответы машины предопределяются заложенной в нее программой. Не потребуется ли программисту затратить больше усилий на составление программы, чем на непосредственное решение вопроса, заключенного в данной программе?

Чтобы ответить на этот вопрос, рассмотрим простой пример. Предположим, что программист не знает, каким образом решаются квадратные уравнения, но может проверить, является ли то или иное число корнем заданного квадратного уравнения. В таком случае он без особых затруднений может составить программу, по которой машина будет пытаться решать квадратные уравнения по различным формулам, последовательно перебирая все такие формулы — от более простых к более сложным. При этом каждая такая попытка будет проверяться с помощью подстановки определяемых по испытуемой формуле корней в заданное уравнение (или в несколько заданных уравнений). В случае неудачи машина должна автоматически строить следующую формулу и испытывать ее — и так до тех пор, пока очередная попытка не приведет к успеху. Благодаря огромной скорости работы машины она довольно скоро найдет требуемую формулу.

Для решения более сложных проблем применение метода такого простого перебора может не привести к успеху даже при использовании машин. Однако, как правило, благодаря огромной быстроте действий машина может решать соответствующие проблемы с помощью более простых методов, чем те, которые потребовались бы для этой цели человеку. Поэтому составление программы для решения даже единичной проблемы творческого характера может оказаться более простым делом, чем непосредственное решение самой проблемы. В действи-



ЭЦВМ «Киев».



ЭЦВМ «Киев». Экран визуального вывода информации.

Результаты решения формулы на машине.

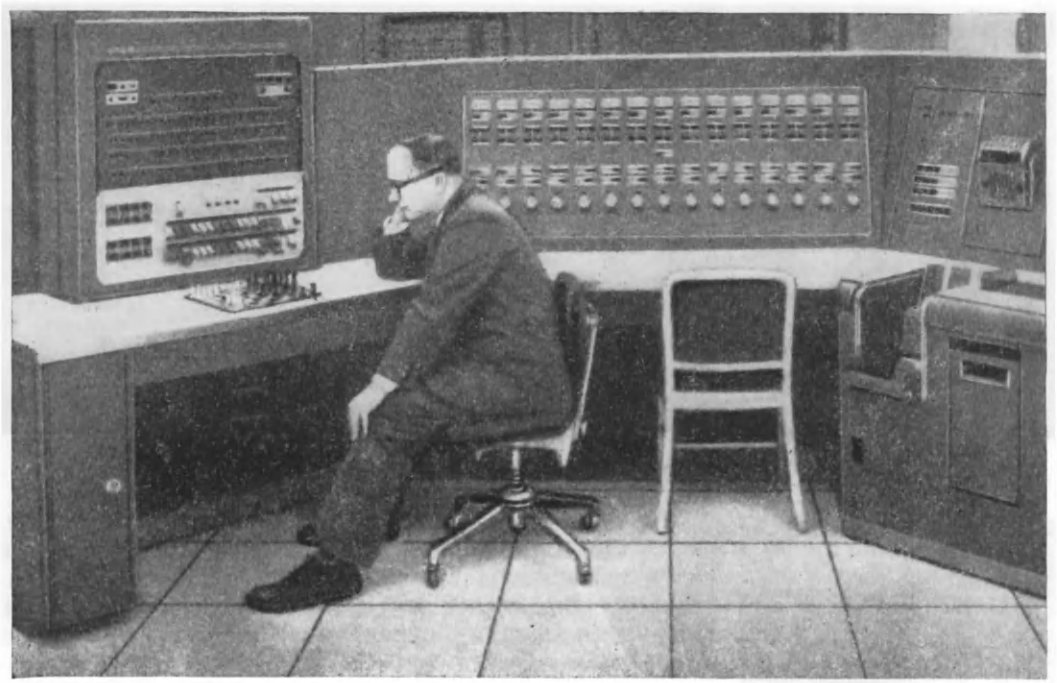
тельности же положение облегчается еще и тем, что составленная программа используется для решения большого числа проблем одного типа.

Возможности автоматизации творческих процессов не ограничиваются рамками одних лишь точных наук. Уже сейчас, когда кибернетика делает только первые робкие шаги, проведены успешные опыты по автоматизации музыкального творчества; машины сочиняют стихи (правда, пока еще плохие), играют в шахматы и т. д. С каждым днем перед автоматизацией процессов творчества открываются все новые и новые горизонты. Однако, разумеется, далеко не во всех областях подобная автоматизация так необходима, как в процессах научного творчества.

Вряд ли сегодня практически необходимо автоматизировать литературное или музыкальное творчество. Вместе с тем кибернетика уже сегодня начинает приносить пользу, скажем, поэзии, внося в нее точные математические методы исследования.

Особый интерес представляют взаимосвязи, существующие между кибернетикой и биологией. Кибернетика дает в руки биологам новые методы исследований. Универсальные электронные цифровые машины позволяют моделировать процессы эволюции и естественного отбора, автоматизировать процесс определения болезней по их признакам, осуществлять моделирование механизма возникновения условных рефлексов и других видов деятельности мозга животных и даже мозга человека.

Биология в свою очередь снабжает кибернетику новыми идеями, касающимися построения машин, которые в значительно большей степени приблизятся к свойствам мозга, чем

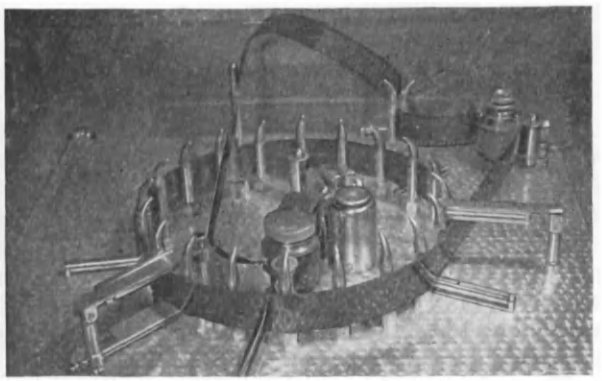


Человек играет в шахматы с машиной.

ные существующие машины. Возникло и успешно развивается новое научное направление — б и о н и к а. Цель ее — перенести в технику многие интересные свойства живых организмов. Особый интерес представляет поразительная чувствительность некоторых органов чувств у отдельных животных, например органа обоняния у собаки. Интересны также способы, с помощью которых из относительно малонадежных нервных клеток составляется такая надежная в целом управляющая система, как человеческий мозг.

Кибернетика непрерывно совершенствует свою техническую базу. На смену громоздким и малонадежным ламповым машинам пришли машины, использующие полупроводники и магнитные элементы. Успехи современной физики позволят сделать следующий шаг: перейти к чрезвычайно миниатюрным элементам, использующим тонкие пленки, твердые схемы и другие элементы. Это позволит сделать машины чрезвычайно надежными, малогабаритными, относительно дешевыми и простыми в эксплуатации. Происходит также непрерывное совершенствование логической структуры машин, увеличение быстроты их действия и объема памяти. Наряду с этим разрабатываются методы построения новых машин, копирующих не только функции, но и некоторые детали внутреннего строения человеческого мозга.

На базе новых и новейших кибернетических устройств и систем быстрыми темпами развивается автоматизация различных видов умственной деятельности человека. Автоматизация эта захватывает все новые и новые области, возможности ее безграничны. У ряда буржуазных философов и писателей успехи подобной автоматизации вызывают опасения за будущность человечества: не будет ли человек полностью вытеснен автоматами? Однако подобные опасения возникают лишь в результате непонимания закономерностей исторического развития. В капиталистическом обществе действительно происходят подобные процессы: успехи кибернетики и внедрение вычислительных машин приводят к безработице, к вытеснению человека машиной. Однако виновата в этом не кибернетика, а капитализм. В социалистическом и коммунистическом обществе, которое с исторической неизбежностью приходит на смену капитализму, не может быть и речи о вытеснении человека машиной. Машины, какими бы совершенными они ни были, всегда останутся верными помощниками человека, способствуя неизмеримому расцвету материальных и духовных сил человеческого общества.



Электронная вычислительная машина «Урал-2» (фото вверху) в роли диагноста в Институте им. А. В. Вишневского в Москве. Симптомы излагаются на перфорированной кинопленке, которая закладывается в приемную часть машины (фото внизу).

Получив задание, машина молниеносно выдает ответ, называя одну или несколько болезней, имеющих тождественные симптомы.

Три „средних“

Пусть a и b — произвольные положительные числа. Тогда

$\frac{a+b}{2}$ — среднее арифметическое чисел a и b,

$\sqrt{ab}$ — среднее геометрическое чисел a и b,

$\frac{2ab}{a+b}$ — среднее гармоническое чисел a и b.

Убедитесь сами, что:

а) Среднее гармоническое равно отношению квадрата среднего геометрического к среднему арифметическому.

б) Если написать подряд: a, $\frac{a+b}{2}$, b, то образуются три члена арифметической прогрессии.

в) Если написать подряд: a, $\sqrt{ab}$, b, то образуются три члена геометрической прогрессии.

г) Если взять числа, обратные a и b, составить их среднее арифметическое, а потом снова перейти к обратному числу, то получится среднее гармоническое чисел a и b.

д) Среднее арифметическое a и b не меньше среднего геометрического тех же чисел, а последнее не меньше их среднего гармонического:

$$\frac{a+b}{2} \geqslant \sqrt{ab} \geqslant \frac{2ab}{a+b}.$$

Докажите, что равенство здесь возможно только при $a = b$.

е) Если написать подряд: a, $\frac{2ab}{a+b}$, b и буквам a, b придать значения $a = \frac{1}{k}$, $b = \frac{1}{k+2}$, где k — любое целое положительное число, то среднее гармоническое чисел a и b, т. е. $\frac{2ab}{a+b}$, примет значение $\frac{1}{k+1}$, равное среднему члену последовательности:

$$\frac{1}{k}, \quad \frac{1}{k+1}, \quad \frac{1}{k+2}.$$

Последовательность такого вида называется гармонической.

Следом за тремя членами этой последовательности можно образовать четвертый член: $\frac{1}{k+3}$, затем пятый: $\frac{1}{k+4}$ и т. д.

Соединяя члены последовательности знаком «+» и полагая $k = 1$, получим числовой ряд:

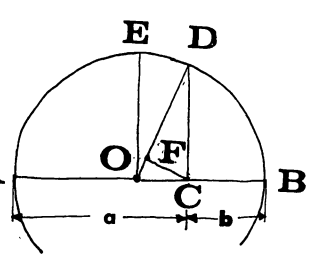
$$1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{n} + \ldots,$$

который называется гармоническим.

Еще Лейбниц доказал, что сумма $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n}$ бесконечно возрастает, когда n неограниченно растет. Это означает, что, гармонический ряд **расходится**. Но если перед членами ряда чередовать знаки ±, то получится **сходящийся** ряд $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \ldots$, сумма которого равна натуральному логарифму $\ln 2 = 0{,}6993\ldots$

Пусть $AC=a$, $BC=b$, $AB = a + b$ — диаметр окружности; $OE \perp AB$, $DC \perp AB$. Тогда

$$OE = \frac{a+b}{2}, \quad CD = \sqrt{ab}.$$



Для изображения среднего гармонического проведем дополнительно OD и $CF \perp OD$. Тогда вы легко докажете, что $DF = \frac{2ab}{a+b}$, а также, что $CD^2 = OD \cdot DF$. Тем самым дополнительно будет установлено любопытное соотношение между тремя «средними»: среднее геометрическое двух положительных чисел является средним геометрическим между их средним арифметическим и средним гармоническим.

Как удлинялся «хвост» у числа $\pi = 3{,}14159265\ldots$

Вавилоняне (2-е тысячелетие до н. э.) удовлетворялись значением $\pi \approx 3$.

Египтяне (2-е тысячелетие до н. э.) считали, что $\pi \approx 3{,}16$.

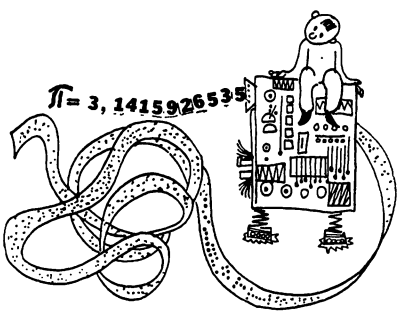
Архимед (III в. до н. э.) предлагал на выбор: $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$.

С очень хорошей точностью подобрался к числу π китайский астроном Цау Чун-чжи (V в.):

$$\pi \approx \frac{355}{113} = 3{,}1415929\ldots$$

Лудольф (XVII в.) имел терпение выявить 35 десятичных знаков после запятой у числа π.

С XVII в. π вычисляют с помощью числовых рядов. Так было получено:



в 1699 г. 72 десятичных знака,

в 1719 г. 127 десятичных знаков,

в 1841 г. 208 десятичных знаков,

в 1853 г. 261 десятичный знак.

На 20 лет (с 1853 по 1873 г.) растянулось у Вильяма Шенкса вычисление 707 десятичных знаков числа π.

В 1947 г. «хвост» числа π вырос до 808 правильных десятичных знаков.

Не прошли мимо числа π и электронные вычислители. С их помощью было найдено:

в июне 1949 г. 1120 десятичных знаков,

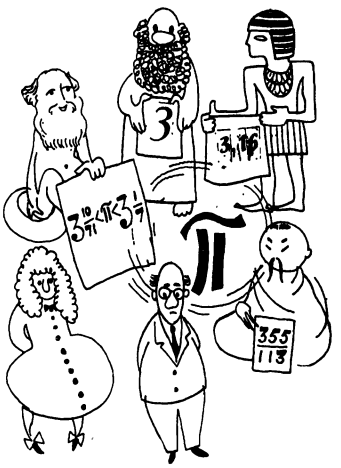
в сентябре 1949 г.—2037 десятичных знаков (за 70 часов действия машины),

в январе 1955 г.—3093 десятичных знака (только за 13 минут),

в январе 1958 г.—10 000 десятичных знаков (за 100 минут).

В июле 1961 г. Д. Шенкс и Дж. Вренч запрограммировали задание электронной машине: вычислить 100 265 десятичных знаков числа π. И электронный вычислитель блестяще справился с задачей за 8 часов 43 минуты (параллельно та же машина «выдала» столько же цифр и для второй «трансцендентной знаменитости» — числа e).

Исследовав первые 16 000 десятичных знаков числа π, ученые не обнаружили «ненормальностей» в распределении мест, занимаемых каждой из 10 цифр. В этом «хвосте» любая цифра (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0) занимает примерно 10% мест от общего числа знаков.



НАУКА О СЛУЧАЙНОМ

Обыденные представления

Наша повседневная речь широко использует слово «случай» и его производные — «случайность», «случайный» и т. п. Каждый из нас слышал и сам произносил фразы, подобные следующим: «Я случайно натолкнулся на интересную мысль», «Только случай помог мне сегодня», «Что за приятная случайность помогла нам встретиться». Всякий раз при употреблении подобных выражений в них вкладывается один и тот же смысл: случайные события происходят крайне редко, представляют собой нечто совершенно исключительное, идущее вразрез с установившимся порядком вещей. В обыденном представлении случайное противопоставляется закономерности, является чем-то, что нарушает закономерный ход событий, нормальное их развитие.

Но так ли это на самом деле? Не упрощаем ли мы такими представлениями действительность? Не лишаем ли мы себя существенных возможностей в познании явлений природы, а также процессов техники и экономики, когда считаем, что в мире господствует лишь строгая закономерность определенного типа — каждая определенная ситуация влечет за собой определенные следствия?

Мы сейчас на ряде примеров, заимствованных из окружающей жизни, убедимся в том, что множество важнейших явлений существенно зависит от случая и без учета влияния случайного не может быть полноценного их исследования. Мы увидим, что без учета влияния случайных явления человек становится бессильным направлять развитие интересующих его процессов в желательном для него направлении. Мы узнаем далее, что случайные события также подчинены своим особым закономерностям. Изучение этих закономерностей — задача науки о случайном — теории вероятностей.

Примеры случайных событий

Почти каждый из нас пользуется телефоном-автоматом. Все мы прекрасно знаем, что иногда приходится долго ждать своей очереди, иногда же удается позвонить без всякого ожидания. Иногда нужный номер занят, и нам

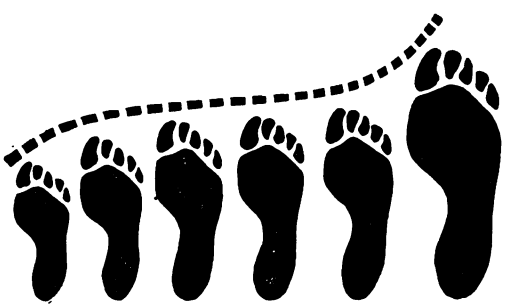
Иногда нельзя позвонить и потому, что телефон находится в ремонте.

не удается дозвониться даже после нескольких проб; иногда же соединение происходит немедленно, при первой же пробе. Все эти колебания, изменения условий использования телефона не представляют собой ничего необычного, хотя и носят случайный характер.

Известно, что при проведении измерений некоторой величины один результат отличается от другого. Невозможно, чтобы при проведении нескольких замеров все они дали абсолютно тождественные результаты. Этот факт хорошо известен экспериментаторам, и уже давно выработаны действенные меры для исключения случайных ошибок измерения. Каждый школьник, выполнявший измерения, связанные с физическими или химическими опытами, знает, что для получения более надежного результата опыт следует повторять несколько раз и за лучшее приближение к истине нужно взять среднее арифметическое из полученных чисел. Мы снова столкнулись с влиянием случая в таких событиях, которые систематически выполняются многими тысячами людей в лабораториях заводов, исследовательских институтов, в больницах и в торговых организациях.

Семь раз отмерь, один —отрежь, поскольку при измерениях ты допускаешь случайные ошибки.

При страховании жизни, посевов, скота, имущества никто не может предсказать, что случится в течение года с тем или иным застрахованным, с тем или иным гектаром посева или домом. Может случиться, что с застрахованным лицом произойдет несчастье, посев будет выбит градом или выжжен засухой; ничто не гарантирует нас от падежа скота или пожара, в результате которого погибнет все имущество. Страховые организации при определении размеров страховых взносов и страховых премий в случае несчастий с застрахованным как-то должны учитывать влияние случая и в какой-то мере уметь предсказывать долю тех застрахованных, которым придется выплатить страховую премию. На этом всестороннем учете влияния случая как раз и построено все страховое дело.



Оказывается, размеры ступни взрослых людей подчинены строгой математической закономерности.

Когда предприятия обувной промышленности планируют ассортимент обуви для выпуска в предстоящем году, то они не запрашивают у возможных потребителей, какие номера ботинок и в каком количестве им потребуются. Чтобы не получилось затоваривания обуви тех размеров, которые не потребуются, необходимо научиться заранее рассчитывать долю покупателей с тем или иным размером ног. И хотя ни один магазин не знает в лицо своих покупателей и ни одно обувное предприятие не

знает всех своих потребителей, выпуск обуви в общем хорошо удовлетворяет запросы населения. Это основано на изучении размеров ног. Оказывается, здесь приходится иметь дело с одним из законов случая, который получил название теоремы Лапласа — Ляпунова.

Советский Союз с каждым годом расширяет свою внешнюю торговлю и в связи с этим ежегодно значительно увеличивает количество грузовых судов. Для лучшего использования флота необходимо знать те закономерности, которым подчиняется прибытие грузовых судов. На первый взгляд кажется, что здесь нет никакой задачи, так как прибытие и отплытие судов заранее планируются и их движение происходит по строгому расписанию. Однако в действительности это далеко не так: в данный порт приходят суда из многих портов мира, по пути они попадают в различные метеорологические условия, которые существенно влияют на скорость движения. Это обстоятельство влияет на сроки прихода в порт назначения. Закупка товаров у иностранных фирм и иностранными фирмами у нас никак не согласована с графиком прихода судов в порт. Поставка товаров в порт с мест производства также подвержена влиянию множества причин, ни одну из которых заранее учесть невозможно. В результате график прихода судов в порт дает лишь очень суммарное представление об истинной картине загрузки порта. Для примера скажем, что в сентябре 1962 г. из судов, которые должны были прийти по графику в Ленинградский порт, не пришли совсем 17. Вместе с тем прибыли 22 судна, которые не были запланированы. Для того чтобы выяснить, насколько хорошо действуют здесь законы случая, приведем небольшую табличку, в которой указан фактический приход судов с так называемыми генеральными грузами в Одессу за конец апреля и май 1962 г. В первой строчке таблицы указано число судов, прибывших за сутки; во второй — число суток, когда прибывало указанное число судов, и, наконец, в третьей приведены числа суток, вычисленные на основании теории вероятностей, в которые должно прибывать в порт указанное число судов.

Число судов в сутки	0	1	2	3
Фактическое число суток	16	13	10	3
Вычисленное число суток	15,5	15,5	8,6	2,4

Из таблицы мы видим, что согласно законам теории вероятностей должно быть 15,5 суток, когда в порт не должно прийти ни одного судна с генеральными грузами. Фактически таких дней было 16. За рассматриваемый период было 3 дня, когда в порт приходили по 3 судна. Расчет показал, что таких дней должно было быть 2,4. Рассмотренный пример показывает, что и в работе флота должно учитывать влияние случая.

Зачем нужно изучать случайные явления

Приведенные примеры достаточно убедительно показывают, что с игрой случая приходится считаться в большинстве видов человеческой деятельности. Однако убедиться в этом — еще не означает, что становится ясной цель изучения случайных явлений. А ведь всегда полезно видеть, к чему следует стремиться, что может дать обществу вновь приобретенное знание. Мы постараемся выяснить этот вопрос на нескольких примерах.

Что может, скажем, дать нам знание закономерностей случайного прихода судов в порт? В первую очередь ясное представление о числе судов, с которыми придется иметь дело. А это уже многое. Действительно, руководитель порта должен так организовать работу, чтобы прибывающие суда не простаивали в ожидании освобождения причала для погрузки или выгрузки. Сколько нужно причалов, если известен

О качестве всей продукции можно судить и по малой ее части.

грузооборот порта? Если мы поступим чисто арифметически, т. е. разделим количество перерабатываемых грузов на число часов в месяце и число тонн, которое в течение часа способны переработать механизмы порта, то такой подсчет будет ошибочным. Ведь при этом мы не учтем того обстоятельства, что моменты подхода судов случайны. Современная теория вероятностей позволяет произвести расчеты так, что

Распределение автотранспорта на отдельных участках шоссе неравномерно. Оно подвержено случайным колебаниям.

будут учтены многие случайные факторы: подходы судов, случайные колебания длительности обработки судна и пр. И при этом можно добиться такого положения, чтобы общая сумма затрат на содержание флота и причалов была минимальной. Таким образом, решение важной экономической задачи опирается на познание случайных явлений.

Когда мы ставим какой-нибудь эксперимент или производим наблюдения, то нас в первую очередь интересует вопрос: сколько измерений нужно произвести или сколько раз следует поставить опыт, чтобы можно было быть уверенным в том, что полученный результат окажется достаточно точным? Поскольку наша задача состоит в том, чтобы уменьшить влияние случайных ошибок измерений, то для исключения влияния случая мы должны знать законы случайных явлений.

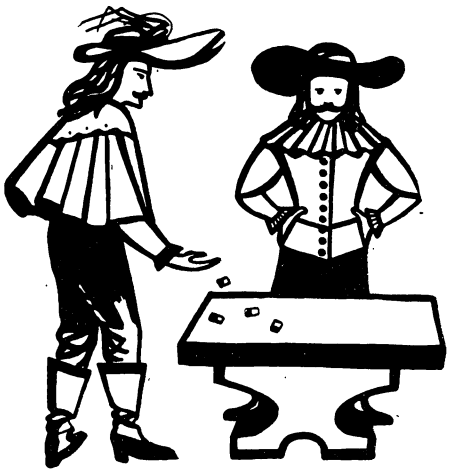
Важное и часто встречающееся в практической деятельности использование наших знаний закономерностей случайных явлений проходит по такому пути: о составе большого числа предметов судят по сравнительно небольшой пробе (или, как часто говорят, «выборке»). Так, когда хотят составить представление о длине и крепости волокон хлопка, находящегося в кипе, то совершенно случайно выхватывают из этой кипы небольшой пучок (штапель). По результатам изучения длины и крепости волокон, содержащихся в штапеле, судят о качестве волокна во всей кипе. Этот способ дает прекрасные результаты. И исследование, проведенное буквально над долями грамма, дает надежную основу для назначения последующего технологического процесса, которому должен быть подвергнут хлопок этой партии. Точно таким же способом судят о качестве большой партии зерна по небольшой пробе, взятой из этой партии наудачу. В основе этих широко используемых практических методов лежат общие теоремы теории вероятностей, получившие название законов больших чисел.

При современном промышленном производстве зачастую нет возможности проверить качество каждого отдельного изделия, так как либо этих изделий так много, что на их испытание необходимо потратить многие годы, либо изделия таковы, что при испытании приходят в негодность. Поэтому испытывают лишь небольшую долю продукции и по ней судят о качестве всей партии. Как следует выбирать такие доли продукции? Как много изделий при этом следует испытывать? Насколько точные результаты при этом могут быть получены? Все эти вопросы таковы, что на них может дать определенный ответ лишь наука о случае. И практика в наше время этим ответом очень широко пользуется. Оказывается, что эти методы дают превосходные результаты, позволяющие экономить средства, материалы, труд и время.

Зарождение науки о случае

Как и все науки, наука о случае начала развиваться тогда, когда в этом появилась потребность, когда задачи практики уже не могли обходиться выводами, сделанными на глаз, а понадобился точный расчет. Первые шаги в создании теории вероятностей — математической науки о случайных явлениях — были сделаны в середине XVII в., в эпоху зарождения новой математики. Почти одновременно были заложены основы аналитической геометрии и появились ростки, давшие вскоре элементы дифференциального и интегрального исчислений — основы всей современной математики. Этот бурный расцвет математики закономерен. Он был вызван крупными сдвигами в общественных отношениях: развитием торговли, промышленного производства, мореплавания.

Первые понятия теории вероятностей формировались под влиянием потребностей страхования и азартных игр. Страхование в ту пору получило широкое распространение из-за непрерывного роста морских сообщений и морской торговли. Азартные игры захватили феодальную верхушку общества. Множество дворян искали в играх способ поправить свои дела. Наряду с большинством бездумных игроков оказались и такие, которые стремились подметить в случайных ситуациях некоторые закономерности. Один из страстных игроков, кавалер де Мере, обратился с рядом возникших у него задач к крупнейшему математику и мыслителю



Когда-то азартные игры помогли возникновению математической теории.

того времени Б. Паскалю. Вот одна из них. При четырехкратном бросании игральной кости что происходит чаще: выпадет шестерка хотя бы раз или же шестерка не появится ни разу?

Посмотрим, как решается эта задача. При бросании одной игральной кости может выпасть одна из 6 граней. В 5 случаях из 6 выпадает грань без шестерки. Если же мы бросим игральную кость один за другим 4 раза, то возможных сочетаний выпавших граней будет значительно больше. Действительно, при двукратном бросании кости число различных сочетаний выпадения граней при первом и втором бросаниях уже будет $36 = 6^2$ (они записаны в таблице 1).

Таблица 1

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

При бросании кости трижды будет уже 6^3 различных сочетаний, а при четырехкратном бросании может представиться $6^4 = 1296$ различных возможностей. При скольких же возможных исходах ни разу не появится шестерка? Из нашей таблички видно, что из 36 возможностей при двукратном бросании кости в 25 случаях (5^2) шестерка не появится ни разу. При четырехкратном бросании игральной кости шестерка ни разу не появится в $5^4 = 625$ случаях. Отсюда вытекает, что хотя бы раз при 4 бросаниях шестерка появится в $1296 - 625 = 671$ случае. Таким образом, при четырехкратном бросании игральной кости хотя бы раз шестерка появляется несколько чаще, чем ни разу. Это открытие, согласно воспоминаниям современников, не без успеха было использовано кавалером де Мере.

Возникновение основных понятий теории вероятностей и правил действия с ними связано с именами математиков XVII в.— Б. Паскаля, П. Ферма, Х. Гюйгенса и Я. Бернулли.

Те задачи, которые возникали на заре теории вероятностей, сводились примерно к таким ситуациям: при каждом испытании может появиться одно из n одинаково возможных событий. Интересующее нас событие A появляется тогда, и только тогда, когда происходят определенные m из них. Пример: при бросании четырех костей возможны 1296 различных состояний; из них 625 таковы, что при каждом из них ни разу не выпадает шестерка.

Число случаев, при которых наступает интересующее нас событие A, дает нам средство оценки того, как часто оно может наступить при реальных испытаниях. Однако такой способ оценки неудобен, и в науку было введено следующее понятие: вероятностью события A называется отношение числа случаев, при которых событие A наступает, к числу всех возможных случаев. Вероятность события A мы обозначим символом $P\{A\}$. Таким образом, по определению

$$P\{A\} = \frac{m}{n}.$$

В нашем примере вероятность того, что при 4 бросаниях ни разу не выпадет шестерка, равна:

$$P\{A\} = \frac{625}{1296}.$$

Вероятность же того, что шестерка выпадет хотя бы один раз, равна $\frac{671}{1296}$.

Рассмотрим теперь еще одну задачу, относящуюся ко времени возникновения теории вероятностей. (Рассказывают, что с этой задачей обратился к Х. Гюйгенсу один из ландскнехтов — наемных солдат.) При одновременном бросании трех игральных костей какая сумма выпавших на них очков должна появляться чаще — 11 или 12? Ландскнехт заметил, что

и та и другая сумма может осуществиться шестью различными способами, а именно:

$$11 = 1 + 4 + 6 = 1 + 5 + 5 = 2 + 3 + 6 = 2 + 4 + 5 = 3 + 3 + 5 = 3 + 4 + 4,$$
$$12 = 1+5+6 = 2+5+5 = 2+4+6 = 3+3+6 = 3+4+5 = 4+4+4.$$

Словами: сумма 11 может появиться только тогда, когда или на одной из костей появляется 1, на другой 4 и на третьей 6, или и т. д. Точно так же 12 может появиться только тогда, когда или на одной кости появится 1, на другой 5, на третьей 6, или и т. д.

Казалось бы, 11 и 12 должны появляться одинаково часто, предполагал ландскнехт, однако его долголетний опыт учит другому: 11 появляется несколько чаще, чем 12. В чем же здесь причина?

Мы уже знаем, что всех различных исходов при бросании трех игральных костей будет 216. Теперь задача состоит в том, чтобы подсчитать число всех одинаково возможных исходов, при которых в сумме появляется 11 и 12. Мы увидим при этом, что одинаковое число разложений 11 и 12 на сумму трех слагаемых еще не является достаточным основанием для заключения равенства вероятностей этих событий. Все дело в том, что не все эти суммы одинаково часто встречаются. Так, все суммы, в которых все три слагаемых различны при подсчете числа возможных исходов, должны быть взяты с бóльшим весом, чем остальные. Действительно, разложение 11 на сумму слагаемых $1 + 4 + 6$ может произойти шестью различными способами: (1, 4, 6), (1, 6, 4), (4, 1, 6), (4, 6, 1), (6, 1, 4), (6, 4, 1). Мы мысленно нумеруем кости и на первом месте указываем число очков, выпавших на первой кости, на втором — на второй кости и на третьем — на третьей.

Точно так же суммы, в которых два слагаемых одинаковы, например $1 + 5 + 5$, могут осуществиться лишь тремя различными способами: (1, 5, 5), (5, 1, 5), (5, 5, 1). И, наконец, сумма $4 + 4 + 4$ осуществляется одним-единственным способом: (4, 4, 4).

Если теперь учтем только что сказанное, то окажется, что число случаев, при которых в сумме появляется 11, равно: $6 + 6 + 6 + 3 + 3 + 3 = 27$, а при которых появляется 12, равно: $6 + 6 + 6 + 3 + 3 + 1 = 25$. Таким образом, получаем, что:

$$P\{11\} = \frac{27}{216}, \qquad P\{12\} = \frac{25}{216}.$$

Мы теперь же должны сказать, что расширение области применений теории вероятностей убедительно показало недостаточность того классического определения вероятности, которым мы пользовались, и установило необходимость широкого его обобщения. Такое обобщение сейчас уже произведено, и пока оно удовлетворяет всем запросам как практиков, так и теоретиков. Тем не менее классическое определение вероятности оказалось исключительно полезным для современного естествознания; оно лежит в основе многих важных заключений.

Теоремы сложения и умножения вероятностей

Прежде всего рассмотрим две важные формулы, которые лежат в основе действий с вероятностями. Эти формулы носят название теорем сложения и умножения вероятностей.

Пусть два события A и B таковы, что при каждом испытании может появиться только одно из них или же ни одного, а вместе появиться они не могут. Такие события называются несовместными. Теорема сложения утверждает, что если A и B несовместны, то

$$P\{A \text{ или } B\} = P\{A\} + P\{B\}.$$

Представим теперь себе, что события A и B таковы, что наступление одного из них не изменяет вероятности наступления другого. Такие события называются независимыми. Для независимых событий имеет место теорема умножения, состоящая в следующем:

$$P\{A \text{ и } B\} = P\{A\} \cdot P\{B\}.$$

Рассмотрим для иллюстрации следующую задачу, с которой в настоящее время приходится часто встречаться при организации производства. Ремонтный рабочий обслуживает 6 механизмов, каждый из которых независимо от других может выйти из нормального рабочего режима и потребовать к себе внимания. Вероятность выхода каждого из механизмов за период длительности T равна p. Чему равна вероятность того, что за период длительности T из рабочего режима выйдет не более чем 2 механизма?

Вероятность того, что данный механизм за весь период работы не выйдет из нормального рабочего состояния, равна $1 - p$. По теореме умножения вероятность того, что все шесть механизмов проработают благополучно, равна $(1 - p)^6$.

Вероятность того, что определенный механизм выйдет из нормального состояния работы, а остальные пять будут работать хорошо, равна по теореме умножения $p(1-p)^5$. Механизмом, потребовавшим внимания, может оказаться любой из 6, поэтому вероятность того, что из строя выйдет только один механизм (безразлично какой), равна по теореме сложения $6p(1-p)^5$.

Вычислим еще вероятность того, что какие-то два механизма выйдут из рабочего состояния, а остальные четыре будут работать нормально. С этой целью заметим, что по теореме умножения вероятность выхода из строя двух определенных механизмов и нормальной работы остальных четырех равна $p^2(1-p)^4$. Но два механизма из шести можно выбрать $C_6^2 = 15$ различными способами. Для каждого из них вероятность уже вычислена. В результате по теореме сложения искомая вероятность равна $15p^2(1-p)^4$.

Так как интересующее нас событие (выход из нормального рабочего состояния не более чем двух механизмов) может осуществиться следующими несовместимыми способами: все механизмы будут работать безотказно, откажет лишь один механизм, откажут в точности два механизма, то его вероятность по теореме сложения равна:

$$(1-p)^6 + 6p(1-p)^5 + 15p^2(1-p)^4.$$

Если, для примера, вероятность выхода механизма из нормального рабочего состояния равна 0,2, то вероятность того, что за указанный срок:

все механизмы будут работать нормально, равна 0,262144;

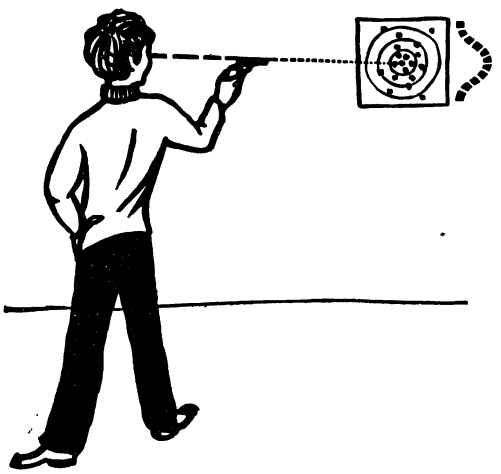
только один механизм выйдет из строя, равна 0,393216;

только два механизма выйдут из строя, равна 0,245760.

Таким образом, при указанных условиях работы искомая вероятность равна 0,90112.

Дополнительные исторические сведения

Конец XVIII и XIX век принесли множество новых задач, связанных со случайными явлениями. Прежде всего бурное развитие астрономии, физики, химии, точных технических измерений со всей остротой поставило задачу построения теории ошибок измерений. Почти одновременно основы современной теории ошибок наблюдений были созданы двумя крупнейшими математиками — А. Лежандром и К. Гауссом. Далее, развитие военного дела потребовало развития теории стрельбы. Пока стрельба велась на малые расстояния по видимым целям, задача прицела, например,



При многократной стрельбе по мишени попадания выявляют определенную закономерность.

совсем не могла даже возникнуть. Исключительное значение для прогресса всего естествознания и науки о случайных явлениях имело развитие молекулярных концепций в физике. Создание кинетической теории газов с особой силой потребовало систематического изучения теории случайных величин.

Такие выдающиеся математики, как П. Лаплас, С. Пуассон, П. Л. Чебышев, А. М. Ляпунов, А. А. Марков, обогатили теорию вероятностей рядом замечательных открытий.

Вместе с тем во второй половине XIX в. стала все сильнее ощущаться необходимость создания новой математической дисциплины, которая получила название *математической статистики*. Среди простейших вопросов, которые относятся к ней, упомянем лишь следующий. Допустим, нам неизвестна вероятность p случайного события A. Как оценить ее значение? С этой целью производят некоторое число n независимых испытаний, в каждом из которых событие A появляется с неизменной вероятностью p, нам неизвестной. Далее подсчитывают число появлений события A. Отношение этого числа к n дает нужную оценку.

В наши дни математическая статистика приобрела особенно большое значение. На ее правилах и результатах основаны, в частности, методы анализа производственных процессов, текущий и приемочный статистический контроль качества массовой промышленной продукции, оценка наличия или отсутствия сигнала на фоне шума и пр.

Закон больших чисел

Мы ограничимся здесь формулировкой двух теорем, получивших многочисленные теоретические и практические применения. Первая из них была доказана Я. Бернулли и опубликована в 1713 г.

Производится последовательность независимых испытаний, в каждом из которых событие A может произойти с одной и той же вероятностью p. Пусть среди первых n испытаний событие A наступило в некоторых m. Тогда, как бы мало ни было взято $\varepsilon>0$,

$$P\left\{\left|\frac{m}{n}-p\right|>\varepsilon\right\}\leqslant\frac{1}{4n\varepsilon^2}.$$

Таким образом, если взять n достаточно большим, то вероятность неравенства $\left|\frac{m}{n}-p\right|>\varepsilon$ становится как угодно малой. А так как события с малой вероятностью имеют мало шансов наступить, то мы видим, что при больших n, как правило, отношение $\frac{m}{n}$ будет близко к p.

Теорема Я. Бернулли служит базой для приближенной оценки неизвестных вероятностей случайных событий. Длительные наблюдения над рождениями установили, что в среднем на каждую 1000 рождений приходится 511 мальчиков и 489 девочек. Отсюда делается вывод, что вероятность рождения мальчика приблизительно равна 0,511. По вероятности рождения мальчика делаются серьезные прогнозы о составе населения.

Все страховое дело построено на определении статистическим путем (посредством теоремы Бернулли) вероятностей различных событий: смерти лица определенной профессии в течение определенного года его жизни, гибели от пожара дома, гибели посевов от града и т. д. На этой базе рассчитываются страховые взносы. Эти расчеты оказываются настолько точными, что страховые общества не разоряются, а приносят систематический доход.

Вторая теорема доказана П. Л. Чебышевым в 1867 г. Доказательство Чебышева исключительно просто и изящно. По своим математическим средствам оно вполне доступно учащимся девятого класса. Мы ограничимся формулировкой лишь частного случая теоремы.

Предположим, что случайная величина ξ может принимать значения $x_1, x_2, \ldots, x_n$ соответственно с вероятностями $p_1, p_2, \ldots, p_n$ ($p_1+p_2+\ldots+p_n=1$). Средним значением (математическим ожиданием) случайной величины ξ называется сумма $M\xi = p_1x_1+p_2x_2+\ldots+p_nx_n$.

Представим теперь себе, что имеется последовательность независимых случайных величин $\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_k, \ldots$, каждая из которых имеет среднее значение, равное a, и все случайные величины ограничены некоторым числом c. При этих условиях для любого $\varepsilon>0$ имеет место неравенство:

$$P\left\{\left|\frac{\xi_1+\xi_2+\ldots+\xi_k}{k}-a\right|>\varepsilon\right\}\leqslant\frac{c^2}{k\varepsilon^2}.$$

Таким образом, среднее арифметическое независимых случайных величин при большом числе слагаемых становится почти постоянным. Это обстоятельство исключительно важно, оно находит широкое и разнообразное использование на практике. Пусть, для примера, ξ_k есть результат k-го измерения некоторой величины a, лишенного систематической ошибки (например, постоянной ошибки измерительного прибора). Закон больших чисел утверждает, что для получения приближенного значения измеряемой величины следует взять среднее арифметическое из результатов измерений, и чем измерений больше, тем среднее арифметическое будет ближе к измеряемой величине.

В качестве другого примера рассмотрим давление газа на стенку заключающего его сосуда. Это давление есть результат суммарного воздействия ударов отдельных молекул о стенку. Число этих ударов в единицу времени и их сила — дело случая. Таким образом, давление в каждой части поверхности сосуда подвергается случайным колебаниям. Но так как давление складывается из колоссального числа ударов отдельных частиц, то среднее арифметическое отдельных производимых ими давлений, согласно закону больших чисел, практически достоверно является почти постоянной величиной. Отсюда вытекает, что давление газа в нормальных условиях (для не слишком разреженных газов) лишь ничтожно мало колеблется около некоторой постоянной величины. Но это утверждение мы знаем из физики под назва-

нием закона Паскаля. Таким образом, мы закон Паскаля получили не как опытный факт, а как результат теории, как следствие из общей теоремы теории вероятностей, из теоремы Чебышева.

Заметим, что теорема Чебышева содержит в себе теорему Бернулли как простейший частный случай, когда все случайные величины могут принимать лишь два значения 0 и 1, соответственно с вероятностями $1 - p$ и p.

Некоторые современные направления развития теории вероятностей

Основными понятиями, обогатившими современную теорию вероятностей, следует считать понятия случайного процесса, случайного поля, информации.

Известно, что физика, химика, биолога и техника интересует в первую очередь изучение процессов, т. е. явлений, протекающих во времени. Так, при изучении химической реакции или же в технологических процессах на химическом предприятии нас всегда интересует, как при заданных условиях эта реакция протекает во времени, какая часть вещества уже вступила в реакцию, когда практически реакция уже закончилась.

Представим себе, что мы задались целью проследить за движением какой-либо молекулы газа или жидкости. В случайные моменты времени эта молекула сталкивается с другими молекулами, меняет при этом свою скорость и направление движения. Ряд физических задач требует для своего решения умения вычислять вероятности того, как много молекул успеет за тот или иной промежуток времени передвинуться на то или иное расстояние. Так, например, если приведены в соприкосновение две жидкости, то начинается взаимное проникновение молекул одной жидкости в другую — происходит диффузия. Как быстро протекает процесс диффузии, по каким законам, когда образующаяся смесь газов становится практически однородной? На все эти вопросы дает ответ статистическая теория диффузии, в основе которой лежат вероятностные расчеты.

Весьма важный круг явлений происходит по принципу радиоактивного распада. Это явление, как известно, состоит в том, что в случайные моменты времени какие-то атомы радиоактивного вещества распадаются, превращаясь в атомы другого вещества. Каждый распад происходит подобно взрыву, с выделением некоторой энергии. Если масса распадающегося вещества не слишком велика (меньше определенной величины, называемой критической), то распады атомов, как показывают многочисленные наблюдения, происходят независимо друг от друга. Для изучения процесса радиоактивного распада весьма важно определить вероятность того, что за определенный промежуток времени распадается то или иное число атомов. Впрочем, в точности такая задача возникает в телефонном деле, при проектировании пропускной способности мостов, в теории надежности, в экономике, в военном деле, в технике. Независимо от конкретного воплощения, вопрос, который постоянно возникает, ставится так: как велика вероятность того, что за определенный промежуток времени наступит некоторое число определенных событий (вызовов абонентов на телефонную станцию; машин, которым требуется пересечь мост; отказов элементов, из которых составлено сложное оборудование, и т. д.)? При весьма широких условиях искомая вероятность может быть вычислена по формуле:

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}.$$

Здесь $P_k(t)$ означает вероятность того, что за промежуток времени t произойдет ровно k событий; λ — постоянная, так называемая интенсивность наступления событий, $e = 2{,}71828\ldots$, $k! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot k$.

В начале статьи была приведена небольшая табличка приходов судов в Одесский порт. Нижняя строка таблички вычислялась как раз по этой формуле. Эта же формула широко используется в физике для подсчета числа космических частиц, попадающих на определенный участок земной поверхности за время t. Она же служит для вычисления числа ламп в электронной вычислительной машине, которые перегорят за срок t. Эта формула дает прекрасное совпадение с фактически наблюдаемым числом вызовов на телефонной станции.

Рассмотрение задач естествознания не с точки зрения качественного, а с позиций их количественного изучения привело к формированию понятия случайного процесса. Первые идеи в этом направлении были высказаны биологами и физиками еще в конце прошлого века. Более определенную форму они приняли в работах физиков А. Фоккера и М. Планка. Одна-

ко точное определение и начала теории впервые были построены А. Н. Колмогоровым и А. Я. Хинчиным. Первому из них принадлежит заслуга в создании основ так называемых марковских процессов, второму — стационарных процессов.

На базе этой теории строятся далеко идущие заключения в физике, химии, аэродинамике, радиотехнике, биологии, геофизике и экономике.

Теория вероятностей — наука о случайных явлениях — в настоящее время находится на крутом подъеме. К ней теперь обращаются и физики, и астрономы, и экономисты, и лингвисты. Без нее не может быть глубокого познания процессов образования помех при радиовещании, правильного расчета организации производства, создания рациональных способов приема больших партий продукции, расчета запасов и средств обороны.

Прогресс теории вероятностей и ее применений требует непрерывного пополнения творчески работающих в ней математиков способной молодежью. Несомненно, среди читателей Детской энциклопедии будет и та часть молодежи, которая даст новых Лапласов и Чебышевых.

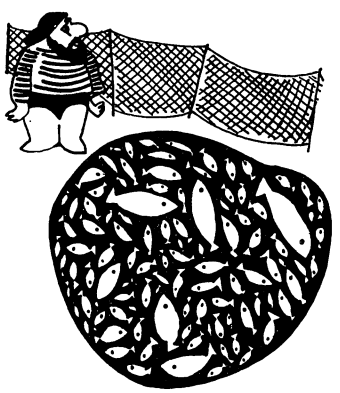
Сколько рыб в озере?

Рыбоводу понадобилось определить, сколько в озере рыб, годных для улова. Следуя рекомендации теории вероятностей, рыбовод забросил сеть с заранее выбранным размером ячеек и, вытащив ее, пересчитал добычу. Рыб оказалось 38. Сделав пометку на каждой рыбке, рыбовод всех их выпустил в озеро.

На другой день он опять забросил ту же самую сеть и теперь выловил уже 53 рыбки, две из которых оказались мечеными. По этим данным рыбовод и вычислил приблизительно количество рыб в озере, годных для улова данной сетью.

К какому результату пришел рыбовод?

Решение на стр. 471.



О МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДАХ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

Зачем нужна теория надежности

Известно, что истоки каждой науки лежат в запросах практики, в тех задачах, которые выдвигает перед человечеством жизнь. Развитие общества, научные открытия, прогресс техники и экономики непрерывно выдвигают новые задачи, требующие для своего решения новых методов и приемов. В результате каждое поколение должно постоянно продвигаться вперед и никак не может ограничиться теми знаниями и умением, которые достались ему от прошлого.

Одним из наиболее характерных направлений развития современной техники и экономики, а также многих областей науки является не только автоматизация отдельных операций и целых производственных процессов, но и автоматизация самих процессов управления. Аппаратура, которая используется для этой цели, усложняется с каждым годом. Это вызвано в первую очередь тем, что на такие устройства возлагаются все более и более ответственные задачи. И нужно признать, что без такого усложнения не были бы возможны многие поразительные успехи, достигнутые за последние годы. Так, без сложных систем дистанционного управления было бы немыслимо наладить эксплуатацию атомных электростанций или осуществить такие небывалые операции, как фотографирование обратной стороны Луны. А какие колоссальные и сложные вычисления производят быстродействующие электронные вычислительные машины! Но здесь возникает явное противоречие: чем сложнее такие управляющие устройства, тем выше предъявляемое к ним требование надежности, т. е. способности совершенно безотказно выполнять свои функции.

Действительно, нетрудно представить себе, что произойдет, если откажет система управления или серьезно изменится режим ее работы на атомной электростанции или в автоблокировке на железной дороге: могут погибнуть не только материальные ценности, но и люди. Отказ автоматического управления крупной энергосистемы приведет к тому, что парализованной окажется промышленность того или иного района, без электроэнергии останутся водонапорные станции, транспорт, лишатся света боль-

ницы и школы. А если ненадежное устройство управляет большим химическим производством? Ведь никакого управления химическими реакциями фактически не будет. В результате получится продукция низкого качества, понизится выход готового продукта из используемого сырья и может создаться взрывоопасная ситуация. Известны случаи, когда на совершенных по инженерному замыслу автоматических линиях из-за плохого управляющего оборудования нарушается технологический режим. В результате изготовляется нестандартная продукция, требующая ручной доделки.

Но не только для автоматизации производственных процессов или запуска космических кораблей нужна высокая надежность аппаратуры. С требованием высокой надежности мы сталкиваемся повсюду. Самолеты должны летать без аварий и послушно выполнять волю пилота, автомобили — безотказно перевозить грузы и пассажиров, станки — обрабатывать изделия с заданной точностью, искусственное сердце или искусственные почки — безупречно выполнять свои функции во время сложнейших операций.

К сожалению, еще далеко не все изделия обладают той надежностью, которая необходима. Иногда покрышки для автомобильных колес выходят из строя слишком скоро и многие автомобили стоят без движения: их не во что «обуть». Из-за поломки тех или иных частей у нас в стране простаивает около 40% грузовых автомобилей. Этим наносится огромный материальный ущерб народному хозяйству — ведь для ремонта автомобилей нужно строить заводы запасных частей, авторемонтные заводы, затрачивать рабочую силу, материалы и средства.

Особенно высоки требования к надежности той аппаратуры, которую трудно или невозможно исправить. А такой аппаратуры теперь в распоряжении человечества уже много и будет все больше, как мы об этом уже говорили.

Чтобы представить себе сложность современной аппаратуры, рассмотрим этот вопрос лишь с чисто арифметической стороны, не вдаваясь в технические детали. Современная электронная вычислительная машина, производящая огромные вычислительные работы, решающая логические задачи — перевод с одного языка на другой,—управляющая процессами автоматизации различных производств,— сложное устройство. В ней многие тысячи диодов и триодов, конденсаторов, сопротивлений, элементов памяти (ферритовых колечек), подводящих проводов и пр. Каждый из составляющих элементов неабсолютно надежен и имеет положительную вероятность выйти из строя в любой промежуток времени.

Для того чтобы такое сложное оборудование действовало, необходимо каждый элемент поддерживать в рабочем состоянии. Представьте себе, к чему может привести отказ одного-единственного элемента, например обрыв подводящего провода в работе автопилота, установленного на самолете, управляемом по радио!

Вот почему так важно заранее, до выпуска массовой продукции, научиться рассчитывать ее надежность, а также выбирать из различных вариантов какого-нибудь устройства тот, который будет обладать наибольшей надежностью при сохранении прочих необходимых качеств. В этих расчетах обойтись без математических методов невозможно. Вот почему в теории надежности математика занимает значительное место.

На ряде примеров рассмотрим типичные задачи теории надежности и в общих чертах — те математические средства, которые используются при их решении.

Математика помогает конструктору

Первая задача, с которой встречаются в теории надежности, состоит в следующем: аппаратура, как правило, выходит из рабочего состояния из-за отказа (т. е. из-за порчи) какого-нибудь составляющего ее элемента. Сколько времени проходит от момента включения элемента до его порчи? В этом вопросе не может быть однозначного ответа. Многочисленные наблюдения и специальные испытания показали, что даже у изделий, изготовленных одновременно в одной партии, время службы далеко не одинаково. Взятый наудачу из продукции, изготовленной одним рабочим за смену, полупроводниковый диод или конденсатор может проработать и несколько десятков тысяч часов и только какую-нибудь сотню часов. Речь может идти не о точном предсказании числа часов, которое проработает элемент, а лишь о вероятности $F(t)$ того, что он проработает не меньше t единиц времени. Хотя для различных категорий элементов функции $F(t)$ имеют различный вид, все же есть и общие черты поведения. Прежде всего в начале работы вероят-

ность выхода из рабочего состояния повышена; далее, после окончания этого периода (периода приработки) наступает более или менее длительный период стабильности, когда вероятность отказа за единицу времени остается неизменной; наконец наступает период старения, когда вероятность порчи быстро возрастает.

Важно отметить, что если для отдельных элементов закономерности распределения отказов весьма сложны, то для систем, состоящих из большого числа элементов, удается вывести общие и простые закономерности. Предположим, что каждый испортившийся элемент немедленно заменяется новым. Пусть интересующий нас аппарат состоит из очень большого числа элементов, каждый из которых редко выходит из рабочего состояния по сравнению с отказами хотя бы одного из остальных элементов, и отказы элементов независимы друг от друга. В этих предположениях доказывается следующая важная теорема: *вероятность того, что за промежуток времени t произойдет n отказов, приближенно равна*:

$$P_n(t) = \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t} \quad (n = 0, 1, 2, \ldots),$$

$e \approx 2{,}7182\ldots$, а λ означает положительное число, не зависящее от t. Физический смысл числа λ очень прост — это среднее число отказов системы в единицу времени.

Чтобы иметь возможность заранее рассчитать надежность изделия, нужно знать надежность тех элементов, из которых оно будет изготовлено. С этой целью на заводах устраивают испытания и по результатам испытаний делают заключение о качестве элементов. Выбор тех величин, которые должны быть оценены на основании испытаний,— условия, в которых следует производить испытания, а также точность, которую нужно получить в результате испытаний, не могут быть назначены произвольно; они должны определяться физическими и техническими соображениями. В каких условиях придется работать изделию, как долго оно будет находиться в тех или иных условиях? Все это должно быть задано либо конструктором, либо эксплуатационником. Задача математика состоит в выработке плана испытаний: сколько изделий нужно испытывать, в течение какого срока, следует ли отказавшие во время испытаний изделия заменять на новые или нет? Далее, математик должен на основании испытаний выявить наличие связей между теми величинами, которые интересуют практика. Математик же должен указать и тот метод, которым следует пользоваться для обработки результатов наблюдений, а также сделать выводы из этой обработки.

Пусть, для примера, нам известно, что функция $F(t)$, введенная в начале этого раздела, задается формулой: $F(t) = e^{-\lambda t}$, где λ — неотрицательная постоянная. Требуется оценить неизвестную величину λ на основании испытаний. С этой задачей приходится часто встречаться в реальной обстановке, поскольку к этой функции неизбежно приводит тот общий результат, который был сформулирован в теореме об отказах сложной аппаратуры.

Среди многих планов испытаний на надежность, предложенных к настоящему времени, мы укажем лишь один: на испытание ставится N одинаковых изделий, отказавшее изделие немедленно заменяется новым, испытания производятся до получения r отказов (например, $r = 5$ или 8). Какие величины необходимо замерять для возможно лучшей оценки неизвестного λ ? Математическая статистика учит, что для этой цели достаточно измерить лишь момент наступления r-го отказа. Если он произошел в момент t_r, то лучшей оценкой для λ будет число

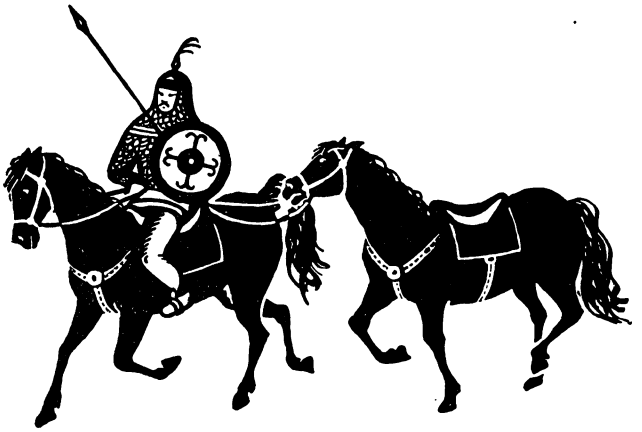
$$\hat{\lambda} = \frac{r-1}{Nt_r}.$$

Если же мы отметим дополнительно момент первого, второго и последующих по порядку отказов ($t_1 < t_2 < \ldots < t_r$), то это дополнительное знание не улучшит оценки величины λ.

Понятно, что испытания нужно производить и для того, чтобы наблюдать за ходом производства и за сохранением устойчивости параметров (величин), определяющих качество изделий.

Резервирование и надежность

В природе нет абсолютно надежных элементов и изделий. Каждый элемент, как бы совершенен он ни был, со временем теряет свои свойства. Получение элементов сверхвысокой надежности часто либо вообще недоступно существующему уровню техники, либо требует таких больших расходов, что они уже не могут быть оправданы. Приходится для повышения надежности изделий идти другими путями. Один из самых распространенных путей повышения надежности — п у т ь р е з е р в и р о в а н и я. Сущность резервирования состоит



Резервирование с целью повышения надежности использовали еще воины Чингис-хана.

в том, что в систему вводятся избыточные элементы, узлы и даже целые агрегаты, которые включаются в работу по мере выхода из рабочего состояния основных элементов (узлов, агрегатов).

Так, на железнодорожных станциях стоят резервные тепловозы, готовые в любой момент сменить неисправный рейсовый тепловоз; на крупных аэродромах есть резервные самолеты; на крупных электростанциях — резервные генераторы: они не дают тока в сеть, но в любой момент могут заменить выбывший из строя генератор.

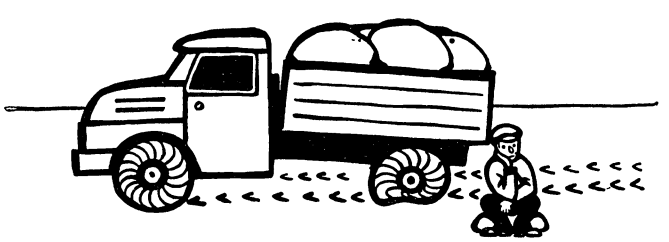
Одна из элементарных задач, которую мы сможем немедленно решить, состоит в следующем. В системе имеются элементы определенного типа; в работе должно постоянно находиться n элементов. Как изменится надежность устройства, если, помимо n основных элементов, в нагруженном резерве (т. е. в таком же состоянии, в каком находятся работающие элементы) находится еще m элементов? Если через p обозначить вероятность того, что данный элемент не выйдет из рабочего состояния в течение необходимого нам времени, то вероятность того, что ни один из n элементов за этот срок не выйдет из строя, по теореме умножения вероятностей равна p^n. Это вероятность безотказной работы системы элементов, если отсутствуют резервные элементы. Пусть теперь в системе имеется m резервных элементов. В силу теоремы сложения вероятностей вероятность того, что в течение времени t в системе будет сохраняться не менее n исправных элементов, равна[1]:

$$\sum_{i=0}^{m} C_{m+n}^{n+i} p^{n+i} (1-p)^{m-i}.$$

Рассмотрим простой схематический числовой пример. Пусть $n = 4$, $m = 1$, $p = 0{,}9$. Нетрудно подсчитать, что вероятность безотказной работы системы без резерва равна 0,6561, а при одном резервном элементе становится равной 0,9185. Если бы наша система имела не один, а два резервных элемента, то вероятность ее безотказной работы поднялась бы до 0,9841. Мы видим, что даже небольшое число резервных элементов резко увеличивает надежность системы. Вот почему только один резервный генератор на электростанции почти полностью исключает возможность резкого уменьшения выработки электроэнергии.

Вопросы резервирования становятся более интересными и в математическом и в практическом отношении, когда учитывается дополнительное обстоятельство — восстановление вышедших из строя элементов. В действительности, как только элемент выходит из рабочего состояния, его тотчас начинают ремонтировать (восстанавливать). Так, на вышедшем из строя генераторе либо сменяют пробитую искрой обмотку, либо обновляют другие части.

Среди множества вопросов, связанных с резервированием, отметим сейчас только один: как много элементов необходимо иметь в резерве, чтобы добиться заданной надежности системы? Этот вопрос возникает постоянно в самых разнообразных областях техники. Действительно, для уверенной эксплуатации системы управления нужно знать, какие ее узлы необходимо зарезервировать и какова должна быть кратность резервирования. Подобные же задачи возникают и при расчете резерва генераторов на электростанции, и при оснащении космических кораблей, несущих в космос исследователей и приборы.



Случайный отказ может наступить в любой момент, и потому к встрече с ним нужно подготовиться заранее.

[1] Это выражение является краткой записью суммы $m + 1$ слагаемых, каждое из которых представляет собой выражение, стоящее под знаком Σ, где вместо i нужно последовательно подставить числа натурального ряда от 0 до m включительно.

Резервирование должно быть экономным

Как мы говорили, резервирование требует введения в систему избыточных элементов, а значит, увеличивает ее объем, стоимость и утяжеляет ее. Все эти моменты весьма существенны, особенно для аппаратуры самолетов, космических кораблей, для приборов, которые предназначены для вживления в организм (различные стимуляторы, например стимуляторы сердечной деятельности), для аппаратов, используемых в послеоперационный период, слуховых аппаратов и пр. В такого рода аппаратуре необходимо экономить буквально каждый грамм веса и каждый сантиметр объема. В связи с этим возникает новая интересная задача: найти такое резервирование, при котором система оказывается максимально надежной при ряде дополнительных условий: вес аппаратуры, ее объем и стоимость не должны превышать заданных размеров. Так, для примера, если стоимость блока i-го типа равна C_i, общее число блоков равно m и n_i — число блоков i-го типа в резерве, то стоимость резерва равна $\sum_{i=1}^{m} n_i C_i$. Если C_0 означает ту максимальную сумму, которую можно отпустить на резервирование, то условие, которое накладывается на искомое решение, состоит в следующем:

$$\sum_{i=1}^{m} n_i C_i \leqslant C_0.$$

Математическая особенность поставленной задачи состоит в том, что мы ищем решение среди целых положительных чисел n_i.

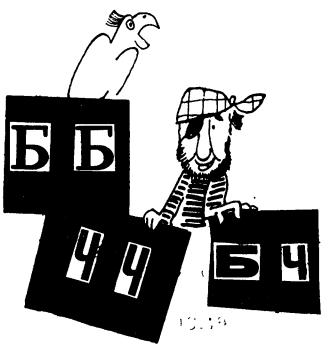
При конструировании новых изделий и при расчете возможных улучшений прежних исключительно важно знать, какое влияние на общую надежность системы оказывает тот или иной элемент, тот или иной блок. Это знание позволяет уверенно направлять исследователя на поиски новых, более надежных элементов. Но какие элементы необходимо в первую очередь улучшать? Очевидно, те, которые максимально улучшают надежность системы. Здесь, как это ни кажется парадоксальным, может случиться, что сравнительно ненадежные элементы будут оказывать относительно малое влияние на надежность системы в целом, и нужно улучшать в первую очередь уже весьма надежные элементы. Как это может быть? Очень просто: может случиться, что надежных элементов в системе очень много, а менее надежных — лишь единицы. Для пояснения этого утверждения приведем числовой пример. Пусть в интересующей нас системе имеется шесть элементов первого типа и один элемент второго. Надежность элемента первого типа равна 0,9, а второго — 0,8. Надежность всей системы, в силу теоремы умножения вероятностей, равна $0{,}9^6 \cdot 0{,}8$. Легко подсчитать, что увеличение надежности элемента второго типа на 10% увеличит надежность системы только на 10%. Увеличение же надежности элемента первого типа только на 6% увеличит надежность системы почти на 40%. Этот небольшой подсчет очень поучителен и показывает, как важно инженеру, физику и конструктору уметь пользоваться математическим аппаратом. Такой подсчет может направить мысль исследователя в верном направлении, может показать, где таятся неполадки конструкции.

Мы затронули лишь некоторые вопросы новой науки — теории надежности. Очевидно, многим из наших читателей придется в будущем вплотную заняться задачами теории надежности и развивать ее в разных направлениях — изобретать новые, более надежные элементы, создавать новые надежные схемы, разрабатывать методы исследования и доказывать новые общие теоремы этой теории. ■

Фокус — логическая задача

Приготовьте 3 ящика, 3 белых шарика и 3 черных шарика. Положите в первый ящик 2 белых шарика и наклейте этикетку «Б—Б»; во второй ящик положите 2 черных шарика и наклейте этикетку «Ч—Ч»; в третий ящик положите белый и черный шарики и наклейте этикетку «Б—Ч».

Уйдите из комнаты, а ребятам предложите заново разместить шарики по два в каждый ящик так, чтобы все этикетки неправильно указывали содержимое ящиков. Пусть ребята прикроют ящики, чтобы вам, когда вернетесь в комнату, были видны только этикетки, но не шарики.



Теперь, вытащив только один шарик из какого-то одного ящика, вы беретесь точно определить, какие шарики находятся в каждом ящике.

Но если хотите удачи, то, разумеется, вам надо сначала обдумать, из какого ящика вы должны вытаскивать шарик и как надо рассуждать, чтобы, зная цвет вытащенного шарика, точно установить, какие шарики находятся в каждом ящике.

Кто сильнее?

Борис взялся за один конец каната, а Аркадий и Николай вместе — за другой. Перетянул Борис, хотя и с большим трудом.

Когда с одной стороны встали Борис и Аркадий, а с другой Владимир с Николаем, то ни та ни другая пара не смогла перетянуть канат на свою сторону. Но стоило только Николаю и Аркадию поменяться местами, как победу одержала пара Владимир и Аркадий.

По нашему убеждению, основанному на точных рассуждениях, самый сильный из этих четырех друзей — Владимир, следующий по силе — Борис, а на последнем, четвертом месте — Николай. Тот из читателей, кто согласен с нашим заключением, тоже должен уметь обосновать его.

ТЕОРИЯ ИГР

Чем занимается теория игр

Что такое теория игр?

Это — математическая теория конфликтов.

А что такое конфликт?

Это — такая ситуация (положение, стечение обстоятельств), в которой сталкиваются интересы сторон, происходит борьба интересов. Каждый из участников хочет чего-то своего, не того, чего хотят другие.

Самые простые примеры конфликтов — это и г р ы (шашки, шахматы, различные спортивные игры). Они отличаются тем, что ведутся по определенным правилам. Правила игры — это система условий, указывающих, какие возможности предоставляются игрокам (перечень возможных ходов); к какому результату (выигрышу, проигрышу) приводит каждая данная совокупность ходов.

Далеко не каждый встречающийся на практике конфликт протекает по правилам. Чтобы сделать возможным математический анализ конфликта, нужно представить конфликт в игровой форме, т. е. указать с т р а т е г и и (образы действий), возможные для участников, и уточнить, к какому результату приведет игра, если каждый из игроков выберет определенную стратегию. Таким образом, игра есть конфликт с четко сформулированными условиями.

Часто бывает так, что результат конфликта — даже при вполне определенных стратегиях участников — предсказать в точности нельзя, так как он зависит от случая. Такими случайными обстоятельствами, вмешивающимися в ход игры, могут быть, например, тасовка и сдача карт, попадание или непопадание в цель при стрельбе и т. п. Тогда вместо «результата игры» нужно говорить о с р е д н е м р е з у л ь т а т е, т. е. о результате, приходящемся в среднем на одну партию игры, если будет сыграно достаточно большое количество партий. Действительно, в одной партии может случайно «повезти» и игроку, применяющему явно неразумную стратегию. Если же партий будет много, то в с р е д н е м выигрывает тот, кто ведет себя разумно.

Когда мы говорим о результате, или среднем результате, игры, то предполагаем, что этот результат выражается определенным ч и с л о м. А всегда ли это бывает так? Не всегда. Например, в шахматах мы не всегда выражаем результат числом, а просто говорим: выигрыш, проигрыш, ничья. Но ведь можно условиться и перевести их в числовую форму, например выигрышу приписать значение $+1$, проигрышу -1, ничьей 0.

Мы будем предполагать, что в любом конфликте выигрыш (проигрыш) каждого из игроков выражается числом. Тогда основную задачу теории игр можно сформулировать так: *как должен вести себя (какую стратегию применять) разумный игрок в конфликте с разумным противником (или противниками), чтобы обеспечить себе в среднем наибольший возможный выигрыш*?

Парная игра с нулевой суммой. Цена игры

Если в конфликте участвуют две стороны, игра называется п а р н о й, если несколько — м н о ж е с т в е н н о й. Парные игры проще множественных и имеют большее практическое значение. Мы ограничимся только парными играми.

Каждую игру будем рассматривать как конфликт между двумя игроками: K («крас-

ные») и C («синие»). Для удобства рассуждений, чтобы иметь какую-то определенную точку зрения, будем обычно становиться на сторону одного из игроков (пусть это будет K) и говорить о нем «мы», а о другом — «противник». Это не означает, что сторона K будет иметь какое-нибудь реальное преимущество. Просто нам так будет удобнее.

Игра называется игрой с нулевой суммой, если одна сторона выигрывает то, что проигрывает другая, т. е. сумма выигрышей K и C равна нулю. В жизни часто встречаются конфликты, в которых это условие не соблюдается. Например, в военном столкновении вполне возможно, что проигрывают обе стороны. Однако во многих случаях можно, не слишком искажая сущность явления, рассматривать парные конфликты как игры с нулевой суммой.

Итак, допустим, что интересы K и C строго противоположны и что сумма выигрышей их равна нулю. Это будет для нас очень удобно в вычислительном смысле. Еще бы! Ведь если выигрыш K равен по величине и противоположен по знаку выигрышу C, то можно рассматривать выигрыш только одного из игроков: выигрыш другого определится автоматически.

Давайте выберем в качестве выигрывающего игрока K. Игрок K заинтересован в том, чтобы обратить свой выигрыш (обозначим его k) в максимум (сделать его наибольшим). Игрок C, наоборот, заинтересован в том, чтобы обратить его в минимум (сделать наименьшим). Каждый из игроков K и C, преследуя свою цель, принимает все меры к тому, чтобы ему было лучше, а сопернику — хуже.

В результате борьбы интересов, если оба противника одинаково разумны, по-видимому, должно быть найдено некоторое равновесное положение, при котором каждый игрок получит то, что ему причитается,— не больше и не меньше. Этот равновесный средний выигрыш, на который вправе рассчитывать игрок K, если обе стороны будут вести себя разумно, т. е. придерживаться своих оптимальных (наилучших) стратегий, называется ценой игры.

Если цена игры равна нулю, значит, это справедливая игра, т. е. она в одинаковой мере выгодна или невыгодна той и другой стороне. Если цена игры положительна, значит, игра выгодна для K. Если отрицательна, придется признать, что она выгодна для C...

Решить игру — это значит найти пару оптимальных стратегий (для K и C) и цену игры, т. е. средний выигрыш игрока K, если оба — и K и C — будут вести себя разумно.

А если разумно будет вести себя только K, а не C? Ну что же — тем хуже для C! Выигрыш K от этого уменьшиться не может. В худшем случае он останется таким же, а в лучшем — увеличится.

Игра в нормальной форме. Матрица игры

Мы будем рассматривать только конечные игры, т. е. такие, в которых каждый участник располагает конечным числом стратегий.

Если у игрока K имеется в распоряжении m стратегий, а у игрока C имеется n стратегий, игра называется игрой $m \times n$.

Правила игры можно записать в виде таблицы

Стратегии «синих»

Стратегии «красных»	C_1	C_2	...	C_n
K_1	k_{11}	k_{12}	...	k_{1n}
K_2	k_{21}	k_{22}	...	k_{2n}
.	.	.	...	.
.	.	.	...	.
.	.	.	...	.
K_m	k_{m1}	k_{m2}	...	k_{mn}

(или матрицы), в которой m строк и n столбцов. Строки соответствуют стратегиям «красных», которые мы обозначим: K_1, K_2, ..., K_m, а столбцы — стратегиям «синих»: C_1, C_2, ..., C_n.

В клетках таблицы помещены выигрыши (или средние выигрыши) «красных» при соответствующей паре стратегий. Например, k_{12} — выигрыш, который получат «красные», если выберут стратегию K_1, а «синие» — C_2; вообще, k_{ij} — выигрыш «красных» при комбинации стратегий K_i и C_j.

Такая таблица называется платежной матрицей или просто матрицей игры.

Если конечная игра записана в виде такой матрицы, то говорят, что она приведена к нормальной форме. Но попробуйте, например, записать в нормальной форме обыкновенные шахматы! Вы сразу столкнетесь с тем, что количество возможных стратегий не-

обозримо велико — настолько велико, что их перечисление выходит за пределы возможностей не только человека, но и современной вычислительной машины. А жаль! Потому что, если бы построение матрицы шахматной игры было возможно, это имело бы очень любопытные последствия... Но не будем забегать вперед.

Примеры конечных игр. Принцип минимакса

Приведем несколько примеров конечных игр. Каждую из них мы запишем в нормальной форме.

Пример 1. Рассматривается игра, которую назовем «Поиск». В ней участвуют две стороны: K и C. K хочет найти C; C, наоборот, хочет спрятаться от K.

У C есть два места — убежища I и II, где он может прятаться. Выбирает он себе любое убежище. Игрок K по правилам игры тоже может искать C, где ему вздумается. Если он нашел C, C проиграл одно очко, если не нашел, т. е. пошел не в то убежище, где спрятался C, то, наоборот, K проиграл одно очко. Требуется записать игру в нормальной форме.

Решение. У K — две стратегии:
K_1 — искать в убежище I,
K_2 — искать в убежище II.
У C — тоже две стратегии:
C_1 — прятаться в убежище I,
C_2 — прятаться в убежище II.
Игра конечная — 2×2, матрица игры будет:

	C_1	C_2
K_1	1	—1
K_2	—1	1

(1)

К этой игре мы еще вернемся в дальнейшем и найдем ее решение. А пока что просто порассуждаем за игрока K. Представим себе, что мы игрок K и что нам предлагается выбрать себе стратегию. Что ж, попробуем! Выберем, например, K_1, т. е. будем искать всегда в убежище I. Но тогда разумный противник через несколько партий догадается о нашей стратегии и будет прятаться там, где мы его не ищем, т. е. в убежище II. Плохо! Выберем стратегию K_2. Ничуть не лучше: противник снова догадается и будет прятаться в убежище I. Что же нам делать? Попробуем применять стратегии K_1 и K_2 попеременно, через одну партию игры. Но ведь противник и об этом может догадаться и будет прятаться каждый раз не там, где мы его ищем. Как ни кинь — все клин! Что же, значит, наше положение безвыходно? При любом выборе стратегии нам придется проигрывать? Выходит, что так.

Давайте теперь встанем на точку зрения противника. С удивлением мы обнаружим, что его положение — ничуть не лучше нашего! Какую бы стратегию он ни выбрал — все ему невыгодно.

Позже мы с вами решим эту игру, т. е. найдем пару оптимальных стратегий K и C. Впрочем, о них можно по секрету сообщить заранее: каждому игроку надо будет чередовать свои стратегии, но не регулярно (через одну), а случайным образом (например, подбросить монету и, если она упадет гербом, искать в убежище I, а если цифрой — в убежище II). Аналогично должен будет действовать и C. При этом в среднем на одну партию будет приходиться нулевой выигрыш (цена этой игры будет равна нулю): K не будет ни выигрывать, ни проигрывать. Не очень приятно, но все-таки много лучше, чем всегда быть в проигрыше!

Здесь мы впервые столкнулись с одним из важных понятий теории игр — с понятием смешанной стратегии, т. е. чередования нескольких «чистых» стратегий по случайному закону в определенных пропорциях, или, как говорят, с определенными частотами. В данном примере каждая из стратегий применяется с частотой ½.

Рассмотрим теперь другую игру, решение которой уже не будет столь очевидным.

Пример 2. Игра «Три пальца».

Два игрока K и C одновременно и не сговариваясь показывают друг другу один, два или три пальца. Если всего показанных пальцев (первым и вторым вместе) будет четное число, то выигрывает K: он получает столько очков, сколько всего было пальцев, если нечетное — выигрывает C, на тех же условиях. Требуется записать игру в нормальной форме.

Решение. Перенумеруем стратегии по числу показанных пальцев. Игра 3×3. Матрица игры будет:

ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ И АВТОМАТОВ

ТЕХНИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА

ТЕОРИЯ ИНФОРМАЦИИ

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ И РЕГУЛИРОВАНИЯ

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

КИБЕРНЕТИКА

ИГРА «ОСАДА И ОБОРОНА ГОРОДА».

«Красные» стремятся занять город, «синие» обороняют его. У «красных» — два отряда, каждый из которых они могут направить по любой из двух дорог — *I* и *II*, ведущих к городу. У «синих» три отряда, которые могут разместиться произвольным образом на любой из двух дорог. Никто из противников не осведомлен об образе действий другого. Условия таковы: если на дороге встречаются равные силы «красных» и «синих», то в 50% случаев «красные» побеждают и занимают город, в 50% — отступают. Если «красные» встречаются с превосходящими силами «синих» (один отряд — с двумя или два — с тремя), они отступают. Определить, как должны распорядиться своими отрядами «красные» и «синие», чтобы обеспечить себе наилучшие возможные результаты игры.

Р е ш е н и е. У «красных» три стратегии:
K_1 — послать оба отряда по дороге *I*,
K_2 — послать оба отряда по дороге *II*,
K_3 — послать на каждую дорогу по одному отряду.

У «синих» — четыре стратегии:
C_1 — поставить все три отряда на дорогу *I*,
C_2 — поставить все три отряда на дорогу *II*,
C_3 — поставить два отряда на дорогу *I*, а один — на дорогу *II*,
C_4 — поставить два отряда на дорогу *II*, а один — на дорогу *I*.

Выигрышем будем считать процент случаев, когда «красным» удастся занять город.

Матрица игры будет иметь вид, изображенный на черной таблице; $\alpha = 50\%$, $\beta = 100\%$.

Ищем решение в смешанных стратегиях. Сразу же замечаем, что стратегии K_1 и K_2 симметричны и, значит, должны входить в решение с одинаковыми частотами:

$$p_1 = p_2.$$

Объединим эти две стратегии в одну K_{12}, которая состоит в применении K_1 и K_2 с одинаковыми частотами. Выигрыш будет средним арифметическим соответствующих строк. Матрица примет вид:

	C_1	C_2	C_3	C_4
K_{12}	50%	50%	75%	75%
K_3	100%	100%	50%	50%

Поступим так же со стратегиями «синих», т. е. объединим C_1 и C_2, C_3 и C_4. Получим игру 2×2:

	C_{12}	C_{34}
K_{12}	50%	75%
K_3	100%	50%

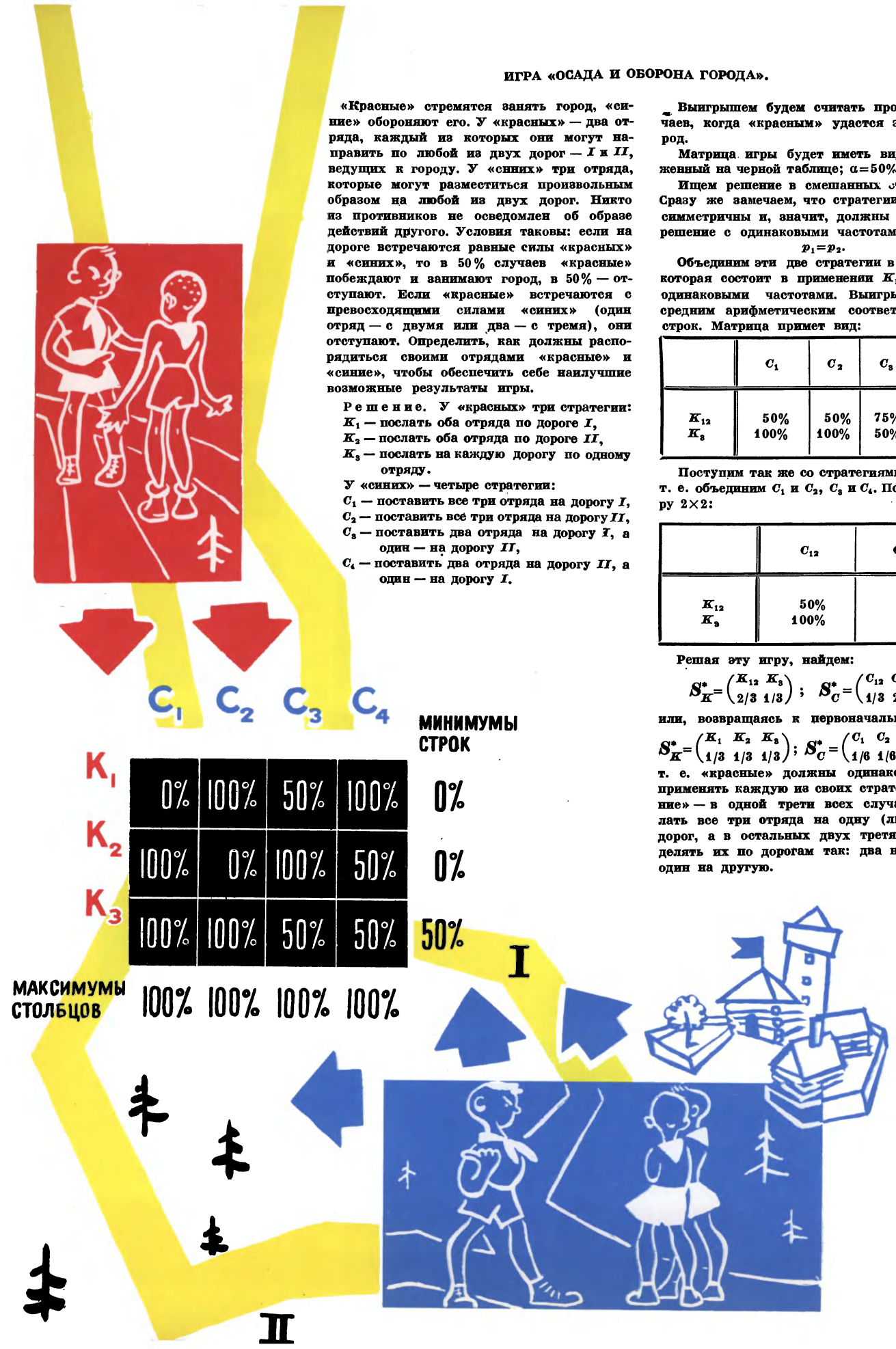
Решая эту игру, найдем:

$$S_K^* = \begin{pmatrix} K_{12} & K_3 \\ 2/3 & 1/3 \end{pmatrix}; \quad S_C^* = \begin{pmatrix} C_{12} & C_{34} \\ 1/3 & 2/3 \end{pmatrix},$$

или, возвращаясь к первоначальной игре:

$$S_K^* = \begin{pmatrix} K_1 & K_2 & K_3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{pmatrix}; \quad S_C^* = \begin{pmatrix} C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ 1/6 & 1/6 & 1/3 & 1/3 \end{pmatrix},$$

т. е. «красные» должны одинаково часто применять каждую из своих стратегий, «синие» — в одной трети всех случаев посылать все три отряда на одну (любую) из дорог, а в остальных двух третях распределять их по дорогам так: два на одну и один на другую.



	C_1	C_2	C_3
K_1	2	—3	4
K_2	—3	4	—5
K_3	4	—5	6

(2)

Поразмыслим немного над стратегиями каждой стороны. Станем сначала на сторону K. Предположим, что мы выбрали стратегию K_1. Что будет делать противник? Он разумен и хочет отдать поменьше. Ясно, он выберет стратегию C_2; наш выигрыш при этом будет равен —3, т. е. мы потеряем 3 очка. Плоховато! Запишем число —3 против первой строки в добавочном столбце (см. матрицу (3).

	C_1	C_2	C_3	Минимумы строк
K_1	2	—3	4	—3*
K_2	—3	4	—5	—5
K_3	4	—5	6	—5
Максимумы столбцов	4*	4*	6	

(3)

Попробуем другую стратегию — K_2. На нее разумный противник ответит C_3. Мы тогда потеряем 5 очков. Еще хуже! Третья стратегия — K_3 — дает точно тот же результат: выигрыш (—5).

Что же делать? Пожалуй, лучше других будет все-таки стратегия K_1 — при ней мы по крайней мере не проиграем больше 3 очков! Ведь против этой стратегии стоит максимальное число дополнительного столбца — мы его отметили звездочкой.

Выбрав стратегию K_1, мы гарантируем себе, что, как бы ни вел себя противник, мы никак не проиграем больше 3 очков (т. е. не выиграем меньше (—3) очков). Величина (—3) есть максимальный гарантированный выигрыш, который мы («красные») можем себе обеспечить, применяя только одну-единственную стратегию. Такой стратегией должна быть K_1.

Как мы получили (—3)? Нашли минимум каждой строки и из этих минимумов взяли максимальный. Эта величина называется *максимином* или *нижней ценой игры*. Будем обозначать ее α.

Подумаем теперь за противника. Он тоже хочет отдать поменьше, а получить побольше. Но, какую бы он стратегию ни выбрал, мы («красные») поведем себя таким образом, чтобы получить с него побольше. Значит, противник («синие») должен в каждом столбце выписать не минимальное, а максимальное число (см. нижнюю добавочную строку в матрице (3).

Из этих максимумов он должен найти минимальный, так называемый *минимакс* или *верхняя цена игры*, которую мы обозначим β. Эта величина в нашем случае равна 4 и отмечена звездочкой. Чтобы не проиграть больше 4, «синие» должны придерживаться любой из своих двух стратегий C_1, C_2.

Значит, если каждому участнику предлагается выбрать одну-единственную стратегию, то эти стратегии должны быть: K_1 для «красных» и C_1 или C_2 для «синих».

Как мы выбрали эти стратегии? Руководствуясь принципом осторожности, который говорит: *в игре веди себя так, чтобы получить наибольшую выгоду при наихудших для тебя действиях противника.* Этот принцип называется принципом минимакса и является в теории игр основным.

Применяя этот принцип, мы пока что рекомендовали игроку K показывать один палец, игроку C — показывать один или два пальца.

Но нашли ли мы решение игры, т. е. такую пару стратегий, которая является *равновесным положением*? Легко убедиться, что нет. Найденные нами стратегии обладают досадным свойством: они *неустойчивы*. Действительно, пусть оба игрока держатся рекомендованных чистых стратегий: K_1 и, скажем, C_1. Пока оба держатся этих стратегий, выигрыш будет равен 2, т. е. на каждую партию игры C проигрывает K два очка. K, может быть, и доволен, но C досадно. Он не хочет проигрывать. Допустим, он откуда-то узнал, что мы придерживаемся стратегии K_1. Что он будет делать? Разумеется, немедленно перейдет к стратегии C_2 и будет получать по 3 очка, т. е. сведет наш выигрыш к —3. А если мы теперь узнаем о поведении C? Перейдем на стратегию K_2. В ответ на это C перейдет на C_3 и т. д.

Мы убедились, что пара стратегий, вытекающих из принципа минимакса, неустойчива: стоит одному игроку узнать, что делает другой, как равновесие нарушается...

Всегда ли это будет так? Оказывается, не всегда.

Седловая точка. Чистая цена игры

Рассмотрим пример. Пусть дана матрица игры (4):

	C_1	C_2	C_3	C_4	Минимумы строк
K_1	10	1	2	1	1
K_2	6	8	5	6	5
K_3	2	4	4	8	2
Максимумы столбцов	10	8	5	8	

(4)

Требуется найти нижнюю цену игры α, верхнюю цену игры β и минимаксные стратегии и проверить, являются ли они устойчивыми.

Решение. Из анализа дополнительных столбца и строки получаем: $\alpha = 5$, $\beta = 5$. Максимин равен минимаксу! Случай особый. Что же из этого следует?

Возьмем пару минимаксных стратегий: K_2 и C_3. Если оба держатся этих стратегий, то выигрыш будет равен 5. Теперь, допустим, мы узнали о поведении противника. Что будем делать? А ничего! Мы по-прежнему будем держаться стратегии K_2, потому что любое отступление от нее нам невыгодно. Знаем мы или не знаем о поведении противника — все равно будем держаться стратегии K_2! То же относится и к «синим» — им нет смысла менять свою стратегию C_3.

В данном примере пара стратегий K_2 и C_3 устойчива, т. е. представляет собой положение равновесия и дает решение игры.

Почему так получилось? Потому что в матрице имеется особый элемент 5; он является минимальным в своей строке и одновременно максимальным в своем столбце. Такой элемент называется седловой точкой. Если матрица имеет седловую точку (т. е. нижняя цена игры равна верхней), то игра имеет решение в чистых стратегиях: это — пара стратегий, пересекающихся в седловой точке. Сама же седловая точка дает цену игры — в нашем примере она равна 5.

Класс игр, имеющих седловую точку, имеет большое значение в теории игр. В частности, доказано, что если по правилам игры каждый из игроков знает результат всех предыдущих ходов, как своих, так и противника (так называемая игра с полной информацией), то *игра имеет седловую точку и, значит, имеет решение в чистых стратегиях.*

Примерами игр с полной информацией могут служить: шахматы, шашки, «крестики и нолики» и т. п.

Приведем пример игры с полной информацией, решение которой легко найти.

Два игрока — K и C — поочередно кладут одинаковые монеты на круглый стол. Положение каждой монеты выбирается произвольно, лишь бы она не перекрывалась другими. Выигрывает тот из игроков, который положит монету последним (когда места для других уже не остается).

Стоит немножко подумать, чтобы убедиться, что исход этой игры всегда предрешен и что существует вполне определенная стратегия, гарантирующая выигрыш тому из игроков, который кладет монету первым (пусть это будет K). А именно K должен положить первую монету в центр стола, а далее на каждый ход C отвечать в точности симметричным относительно центра стола ходом! Бедный C может при этом вести себя как угодно, спасения ему все равно нет...

Очевидно, такая игра имеет смысл только для тех, кто не знает решения. Любопытно, что совершенно так же обстоит дело и с такой популярной игрой, как шахматы! Эта игра имеет смысл только до тех пор, пока не найдено ее решение.

Теоретически доказано, что решение существует и исход шахматной игры в сущности предрешен: если каждая сторона будет пользоваться своей оптимальной стратегией, то игра либо всегда будет кончаться выигрышем белых, либо всегда выигрышем черных, либо всегда ничьей! Но чем же именно? Мы пока этого не знаем, так как число возможных стратегий слишком велико, чтобы можно было построить матрицу шахматной игры и найти в ней седловую точку...

Наверное, любители шахмат заинтересованы в том, чтобы шахматная игра была решена еще не скоро.

Заметим в заключение, что седловых точек в матрице может быть не одна, а несколько; тогда решений игры в чистых стратегиях существует столько, сколько имеется седловых точек. Каждое из них дает выигрыш, равный цене игры.

Решение игры в смешанных стратегиях. Основная теорема теории игр

Мы знаем, что если нижняя цена игры α равна верхней ρ (максимин равен минимаксу), то игра имеет седловую точку и по крайней мере одно решение в чистых стратегиях.

А если $\alpha \neq \beta$? Можно доказать, что и в этом случае решение всегда есть, только оно лежит не в области чистых, а в области смешанных стратегий. Решением игры называется такая пара стратегий — в общем случае смешанных, систематическое применение которых обеспечивает каждой стороне максимально возможный для нее по условиям игры выигрыш, определяемый ценой игры. Если же одна из сторон отступает от своей оптимальной стратегии (в то время как другая продолжает придерживаться своей), то это *ни в коем случае не может быть выгодно для отступающего*: это либо оставит его выигрыш неизменным, либо уменьшит. Таким образом, *каждая конечная игра имеет решение* (возможно, в области смешанных стратегий). Это положение называется основной теоремой теории игр.

Введем специальное обозначение для смешанных стратегий. Пусть K применяет свои стратегии K_1, K_2, K_3 с частотами соответственно p_1, p_2, p_3 ($p_1 + p_2 + p_3 = 1$). Эту смешанную стратегию будем обозначать:

$$S_k = \begin{pmatrix} K_1 & K_2 & K_3 \\ p_1 & p_2 & p_3 \end{pmatrix}.$$

Аналогично смешанную стратегию игрока C будем обозначать:

$$S_c = \begin{pmatrix} C_1 & C_2 & C_3 \\ q_1 & q_2 & q_3 \end{pmatrix},$$

где $q_1 + q_2 + q_3 = 1$.

Очевидно, любая чистая стратегия — частный случай смешанной, в которой все частоты, кроме одной, равны нулю, а одна — единице.

Решение игры — пару оптимальных стратегий — будем обозначать S_k^* и S_c^*, а соответствующий ему выигрыш (цену игры) ν.

Очевидно, что цена игры ν не может быть меньше нижней и больше верхней цены:

$$\alpha \leqslant \nu \leqslant \beta.$$

В первом примере мы путем нестрогих соображений догадались, что решение игры должно быть:

$$S_k^* = \begin{pmatrix} K_1 & K_2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}; \quad S_c^* = \begin{pmatrix} C_1 & C_2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix},$$

а цена игры $\nu = 0$. Проверим это. Пусть мы («красные») держимся своей стратегии S_k^*, т. е. ищем C в убежище I и II одинаково часто, чередуя эти стратегии случайным образом. Может ли C улучшить свое положение (повысить свой выигрыш), отступая любым образом от своей стратегии S_c^*? Очевидно, нет. А если одностороннее отступление от стратегии S_k^* придет в голову нам (в то время как разумный C будет держаться стратегии S_c^*), то это нам тоже не может быть выгодно. Значит, мы и в самом деле нашли решение игры и ее цену $\nu = 0$. Правда, эта игра была довольно простой! Уже второй пример дает игру, решение которой не так очевидно. Из того, что в нем $\alpha \neq \beta$, следует только, что решение нужно искать в смешанных стратегиях.

Но каково это решение? Какова цена игры? Выгодна ли игра «красным», или «синим», или никому из них?

Ответы на эти вопросы вы можете найти в книге, указанной на стр. 509.

■

Решения и ответы

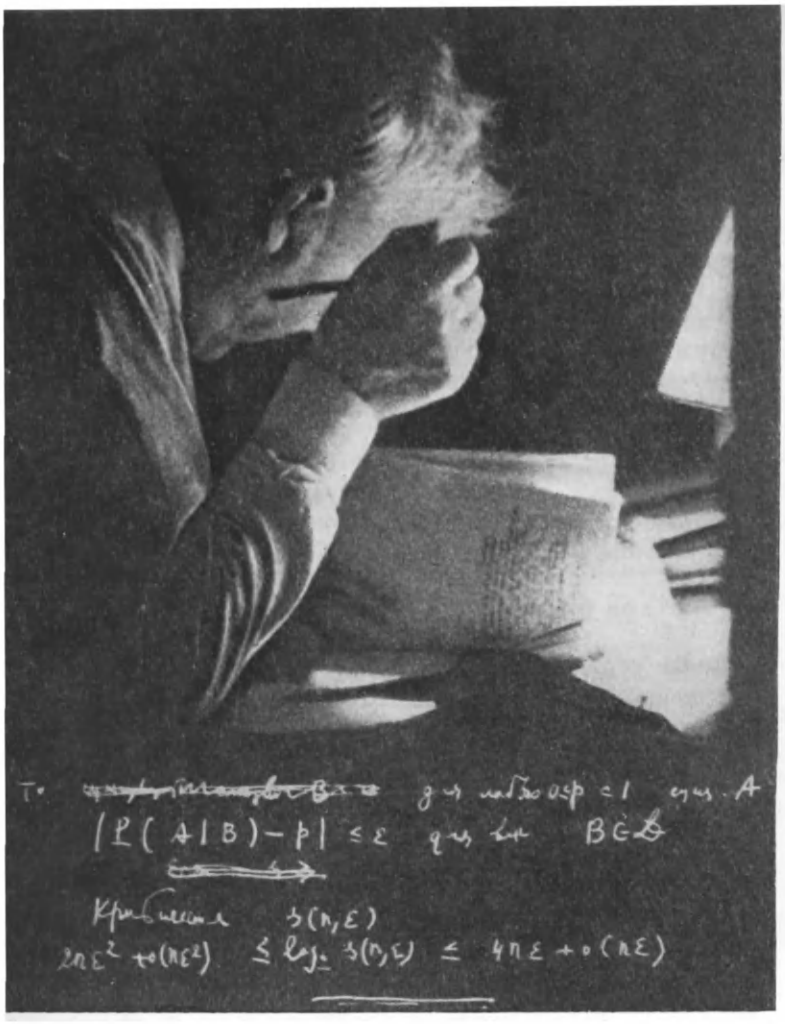
Решение к стр. 386. Введем обозначения: a — Саша, b — Костя, c — не Саша, d — 18 лет, e — 21 год и f — 25 лет.

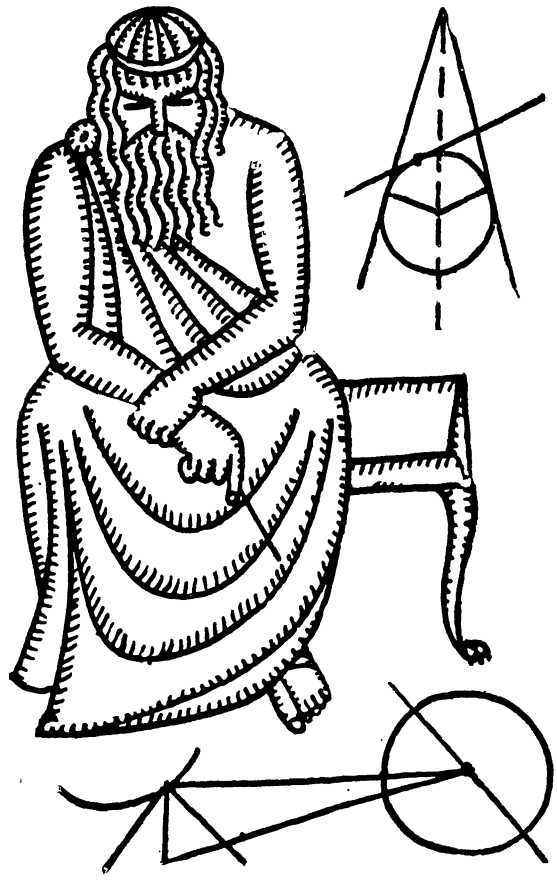
Мама сказала: «$a \cdot e$», папа сказал: «$b \cdot d$», а дочь сказала: «$c \cdot f$». Так как часть каждой информации неверна (имеет значение 0), то $a \cdot e = b \cdot d = c \cdot f = 0$ и $a + e = 1$, $b + d = 1$, $c + f = 1$. Сын Николая Ивановича не может иметь сразу два имени и два возраста; следовательно, $a \cdot b = a \cdot c = d \cdot e = d \cdot e = e \cdot f = 0$.

Перемножим суммы $a + e = 1$ и $b + d = 1$, тогда $a \cdot b + a \cdot d + b \cdot e + e \cdot d = 1$; после выбрасывания нулевых членов останется равенство: $a \cdot d + b \cdot e = 1$. Перемножим эту сумму и сумму $c + f = 1$, что после выбрасывания нулевых членов даст равенство $b \cdot c \cdot e = 1$, откуда следует, что $b = 1$, $c = 1$ и $e = 1$ (верная информация). Значит, сына Николая Ивановича зовут не Саша ($c = 1$), а Костя ($b = 1$) и возраст его 21 год ($e = 1$).

Решение к стр. 461. Пусть число рыб в озере, годных для улова данной сетью, равно x. Тогда отношение числа меченых рыб к числу всех рыб равно $\frac{38}{x}$.

Во второй раз рыбовод выловил 53 рыбы, из них две меченые. Следовательно, отношение числа меченых рыб к числу выловленных равно $\frac{2}{53}$. Будем предполагать, что меченые рыбы равномерно распределились среди всех рыб в водоеме, тогда оба отношения одинаковы: $\frac{38}{x} = \frac{2}{53}$, откуда $x = 1007$. Значит, в озере имеется примерно тысяча рыб, годных для улова данной сетью.





ВЫДАЮЩИЕСЯ МАТЕМАТИКИ

АРХИМЕД

Если бы любому современному математику предложили назвать имена пяти самых крупных ученых его области, то, какие бы он ни выбрал остальные четыре имени, первым будет названо имя Архимеда, великого математика, механика и инженера древности.

Архимед родился в 287 г. до н. э. в Сиракузах — богатом торговом городе Сицилии. Под руководством своего отца, астронома Фидия, получил он первоначальное образование. Очень рано Архимед начал интересоваться астрономией, механикой и математикой. Для завершения образования юноша поехал в Александрию Египетскую — научный и культурный центр того времени. В Александрии жили и работали крупнейшие ученые античного мира — астроном Конон, разносторонний ученый Эратосфен и другие, а несколько раньше там создавал свои знаменитые «Начала» Евклид. Перед Архимедом раскрыла свои богатства и знаменитая Александрийская библиотека, которая насчитывала около 700 тыс. рукописей. Здесь он смог познакомиться с трудами Демокрита, Евдокса и других замечательных греческих геометров.

Наиболее плодотворный период деятельности Архимеда как математика, механика-теоретика и конструктора начался после его воз-

вращения в Сиракузы. Уже при жизни Архимеда вокруг его имени создавались легенды, поводом для которых служили его поразительные изобретения, производившие ошеломляющее действие на современников. Известен рассказ о том, как Архимед сумел определить, сделана ли корона царя Гиерона из чистого золота или ювелир подмешал туда значительное количество серебра. Удельный вес золота был известен, но трудность состояла в том, чтобы точно определить объем короны: ведь она имела неправильную форму! Архимед все время размышлял над этой задачей. Как-то он принимал ванну, и тут ему пришла в голову блестящая идея: погружая корону в воду, можно определить ее объем, измерив объем вытесненной ею воды. Согласно легенде, Архимед выскочил голый на улицу с криком «Эврика!», т. е. «Нашел!» И действительно, в этот момент был открыт основной закон гидростатики.

Другая легенда рассказывает, что построенный Гиероном в подарок египетскому царю Птолемею роскошный корабль «Сирокосия» никак не удавалось спустить на воду. Архимед соорудил систему блоков (полиспаст), с помощью которой он смог проделать эту работу одним движением руки. Этот случай или размышления Архимеда над принципом рычага послужили поводом для его крылатых слов: «Дайте мне точку опоры, и я сдвину Землю».

Архимед прославился и другими механическими конструкциями. Изобретенный им бесконечный, или архимедов, винт для вычерпывания воды до сих пор применяется в Египте. Архимед построил планетарий (или «небесную сферу»), который, по-видимому, приводился в движение сжатым воздухом. При движении сферы можно было наблюдать восход Солнца и Луны, фазы и затмения Луны, исчезновение обоих тел за линией горизонта.

Инженерный гений Архимеда с особой силой проявился во время осады Сиракуз римлянами в 212 г. А ведь в это время ему было уже 75 лет! Построенные Архимедом мощные метательные машины забрасывали римские войска тяжелыми камнями. Думая, что они будут в безопасности у самых стен города, римляне кинулись туда, но в это время легкие метательные машины близкого действия забросали их градом ядер. Мощные краны захватывали железными крюками корабли, поднимали их кверху, а затем бросали вниз, так что корабли переворачивались и тонули.

Римляне вынуждены были отказаться от мысли взять город штурмом и перешли к осаде. Знаменитый историк древности Полибий писал: «Такова чудесная сила одного человека, одного дарования, умело направленного на какое-либо дело... римляне могли бы быстро овладеть городом, если бы кто-либо изъял из среды сиракузян одного старца». Только вследствие измены Сиракузы были взяты римлянами осенью 212 г. При этом Архимед был убит. Плутарх сохранил нам яркий рассказ о его смерти: «К Архимеду подошел солдат с мечом в руке, чтобы убить его. Но Архимед настойчиво просил его подождать одну минуту, чтобы задача, которой он занимался, не осталась нерешенной; солдат, которому не было дела до его доказательства, пронзил его своим мечом».

Архимед был замечательным механиком-практиком и теоретиком, но основным делом его жизни была математика. По словам Плутарха, Архимед был просто одержим ею. Он забывал о пище, совершенно не заботился о себе. Главное его внимание было сосредоточено на трех типах проблем:

1. *Определение площадей криволинейных фигур или, соответственно, объемов тел.* Вы уже знаете, наверное, как определять площади прямолинейных фигур, площадь круга, объем призмы, пирамиды, цилиндра и конуса. Все это умели делать греки и до Архимеда. Но только он нашел общий метод, позволяющий найти любую площадь или объем. Трудно переоценить значение этого метода, без которого была бы немыслима ни физика, ни астрономия. Идеи Архимеда легли в основу интегрального исчисления.

Сам Архимед определил с помощью своего метода площади и объемы почти всех тел, которые рассматривались в античной математике. Лучшим своим достижением он считал определение поверхности и объема шара. Он просил выбить на своей могиле шар, вписанный в цилиндр.

2. *Пусть дана некоторая кривая линия. Как определить касательную в любой ее точке?* Или, если переложить эту проблему на язык физики, *пусть нам известен путь некоторого тела в каждый момент времени. Как определить скорость его в любой точке?* В школе учат, как проводить касательную к окружности. Древние греки умели, кроме того, находить касательные к эллипсу, гиперболе и параболе. Первый общий метод решения и этой задачи был найден Архимедом. Этот метод

Архимед.

впоследствии лег в основу дифференциального исчисления.

3. В математике, физике и астрономии очень важно уметь находить *наибольшие и наименьшие значения изменяющихся величин — их экстремумы*. Например, как среди цилиндров, вписанных в шар, найти цилиндр, имеющий наибольший объем? Все такие задачи в настоящее время могут быть решены с помощью дифференциального исчисления. Архимед первым увидел связь этих задач с проблемами определения касательных и показал, как с их помощью можно решать задачи на экстремумы.

Огромное значение для развития математики имело вычисленное Архимедом отношение длины окружности к диаметру $\frac{C}{D}$, т. е. число π, с большой степенью точности. Для этого он рассматривал последовательность вписанных и описанных правильных многоугольников с числом сторон 6, 12, 24, 48 и 96 и нашел отношения их периметров к диаметру. Ясно, что $\frac{p_n}{D} < \frac{C}{D} < \frac{P_n}{D}$, где p_n — периметр вписанного, а P_n — описанного n-угольника. Архимед нашел, что

$$3\frac{10}{71} < \pi = \frac{C}{D} < 3\frac{1}{7}.$$

Продолжая удвоение сторон многоугольников, можно вычислить методом Архимеда сколько угодно знаков числа π.

Идеи Архимеда почти на два тысячелетия опередили свое время. Только в XVII в. ученые смогли продолжить и развить труды великого греческого математика. Только тогда было раскрыто их подлинное значение, таящиеся в них неисчислимые сокровища.

Лейбниц, один из творцов дифференциального и интегрального исчислений, писал: «Внимательно читая сочинения Архимеда, перестаешь удивляться всем новейшим открытиям геометров».

■

ОМАР ХАЙЯМ

Омар Хайям, один из крупнейших математиков средневекового Востока, родился, вероятно, в 1040 г. и умер в 1123 г. (точные годы неизвестны). Он был уроженцем Нишапура, главного города Хорасана. Хорасан, страна, лежавшая на юго-восток и восток от Каспийского моря, входила тогда в состав государства сельджуков. Теперь значительная часть территории Хорасана находится в Иране, северные районы — в Туркменской ССР, а восточные — в Афганистане.

Более всего Хайям прославился как автор замечательных четверостиший. Воспевая радость человеческого бытия, он вместе с тем порицал несправедливые порядки своего времени и высмеивал официальную религию. Он мечтал о лучшем устройстве жизни на земле:

Когда б я властен был над этим небом злым,
Я б сокрушил его и заменил другим,
Чтоб не было преград стремленьям благородным
И человек мог жить, тоскою не томим.

Стихи Хайяма написаны на языке фарси, из которого развились нынешние персидский и таджикский. Сейчас они переведены на русский и многие европейские языки.

В молодые годы Хайяму пришлось много скитаться. Он жил и работал в Самарканде и Бухаре, а в 1074 г. был поставлен во главе обсерватории, организованной в столичном городе Исфахане. Здесь ученый разработал проект нового весьма точного календаря, который не смог, однако, найти применения. Вскоре один за другим умерли покровительствовавшие Хайяму первый министр Низам ал-Мулк и султан Малик-шах, и обсерватория была закрыта. Мусульманское духовенство ненавидело вольнодумца Хайяма. При преемниках Малик-шаха влияние духовенства усилилось и Хайям впал в немилость.

Математические сочинения Хайяма относятся к алгебре, арифметике и геометрии. Они написаны на арабском языке, которым, как правило, пользовались ученые в странах Азии и Африки, покоренных арабами.

Главный труд Хайяма называется «Трактат о доказательствах задач алгебры и ал-мукабалы». Уравнения в то время приводили для решения к нормальному виду, располагая в обеих частях уравнения члены с положительными коэффициентами. Так, например, различали три вида квадратных уравнений $x^2 = px + q$, $x^2 + px = q$ и $x^2 + q = px$ и для каждого формулировали свой особый прием решения. Уравнение $x^2 + px + q = 0$ вовсе не рассматривалось, так как при $p \geqslant 0$, $q \geqslant 0$ у него не может быть положительных решений, которые одни принимались во внимание. Операция переноса вычитаемых членов данного уравнения в другую часть, где они оказываются уже прибавляемыми, называлась ал-джабр («восполнение»). Операция приведения подобных членов в обеих частях уравнения называлась ал-мукабала («противопоставление»). От слова ал-джабр произошло наше слово «алгебра», и уже у Хайяма говорится об «алгебраистах».

Трактат Хайяма посвящен в основном кубическим уравнениям. Первые задачи, приводящиеся к кубическим уравнениям с целыми корнями, которые легко найти с помощью простого подбора, появились еще в древнем Вавилоне. Древние греки нашли геометрический прием построения положительных корней кубических уравнений. Прежде всего они применили его к задаче об удвоении куба, т. е. отыскании ребра x такого куба x^3, который был бы вдвое больше данного куба y^3. Величину x, т. е. корень уравнения $x^3 = 2y^3$, они построили как абсциссу точки пересечения двух парабол с уравнениями $ax = y^2$ и $2ay = x^2$, отличной от начала координат. Затем Архимед свел к уравнению вида $x^3 + r = px^2$ задачу о делении шара плоскостью на два сегмента, объемы которых находятся в данном отношении. Он построил корень этого уравнения как абсциссу точки пересечения некоторых параболы и гиперболы и произвел тщательный анализ задачи.

Проблема Архимеда заинтересовала математиков арабских стран еще в середине IX в. Вскоре здесь занялись и другими вопросами геометрии, приводящимися к уравнениям третьей степени. Такие уравнения получили важное значение и для астрономии, а именно

Омар Хайям.

для вычисления необходимых астрономам тригонометрических таблиц. Дело в том, что вычисление синуса 1° можно привести к решению уравнения вида $x^3 + r = qx$. Ученые создали различные приемы приближенного вычисления корней уравнений третьей степени. Наряду с этим возникла потребность в более общей теории.

Наиболее полную для своего времени теорию разработал Хайям, широко применив геометрический метод древних греков. Он рассмотрел все нормальные виды кубических уравнений, которые могут иметь положительные корни. Всего таких видов оказалось 14: одно двучленное, шесть с тремя членами и семь четырехчленных. Для каждого вида Хайям приводит соответствующее ему построение. Так, корень трехчленного уравнения $x^3 + qx = r$ выражается абсциссой той точки пересечения окружности $x^2 + y^2 = \frac{r}{q}x$ и параболы $x^2 = \sqrt{q}y$, которая отлична от начала координат. Анализируя построение, Хайям выясняет, при каких условиях уравнение данного вида имеет один или два положительных корня. Например, уравнение $x^3 + qx = r$ при любых значениях коэффициентов имеет один, и только один, положительный корень. Это сразу видно из чертежа. Иногда Хайям указывает границы, в которых лежит корень уравнения того или иного вида. На примерах Хайям показывает, как общая теория применяется к исследованию уравнений с данными числовыми коэффициентами.

Все же в исследовании Хайяма есть пробелы. Так, он не заметил, что уравнение вида $x^3 + qx = px^2 + r$ может иметь в некоторых случаях три положительных корня. Обнаружить это только с помощью чертежа трудно.

Подобно другим математикам средневекового Востока, Хайям пытался выразить корень кубического уравнения с помощью радикалов, наподобие корней квадратного уравнения. Достичь успеха ему не удалось. Только в начале XVI в. итальянские математики открыли выражение корня кубического уравнения с помощью кубических радикалов. Но уже Хайям пришел к убеждению, что сделать это с помощью квадратных радикалов в общем случае невозможно.

Геометрическая теория кубических уравнений получила дальнейшее развитие как на Востоке, так и в Европе, в частности у Р. Декарта. В XVI—XVII вв. геометрические приемы исследования начинают быстро вытесняться алгебраическими, более совершенными и удобными. Все же до сих пор иногда пользуются геометрическим построением корней уравнений (не только кубических), чтобы примерно определить их значение или получить общее представление о числе положительных и отрицательных корней и т. п.

В алгебраическом трактате Хайям упоминает свой труд по арифметике, в котором он изложил прием извлечения корней любой целой положительной степени из чисел. Ранее были известны способы извлечения квадратного и кубического корней. Этот труд до сих пор не обнаружен. Вероятно, Хайям вывел в нем так называемую формулу бинома Ньютона для целого положительного показателя. Впервые она встречается у другого выдающегося среднеазиатского математика—Насирэддина Туси в учебнике, написанном в 1265 г.

Подобно грекам, математики стран Арабского Востока не имели никаких алгебраических обозначений и все уравнения, преобразования и т. д. записывали словами. Это чрезвычайно удлиняло и затрудняло как исследование, так и изложение. Нашему современнику, приученному к экономной и изящной символической записи, трудно читать старинные трактаты по алгебре.

Хайям написал также комментарии к «Началам» Евклида, в которых разрабатывал теорию отношений и пропорций и учение о параллельных. И здесь Хайям высказал ряд интересных мыслей, оказавших влияние на дальнейшее развитие математики.

ФРАНСУА ВИЕТ

Трудно перечислить всех ученых, которые придумали современную «школьную» математику. Но есть два математика, которые сделали для нее больше других: это геометр древней Греции Евклид и «отец современной алгебры» Франсуа Виет.

Франсуа Виет родился во Франции в 1540 г. в городке Фонтеней. Адвокат по профессии, он был всесторонне образованным человеком, хорошо знал древние языки, астрономию. Но его истинным призванием была математика. Увлеченный математической задачей, он мог работать над ней иногда по трое суток без еды и сна. Виет умел активно применять свои способности и знания к всевозможным трудным задачам не только из алгебры или геометрии.

Франсуа Виет.

Известно, например, что он любил разгадывать зашифрованные письма. Во время войны Франции с Испанией вся тайная переписка испанцев свободно читалась французами, так как Виет всякий раз разгадывал испанский шифр, как бы его ни запутывали вражеские шифровальщики. Не представляя себе могущества человеческого ума, испанцы думали, что французам помогает дьявол. Они даже жаловались римскому папе и просили его уничтожить эту «дьявольскую» силу.

Виета называют творцом современной алгебры за очень важное открытие — он разработал и последовательно применил в алгебре буквенное исчисление. Чтобы отчетливее представить себе, в чем суть буквенного исчисления Виета и почему оно так важно для всей современной алгебры, посмотрим, что представляла собой алгебра до него. Почти все действия и знаки записывались словами, не было и намека на те удобные, почти автоматические правила, которыми сейчас умеет пользоваться каждый ученик. Нельзя было также записывать и, следовательно, изучать в общем виде алгебраические уравнения или какие-нибудь другие алгебраические выражения. Необходимо было доказать, что существуют такие общие действия над всеми числами, которые от этих самых чисел на зависят. Виет и его последователи установили, что не имеет значения, будет ли рассматриваемое число количеством предметов или длиной перпендикуляра. Главное, что с этими числами можно производить алгебраические действия и в результате снова получить числа того же рода. Не имеет значения также, известно нам число или неизвестно. А если нам не важны цифровая запись или геометрическое истолкование каждого рассматриваемого числа, то все числа как бы однородны и их можно обозначать какими-нибудь отвлеченными знаками, например буквами латинского алфавита. Виет не только ввел свое буквенное исчисление, но сделал принципиально новое открытие, поставив перед собой цель изучать не числа, а действия над ними. Это была удачная мысль, и она стала сразу приносить обильные плоды. Например, вскоре был доказан общий алгебраический закон умножения: умножение отрезков есть та же операция, что и умножение чисел. Появилась возможность записывать алгебраические выражения в виде формул.

Однако у самого Виета алгебраические обозначения, или, как сейчас говорят, алгебраические символы, были мало похожи на наши. Сравните современную запись кубического уравнения

$$x^3 + 3bx = d$$

и запись этого же уравнения в обозначениях Виета:

A cubus + *B* planum in *A* 3 aequatur *D* solido.

Как видите, здесь еще очень много слов, но ясно, что эти слова уже играют роль наших символов, так латинское слово cubus после неизвестного *A* (неизвестное обозначалось гласной буквой), означает наше «в кубе». Слово aequatur (в переводе на русский — «равный») написано вместо нашего знака «=», умножение чисел *B* и *A* обозначено предлогом in (все, что осталось после сокращения от выражения «взять во

столько-то раз больше»). Остальные слова — это следы прошлого, следы того, что и у Виета алгебра еще не полностью освободилась от посторонних для нее влияний геометрии.

Такой способ записи и позволил Виету сделать важные открытия при изучении общих свойств алгебраических уравнений. Особенно гордился Виет всем известной теперь теоремой его имени о выражении коэффициентов уравнения через его корни, хотя под корнями он понимал только положительные числа, не признавал за корни отрицательные и совсем не подозревал о существовании комплексных чисел.

При составлении обширных таблиц тригонометрических функций Виет с большим искусством применил десятичные дроби. Глубокий интерес к тригонометрии у него был вызван желанием сделать астрономию более точной. Увлекшись тригонометрией, Виет и здесь получает значительные результаты. Например, он выводит выражения для синусов и косинусов кратных дуг через $\sin x$ и $\cos x$ при помощи формул, которые мы теперь записали бы в виде:

$$\sin mx = 2\cos x \sin (m-1)x - \sin (m-2)x,$$

$$\cos mx = 2\cos x \cos (m-1)x - \cos (m-2)x.$$

Эти знания тригонометрии Виет с успехом применял как в алгебре, так и в геометрии.

Используя представление о круге как о пределе вписанных в него многоугольников при увеличении числа их сторон, Виет вычислил число π до 18-го знака после запятой.

Умение решать алгебраические задачи при помощи геометрии и тригонометрии принесло Виету славу победителя турнира лучших математиков того времени. Голландский математик Адриан ван-Роумен предложил математикам всего мира решить уравнение 45-й степени с числовыми коэффициентами. Французским математикам он не послал свой вызов, как бы намекая на то, что во Франции нет математиков, способных справиться с этой задачей. Узнав об этом, король Франции Генрих IV, на службе у которого в то время состоял Виет, воскликнул: «И все же у меня есть математик, и весьма выдающийся. Позовите Виета». И действительно, Виет тут же, в присутствии короля, нашел один корень предложенного уравнения, а на следующий день нашел еще 22 его положительных корня. После такого успеха ван-Роумен стал ревностным почитателем Виета.

Виет решил при помощи циркуля и линейки знаменитую задачу, сформулированную геометром древней Греции Аполлонием из Перги. По условию этой задачи надо построить круг, касательный к трем данным кругам. Гордясь найденным решением, Виет называл себя «Аполлонием из Галлии» (Галлией в старину называли Францию).

В последние годы своей жизни Виет занимал важные посты при дворе короля Франции. Умер Виет в Париже в 1603 г. Есть подозрение, что он был убит.

Бурно развивающаяся математика наших дней, конечно, использует идеи и методы, во много раз превосходящие по глубине и общности идеи и методы, которые разработал Виет. Но и сейчас для нас интересна и ценна острая алгебраическая мысль Виета, который широко распахнул перед математикой двери в новый мир современной алгебры. Не будем забывать, что в ее основе лежит буквенное исчисление Франсуа Виета.

■

РЕНЕ ДЕКАРТ

Рене Декарт, знаменитый философ и математик, жил и работал в XVII в. В то время передовые ученые и философы Европы боролись с мертвящей властью церкви над наукой. Энгельс писал: «До того времени наука была смиренной служанкой церкви, и ей не позволено было выходить за рамки, установленные верой... Теперь наука восстала против церкви...» Новая наука отвергала всяческие авторитеты и утверждала право человеческого разума и опыта быть единственными проводниками в поисках истины.

Для Декарта самым ясным и точным языком для выражения научных истин был язык математики. Он стремился и в философии, и в науке найти математические законы, свести каждый вопрос или каждую задачу к математической. Декарт хотел создать такой универсальный математический метод, который позволил бы всякому, овладевшему им, решать любую задачу.

Рене Декарт родился в 1596 г. во французском городе Лаэ. Еще ребенком Рене прозвали «маленьким философом» за его любовь к логическим рассуждениям. В школе-интернате из-за слабого здоровья ему разрешали не ходить в класс и заниматься в постели. Рене очень быстро выполнял домашние задания и все свободное время посвящал усиленным занятиям любимой математикой. Необычайная умственная энер-

гия сохранилась у Декарта на всю жизнь. После окончания школы юноша три года учился в университете г. Пуатье и получил профессию юриста.

Молодой Декарт с увлечением отдается как науке, так и бурной жизни модного кавалера. Нередко дело доходило до ночной дуэли на улицах Парижа. Это была эпоха мушкетеров, с мужеством которых мы хорошо знакомы по знаменитым романам А. Дюма.

Когда маленькие Нидерланды поднялись на борьбу за свободу против испанского владычества, Декарт не смог остаться в стороне. Добровольцем-мушкетером вступает он в армию, сражающуюся против испанцев. Но, как говорят историки, ему вряд ли довелось «понюхать пороху» и участвовать в сражениях. Во всяком случае, когда отряд мушкетеров стоял в нидерландском городе Бреды, Декарт больше интересовался вопросами науки, чем войной. Развлекаясь, молодые офицеры писали на городской стене всевозможные трудные задачи и каверзные загадки, предлагая прохожим их решить. Декарт был горячим участником всех этих затей и вскоре познакомился с местными учеными.

Сосредоточенно размышляя над вопросами философии и математики, Декарт настойчиво искал законы универсального метода, стремился дать четкие и общедоступные правила его. Он пишет: «Когда мне приходилось, будучи молодым, слушать о каких-либо искусных умозаключениях изобретательного автора, я пытался воспроизвести их самостоятельно, не читая этого автора. Постепенно я стал замечать, что пользуюсь определенными правилами».

Глубоко изучив психологию творчества, Декарт составил свои знаменитые «Правила для руководства ума». В них он учил, как надо анализировать проблему, разлагая трудные вопросы на более простые до тех пор, пока не появится возможность успешно их решить.

И вот как-то в минуту вдохновения ему представилось, что такой универсальный метод найден — это метод координат, на котором основана аналитическая геометрия.

Обобщая и объединяя известные ему методы координат и буквенной алгебры, Декарт придает своему методу точную и ясную математическую форму. Суть метода Декарта состоит в установлении теснейшей связи между геометрическими объектами и алгебраическими формулами. Эта взаимосвязь устанавливается при помощи системы координат. Если на плоскости задана система координат, то для каждой точки можно определить пару чисел, ее координаты, и, обратно, если дана пара чисел, причем указан порядок их соответствия осям координат, то по ним всегда можно построить на плоскости единственную точку. Декарт ограничился применением метода координат в плоскости (см. статью «Что такое координаты и для чего они служат?»).

Рене Декарт.

Декартов способ установления связи между точками и числами оказался настолько плодотворным, что, по сути дела, положил начало новой, современной математике. Великий математик и механик П. Лаплас писал, что день, когда Декарт уяснил себе свой метод, можно считать официальным днем рождения современной математики. (История сохранила нам эту дату — 10 ноября 1619 г.)

Действительно, при помощи такого аналитического представления точек можно переходить к изучению явлений в многомерных и даже бесконечномерных пространствах, изучать свойства таких интереснейших пространств, как пространства Лобачевского или Эйнштейна. На основе аналитической геометрии выросло и оформилось такое могущественное средство познания природы, как математический анализ.

Декарт много сделал, чтобы придать алгебраической символике максимальную простоту и всеобщность. Предложенные им обозначения сохранились до наших дней. Понимая, что сила математического метода не только в его всеобщности, но и в логической обоснованности, Декарт исследует основное понятие математики — число. Историки считают, что и здесь ему принадлежит слава первооткрывателя современной точки зрения на число. Он вводит в математику, наряду с положительными и рациональными числами, как вполне законные отрицательные и иррациональные числа.

Декарт так описывает применение своего аналитического метода решения задач: «Таким образом, чтобы решить какую-либо задачу, нужно сначала считать ее как бы решенной и обозначить буквами все, как данные, так и неизвестные, величины. Затем, не делая никакого различия между данными и искомыми величинами, заметить зависимость между ними так, чтобы получить два выражения для одной и той же величины; это приводит к уравнению, служащему для решения задачи, ибо можно приравнять одно выражение другому». При помощи системы координат каждому алгебраическому уравнению от переменных x и y можно поставить в соответствие кривую, координаты точек которой удовлетворяют этому уравнению. Таким образом, переходя с языка геометрии на язык алгебры и обратно, можно пользоваться преимуществами обоих способов, обходя многие трудности. Декарт считал, что к алгебраическим уравнениям можно свести все математические задачи. В этом он заблуждался. Дальнейшее развитие математики показало, что важны и интересны многие другие методы и теории. Но и изучение алгебраических кривых, начало которому положил Декарт, представляет собой интересную и быстро развивающуюся область математики.

Много размышлял Декарт над общей теорией алгебраических уравнений. Как и во всем, он искал также и общий метод решения любого алгебраического уравнения. Декарт надеялся, что таким общим приемом может стать разработанный им способ разложения уравнения на произведение множителей более низких степеней методом неопределенных коэффициентов. Он смог дать метод решения уравнения четвертой степени в общем виде.

Однако в XIX в. было доказано, что ни метод неопределенных коэффициентов, ни какой-либо другой не помогут при решении общего алгебраического уравнения пятой или более высоких степеней, потому что такие уравнения вообще не могут быть решены в радикалах. Занимаясь исследованиями алгебраических уравнений, Декарт открыл теорему, которую теперь изучают в школе под именем теоремы Безу. Ему же принадлежит открытие простого способа подсчета числа положительных и отрицательных корней у любого алгебраического уравнения. Это так называемое правило знаков Декарта, с которым можно познакомиться в каждом курсе высшей алгебры.

Последовательно проводя свою мысль о том, что во всем необходимо искать прежде всего физические и математические закономерности, Декарт и животных рассматривал так же, как и явления физики или даже математики. Незрелость самой науки о животных не позволила ему здесь сделать больших открытий. Однако он высказал ряд мыслей, которые лежат в основе большой современной науки — кибернетики.

Понятно, что такое учение, которое в конце концов исключало участие бога в жизни людей и природы, возбуждало ярость церковников и сочувствующих им. По мере распространения учения Декарта его жизнь в Нидерландах становилась все более напряженной. Чтобы избежать доносов и судебных преследований, Декарт воспользовался приглашением шведской королевы Христины. Королева хотела изучать науки под руководством самого Декарта, а заодно пользоваться его советами при создании Шведской академии наук. Декарт переехал в Швецию, но суровый северный климат оказался губительным для его слабого здоровья. Сильно простудившись, Декарт умер 9 февраля 1650 г. Семнадцать лет спустя его останки перевезли на родину, во Францию.

В современной математике доказывается, что универсального метода решения всех задач, о котором мечтал Декарт, нет и не может быть. Но очищенные от посторонних философствований математические идеи Декарта и в наши дни продолжают оставаться плодотворным оружием познаний тайн природы и человеческого мышления. ■

ПЬЕР ФЕРМА

Мы очень мало знаем о жизни этого великого математика. Известно, что он родился в 1601 г. на юге Франции в семье торговца кожами, изучал юридические науки и состоял советником тулузского парламента (суда). Математике он мог посвящать только свободное от работы время. Но сила его гения была столь велика, что, несмотря на это, его идеи наложили глубокий отпечаток на все дальнейшее развитие теории чисел, геометрии и математического анализа. Жизнь Пьера Ферма была скромной, и, по-видимому, он провел ее только в Тулузе и ее окрестностях, не побывав даже в Париже.

Тогда еще не было ни академии наук, ни научных журналов, и отдельные любители науки, разбросанные по всей стране, либо непосредственно писали друг другу, либо посылали письма в Париж к какому-нибудь любителю, который переписывал их и пересылал другим ученым. Так, свои захватывающие мысли и идеи Ферма излагал в письмах к друзьям, среди которых были Р. Декарт, Ж. Роберваль, Б. Паскаль, Ж. Дезарг и другие. И все они считали Ферма величайшим математиком Европы.

Очень немногие сочинения Ферма были изданы им при жизни, и то по настоятельному требованию друзей. Первое собрание сочинений великого ученого появилось только после его смерти. Умер Ферма в 1665 г.

Ферма установил основной принцип геометрической оптики, согласно которому свет распространяется из одной точки в другую по такому пути, для прохождения которого требуется минимальное время. Из этого принципа Ферма выводятся законы отражения и преломления света.

Прекрасный знаток древности, Ферма писал стихи по-гречески и по-латыни. Так же как и Паскаль, он был одним из создателей литературного французского языка. Тот, кто читал его письма в подлиннике, может по достоинству оценить изящество и красоту его стиля. Во время самой острой полемики с учеными, которые иногда, не поняв какого-нибудь из рассуждений Ферма, резко нападали на него, Ферма неизменно сохранял благородное спокойствие, доброжелательство и терпеливо объяснял свою мысль. Из переписки Ферма рисуется именно таким человеком, к которому полностью применимы слова Аристотеля, сказанные по поводу великого математика древности Евдокса Книдского: «Он был образцом умеренности, доброты и силы характера».

Пьер Ферма.

С наибольшей силой гений Ферма проявился в математике. Так, еще до Декарта и в более совершенной форме он построил систему аналитической геометрии, открыл общий метод для определения максимумов, минимумов и касательных, существенно развил метод Архимеда и применил его для определения площадей, объемов и длин дуг. Но любимой его областью, которую он по существу открыл, была теория чисел. Ферма сумел среди множества разнообразных задач и вопросов выделить именно те, которые стали центральными в теории чисел XVIII и XIX вв. Однако он, как правило, не сообщал доказательств своих теорем. Поэтому утверждения Ферма так и остались для последующих ученых проблемами, часть из которых и до сих пор не получила решения.

Остановимся на четырех проблемах Ферма.

1. Занимаясь теорией чисел, Ферма обратил внимание на то, что во всех вопросах арифметики чрезвычайно важную роль играют простые числа: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ... Он попытался найти такую формулу, которая при подстановке вместо n целых чисел 1, 2, 3, 4, ... давала бы только простые числа. Ферма полагал, что именно таким будет выражение $2^{2^n}+1$. Но через 100 лет Л. Эйлер заметил, что хотя при

$n=0, 1, 2, 3, 4$ формула и будет давать простые числа 3, 5, 17, 257, 65 837, однако при $n=5$ получается число 4 294 967 297, которое делится на 641. Числа вида $2^{2^n}+1$ носят теперь название чисел Ферма. Они встречаются во многих исследованиях по теории чисел. Однако до сих пор неизвестно, имеется ли среди этих чисел бесконечно много простых или нет.

2. В поисках критерия для определения того, является ли данное число простым, Ферма нашел следующую замечательную теорему: если n — простое число и a — целое число, которое не делится на n, то $a^{n-1}-1$ нацело делится на n. Так, например, 5^6-1 без остатка делится на 7, а 7^4-1 делится на 5. Но 2^5-1 не будет делиться на 6, следовательно, число 6 не простое. Эта теорема получила название малой теоремы Ферма. Она была впервые доказана Л. Эйлером, и теперь известно много ее различных доказательств. Она играет фундаментальную роль при исследовании проблем теории чисел и теории групп.

3. Еще большую известность, чем «малая», получила «большая», или «великая», теорема Ферма, в которой утверждается, что уравнение

$$x^n + y^n = z^n \qquad (1)$$

не имеет целых решений, если только $n>2$.

Случай $n=2$ был рассмотрен еще в древности; тогда же было доказано, что решений у такого уравнения будет бесконечно много. На полях «Арифметики» александрийского математика Диофанта, где излагалась эта задача, Ферма записал свою «великую» теорему. Он добавил, что нашел для нее «поистине чудесное доказательство», однако не может его записать из-за недостатка места. С тех пор прошло около 400 лет, но общее доказательство «великой» теоремы до сих пор не найдено.

Интересна ее судьба. С одной стороны, математики, стараясь доказать теорему, развивали все более и более тонкие методы, открывали новые обширные области для исследований. В настоящее время теорема доказана для всех $n\leqslant 10\,000$.

С другой стороны, эта теорема получила большую известность среди неспециалистов. Их привлекала простота формулировки, а также загадочное замечание Ферма о найденном им «чудесном» доказательстве. Сотни людей тратили и до сих пор тратят свое время и силы, пытаясь доказать «великую» теорему элементарными средствами, ничего не зная об истории этой теоремы и о ее взаимосвязях с современными математическими теориями. Быть может, ни одна из теорем математики не принесла людям так много горьких разочарований и обманутых надежд. Теперь уже ясно, что людям, незнакомым с современной высшей математикой, не следует приниматься за доказательство этой теоремы.

4. «Великая» теорема представляет собой одну из задач так называемого диофантова анализа. Уравнение с двумя или более неизвестными, как, например, $x^n+y^n=z^n$, называется неопределенным. Одна из главных задач диофантова анализа: узнать, имеет ли заданное неопределенное уравнение с целыми коэффициентами целые решения или нет, а если решения имеются, то конечное ли их число или бесконечное и в последнем случае постараться определить их все (например, так, как это было сделано в древности для уравнения (1) при $n=2$). Сам Ферма исследовал неопределенное уравнение

$$x^2 - ay^2 = \pm 1. \qquad (2)$$

В «Началах» Евклида говорится, как найти бесконечное множество решений уравнения

$$x^2-2y^2=\pm 1$$

исходя из наименьшего: $x_0=1$, $y_0=1$. Следующее решение будет: $x_1=x_0+2y_0=3$; $y_1=x_0+y_0=2$. И вообще, если x_n, y_n — решение, то из него можно получить следующее решение по формулам:

$$x_{n+1} = x_n + 2y_n, \quad y_{n+1} = x_n + y_n.$$

Ферма исследовал уравнение (2) при любом целом неквадратном a. В одном из своих писем он поставил перед математиками следующие задачи: 1) дать способ нахождения наименьшего решения этого уравнения; 2) найти формулы для нахождения всех остальных решений, если наименьшее уже известно. Сам Ферма, безусловно, владел методом решения обеих задач. Чтобы узнать, имеется ли метод у других математиков, он нарочно выбрал такие значения a, для которых наименьшее решение очень велико, и поэтому его трудно найти простым подбором.

Исчерпывающее решение обеих задач было получено только Л. Эйлером и Ж. Лагранжем в XVIII в.

Мы остановились здесь только на нескольких проблемах, которыми занимался великий математик. Но и их достаточно, чтобы оценить силу его гения.

■

ИСААК НЬЮТОН

Трудно найти другого человека, который оказал бы столь сильное влияние на историю мировой науки и культуры, как Ньютон.

Известный математик и историк науки Б. Л. Ван-дер-Варден пишет в своей книге «Пробуждающаяся наука»: «Каждый естествоиспытатель безусловно согласится, что механика Ньютона есть основа современной физики. Каждый астроном знает, что современная астрономия начинается с Кеплера и Ньютона. И каждый математик знает, что самым значительным и наиболее важным для физики отделом современной математики является анализ, в основе которого лежат дифференциальное и интегральное исчисления Ньютона. Следовательно, труды Ньютона являются основой огромной части точных наук нашего времени». И не только наук: «Математика и техника влияют даже на нашу духовную жизнь, и настолько, что мы редко можем представить это себе полностью. Вслед за необычайным взлетом, которое пережило в XVII веке естествознание, последовал неизбежно рационализм XVIII века, обожествление разума, упадок религии... Кто отдает себе отчет в том,— спрашивает автор,— что с исторической точки зрения Ньютон является самой значительной фигурой XVII века?»

Но, может быть, еще ярче значение Ньютона передает эпиграмма XVIII в.:

Был этот мир глубокой тьмой окутан,
Да будет свет! И вот явился Ньютон.

Исаак Ньютон.

Исаак Ньютон родился в 1643 г. в деревне Вульсторп близ г. Грэнтэма. Отец его был небогатым фермером. Жизнь Ньютона совпала с бурными событиями в истории Англии: революция и гражданская война 1640—1648 гг., казнь короля Карла I, правление Кромвеля, реставрация Стюартов, вторая «бескровная» революция, установление конституционной монархии — вот неполный их перечень. Однако внешне она протекала спокойно и размеренно. Мальчик посещал сначала сельскую школу, а 12 лет его отправили учиться в ближайший город. Директор школы обратил внимание на способного мальчика и уговорил мать Ньютона отправить сына учиться в Кембриджский университет. Ньютон был принят туда в качестве бедного студента, обязанного прислуживать бакалаврам, магистрам и студентам старших курсов.

В университете Ньютон сразу решил посвятить себя физике и математике. Он изучал труды Евклида, Р. Декарта, Дж. Валлиса. Кафедру математики занимал тогда молодой блестящий ученый Исаак Барроу. Он скоро стал не только учителем, но и другом Ньютона, а спустя несколько лет уступил своему великому ученику кафедру математики. К этому времени Ньютон получил уже степени бакалавра и магистра, но материальные затруднения не оставили его. Только получение кафедры дало возможность Ньютону продолжить свои научные исследования.

Трудно представить себе всю интенсивность умственной работы молодого ученого. Наиболее поразительными в его жизни были 1665—1667 годы. В это время в Англии свирепствовала чума и Ньютон жил в родном Вульсторпе. Именно здесь, в деревенской тиши, молодой Ньютон сделал почти все свои великие открытия

в физике и математике. Уже в это время он открыл закон всемирного тяготения и приступил к исследованию с его помощью законов движения планет. Правда, полное подтверждение своему открытию Ньютон получил только в 1672 г., когда было проведено более точное измерение градуса меридиана. В те же 1665—1667 гг. он открыл дисперсию света и начал конструировать зеркальный телескоп-рефлектор. В нем впервые получилось четкое изображение предмета, без цветного венчика, который давали все прежние телескопы.

Одновременно Ньютон работал над созданием математического аппарата, с помощью которого можно было бы исследовать и выражать законы физики. Такого аппарата еще не было, и каждый ученый придумывал свои методы, обобщая и применяя сделанное еще Архимедом. Ньютон первый построил дифференциальное и интегральное исчисления (он назвал его методом флюксий). Это сразу позволило решать самые разнообразные, математические и физические, задачи. До Ньютона многие функции определялись только геометрически, так что к ним невозможно было применять алгебру и новое исчисление флюксий. Ньютон нашел новый общий метод аналитического представления функций — он ввел в математику и начал систематически применять бесконечные ряды.

Поясним эту идею Ньютона. Известно, что любое действительное число можно представить десятичной дробью — конечной или бесконечной. Так, например:

$$\frac{7}{40} = 0{,}175; \quad \frac{1}{3} = 0{,}333\ldots; \quad \sqrt{2} = 1{,}412\ldots$$

Это значит, что любое число a можно представить в виде:

$$a = N + a_1\left(\frac{1}{10}\right) + a_2\left(\frac{1}{10}\right)^2 + \ldots + a_n\left(\frac{1}{10}\right)^n + \ldots,$$

где N — целая часть, а $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ могут принимать одно из значений 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. По аналогии с таким представлением чисел Ньютон предположил, что любая функция от x, например $\sqrt{1+x}$, $\sin x$, $\log(1+x)$, может быть представлена как бесконечный многочлен или ряд, расположенный уже не по степеням $\frac{1}{10}$, а по степеням x:

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_nx^n + \ldots,$$

где $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ — коэффициенты, которые каждый раз должны быть определены. Примером такого ряда может служить известная нам геометрическая прогрессия:

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \ldots + x^n + \ldots$$

Представление функции с помощью ряда очень удобно. С помощью рядов, как писал Ньютон, «удается преодолеть трудности, в другом виде представляющиеся почти неодолимыми».

Ньютон нашел основные приемы разложения функций в ряды и показал, как применять ряды в математических исследованиях. Он нашел ряды для представления всех известных в то время функций: $\sqrt{ax+b}$, тригонометрических и обратных тригонометрических функций, показательной функции, логарифма, функций, заданных с помощью алгебраических уравнений.

Занятия так поглощали Ньютона, что он совершенно забывал об окружающем. Сохранилось немало анекдотов о его баснословной рассеянности. А когда Ньютона однажды спросили, как он мог решать столь трудные проблемы, он ответил: «Постоянным размышлением о них».

Вернувшись в Кембридж, Ньютон изложил письменно свои математические открытия, но не спешил опубликовать их. О части своих исследований он рассказывал в лекциях по оптике, другая часть была известна математикам только по рукописям Ньютона. Первые чисто математические работы Ньютона увидели свет только в 1704 и 1711 гг., самая значительная из них — «Метод флюксий и бесконечных рядов» — была опубликована только после смерти ученого.

В 1672 г. Ньютон был избран членом Лондонского королевского общества, за конструкцию телескопа-рефлектора, а с 1703 г. он становится президентом этого общества и остается им до конца жизни.

Еще в 1680 г. Ньютон, уступая настоятельным требованиям своих друзей-ученых, приступил к работе над книгой «Математические начала натуральной философии», в которой задумал изложить свою систему мира. Работа продолжалась около 5 лет. Об этом периоде жизни Ньютона сохранились записи его секретаря. По его словам, Ньютон был в то время спокойным, приветливым, никогда не впадал в раздражение, почти никуда не выходил из своей комнаты, никогда не садился обедать без

многократных напоминаний и чаще всего ел наспех и стоя, спал не более 4 или 5 часов в сутки и каждый час, не посвященный занятиям, считал потерянным. В 1687 г. книга была опубликована. Помимо работы над «Началами», Ньютон много времени посвящал тогда химическим опытам. Он был великолепным экспериментатором.

По единодушному мнению физиков, в истории естествознания не было более крупного события, чем появление Ньютоновых «Начал». В нескольких словах трудно передать все величие этой книги. Положив в основу аксиомы движения, которые теперь известны под названием трех законов Ньютона, и закон всемирного тяготения, Ньютон выводит чисто математически все основные известные в то время факты механики земных и небесных тел: законы движения точки и твердого тела, Кеплеровы законы движения планет (Кеплер установил их на основании наблюдений), закон движения Луны, явления приливов и отливов, форму орбит комет, строит начала гидродинамики. По выражению Д. И. Менделеева, Ньютоном впервые было показано, что возможно с единой точки зрения «охватить весь механизм мировых явлений — от вращения неподвижных звезд до перемещения химических атомов».

Для построения такой системы в то время не было еще достаточного математического аппарата, поэтому в начале своей книги Ньютон строит новую математическую теорию — учение о пределах.

«Начала» произвели сильнейшее впечатление на современников, и еще при жизни Ньютона они издавались 3 раза. Сто лет спустя Ж. Лагранж писал: «Ньютон был величайший гений из всех, когда-либо существовавших, и самый счастливый, ибо только однажды дано человеку открыть систему мира».

Уже будучи президентом Лондонского королевского общества, Ньютон пишет труды, задуманные еще в юности. Среди них — «Оптика», к которой ученый приложил два замечательных сочинения по математике — «О квадратуре кривых» и «Перечисление кривых третьего порядка». Первое из них посвящено вопросам дифференциального и интегрального исчислений, а второе — изучению свойств кривых третьего порядка. Все значение этого последнего сочинения было понято только в XIX в., когда получила развитие алгебраическая геометрия.

Умер Ньютон в 1727 г. в возрасте 84 лет. Он до последних дней своей жизни не прекращал научных исследований, как теоретических, так и экспериментальных.

Вот что говорил сам Ньютон о своем творчестве: «Не знаю, как на меня посмотрит мир, но самому себе я представляюсь мальчиком, играющим на морском берегу и приходящим в восхищение, когда ему удается порой найти более гладкий, нежели обыкновенно, камушек или красивую раковину; между тем громадный океан сокровенной истины простирается передо мною».

■

ГОТФРИД ВИЛЬГЕЛЬМ ЛЕЙБНИЦ

Готфрид Вильгельм Лейбниц родился в Германии в г. Лейпциге в 1646 г. Любознательный мальчик уже 6 лет вел интересные беседы по истории со своим отцом, профессором Лейпцигского университета. К 12 годам он хорошо изучил латинский язык и увлекся древнегреческим. Особенно его интересовали древние философы, и он мог подолгу размышлять о философских теориях Аристотеля или Демокрита. В 15 лет Лейбниц поступает в Лейпцигский университет, где усердно изучает право и философию. Он очень много читает, среди его любимых книг — книги Р. Декарта, Г. Галилея, И. Кеплера и Кампанеллы. Свои колоссальные знания по математике Лейбниц приобрел самоучкой. Через три года, окончив университет, Лейбниц покинул Лейпциг. Он был обижен отказом ученого совета университета присвоить ему степень доктора прав. Отказ объяснили тем, что Лейбниц был... слишком молод!

Началась жизнь, полная напряженного труда и многочисленных путешествий. Легко себе представить, как неудобно было путешествовать в неуклюжих каретах по тряским дорогам Европы тех времен. Лейбниц умел не терять времени даром — много удачных мыслей пришло ему в голову именно во время этих продолжительных поездок. Лейбниц отличался исключительной способностью быстро «входить» в задачу и решать ее наиболее общим способом. Однако гениальных идей приходило в голову Лейбницу больше, чем он успевал их записывать. Чувствуя, что все это богатство мыслей ему не успеть переработать в ясные и завершенные теории, Лейбниц часто ограничивался сообщением только сути идеи. Такая «охота» за идеями была по душе Лейбницу. Он шутливо сравнивал себя с тигром, о котором рассказы-

Готфрид Вильгельм Лейбниц.

вают, что если этот зверь не схватит чего-либо в первый, второй или третий прыжок, то предоставляет добыче убежать.

Люди, лично знавшие Лейбница, писали о нем как о мягком и отзывчивом человеке, очень скромном в своих привычках. Лейбниц был дипломатом, надворным советником, воспитателем княжеских детей, историографом. Почти все время он работал при дворах немецких государей, князей и герцогов. Но он всегда помнил о своей любимой науке. Он умел извлекать много полезного из любого дела, любого знакомства. Лейбниц хорошо понимал, что для успешного развития науки необходимы специальные научные общества, академии, в которых ученые могли бы свободно обмениваться мнениями. По предложению Лейбница в 1700 г. основывается Берлинская академия наук, в которой ему предоставляют почетное место первого президента. Он хлопочет о создании академий в других городах Европы и даже всеевропейской академии наук. Неоднократные беседы Лейбница с Петром I о развитии наук в России имели большое значение для организации Петербургской академии наук. Петр I в знак признания заслуг Лейбница сделал его тайным советником.

Удивительный ум Лейбница породил большое количество плодотворных идей почти во всех областях человеческих знаний. В физике Лейбниц сформулировал основной закон сохранения кинетической энергии, как он ее называл, «живой силы»: $\frac{mv^2}{2}$. Стараниями Лейбница был положен конец путанице с календарями в Германии и был принят более точный григорианский календарь. Размышляя над философскими и математическими вопросами, Лейбниц убедился, что самым надежным средством искать и находить истину в науке может стать математика. Всю свою сознательную жизнь он стремился выразить законы мышления, человеческую способность думать в виде математического исчисления. Для этого необходимо, учил Лейбниц, уметь обозначать любые понятия или идеи определенными символами, комбинируя их в особые формулы, и сводить правила мышления к правилам в вычислениях по этим символическим формулам. Заменяя обычные слова четко определенными символами, Лейбниц стремился избавить наши рассуждения от всякой неопределенности и возможности ошибиться самому или вводить в заблуждение других. Если, мечтал Лейбниц, между людьми возникнут разногласия, то решаться они будут не в длинных и утомительных спорах, а так, как решаются задачи или доказываются теоремы. Спорщики возьмут в руки перья и, сказав: «Начнем вычислять!» — примутся за расчеты.

Необыкновенная сила этой мысли проявилась прежде всего в творчестве самого Лейбница. При помощи своего универсального исчисления Лейбниц значительно расширил область математики.

Лейбниц, одновременно с Ньютоном и независимо от него, открыл основные принципы дифференциального и интегрального исчислений. Эти исчисления теперь называют математическим анализом. Теория приобрела свою силу после того, как Лейбницем и Ньютоном было доказано, что дифференцирование и интегрирова-

ние — взаимно обратные операции. Об этом свойстве хорошо знал и Ньютон. Но только Лейбниц увидел здесь ту замечательную возможность, которую открывает применение символического метода.

Любой человек, изучив небольшое число правил действия с символами, обозначающими операции дифференцирования и интегрирования, становится обладателем мощного математического метода. В наше время такие символы операций называют операторами. Операторы дифференцирования $d(\ )$ и интегрирования $\int(\ )\,dx$ действуют на функции, «перерабатывая» их в другие, точно вычисляемые функции (см. статью «Интеграл и производная»). Лейбниц разрабатывает особую алгебру действий с этими операторами. Он доказывает, что обычное число α можно выносить за знак оператора:

$$d(\alpha f(x)) = \alpha d(f(x)).$$

Одинаковые операторы можно выносить за скобку:

$$d(f(x)) + d(\varphi(x)) = d(f(x) + \varphi(x))$$

или:

$$\int (f(x))\,dx + \int (\varphi(x))\,dx = \int (f(x) + \varphi(x))\,dx.$$

Сокращенно все перечисленные свойства можно выразить соотношением:

$$d(\alpha f(x) + \beta\varphi(x)) = \alpha d(f(x)) + \beta d(\varphi(x)),$$

где α и β — числа.

Операторы, которые обладают таким свойством, называются линейными. Теория линейных операторов, которую с таким успехом начал развивать Лейбниц, в современной математике является хорошо разработанной и полезной в приложениях теорией.

Многократное применение операторов можно понимать как степень оператора; например, для $d(\ )$:

$$\underbrace{d(d(\ldots d(f(x))\ldots))}_{n \text{ раз}} = d^n(f(x)).$$

То, что основные операторы математического анализа являются взаимно обратными, Лейбниц подчеркивает своей символикой, утверждая, что $d(x)$ и $\int(\ )\,dx$ так же взаимно обратны, как степени и корни в обыкновенном исчислении. Употребляют так же обозначение, аналогичное обозначению a^{-1} числа, обратного a, причем произведение $a \cdot a^{-1} = 1$. Обозначая операторы: $d^{-1}(\ ) = \int(\ )\,dx$ или, наоборот:

$$\int^{-1}(\ )\,dx = d(\ )$$

и понимая под их произведением последовательное их применение, имеем:

$$d^{-1}(df(x)) = \int^{-1}\left(\int f(x)\,dx\right) = f(x),$$

т. е. произведение есть «единица», не меняющая функцию.

Анализируя правила логики, правила рассуждений, Лейбниц увидел, что и здесь можно применить подходящую символику и свести разнообразные приемы умозаключений к небольшому числу точно определенных операций. Такое исчисление умозаключений, или, как его теперь называют, алгебра логики, в наши дни приобрело большое значение. На его основе создаются современные электронные вычислительные машины; теория таких «думающих» автоматов имеет большое принципиальное значение. Всю Вселенную Лейбниц рассматривал как гигантский кибернетический автомат. Отмечая роль, которую сыграли идеи Лейбница для кибернетики, творец кибернетики Н. Винер в шутку писал: «Если бы мне пришлось выбирать в анналах истории наук святого — покровителя кибернетики, то я выбрал бы Лейбница».

Сам Лейбниц также стремился воплотить в машине свои мысли о механизации и автоматизации мыслительных процессов. Он построил металлическую счетную машину, которая могла складывать, вычитать и умножать целые числа. Эта счетная машина произвела большое впечатление на ученых того времени. После того как Лейбниц показал свою машину в Английской академии наук, так называемом Лондонском королевском обществе, его избрали заграничным членом этого общества.

Поиски операторов и исчислений в области систем алгебраических уравнений первой степени со многими неизвестными привели Лейбница к созданию нового важного понятия — о п р е д е л и т е л я системы таких уравнений. О том, что такое определитель, можно подробно узнать в любом курсе высшей алгебры. В наши дни определитель стал совершенно необходимым инструментом как в самой математике, так и в разнообразнейших ее применениях.

Необыкновенная проницательность Лейбница сказывается и в его отношении к математическим играм. Он писал: «Мы часто замечали, что люди проявляют более всего изобретательности в играх, и поэтому математические игры заслуживают внимания... потому что развивают находчивость». В другом месте Лейбниц пишет: «...игры, как требующие ловкости, так и основанные на случайности, дают громад-

ный материал для научных занятий». Слова ученого оказались пророческими — современная математическая теория игр имеет огромное значение не только для математики, но и для экономики, военного дела и многих других областей человеческой деятельности.

Смысл всей своей жизни Лейбниц видел в умственном творчестве, в создании общедоступных идей, полезных человеку в познании природы. Надо сказать, что он был честолюбив и очень чувствителен к признанию своих действительных заслуг перед наукой. Тем больнее был для него печально знаменитый спор с И. Ньютоном о приоритете создания математического анализа. И совсем тяжелыми были последние годы жизни, когда старый и больной Лейбниц умирал, забытый всеми. Только необычайная воля к труду и, как всегда, ясная мысль скрашивали его одиночество. Он умер в ноябре 1716 г. Его смерть не была отмечена ни в Берлинской, ни в Английской академии. Его биограф пишет, что он был похоронен как нищий, а не как выдающийся гений Германии. Только спустя много лет в его родном городе была поставлена статуя Лейбница. Но истинным памятником Лейбницу являются его математические идеи, которые и в наши дни продолжают приносить чудесные плоды на благо человека.

■

ЛЕОНАРД ЭЙЛЕР

Этот крупнейший математик XVIII столетия родился в швейцарском городе Базеле в 1707 г. Отец его был пастором и хотел, чтобы сын тоже стал священником. В Базельском университете Леонард Эйлер штудировал богословие и древние языки, но слушал также лекции по математике профессора Иоганна Бернулли, знаменитого ученого, принадлежавшего к научной школе Лейбница.

Заметив блестящие способности своего слушателя, Бернулли стал с ним заниматься дополнительно. Вскоре математика одержала верх над богословием, и жизненное призвание Леонарда определилось окончательно.

В доме своего наставника Леонард Эйлер завязал дружбу с его сыновьями Даниилом и Николаем, также даровитыми математиками. В маленькой Швейцарии подходящей должности для трех друзей не нашлось. К счастью, в то время в столице России — Петербурге готовилось учреждение Академии наук, и всем троим удалось получить приглашение на работу в ней. Петербургская академия (ныне Академия наук СССР) была открыта в 1725 г., и в том же году приехали в Россию братья Бернулли. Эйлер прибыл в Петербург несколько позднее, весной 1727 г.

Ему было всего 20 лет, но математические дарования чаще всего ярко проявляются уже в молодости. В Петербурге Эйлер попал в круг выдающихся ученых — математиков, физиков и астрономов, получил широкие возможности для издания трудов, полное материальное обеспечение. Он с увлечением принялся за работу, и в ученых записках академии появляются его статьи, привлекающие интерес ученых всей Европы. А вскоре он становится, по единодушному признанию современников, первым математиком мира.

Деятельность Эйлера в Петербурге не ограничилась теоретическими исследованиями в математике и механике. В течение нескольких лет он работает в географическом отделе академии над усовершенствованием карт России. Он пишет большой, двухтомный труд по теории кораблестроения и кораблевождения и одновременно публикует книгу по теории музыки. Ученый ведет занятия со студентами университета при академии и пишет учебник арифметики для школьников. Он неоднократно участвует в различных комиссиях по техническим вопросам. Отдавая всю свою кипучую энергию академии, Эйлер открыто признавал, что всем, чем стал, он обязан прежде всего пребыванию в ней.

Неустойчивое и тревожное положение, создавшееся во время регентства Анны Леопольдовны, заставило Эйлера в 1741 г. перейти на работу в Берлинскую академию наук. При этом он сохранил самые тесные связи с Россией. Эйлер регулярно печатает в изданиях Петербургской академии примерно половину своих статей, редактирует математический отдел ее ученых записок, сообщает в своих частых письмах научные новости и т. д. Годами в берлинском доме Эйлера жили молодые русские ученые, с которыми он вел занятия. Положение дел в Берлинской академии наук во многом не удовлетворяло Эйлера, и в 1766 г. он вернулся в Петербург.

Последние 17 лет жизни Эйлера были омрачены почти полной потерей зрения. Опираясь на свои изумительные способности, он продолжал творить так же интенсивно, как в молодые годы. Только теперь он уже не писал сам, а диктовал ученикам, которые проводили за него и более громоздкие вычисления. О работоспособности Эйлера на склоне лет говорит та-

кой феноменальный факт: за 1777 г. он с секретарем подготовил около 100 статей, т. е. почти по 2 статьи в неделю! Когда Эйлер бодрствовал, он размышлял, иногда отвлекаясь для беседы с друзьями и отдыха в кругу семьи. А когда он мыслил, он творил. Этот неустанный творческий труд окончился лишь с жизнью Эйлера — 18 сентября 1783 г.

Научное творчество Эйлера поражает своей плодовитостью. Он оставил более 800 трудов, причем многие из них —большие книги в 2—3 томах. При жизни Эйлера статьи его не успевали печатать. Шутя он говорил, что оставит для академического журнала работ на 20 лет. Великий математик был превосходным вычислителем, но в этот раз он просчитался: посмертные сочинения его печатали еще около 80 лет!

Эйлер был самым плодовитым математиком всех времен. Он был также и самым разносторонним, так как занимался всеми вопросами современной ему математики и ее приложений, а некоторые отделы начал разрабатывать впервые. Теория чисел и теория движения Луны, геометрия и оптические приборы, алгебра и сопротивление материалов, тригонометрия и баллистика — все это и многое другое интересовало его.

Человечество обязано Эйлеру многими ценными изобретениями, усовершенствованиями и техническими теориями. Он заложил основы современной техники изготовления ахроматических зрительных приборов, которые дают изображения, свободные от искажающего рассеяния цветов, благодаря подбору линз с различными показателями преломления. Он создал первую теорию расчета действия турбин. Заложил основы теории гироскопа-волчка, которая играет очень большую роль в современной технике. Но, как ни важны эти заслуги Эйлера, главным в его жизни была разработка проблем математики. Ей он посвятил около 315 сочинений и обогатил эту науку множеством новых теорем, формул, методов, частных теорий и несколькими новыми большими отделами.

Около 150 работ посвятил Эйлер теории чисел. Значение их точно выразил великий русский математик П. Л. Чебышев, продолживший многие исследования Эйлера: «Эти изыскания требовали новых приемов, открытия новых начал, одним словом, основания новой науки. Это было сделано Эйлером».

В геометрии Эйлер положил начало совершенно новой области исследований, выросшей впоследствии в большую и важную науку—

Леонард Эйлер.

топологию, которая изучает общие свойства пространства и фигур. Приведем два замечательных открытия Эйлера, относящихся к топологии.

Первое из них — решение задачи о мостах. Река образует острова, и через два речных рукава перекинуто 7 мостов. Спрашивается, можно ли пройти все 7 мостов так, чтобы каждый был пройден по одному лишь разу. Эйлер показал, что это невозможно, и рассмотрел более общую задачу, в которой речь идет о любом числе местностей, как-либо разделенных рукавами рек и соединенных мостами. Задачу о мостах часто формулируют несколько по-иному, спрашивая, можно ли описать некоторую данную фигуру, составленную из прямых отрезков или дуг кривых, так, чтобы каждое звено было пройдено один, и только один, раз.

Другое открытие представляет важную теорему учения о многогранниках: Эйлер устано-

вил и доказал, что числа вершин B, ребер P и граней $Г$ всякого многогранника, в котором нет дыр, связаны формулой: $B+Г=P+2$.

Главной областью математических работ Эйлера был математический анализ, т. е. дифференциальное и интегральное исчисления и целый ряд других примыкающих к ним наук. Здесь невозможно даже вкратце перечислить открытия Эйлера в этой области. Упомянем только, что он открыл удивительную зависимость между тригонометрическими функциями (синусом и косинусом) и показательной функцией e^x:

$$e^{xi} = \cos x + i \sin x, \text{ где } i = \sqrt{-1}.$$

Вместе с тем Эйлер впервые разработал общее учение о логарифмической функции, согласно которому все комплексные числа, кроме нуля, имеют логарифмы, причем каждому числу соответствует бесчисленное множество значений логарифма.

Знаменитый французский ученый П. Лаплас говорил: «Читайте, читайте Эйлера, он наш общий учитель». Действительно, по математическим руководствам Эйлера: «Введение в анализ», «Дифференциальное исчисление», «Интегральное исчисление», «Универсальная арифметика» (т. е. алгебра), по его книгам по механике и физике училось несколько поколений. Главное содержание этих книг вошло и в современные учебники.

Все сочинения Эйлера написаны очень доступно и увлекательно. Юный любитель математики может с пользой и интересом прочитать, конечно с карандашом в руке, первую часть «Введения в анализ». Она читается не так быстро, как приключенческий роман, но с таким же увлечением.

■

КАРЛ ФРИДРИХ ГАУСС

Карл Фридрих Гаусс родился в 1777 г. в небольшом немецком городе Брауншвейге. Отец его был водопроводчиком и в своем городе был известен как хороший вычислитель, так что его часто приглашали для ведения расчетов.

Маленький Карл Фридрих очень рано обнаружил поразительные способности к счету. Впоследствии Гаусс говорил друзьям, что он научился раньше считать, чем говорить. Рассказывают, что, когда ребенку было 3 года, произошел следующий удивительный случай: както в присутствии сына отец производил расчет, сколько следует заплатить за работу каменщикам, учитывая, что некоторые из них работали и в обеденные часы. Окончив счет, он собирался уже приступить к выплате денег, как вдруг маленький Карл сказал, что расчет неверен и должно быть столько-то. Оказывается, мальчик в уме повторял все выкладки отца. Велико было удивление последнего, когда, проверив снова счет, он убедился, что сын прав!

Семи лет Гаусс поступил в народную школу. Первые два года, пока учили чтению и письму, мальчик не выделялся среди других. Но на третьем году началась арифметика,— тут-то и проявились его замечательные способности. Учитель как-то задал мальчикам сосчитать сумму чисел: $1+2+3+\ldots+40$. В то время как другие ученики принялись подряд складывать числа, Гаусс почти сразу подал учителю свою грифельную доску с правильным ответом. Он заметил, что числа, стоящие на одинаковом расстоянии от начала и конца, дают при сложении одинаковое число:

$$1+40=2+39=3+38=\ldots=20+21=41.$$

Но всего таких пар чисел будет 20, следовательно, искомая сумма равна: $41 \cdot 20 = 820$.

В это время на мальчика обратил внимание молодой помощник учителя Бартельс. Он начал вместе с Гауссом читать книги по математике. Он же сумел заинтересовать герцога Брауншвейского, рассказав ему о математической одаренности мальчика, и добился, чтобы Гауссу была оказана материальная помощь и он смог продолжать учение.

В гимназии Гаусс очень быстро овладел древними языками и изучил несколько европейских. Окончив ее, юноша поступил в 1795 г. в Гёттингенский университет. Первое время он посещал лекции и по математике, и по филологии, не зная, что ему избрать. В это время у Гаусса были уже собственные математические результаты и он самостоятельно изучал великие творения И. Ньютона, Ж. Лагранжа и Л. Эйлера. Однако посвятить себя математике Гаусс решил только после своего знаменитого открытия о возможности построения правильного 17-угольника с помощью циркуля и линейки. Открытие 19-летнего Гаусса произвело сенсацию: после Евклида, указавшего способы построения правильных многоугольников с числом сторон 3, 4, 5, $3 \cdot 2^k$, $5 \cdot 2^k$, $4 \cdot 2^k$, 15, ни одному математику не удавалось продолжить этот ряд, хотя эта проблема занимала очень многих. Гаусс дал полное решение проблемы, доказав, что если n — простое число вида $2^{2^k}+1$, то соответствующий

n-угольник может быть построен циркулем и линейкой. В частности, полагая $k = 0, 1, 2, 3$, получим, что правильные 3-, 5-, 17- и 257- угольники можно построить циркулем и линейкой (а 7-угольник — нельзя). Эта работа была опубликована в 1801 г.

Как ни замечателен сам факт, открытый Гауссом, еще большее значение имел метод, который он применил. Гаусс связал проблему построения правильных многоугольников с вопросом: когда корень уравнения $x^n - 1 = 0$ выражается с помощью одних только квадратных радикалов? Гаусс доказал, что это уравнение всегда решается в радикалах, а при n простом и имеющем вид $2^{2^k} + 1$ корень его выражается с помощью одних только квадратных радикалов. Он развил при этом методы, которые позднее легли в основу теории Галуа.

С этого момента начинается героический период творчества Гаусса. На следующие 5 лет падает бóльшая часть его величайших открытий в теории чисел, алгебре и анализе. Вспоминая об этом времени, Гаусс говорил, что новые идеи в таком обилии появлялись у него в голове, что он едва справлялся с ними в сознании, а коротко записывать успевал только часть из них. Это же видно и из дневника Гаусса, в котором он отмечал свои открытия. Так, построение правильного 17-угольника там датировано 30 марта 1796 г., а 8 апреля того же года — первое доказательство квадратичного закона взаимности, одного из основных законов теории чисел. Этот закон был открыт Л. Эйлером, но сам Эйлер не смог доказать его. Гаусс дал этому закону 8 различных доказательств!

В 1797 г. Гаусс предложил новое доказательство основной теоремы алгебры, утверждающей, что всякое алгебраическое уравнение имеет корень (действительный или комплексный), опубликовав эту работу в 1799 г. За нее Гауссу была присуждена степень доктора.

Все свои работы по теории чисел Гаусс собрал в замечательном сочинении, которое положило начало новой эпохе в истории математики, — «Арифметические исследования» (1801).

Эта книга сразу поставила молодого Гаусса в ряд таких математиков, как П. Ферма и Л. Эйлер. В ней впервые строилась теория сравнений и доказывались важные теоремы теории групп.

Но Гаусс был не только великим математиком, пролагавшим своими исследованиями новые пути развития этой науки; он был и замечательным естествоиспытателем. Так, в 1832—1833 гг. он построил в Гёттингене электромагнитный телеграф. Он основал также первую в мире магнитную обсерваторию.

Карл Фридрих Гаусс.

Очень рано внимание Гаусса привлекли проблемы астрономии. Ему удалось определить орбиту малой планеты Цереры. Решение этой чрезвычайно сложной математической задачи принесло 24-летнему Гауссу широкую известность. В 1807 г. он был приглашен на пост директора Гёттингенской обсерватории, который не покидал до конца жизни. Одновременно он начал преподавать астрономию в Гёттингенском университете. Результаты своих исследований по астрономии Гаусс объединил в фундаментальном труде «Теория движения небесных тел».

С 1820 г. Гаусс непосредственно руководил геодезическими съемками Ганноверского королевства. Исходя из чисто практических задач, он, во-первых, разработал саму геодезию как науку, а во-вторых, создал свою знаменитую теорию поверхностей. До Гаусса были изучены геометрии только на двух поверхностях: на плоскости (планиметрия Евклида) и на сфере (сферическая геометрия). Гаусс нашел способ построения геометрии на любой поверхности,

определив, какие линии играют на поверхности роль прямых, как мерить расстояния между точками на поверхности и т. д. Теория Гаусса получила название внутренней геометрии.

Идеи Гаусса оказали определяющее влияние не только на развитие геометрии, но и на формирование современной физики. Творец теории относительности А. Эйнштейн писал, что его учение очень похоже на теорию поверхностей Гаусса. И действительно, риманова геометрия, созданная по образцу гауссовой теории поверхностей, но только для пространств любого числа измерений, легла в основу теории относительности, так же как евклидова геометрия—в основу классической механики Ньютона.

Современники рисуют Гаусса жизнерадостным человеком, наделенным большим чувством юмора. Гаусс живо интересовался литературой, философией, политикой, экономикой. Его внимание привлек расцвет культуры России начала XIX в. Он поддерживал научные связи с Петербургской академией наук, которая еще в 1801 г. избрала его своим членом-корреспондентом, а в 1824 г.— иностранным членом. В возрасте 62 лет Гаусс выучил русский язык и в своих письмах в Петербургскую академию наук жаловался на недостаток русской литературы в Гёттингене, просил присылать ему русские журналы и книги, в частности «Капитанскую дочку» Пушкина.

Умер Гаусс в 1855 г.

У него было немного личных учеников. Однако его можно с полным правом назвать учителем математиков всего мира. Истоки основных идей современной алгебры, геометрии, теории чисел и высшего анализа восходят к Гауссу. Созданными им понятиями и методами до сих пор оперируют математики и физики.

■

НИКОЛАЙ ИВАНОВИЧ ЛОБАЧЕВСКИЙ

Николай Иванович Лобачевский — великий математик, «Коперник в геометрии», построивший новую систему геометрии, родился в 1792 г. в Нижнем Новгороде (теперь Горький). Отец его умер рано, и мать, умная и энергичная женщина, переехала со своими тремя сыновьями в Казань. Она добилась того, чтобы ее дети были приняты в гимназию на казенный счет. По окончании гимназии все трое продолжали учение в незадолго до того открывшемся Казанском университете. Николай поступил на физико-математический факультет, когда ему было только 14 лет. К этому времени он овладел уже латинским, французским и немецким языками настолько, что мог свободно читать научную литературу и углубляться в изучение трудов Л. Эйлера, Ж. Лагранжа, К. Гаусса. Его руководителем в университете был профессор Бартельс, ученый с большим научным кругозором, которому до того выпала честь быть учителем другого крупнейшего математика— Гаусса. Бартельс вскоре обратил внимание на математическое дарование Лобачевского и побуждал его к самостоятельным научным исследованиям.

Однако инспекторы Казанского университета были недовольны молодым Лобачевским. Они заметили у юноши признаки вольнодумства и даже «признаки безбожия». Лобачевскому грозило исключение из университета и отдача в солдаты. Только энергичное заступничество профессоров спасло юношу.

В 1811 г. Лобачевский был произведен, минуя степень кандидата, в магистры, а в 1814 г. приступил к чтению лекций. Через два года он получил кафедру чистой математики и стал профессором университета. В течение более тридцати лет он читал все основные курсы математики, а часто — механики и астрономии. В 1827 г. его выбрали ректором Казанского университета. С этого времени Лобачевский бессменно руководил университетом вплоть до своей отставки в 1846 г. Он оказался не только замечательным педагогом, но и прекрасным организатором: при нем были построены астрономическая и магнитная обсерватории, анатомический театр, химическая лаборатория, физический кабинет и библиотека. Лобачевским были основаны и знаменитые «Ученые записки» Казанского университета.

Лобачевскому принадлежит ряд первоклассных работ по алгебре и математическому анализу. Но главным содержанием его жизни было создание и пропаганда неевклидовой геометрии. Евклид построил свою геометрию в III в. до н. э. (см. статьи «Как возникла геометрия» и «О различных геометриях»).

Лобачевский, как и его предшественники, сначала пытался доказать аксиому о параллельных. Но уже в 1823 г. у него зародилась новая идея: он пришел к мысли, что аксиому о параллельных Евклида вообще нельзя доказать, более того, можно принять другую аксиому о параллельных и на ее основе построить

новую, неевклидову геометрию, столь же стройную и непротиворечивую, как и геометрия Евклида. И Лобачевский с увлечением принялся за построение этой новой системы, исследуя и доказывая ее законы (см. те же статьи).

Нам трудно сейчас представить, насколько смелой была мысль Лобачевского. Ведь на протяжении двух тысяч лет геометрия Евклида казалась единственно возможной, столь же естественной, как законы сложения целых чисел. На ее основе строилась классическая механика Ньютона да и вся классическая физика. Нужно было большое личное мужество, беззаветная преданность научной истине, чтобы не побояться выступить с утверждением о возможности новой геометрии. Такое утверждение многим казалось тогда равносильным безумию.

11 февраля 1826 г. на заседании отделения физико-математических наук Лобачевский сделал доклад, в котором изложил свои новые идеи в геометрии. Эта дата считается днем рождения неевклидовой геометрии. Текст доклада не сохранился. Позднее Лобачевский писал, что в этом своем докладе он развивал мысль о том, что аксиома о параллельных не может быть доказана, установить же ее выполнимость в нашем реальном физическом пространстве можно только путем наблюдений. По-видимому, смелые мысли Лобачевского вызвали глубокое недоумение. Но это не обескуражило молодого ученого. В 1829—1830 гг. он опубликовал труд «О началах геометрии», в котором подробно излагал геометрию, основанную на новой аксиоме о параллельных, согласно которой через точку, лежащую в данной плоскости вне данной прямой, можно провести по крайней мере две прямые, не пересекающие заданную прямую. Но и это сочинение Лобачевского встретило пренебрежение и насмешки. Полагая, что он все еще недостаточно ясно изложил свои идеи, Лобачевский в 1835 г. пишет новый труд «Воображаемая геометрия», затем издает французский перевод его, вслед за этим — «Новые начала геометрии с полной теорией параллельных» и, наконец, «Геометрические исследования с полной теорией параллельных» на немецком языке.

Лобачевский был глубоко убежден, что его система получит применение для описания и изучения свойств нашего пространства. Желая проверить, какие геометрические законы имеют место в космосе, он подсчитал по данным астрономических наблюдений сумму углов треугольника, вершинами которого являются два диаметрально противоположных положения Земли на своей орбите и звезда Сириус. Известно,

Николай Иванович Лобачевский.

что в евклидовой геометрии сумма углов любого треугольника равна $2d$, в геометрии же Лобачевского эта сумма различна у разных треугольников, но всегда $<2d$. Лобачевский надеялся, что у такого громадного треугольника, который он выбрал, отклонение суммы углов от $2d$ будет значительным. Однако расчет показал, что отклонение это очень незначительно — оно могло быть объяснено погрешностями при наблюдении.

Геометрия Лобачевского так и не получила признания при жизни великого геометра. В 1846 г. исполнилось 30 лет профессорской деятельности Лобачевского, и он, по законам того времени, должен был уйти в отставку. Ему очень тяжело было покинуть любимый университет, и свою отставку он пережил болезненно. Мысль о том, что его геометрия все еще не находит признания, также угнетала Лобачевского. В последние годы жизни он решил еще раз изложить свои идеи и принялся за «Пангеометрию», в которой стремился особенно ясно

оттенить мысль о том, что евклидова геометрия — частный, предельный случай более общей неевклидовой геометрии. В это время он почти полностью потерял зрение, и ему приходилось диктовать свою книгу ученикам. Все необходимые выкладки он производил в уме. Книгу ученый закончил за год до смерти, наступившей в 1856 г.

Глубоко трагична судьба этого замечательного человека, так и не дождавшегося признания своего великого открытия.

Прошло не более 15 лет со дня смерти Лобачевского, и геометрия его была не только признана, но и вошла в моду. О ней читались лекции и писались трактаты, велись научные дебаты и салонные разговоры, ей посвящались популярные книги и стихи. Такой успех можно сравнить только с успехом теории относительности в 20-х годах нашего века или «думающих» машин и кибернетики в наши дни.

Начиная с 60-х годов прошлого века неевклидова геометрия приобретала все большее значение в математике. Огромную роль сыграло то обстоятельство, что в трудах позднейших ученых была доказана непротиворечивость новой геометрии. Только после этого она сделалась полноправной математической теорией. Действительно, при построении новой геометрии Лобачевский исходил из тех же аксиом, что и Евклид, только принял вместо евклидовой аксиомы о параллельных новую аксиому, которую мы привели выше. Предложения геометрии Лобачевского получались как следствия этой новой системы аксиом. При этом могло случиться, что, развивая эти следствия дальше, мы на каком-то шагу придем к противоречию. Это означало бы, что принятое допущение, т. е. аксиома о параллельных Лобачевского, неверна. Таким образом, мы получили бы доказательство аксиомы Евклида методом от противного. Если же противоречие никогда не получится, то, следовательно, построенная система геометрии логически равноправна евклидовой.

В связи с неевклидовой геометрией впервые был поставлен вопрос о том, как вообще можно доказать непротиворечивость некоторой математической теории, и были найдены первые методы доказательства непротиворечивости. Исследование этой новой проблемы имело большое значение для всего дальнейшего развития математики. Прежде всего возникла необходимость выявить и проанализировать все аксиомы, которые лежат в основе геометрии Евклида. Это было сделано крупнейшим математиком Д. Гильбертом в конце XIX в. Дальнейшее изучение этих проблем привело к созданию аксиоматического метода, играющего важнейшую роль в современной математике.

В конце XIX в., как и предвидел Лобачевский, его геометрия получила применение в физике, а именно в специальном принципе относительности. Для общего принципа относительности оказались необходимыми другие системы неевклидовой геометрии, построенные Б. Риманом.

Таким образом, геометрия Лобачевского не только необыкновенно расширила предмет самой геометрии, она получила широкое применение в других областях математики, способствовала рождению новых математических идей и методов и оказалась незаменимой для современной физики.

■

ЭВАРИСТ ГАЛУА

Короткой, но яркой была жизнь этого замечательного математика, идеи которого преобразовали всю алгебру и оказали решающее влияние на развитие геометрии и анализа.

Галуа родился 26 октября 1811 г. близ Парижа в небольшом городке Бур-ля-Рен. Отец его руководил учебным заведением для юношей, а с 1813 г. был бессменным мэром своего города. Эварист рос болезненным и впечатлительным мальчиком. Первоначальное образование он получил под руководством своей матери, большой поклонницы античной культуры. Двенадцати лет Галуа поступил в Королевский колледж в Париже. Первые три года он считался хорошим учеником, хотя учителя и отмечали его «несколько необычные манеры», но на четвертом году он начал заниматься математикой и так увлекся ею, что потерял интерес к другим наукам. По выражению одного из педагогов, «он был одержим демоном математики».

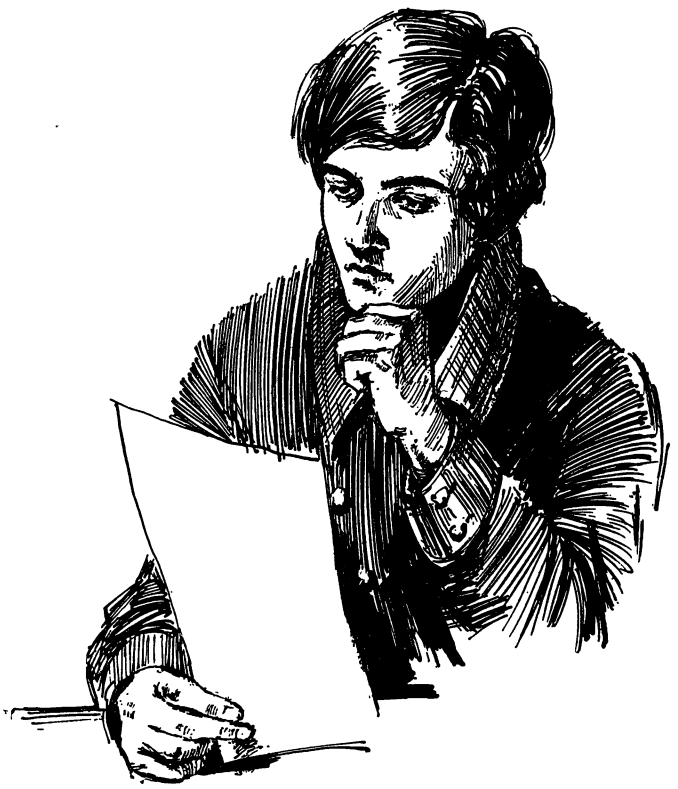
Галуа самостоятельно изучал сочинения Ж. Лагранжа, Л. Эйлера, К. Гаусса, а впоследствии и высоко ценимого им Н. Абеля. В 1828 г. Эварист потерпел неудачу на конкурсных экзаменах в Политехническую школу и целый год упорно работал над углублением своих математических знаний под руководством прекрасного педагога Ришара. В это же время у Ришара занимались будущий знаменитый математик Ш. Эрмит и будущий известный астроном У. Леверье, но самым одаренным из своих учеников Ришар считал Галуа. Уже в это время была опубликована одна из работ Галуа. И тем

не менее, к большому удивлению своих товарищей и Ришара, в 1829 г. Галуа снова провалился на конкурсных экзаменах. На этот раз, по-видимому, решающую роль сыграл неуравновешенный характер Эвариста. Ему показалось, что экзаменаторы смеются над ним: задают ему слишком простые вопросы. Придя в ярость, Галуа отказался отвечать.

Если бы Галуа поступил в Политехническую школу, быть может, вся его жизнь сложилась бы иначе. В то время в Политехнической школе преподавали лучшие математики Франции и учащиеся имели полную возможность заниматься научными исследованиями. Но Эварист не мог ждать еще год. Отец его умер, и ему надо было заботиться о средствах для существования. Поэтому, по совету Ришара, он поступил в Нормальную школу, которая давала стипендию и готовила преподавателей для высших и средних учебных заведений. За год пребывания в этой школе Галуа написал несколько научных работ, из которых одна, посвященная вопросам теории чисел, представляла исключительный интерес. Эти работы вместе с первым исследованием о решении уравнений в радикалах он представил на соискание Большой математической премии Парижской академии наук. Все статьи попали к непременному секретарю академии знаменитому математику Ж. Фурье. Однако Фурье вскоре умер, в его бумагах нашли только часть работ Галуа, другая часть, в том числе исследование о разрешимости уравнений в радикалах, была утеряна. Найденные работы были опубликованы.

До июля 1830 г. Галуа мало интересовался политикой. Но с первых же дней Июльской революции, с присущей ему страстностью, Эварист бросился в самую гущу политических событий. Он примкнул к левому крылу республиканский партии — Обществу друзей народа. В декабре того же года за разоблачение в печати двуличного поведения директора Нормальной школы в дни Июльской революции Галуа был исключен из этой школы.

В январе 1831 г. Галуа вновь передал в Парижскую академию наук рукопись своего исследования о решении уравнений в радикалах. В письме президенту академии Галуа просил «по крайней мере» прочесть со вниманием то, что он написал. На этот раз работа была передана на рассмотрение двум академикам. Однако они не смогли понять рукописи Галуа — слишком новы были изложенные там идеи. Академия отвергла работу Галуа. В это время Галуа был в тюрьме. Его арестовали в мае 1831 г. за то,



Эварист Галуа.

что он произнес тост, который все восприняли как призыв к свержению короля Людовика Филиппа. Суд оправдал Эвариста, но вскоре после освобождения он вновь был арестован как один из вожаков демонстрации 14 июля. На этот раз он просидел в тюрьме около 9 месяцев. Вскоре после освобождения жизнь юноши оборвалась. В мае 1832 г. двадцатилетний Эварист Галуа был убит на дуэли.

В ночь перед дуэлью, зная уже, что его работы отвергнуты академией, и уверенный в правильности своих выводов, Галуа написал своему другу, Огюсту Шевалье, письмо, почти целиком посвященное математике. Он сформулировал в нем свои основные теоремы, относящиеся к теории уравнений. Он просил Шевалье в случае своей смерти обратиться публично к К. Гауссу или К. Якоби с просьбой «дать заключение не о справедливости, а о важности этих теорем».

Однако и это письмо, и замечательная работа Галуа «Об условиях разрешимости уравнений в радикалах» пролежали еще 14 лет. Они были опубликованы вместе с другими сохранившимися работами Галуа только в 1846 г. известным

ученым Ж. Лиувиллем. Но прошло еще около 20 лет, прежде чем идеи Галуа прочно вошли в математическую науку.

Математическое наследство Галуа составляет всего шестьдесят небольших страниц печатного текста. Многие свои мысли он не успел изложить, сохранились лишь наброски неоконченных работ и планы, но то, что он успел сделать, настолько велико, что совершенно изменило лицо алгебры.

Проблема, которую решал Галуа, состояла в следующем: известно, что корни уравнений 2-й, 3-й, 4-й степеней можно выразить с помощью радикалов через коэффициенты этих уравнений. В 1824 г. Абель доказал, что существуют уравнения 5-й степени, которые в радикалах не решаются. Между тем было известно, что можно найти уравнения любой степени, разрешимые в радикалах, например уравнения $x^n-1=0$ при $n=2, 3, 4, \ldots$ Пусть теперь задано уравнение n-й степени, т. е. заданы его коэффициенты. Как узнать, решается ли оно в радикалах? Эту проблему и решил Галуа. Основной интерес представляет метод его решения. К сожалению, мы сможем здесь сказать о нем очень мало. Разве только то, что Галуа построил для решения задачи аппарат теории групп и начал строить теорию полей. Обе эти теории являются основой современной алгебры, а теория групп — и всей математики. (См. статью «Чем занимается алгебра?».)

■

ПАФНУТИЙ ЛЬВОВИЧ ЧЕБЫШЕВ

Пафнутий Львович Чебышев, один из крупнейших математиков прошлого века, родился в 1821 г. в Калужской губернии в имении отца. Первоначальное образование он получил дома. Шестнадцати лет Чебышев был принят на физико-математический факультет Московского университета. Здесь он написал свою первую научную работу «Вычисление корней уравнения», в которой анализировал все до того существовавшие методы приближенного вычисления корней алгебраических уравнений: способы Ньютона, Лагранжа, Фурье, и предлагал свой собственный, наиболее общий, из которого все предыдущие получаются как частные случаи. За эту работу Чебышев был награжден серебряной медалью.

В 1841 г. Чебышев окончил Московский университет. Ему предстояло сделать выбор: либо идти на службу и бросить математику, либо целиком отдаться занятиям любимой наукой и терпеть лишения. Чебышев выбрал последнее.

В 1846 г. он защитил магистерскую диссертацию «Опыт элементарного анализа теории вероятностей». В следующем году Чебышев переехал в Петербург, где ему предложили должность адъюнкта в Петербургском университете. С 1860 г. он стал профессором того же университета. Много сил потратил Чебышев на то, чтобы систематизировать и издать исследования Эйлера по теории чисел. Вопросы этой теории все более и более приковывали внимание самого Чебышева. В 1849 г. он защитил докторскую диссертацию «Теория сравнений», посвященную теоретико-числовым проблемам. К этому же времени относятся знаменитые работы Чебышева о простых числах.

Еще в глубокой древности ученых интересовал вопрос о том, по какому закону расположены в натуральном ряду простые числа: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ... В «Началах» Евклида было доказано, что простых чисел бесконечно много. Хотя со времен Евклида прошло более двух тысяч лет, к его теореме ничего нового добавлено не было. Простые числа в натуральном ряду располагаются чрезвычайно прихотливо. С одной стороны, существуют простые числа-«двойники», которые отличаются одно от другого на 2, например 3 и 5, 7 и 9, 11 и 13, 17 и 19, 41 и 43 и т. д. Имеется гипотеза, что таких «двойников» бесконечно много. С другой стороны, если расположить все простые числа в ряд в порядке их возрастания:

$$p_1,\ p_2,\ \ldots, p_n, \ldots\ (p_1 < p_2 < \ldots < p_n < \ldots),$$

то можно всегда найти в этом ряду два соседних числа p_m и p_{m+1}, разность между которыми $p_{m+1}-p_m$ как угодно велика.

Поставим теперь такую задачу. Пусть $\pi(n)$ — число простых чисел, не превосходящих n. Мы не можем точно определить, каково будет $\pi(n)$ для любого n; но нельзя ли его вычислить приближенно? Еще К. Гаусс и А. Лежандр, занимаясь этим вопросом, чисто эмпирически пришли к выводу, что $\pi(n)$ для больших n приближенно равно $\frac{n}{\log_e n}$, причем в знаменателе стоит натуральный логарифм, т. е. взятый по основанию $e=2{,}7182\ldots$ Но даже такие математики не смогли доказать замеченного ими факта. Только Чебышеву удалось сдвинуть проблему

о простых числах с мертвой точки. Он показал, что если отношение $\frac{\pi(n)}{\frac{n}{\log_e n}}$ при n, неограниченно возрастающем, имеет предел, то этот предел равен единице. Впоследствии было показано, что этот предел существует, это означает, что при больших n числитель $\pi(n)$ примерно равен знаменателю $\frac{n}{\log_e n}$.

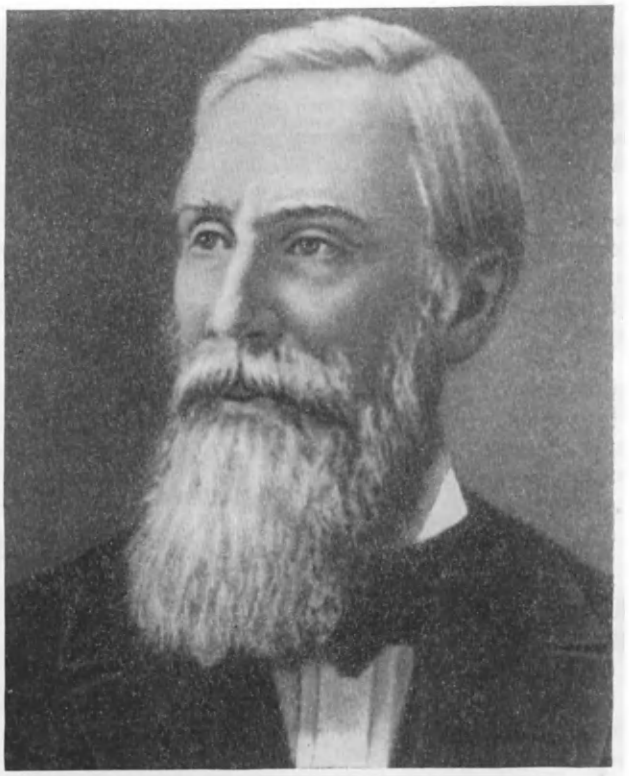
Исследования Чебышева по теории чисел сразу же выдвинули молодого русского математика в число первых ученых Европы.

Второй цикл работ, прославивших Чебышева, составили его исследования по теории вероятностей. Теория вероятностей — сравнительно молодая область математики. Первые задачи ее появились только в XVI—XVII вв. и были связаны с азартными играми (в кости, карты), а впоследствии — с обработкой результатов наблюдений. И хотя многие ее основные предложения ко времени Чебышева были уже хорошо известны, методы этой теории были лишены должной строгости, а приложения ее часто приводили к явно ошибочным результатам. Такие неудачи привели к разочарованию в теории вероятностей, некоторые говорили даже о «математическом скандале».

Только Чебышев сумел вывести теорию вероятностей из кризиса. Он ввел и систематически рассматривал случайные величины, а также нашел новый метод доказательства теорем этой теории. С этого времени теория вероятностей стала полноправной математической дисциплиной.

Чебышев является основателем русской школы теории вероятностей, которая и до сих пор занимает ведущее место в мировой науке. Благодаря работам Чебышева и его школы теория вероятностей сделалась могучим орудием для исследования проблем физики (особенно квантовой механики), техники, биологии и других областей знания.

Еще в юности Чебышев любил строить сложные механизмы. Эта любовь сохранилась у него на всю жизнь. Ученый изобрел более 40 типов шарнирных (или суставчатых, как он их называл) механизмов. Среди них были стопоходящая машина, воспроизводящая движения животных при ходьбе, гребной механизм, который повторял движение весел лодки, самокатное кресло и многие другие. Выставка этих механизмов, устроенная при жизни великого ученого в Чикаго, произвела потрясающее впечатление на современников. Чебышев построил



Пафнутий Львович Чебышев.

также арифмометр-полуавтомат, который хранится в Париже в Музее искусств и ремесел. Однако Чебышев интересовался механизмами не только как изобретатель, но и как математик. Занимаясь теорией механизмов, он сумел увидеть в ней новые математические проблемы, которые в его время были еще совершенно не изучены. Его работы, посвященные этим проблемам, положили начало теории наилучшего приближения функций. Эта теория с тех пор успешно развивается.

Чебышев как-то в шутливой форме высказал мысль, что в своем развитии математика прошла три периода. В первом — задачи ставили боги (он имел в виду задачу удвоения куба, постановка которой по древнегреческому преданию приписывалась оракулу), во втором — полубоги (т. е. такие математики, как П. Ферма), в наступившем третьем периоде задачи ставит нужда, т. е. жизнь. К требованиям практики и был особенно чуток Чебышев. В ней умел он находить новые математические задачи, решение которых доводил до получения окончательного числового результата, с тем чтобы вновь применить его на практике.

У П. Л. Чебышева было много учеников. Он по праву считается основателем Петербургской математической школы, которая насчитывает в своих рядах таких первоклассных ученых, как Е. И. Золотарев, А. А. Марков, А. М. Ляпунов, Г. Ф. Вороной и др.

Заслуги П. Л. Чебышева были признаны всем ученым миром. В 38 лет он был избран членом Петербургской академии наук, затем членом Парижской и Берлинской академий, Лондонского королевского общества и многих других академий.

Ученый прожил долгую жизнь и до последней минуты много и плодотворно работал. Умер Чебышев в 1894 г. За письменным столом он внезапно почувствовал себя плохо и вскоре скончался от паралича сердца.

■

СОФЬЯ ВАСИЛЬЕВНА КОВАЛЕВСКАЯ

Имя первой русской женщины-математика Софьи Васильевны Ковалевской известно всему образованному миру. Рассказ о ее жизни — это увлекательная история о том, как маленькая жизнерадостная девочка, «воробышек», стала выдающимся математиком; это поучительная история о девушке, полюбившей свободу и математику; это история о женщине-герое, проложившей дорогу в науку, к высшему образованию женщинам России и Европы.

Она родилась в 1850 г. в Москве в богатой семье генерал-лейтенанта артиллерии в отставке В. В. Корвина-Круковского. Маленькая Соня училась удивительно легко. Отец всячески поддерживал и развивал ее интерес к науке. Любознательная и настойчивая в учебе, Соня особенно увлеклась математикой. Любопытно, как произошло ее первое знакомство с высшей математикой. Случилось так, что стены в детской комнате были оклеены лекциями по математическому анализу знаменитого академика М. В. Остроградского. Как пишет С. В. Ковалевская, «от долгого ежедневного созерцания внешний вид многих из формул так и врезался в моей памяти», и через много лет ее преподаватель по математическому анализу удивлялся, «как скоро она охватила и усвоила себе понятие о пределе и производной, точно она их наперед знала». Особенно возбуждали фантазию девочки математические рассуждения ее дяди, «внушая ей благоговение к математике, как науке высшей и таинственной, открывающей перед ней новый чудесный мир, недоступный простым смертным». Знакомый отца, профессор Тырнов, обратил внимание родителей на математические способности четырнадцатилетней девочки.

Еще не зная тригонометрии, Соня пыталась разобраться в смысле тригонометрических формул, встретившихся ей в учебнике по физике. Отец пригласил заниматься с дочерью известного преподавателя, и с 15 лет она начала систематически изучать курс высшей математики.

В то время в России девушкам было запрещено учиться в университетах и высших школах. Женщины могли поступать только в некоторые зарубежные университеты. Но уехать из-под строгого надзора родителей молодым девушкам было очень трудно. Многим девушкам из богатых семей приходилось вступать в фиктивный брак, чтобы получить право уехать за границу и там учиться. Софья Васильевна вступила в такой брак с молодым ученым В. О. Ковалевским.

В 1869 г. молодые супруги уезжают за границу, в Германию, в университетский городок Гейдельберг. Каждый из них принялся усердно заниматься своими науками.

В Гейдельберге Ковалевская посещала лекции крупнейших ученых-математиков. В 1870 г. она переезжает в Берлин, решив добиться права на посещение лекций знаменитого немецкого математика К. Вейерштрасса. Вейерштрасс читал лекции в Берлинском университете, куда женщины не допускались. Сам Вейерштрасс считал, что в университете, а особенно на математическом факультете, женщинам учиться нельзя. Однако Ковалевская добилась того, чтобы Вейрштрасс проэкзаменовал ее на право быть его частной ученицей. Вейерштрасс предложил ей задачи, которые сам считал трудными для таких экзаменов. Каково же было удивление профессора, когда на следующий день взволнованная молодая женщина принесла ему блестяще решенные задачи! Вскоре Вейерштрасс признал особое математическое дарование своей ученицы. Он писал: «Что касается математического образования Ковалевской, то я имел очень немного учеников, которые могли бы сравниться с ней по прилежанию, способностям, усердию и увлечению наукой».

Через 4 года по ходатайству Вейерштрасса в Геттингенском университете С. В. Ковалевской заочно присуждается ученая степень доктора философии. (Эту ученую степень присуждали

за выдающиеся заслуги в математике, физике и химии.) Это была достойная награда за выдающиеся математические труды, написанные ею за это время. Работы были посвящены интереснейшим вопросам математики и механики. Работа «К теории дифференциальных уравнений в частных производных» содержит доказательство существования решений у таких уравнений. В курсах дифференциальных уравнений, которые теперь читают в университетах, эта теорема называется теоремой Ковалевской. Другая работа посвящена исследованию формы гигантского кольца, окружающего планету Сатурн, проведенному, как говорится, «на кончике пера». В третьей работе излагаются труднейшие теоремы математического анализа.

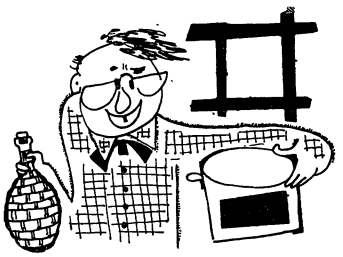
Двадцати четырех лет, «с докторским дипломом в кармане», Ковалевская возвращается в Петербург. Ее личная и научная жизнь сложилась так, что она отошла от занятий математикой. По существовавшим законам она, как женщина, имела право преподавать только арифметику в младших классах. В это время Софья Васильевна начинает писать статьи и рассказы, начинается ее литературная деятельность. Сама Ковалевская писала, что она всю жизнь не могла решить, к чему у нее было «больше склонности — к математике или к литературе». Среди ее знакомых не только ученые — Д. И. Менделеев и П. Л. Чебышев, но и писатели — Ф. М. Достоевский и И. С. Тургенев. Достоевский, несомненно, во многом способствовал пробуждению литературного таланта у Ковалевской. Ее перу принадлежат «Воспоминания детства», «Нигилистка», драма «Борьба за счастье» и многие другие произведения.

В 1883 г. трагически погиб В. О. Ковалевский. После неоднократных приглашений С. В. Ковалевская соглашается работать в Стокгольмском университете. Здесь начинается расцвет ее научной и литературной деятельности. В Стокгольмском университете Ковалевская прочла с большим успехом около двадцати курсов по математике. Написанная ею научная работа о вращении твердого тела была удостоена особой премии Парижской академии наук, причем сумма премии была увеличена с 3000 франков до 5000.

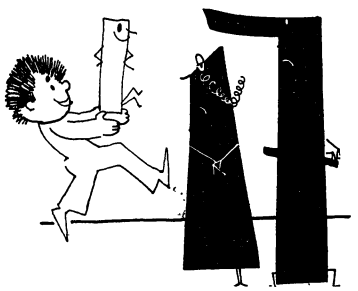
Софья Васильевна Ковалевская.

В 1889 г. Петербургская академия наук, по настоянию П. Л. Чебышева, предварительно приняв специальное постановление о присуждении женщинам академических званий, избрала С. В. Ковалевскую своим членом-корреспондентом. Сохранилась телеграмма, в которой ей сообщалось об этом событии: «Наша Академия наук только что избрала Вас членом-корреспондентом, допустив этим нововведение, которому не было до сих пор прецедента. Я очень счастлив видеть исполненным одно из моих самых пламенных и справедливых желаний. Чебышев».

Умерла С. В. Ковалевская в 1891 г. внезапно, в расцвете творческих сил.



Выдающийся французский математик С. Пуассон, будучи подростком, вначале проявлял во всем крайне ограниченные способности. Но после того как самостоятельно придумал искусное решение старинной задачи о дележе вина на две равные части при помощи двух пустых сосудов неодинаковой вместимости, он увлекся математикой и избрал ее своей специальностью.



Аналогичный «толчок» привел в математику профессора Московского университета И. И. Чистякова. В одном из своих выступлений (в 1911 г.) И. И. Чистяков рассказал о себе, что он пристрастился к математике с того момента, как еще подростком самостоятельно решил такую задачу: «Доказать, что всякое простое число начиная с пяти, будучи увеличено либо уменьшено на 1, делится на 6».

Намереваясь показать людям, что двоичное счисление — это не забава, а метод с большим будущим, знаменитый немецкий математик Г. Лейбниц изготовил специальную медаль. На ней изображена таблица простейших действий над числами в двоичной системе и отчеканена фраза: «Чтобы вывести из ничтожества все, достаточно единицы».

В восточной части Амстердама есть улицы Пифагора, Архимеда, Ньютона и Коперника.

Французскому ученому Б. Паскалю (1623—1662) было 12 лет, когда он написал математический «Трактат о звуках».

Решение и ответы

Ответ к стр. 395. $b = a + c$

Решение к стр. 395.

Пусть одна дробь $\frac{a}{b}$, а другая $\frac{ka}{b}$ тогда, по условию,

$$\frac{a^2}{b^2}(1 + k^2) = \frac{a^3}{b^3}(1 + k^3), \text{ или}$$

$$1 + k^2 = \frac{a}{b}(1 + k^3),$$

откуда

$$\frac{a}{b} = \frac{1 + k^2}{1 + k^3}.$$

Полагая $k = 2$, получаем:

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{9}$$

и, следовательно,

$$\left(\frac{5}{9}\right)^2 + \left(\frac{10}{9}\right)^2 = \left(\frac{5}{9}\right)^3 + \left(\frac{10}{9}\right)^3.$$

Полагая $k = 3$, получаем:

$$\frac{a}{b} = \frac{1 + 9}{1 + 27} = \frac{5}{14}$$

и, следовательно,

$$\left(\frac{5}{14}\right)^2 + \left(\frac{25}{14}\right)^2 = \left(\frac{5}{14}\right)^3 + \left(\frac{15}{14}\right)^3$$

и т. д. Конечно, k можно давать и дробные значения, например, для $k = \frac{3}{2}$ получим

$$\frac{a}{b} = \frac{26}{35}.$$

Решение к стр. 439.

1. *а*) В пятеричной системе; *б*) в четверичной системе; *в*) в восьмеричной системе; *г*) в двоичной системе.

2. Отдельно числитель и знаменатель дроби $\frac{3}{7}$ переведены в двоичную систему, а затем выполнено деление числителя на знаменатель следующим образом:

$$\begin{array}{l|l} 11 & 111 \\ 110 & \overline{0,0110110\ldots} \\ 1100 & \\ 111 & \\ 1010 & \\ 111 & \\ 1100 & \\ 111 & \\ 1010 & \\ 111 & \\ \ldots & \end{array}$$

3. Ясно, что

$$2^n < 1\,000\,000\,000 < 2^n + 1.$$

Теперь надо положить $n + 1 = 30$ и убедиться в справедливости записанных неравенств. Можно также найти n, применяя логарифмирование записанных неравенств. Тогда получим более простые неравенства:

$$n \lg 2 < \lg 10^9 < (n + 1) \lg 2, \text{ или}$$

$$n < \frac{9}{\lg 2} < n + 1,$$

$$n < \frac{9}{0,3010} < n + 1,\ n < 29,9 < n + 1.$$

Так как n — число натуральное, то $n = 19$ и, следовательно, для записи одного миллиарда в двоичной системе надо употребить $n + 1 = 30$ цифр.

ЛЕТОПИСЬ ЗНАМЕНАТЕЛЬНЫХ ДАТ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИКИ

Зарождение математики

Точно датировать возникновение важнейших понятий — целого числа, величины, фигуры — невозможно. Когда возникла письменность, представление о них уже сложилось. К этому времени были выработаны и различные системы письменной нумерации целых чисел.

2000—1700 гг. до н. э. — первые дошедшие до нас математические тексты: два египетских папируса и многочисленные глиняные таблички из древнего Вавилона, содержащие формулировки и решения задач. Египтяне пользовались десятичной непозиционной нумерацией и дробями с числителем 1 («основные» дроби). У вавилонян была шестидесятеричная позиционная система счисления без нуля и систематические шестидесятеричные дроби. Позднее, в середине первого тысячелетия до н. э., вавилоняне ввели знак для обозначения пропущенного шестидесятеричного разряда. Геометрия в Вавилоне и в Египте была по преимуществу вычислительной. Так, были известны правила вычисления площадей треугольника по стороне и высоте, круга по его радиусу (вавилоняне брали при этом в качестве π число 3, а египтяне число 3,16), а также объем пирамиды и усеченной пирамиды с квадратным основанием. Вавилоняне знали, что в прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов, а также обратное предложение. По-видимому, оба эти предложения были открыты ими на примерах и доказывать их в общем виде они еще не умели.

Наиболее замечательное достижение этого периода — создание в древнем Вавилоне элементов алгебры и открытие правила решения квадратных уравнений. Вавилоняне умели также находить приближенные значения квадратных корней из неквадратных чисел. Им были известны формулы суммы арифметической прогрессии и суммы квадратов натурального ряда.

Математические знания излагались в эту эпоху в виде рецептов, правильность которых не доказывалась; обычно приводились однотипные числовые примеры и их решения. Математики как науки еще не было.

Возникновение математики как науки. Построение первых математических теорий (математика древней Греции)

VI в. до н. э. — систематическое введение логических доказательств, явившееся переломным моментом в развитии математики. В Пифагорейской научной школе было начато построение геометрии как отвлеченной науки, истины которой выводятся из немногих исходных аксиом с помощью доказательств. К пифагорейцам восходят первые математические теории: планиметрия прямолинейных фигур (включая строгое доказательство знаменитой теоремы Пифагора) и элементы теории чисел (введение понятий простого числа, взаимно простых чисел, исследование теории делимости, построения совершенных чисел). В этой же школе были открыты четыре из пяти правильных тел: куб, тетраэдр, октаэдр и додекаэдр.

V в. до н. э.—в Пифагорейской школе сделано величайшее открытие о несоизмеримости стороны квадрата и его диагонали. Оно показало, что рациональных чисел (т. е. целых чисел и дробей) недостаточно для измерения геометрических величин и обоснования учения о подобии. Благодаря этому открытию возникла необходимость создания теории отношений как соизмеримых, так и несоизмеримых геометрических величин.

V в. до н. э. (вторая половина) — создана так называемая геометрическая алгебра, которая давала возможность в общем виде решать задачи, сводящиеся к квадратному уравнению или последовательности таких уравнений, чисто геометрически, с помощью циркуля и линейки. Геометрическая алгебра играла в античной математике роль нашей буквенной алгебры, но аппарат ее был гораздо менее удобен.

В это же время были сформулированы три знаменитые задачи древности: 1) удвоение куба (построить куб, имеющий объем в два раза больший данного), 2) трисекция угла (разделить произвольный угол на

три равные части) и 3) квадратура круга (построить квадрат, равновеликий данному кругу). Все эти построения, как было доказано в XIX в., невозможны с помощью циркуля и линейки. Древние использовали для их решения новые кривые: конические сечения (эллипс, гиперболу и параболу) и квадратрису (первую трансцендентную кривую).

В поисках квадратуры круга Гиппократ Хиосский открыл квадрируемые луночки (получившие название гиппократовых), т. е. фигуры, ограниченные дугами окружностей, для которых можно построить равновеликие им квадраты.

В конце V в. Гиппократ составил первые «Начала» — систематическое изложение основ математики своего времени. Труд этот до нас не дошел.

IV в. до н. э. (первая половина) — афинский математик Теэтет предпринял исследование алгебраических иррациональностей и начал классификацию их. Он определил простейшие классы квадратичных иррациональностей, такие, как $\sqrt{a}$, $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$, $\sqrt{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}}$, $\sqrt{\sqrt{ab}}$, $\sqrt{\sqrt{\sqrt{ab}}}$,..., которые были впоследствии описаны в «Началах» Евклида. Он показал также, что $\sqrt[3]{a}$ иррационален, если a не является кубом.

IV в. до н. э. (середина) — великий математик и астроном древности Евдокс из Книда создает общую теорию отношений для любых однородных величин (как соизмеримых, так и несоизмеримых). Эта теория совпадает по существу с теорией действительных чисел, предложенной в конце XIX в. Р. Дедекиндом. Для определения площадей и объемов Евдокс разработал так называемый м е т о д и с ч е р п ы в а н и я. В основе обеих теорий лежало общее учение о величинах. Величины определялись аксиоматически, причем впервые была сформулирована важнейшая аксиома, известная ныне под названием аксиомы Архимеда: если $a > b$, то можно повторить b столько раз, что $nb > a$. С помощью новых методов Евдокс впервые доказал, что конус равновелик $1/3$ цилиндра, имеющего одинаковые с ним основания и высоту, а пирамида равновелика $1/3$ соответствующей призмы. Он доказал также, что площади двух кругов относятся как квадраты их диаметров.

300 г. до н. э. — Евклид создает свои «Начала», в которых подводит итог всему предшествующему развитию античной математики. Метод изложения «Начал» получил название дедуктивного и стал образцом для построения математической теории. В «Началах» не только впервые систематически излагалась геометрия, но и элементы теории чисел, алгебры, теория отношений и метод исчерпывания. Здесь формулировался алгоритм Евклида для нахождения наибольшего общего делителя двух чисел, доказывалось, что произведение двух простых чисел pq не может делиться ни на какое третье простое число, а также устанавливалось, что простых чисел бесконечно много. В «Началах» впервые встречается строгий вывод формулы суммы конечного числа членов геометрической прогрессии и показывается, что существует только пять правильных тел: куб, тетраэдр, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр —и никаких других правильных тел нет.

III в. до н. э. — Архимед разрабатывает методы нахождения площадей и объемов, а также методы определения касательных и наибольших и наименьших значений величин, которые он применил для решения проблем статики, гидростатики и теории равновесия плавающих тел (см. стр. 472—474). Методы Архимеда легли в основу дифференциального и интегрального исчисления, созданного в XVII в.

III—II вв. до н. э. — Аполлоний систематически и всесторонне исследует конические сечения, развивая методы как аналитической, так и проективной геометрии. Его книги о конических сечениях послужили основой для создания аналитической геометрии Р. Декартом и П. Ферма (XVII в.), проективной геометрии Б. Паскалем и Ж. Дезаргом (XVII в.), а также явились математическим аппаратом при исследованиях по механике и астрономии И. Кеплера, Г. Галилея и И. Ньютона.

I—II вв. н. э. — широкое развитие вычислительно-алгебраических методов в античной математике.

I в. (конец) — Менелай создает систематический курс сферической геометрии, построенный по образцу «Начал» Евклида, и развивает сферическую тригонометрию.

Во **II в.** Птолемей в своих астрономических трудах излагает плоскую и сферическую тригонометрию; он выводит формулу, равносильную

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \sin\beta,$$

и составляет подробные таблицы хорд (вместо линии синуса древние рассматривали всю хорду). В таблицах Птолемей употреблял символ для обозначения пропущенного шестидесятеричного разряда. Возможно, что этот символ и явился прообразом нуля.

III в. н. э. — Диофант Александрийский, последний великий математик древности, пишет «Арифметику», в которой формулирует общие правила алгебры: правило переноса членов из одной части уравнения в другую и правило приведения подобных членов, а также правило умножения многочлена на многочлен, причем отмечает, что «вычитаемое на вычитаемое дает слагаемое». В этой книге впервые в истории науки вводится алгебраическая символика для обозначения неизвестного и первых его положительных и отрицательных степеней вплоть до шестой, а также для равенства и вычитания. Диофант развивает учение о решении неопределенных уравнений с целыми коэффициентами в целых или рациональных числах. Эти уравнения получили в современной математике название диофантовых.

Математика стран Дальнего, Среднего и Ближнего Востока

II в. до н. э. — создание древнейшего дошедшего до нас китайского математического трактата «Математика в девяти книгах», содержащего сведения по арифметике и геометрии. При решении задач в трактате применяется теорема Пифагора. Наиболее замечательным является единообразный метод решения системы линейных уравнений. При этом появляются отрицательные числа, для которых формулируются правила сложения и вычитания. В трактате излагается также алгоритм вычисления квадратных и кубических корней, аналогичный современному. Этот алгоритм в VII—XIII вв. был перенесен на случай вычисления корней общих уравнений третьей и четвертой степеней. Он совпадает в основном с так называемой схемой Горнера, полученной в Европе в XIX в.

III в. н. э.—в трактате Сунь Цзы встречаются именованные десятичные дроби.

V—VI вв. — создание в Индии десятичной позиционной системы счисления и введение в нее нуля как особой цифры.

499 г. — в астрономическом трактате Ариабхатты решается в целых числах неопределенное уравнение

$$ax + by = c.$$

Около 628 г. — индийский астроном Брахмагупта, свободно оперируя отрицательными числами, дает единое правило для решения любого квадратного уравнения. Он же формулирует правила действий с нулем, который благодаря этому становится числом, равноправным с другими числами. Брахмагупта знал способ решения неопределенного уравнения

$$ax^2 + 1 = y^2$$

в целых числах. Обоснование этого метода было дано Л. Эйлером и Ж. Лагранжем в XVIII в. Брахмагупта широко пользовался алгебраической символикой: специальными знаками для обозначения неизвестных и их степеней, знаками для корня квадратного, для операций сложения и вычитания.

IX в. — среднеазиатский ученый Мухаммед ал-Хорезми подробно объясняет правила действия с числами, записанными в десятично-позиционной системе, и исследует квадратные уравнения. Слова «алгебра» и «алгоритм» впервые появились в переводе его трактатов. Первое из них означало операцию переноса членов из одной части уравнения в другую, а второе — искаженное имя автора (ал-Хорезми — Algorithmi); оно применялось первоначально только для обозначения правил вычисления по десятичной позиционной системе.

XI в.— математик и поэт Омар Хайям в трактате по алгебре систематически исследует не только уравнения первой и второй степеней, но и кубические. Решение их он строит геометрически при помощи пересечения параболы, гиперболы и окружности (см. стр. 474—476).

XII в.— индийский ученый Бхаскара-акарья сформулировал все правила действий с отрицательными числами и специально отметил, что корень квадратный из отрицательного числа не имеет действительных значений. Бхаскара отмечал также, что благодаря двузначности квадратного корня квадратное уравнение может иметь два решения.

XIII в. — Насирэддин Туси систематически излагает сферическую геометрию, исследует все случаи решения сферического треугольника, в том числе и по трем углам его, развивает дальнейшие идеи Хайяма о сближении отношений с числами и подробно излагает теорию составных частей.

XV в. — Гийяс ад-Дин Джемшид ал-Каши, работавший в обсерватории Улугбека близ Самарканда, вводит и систематически использует десятичные дроби. Этим десятичная позиционная система была распространена для записи любых действительных чисел. Он вычислил число π с точностью до 17 десятичных знаков. Ал-Каши сформулировал в общем виде правило возведения бинома в любую целую степень и описал способ извлечения корня любой степени.

Математика европейского средневековья и эпохи Возрождения

XII—XIII вв. — на латинский язык переводятся арабские и греческие сочинения по математике. Постепенно распространяется десятичная позиционная система.

XIII в. — Леонардо Пизанский (Фибоначчи) излагает новую позиционную нумерацию, дает сведения по алгебре и арифметике, рассматривает различные числовые ряды.

XIV—XV вв. — совершенствуются алгебраические обозначения, вводятся обозначения для степени, для радикала и степеней неизвестного.

XVI в.— первый крупный успех европейской математики: итальянские ученые С. Ферро, Н. Тарталья и Дж. Кардано решили уравнения третьей степени в радикалах и ученик Кардано, Л. Феррари,— уравнение четвертой степени.

1572 г.— в «Алгебре» Р. Бомбелли впервые рассматривает мнимые числа $a+b\sqrt{-1}$ и формулирует правила действия с ними. Сами эти числа он трактует как символы, удобные для получения результатов относительно действительных чисел.

1685 г.— С. Стевин вводит систему десятичных дробей.

XVI в. (вторая половина) — французский математик Ф. Виет вводит буквенные обозначения для неизвестных и постоянных величин и создает математическую формулу (см. стр. 476—478).

Период математики переменных величин (XVII—XVIII вв.)

В **XVII в.** делает большие успехи механика земных и небесных тел, и в связи с этим возникают проблемы изучения зависимостей одних величин от других, проблемы определения скоростей, ускорений, площадей криволинейных фигур, центров тяжести и т. д.

Для решения этих проблем в математике не было готового аналитического аппарата. Ученые начинают искать пути изучения переменных величин в математике, используя творения античных математиков. В результате в математику входит функциональная зависимость. С этих пор функция становится таким же основным объектом математики, как число и величина.

1614 г.— Д. Непер вводит логарифмы и публикует первые логарифмические таблицы. Несколько позднее таблицы логарифмов опубликовал Й. Бюрги.

1636—1637 гг.— Р. Декарт и П. Ферма вводят в математику метод координат, который позволяет сводить геометрические задачи к алгебраическим и изучать широкий класс функциональных зависимостей. Независимо друг от друга Декарт и Ферма начинают строить с помощью нового метода аналитическую геометрию (см. стр. 478—481).

1608—1650 гг. — развитие методов анализа бесконечно малых (методов определения объемов, площадей, центров тяжестей, касательных, экстремумов, скоростей, ускорений) в работах И. Кеплера, Б. Кавальери, Э. Торричелли, П. Ферма, Б. Паскаля, Дж. Валлиса и др.

30—40-е гг. XVII в.— П. Ферма закладывает основы теории чисел. Он формулирует знаменитые проблемы ее, которые в течение 200 лет были центральными в теоретико-числовых исследованиях.

70—80-е гг. XVII в. — И. Ньютон и Г. Лейбниц независимо друг от друга создают дифференциальное и интегральное исчисление (см. стр. 484, 487) и вводят в математический анализ основной его аппарат — бесконечные ряды. Ньютон распространил формулу возведения бинома в степень на случай, когда показатель степени — любое рациональное число.

1684 г.— выход в свет книги «Математические начала натуральной философии» И. Ньютона, в которой впервые было дано математическое построение основ классической механики земных и небесных тел.

1713 г.— Я. Бернулли формулирует и доказывает простейшую форму закона больших чисел— одного из основных законов теории вероятностей.

1748 г. — Л. Эйлер развивает учение о функциях как действительного, так и комплексного переменного. Эйлер подробно исследует элементарные функции x^n, a^x, $\log x$, $\sin x$, $\cos x$, находит для них выражения в виде бесконечных рядов и определяет логарифмы отрицательных и мнимых чисел (см. стр. 488—490).

1770—1771 гг.— Ж. Лагранж написал знаменитый мемуар «Размышления об алгебраическом решении уравнений», в котором проанализировал все методы решения в радикалах уравнений первых четырех степеней и показал, почему все эти методы не годятся для решения уравнений пятой степени. Он открыл, что разрешимость уравнений в радикалах зависит от свойств группы перестановок корней этого уравнения, и тем самым обратил внимание на значение изучения групп.

1796 г. — К. Гаусс показывает, что если n — простое число, то правильный n-угольник может быть построен с помощью циркуля и линейки, когда n имеет вид $2^{2^k}+1$ (см. стр. 490—492).

1799 г.— К. Вессель дал геометрическую интерпретацию комплексных чисел. Однако его работы остались неизвестными. В 1806 г. аналогичная геометрическая интерпретация была предложена Ж. Арганом. Всеобщее признание в математике интерпретация комплексных чисел получила только после того, как в 1832 г. К. Гаусс изложил основные ее идеи.

Период современной математики (XIX—XX вв.)

Математические методы проникают почти во все отделы физики, в химию, биологию, медицину, лингвистику, экономику. Сама математика необыкновенно расширяется количественно и претерпевает глубокие качественные изменения. В целом она поднимается на более высокую ступень абстракции.

1799—1825 гг. — К. Гаусс доказывает основную теорему алгебры, причем на протяжении указанного времени дает четыре различных доказательства ее.

1801 г.— К. Гаусс создает основы теории чисел. Он впервые развивает теорию сравнений, изучает до конца теорию квадратичных вычетов, доказывает основные теоремы этой теории, излагает теорию уравнений деления круга.

1821 г.— О. Коши развивает теорию пределов и на ее основе строит учение о функциях, определяет понятия суммы ряда, непрерывности функции, а позднее кладет учение о пределах в основу всего математического анализа. При изложении этой области науки мы до сих пор следуем пути, намеченному Коши, с теми усовершенствованиями, которые были внесены во второй половине XIX в. К. Вейерштрассом. Коши принадлежит также разработка основ теории функций комплексного переменного.

1824—1826 гг. — молодой норвежский математик Н. Абель доказал, что алгебраические уравнения степени $n \geqslant 5$ неразрешимы в радикалах.

1827 г.— К.Гаусс развивает так называемую внутреннюю геометрию поверхностей, в которой каждая поверхность выступает как носительница своей особой геометрии.

1829—1830 гг. — Н. И. Лобачевский опубликовал свои первые работы по неевклидовой геометрии (см. стр. 492—494).

В 1832 г.— независимо от Н. И. Лобачевского систему неевклидовой геометрии построил Я. Бояи.

1830—1832 гг. — Э. Галуа находит признак того, решается ли данное уравнение с числовыми коэффициентами в радикалах. При этом он развивает методы теории групп и полей, которые приобрели огромное значение в математике и ее приложениях (см. стр. 494—496).

1832 г. — в связи со своими исследованиями по теории чисел К. Гаусс обобщает понятие целого числа на комплексные числа $a+bi$, где a и b — целые. Он определяет понятие простого числа, взаимно простых чисел, переносит на новые целые числа алгоритм нахождения наибольшего общего делителя и развивает всю арифметику целых комплексных чисел.

1840—1851 гг. — У. Гамильтон обобщает понятие комплексного числа, построив кватернионы — числа вида $a+bi+cj+dk$, где $i^2=j^2=k^2=-1$; a, b, c, d— действительные числа. Оказалось, что для этих чисел выполняются уже не все законы обычной арифметики. Так, умножение кватернионов не обладает свойством переместительности ($ij \neq ji$).

1849 г. — П. Л. Чебышев получил первые после Евклида точные результаты о законе распределения простых чисел в натуральном ряде (см. стр. 496—498).

1854 г.— Б. Риман вводит n-мерные пространства и, обобщая идеи Гаусса по внутренней геометрии поверхностей, дает способ построения всевозможных метрических неевклидовых геометрий. Римановы геометрии стали впоследствии основным математическим аппаратом общей теории относительности. Частным случаем римановых геометрий являются геометрия Евклида и геометрия Лобачевского.

1881—1882 гг. — Р. Дедекинд, Г. Кантор и К.Вейерштрасс строят тремя различными способами теорию действительных чисел. Вскоре в работах Дедекинда и особенно Кантора возникает новая важная область современной математики — теория множеств.

1899 г. — Д. Гильберт в «Основаниях геометрии» строит полную аксиоматику геометрии Евклида и анализирует соотношения между различными группами аксиом. С этого времени большое развитие в математике получает аксиоматический метод.

XX в. — созданы новые математические дисциплины, играющие чрезвычайно большую роль как в самой математике, так и в математическом естествознании и технике.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОЛИМПИАДЫ

В древней Греции каждые четыре года проводились Олимпийские игры — общенациональные состязания в беге, метании диска, борьбе, езде на колесницах и т. п. Четырехгодичные промежутки между двумя Олимпийскими играми получили название олимпиад — по ним тогда вели счет времени. С конца прошлого века олимпиадами стали называть международные спортивные соревнования, которые также бывают раз в четыре года.

Математические олимпиады впервые возникли в нашей стране в 1934 г. Они хотя и называются олимпиадами, но совсем не связаны с четырехлетними перерывами и проводятся ежегодно. Вначале у нас были только городские олимпиады.

С 1960 г. организуются Всероссийские, а фактически Всесоюзные олимпиады. Их участники — школьники, соревнующиеся между собой в математических знаниях и сообразительности. Все соревнование состоит из четырех туров, на каждом из которых участникам предлагается решать задачи в письменном виде (обычно даются четыре задачи). Тот, кто хорошо решит задачи (быть может, не все), считается победителем в этом туре и допускается к следующему.

Вот некоторые задачи, которые предлагались на четвертом (заключительном) туре в 1963 и 1964 гг.(на III и IV Всероссийских олимпиадах).

VIII класс

1. Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$. На продолжении стороны AB откладывается отрезок $BM = AB$, на продолжении стороны BC — отрезок $CN = BC$, на продолжении стороны CD — отрезок $DP = CD$ и на продолжении стороны DA — отрезок $AQ = AD$.

Доказать, что площадь четырехугольника $MNPQ$ в пять раз больше площади четырехугольника $ABCD$.

2. Доказать, что $m(m+1)$ не является степенью целого числа ни при каком натуральном m.

3. Дан произвольный набор $2k+1$ целых чисел $a_1, a_2, \ldots, a_{2c+1}$. Из него получается новый набор:

$$\frac{a_1+a_2}{2};\quad \frac{a_2+a_3}{2};\quad \ldots;\quad \frac{a_{2k+1}+a_1}{2}.$$

Из этого набора — следующие по тому же правилу и т. д., причем все получающиеся числа — целые. Доказать, что все первоначальные числа равны.

4. Каждая из диагоналей выпуклого четырехугольника $ABCD$ делит его площадь пополам. Доказать, что $ABCD$ — параллелограмм.

IX класс

1. В клетки таблицы $n \times n$ (n — нечетное) произвольным образом вписаны числа так, что в каждой клетке стоит число, равное $+1$ или -1. Произведение чисел, стоящих в каждой строке, обозначим через a_k, а произведение чисел, стоящих в каждом столбце,— через b_k ($k = 1, 2, \ldots, n$). Доказать, что

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n + b_1 + b_2 + \ldots + b_n \neq 0.$$

2. Решить в целых числах уравнение

$$\sqrt{n+\sqrt{n+\sqrt{n+\ldots+\sqrt{n}}}} = m,$$

где $\sqrt{n}$ повторяется 1964 раза.

3. На плоскости нарисована сеть, образованная из правильных шестиугольников со стороной 1. Жук прополз, двигаясь по линиям сети, из узла A в узел B по кратчайшему пути, равному 100. Доказать, что половину всего пути он полз в одном направлении.

X—XI классы

1. Дан выпуклый шестиугольник $ABCDEF$. Известно, что каждая из диагоналей AD, BE, CF делит его площадь пополам. Доказать, что эти диагонали пересекаются в одной точке.

2. Дана арифметическая прогрессия, члены которой — целые положительные числа. Известно, что в этой прогрессии есть член, являющийся полным квадратом. Доказать, что прогрессия содержит бесконечно много таких членов.

3. На какое наименьшее число непересекающихся тетраэдров можно разбить куб?

В последние годы проводятся международные олимпиады, в которых принимают участие пока только социалистические страны. Так, летом 1962 г. в Чехословакии состоялась IV Международная математическая олимпиада учащихся двух последних классов средних школ. Участникам были предложены следующие задачи (в скобках после каждой задачи указано количество очков, начисляемое за ее решение).

1. Найти наименьшее натуральное число n, обладающее следующими свойствами:

а) его запись в десятичной системе заканчивается цифрой 6;

б) если зачеркнуть последнюю цифру 6 и перед оставшимися цифрами написать эту цифру 6, то получится число в четыре раза больше исходного числа.

(6 очков)

2. Определить все действительные числа x, удовлетворяющие неравенству

$$\sqrt{3-x} - \sqrt{x+1} > \frac{1}{2}.$$

(6 очков)

3. Дан куб $ABCDA'B'C'D'$ ($ABCD$ и $A'B'C'D'$ — соответственно верхнее и нижнее основания и $AA' \parallel BB' \parallel CC' \parallel DD'$). Точка X движется с постоянной скоростью по сторонам квадрата $ABCD$ в направлении $ABCDA$, и точка Y движется с той же скоростью по сторонам квадрата $B'C'CB$ в направлении $B'C'CBB'$. Точки X и Y начинают двигаться в один и тот же момент из исходных положений A и B' соответственно.

Найти и начертить геометрическое место середин отрезков XY. *(8 очков)*

4. Решить уравнение

$$\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x = 1.$$

(5 очков)

5. На окружности k заданы три различные точки A, B, C.

Построить (циркулем и линейкой) на окружности k четвертую точку D так, чтобы в полученный четырехугольник $ABCD$ можно было вписать окружность.

(7 очков)

6. Дан равнобедренный треугольник ABC; r — радиус описанной окружности, ρ — радиус вписанной окружности. Докажите, что расстояние d между центрами окружностей есть

$$d=\sqrt{r(r-2\rho)}.$$

(6 очков)

7. Тетраэдр $SABC$ обладает следующим свойством: существуют 5 сфер, касающихся ребер SA, SB, SC, AB, BC, CA или их продолжений.

Докажите, что а) тетраэдр $SABC$ правильный, б) обратно — для каждого правильного тетраэдра существуют пять таких сфер.

(8 очков)

Для получения премии на олимпиаде требовалось 46—41 очко для I премии, 40—34 очка для II премии, 33—29 очков для III премии.

Всего было присуждено 4 первые, 12 вторых и 15 третьих премий. Из них советские школьники получили 2 первые, 2 вторые и 2 третьи.

Вот какие задачи пришлось решать участникам V Международной математической олимпиады, которая проходила летом 1963 г. в Польше.

1. Найти все вещественные корни уравнения

$$\sqrt{x^2-p}+1\sqrt{x^2-1}=x,$$

где p — вещественный параметр.

(6 очков)

2. Найти в пространстве геометрическое место вершин прямых углов, одна сторона которых проходит через данную точку A, а другая имеет по крайней мере одну общую точку с отрезком BC.

(7 очков)

3. Доказать, что

$$\cos\frac{\pi}{7}-\cos\frac{2\pi}{7}+\cos\frac{3\pi}{7}=\frac{1}{2}.$$

(6 очков)

4. Ученики A, B, C, D, E участвовали в одном конкурсе. Пытаясь угадать результаты соревнования, некто предполагал, что получится последовательность A, B, C, D, E. Но оказалось, что он не указал верно ни места какого-либо из участников, ни никакой пары следующих непосредственно друг за другом учеников. Некто другой, предполагая результат D, A, E, C, B, угадал правильно места двух учеников, а также две пары (непосредственно следующих друг за другом учеников). Каков был на самом деле результат конкурса?

(8 очков).

Дипломом I степени были награждены участники, набравшие от 35 до 40 очков, II степени — от 28 до 34 очков, III степени — от 21 до 27 очков. Советские школьники получили 4 диплома I степени (из 7), 3 диплома II степени (из 11), 1 диплом III степени (из 17). В журнале «Математика в школе», № 6, 1963, помещены решения задач III Всероссийской и V Международной олимпиад.

Со 2 по 10 июля 1964 г. в Москве в здании Московского университета проводилась VI Международная математическая олимпиада. Участникам были предложены следующие задачи:

1. а) Определить все целые положительные числа n, для которых число 2^n-1 делится на 7.

б) Доказать, что ни при каком целом положительном n 2^n+1 не делится на 7.

(7 очков)

2. Обозначим через a, b, c длины сторон некоторого треугольника. Доказать, что

$$a^2(b+c-a)+b^2(a+c-b)+c^2(a+b-c)\leqslant 3abc.$$

(7 очков)

3. В треугольнике ABC со сторонами a, b, c вписана окружность и построены ее касательные, параллельные сторонам данного треугольника. Эти касательные отсекают от данного треугольника ABC три новых треугольника. В каждый из таким образом построенных треугольников вписана окружность. Вычислить сумму площадей всех четырех кругов.

(6 очков)

4. Каждый из 17 ученых переписывается с остальными. В их переписке речь идет лишь о трех темах, каждая пара ученых переписывается друг с другом лишь в связи с одной темой. Доказать, что не менее трех ученых переписываются друг с другом об одной и той же теме.

(6 очков)

5. На плоскости даны пять точек. Среди прямых, соединяющих эти пять точек, нет параллельных, перпендикулярных и совпадающих. Проводим через каждую точку перпендикуляры ко всем прямым, которые можно построить, соединяя попарно остальные четыре точки. Каково максимальное число точек пересечения этих перпендикуляров между собой, не считая данные пять точек?

(7 очков)

6. Дан тетраэдр $ABCD$. Вершина D соединена с центром тяжести основания точкой D_1. Через вершины треугольника ABC проведены прямые, параллельные DD_1, до пересечения с плоскостями противоположных граней в точках A_1, B_1, C_1. Доказать, что объем тетраэдра $ABCD$ в три раза меньше объема тетраэдра $A_1B_1C_1D_1$.

Будет ли верным результат, если точка D_1 — произвольная точка внутри треугольника ABC?

(9 очков)

Для получения премии требовалось: 37—42 очка для I премии, 31—36 очков для II и 27—30 очков для III премии. Набравшим 30 очков были вручены дипломы участников олимпиады.

7 из 8 советских участников получили премии. Из них 3 первые (из 7), 1 вторую (из 9), 3 третьи (из 19) премии. Команда Венгрии получила 3 первые, 1 вторую и 1 третью премии; Польши —1 первую, 1 вторую и 3 третьих; Румынии — 2 вторые и 3 третьих; Чехословакии — 2 вторые и 2 третьи; ГДР — 1 вторую и 2 третьи; Болгарии — 3 третьи; Югославии — 1 вторую и 1 третью; Монголии — 1 третью премию.

Олимпиады повышают у учащихся интерес к математике. Возможно, что многие читатели Детской энциклопедии станут участниками олимпиад, некоторые же победителями на них, а впоследствии и учеными.

ЧТО ЧИТАТЬ ПО МАТЕМАТИКЕ

Предлагаемый читателю Детской энциклопедии список научно-популярных книг по математике разбит на несколько разделов, тематически связанных с группами математических статей настоящего тома. Исключение составляет лишь первый раздел, куда включены книги, относящиеся ко многим вопросам математики и ее истории. В каждом разделе (помимо обобщающих книг, с которых начинается раздел) указываются книги, дополняющие и углубляющие соответствующие статьи энциклопедии. Поэтому большинство книг рассчитано на школьников старших классов. В список включены также и книги, которые с интересом прочтут школьники VI—VIII классов (в аннотациях этих книг имеется соответствующее указание).

Общие вопросы

Колмогоров А. Н. О профессии математика. Изд.3. М., Изд-во Моск. ун-та, 1960. 30 стр.

Автор книги—выдающийся советский математик — рассказывает о работе математиков-исследователей, о так называемых математических способностях, об организации математического образования в нашей стране.

Люди русской науки. Очерки о выдающихся деятелях естествознания и техники. Кн. 1 [математика, механика, астрономия, физика, химия]. М., Физматгиз, 1961. 600 стр. с илл.

В очерках, написанных видными советскими учеными, рассказывается о жизни и творчестве выдающихся деятелей отечественного естествознания и техники. Двенадцать очерков посвящены математикам.

Каган В. Ф. Лобачевский и его геометрия. Общедоступные очерки. М., Гостехиздат, 1955. 304 стр. с черт.

Воронцова Л. А. Софья Ковалевская. М., «Молодая гвардия», 1959. 335 стр. с илл. (Жизнь замечательных людей).

Инфельд Л. Эварист Галуа — избранник богов. Перевод с англ. М., «Молодая гвардия», 1958. 368 стр. с илл. (Жизнь замечательных людей).

Оре О. Замечательный математик Нильс Хенрик Абель. Перевод с английского. М., Физматгиз, 1961. 344 стр. с илл.

Депман И. Я. Рассказы о решении задач. Л., Детгиз, 1957. 128 стр. с илл.

Десять рассказов, в которых наряду с решением задач есть интересные математические сведения. Автор на примерах показывает, как важно, решая задачи, внимательно относиться к каждому слову условия. Почти все задачи решаются при помощи четырех действий арифметики.

Эйдельс Л. М. Избушки на дорожках. М., Детгиз, 1960. 175 стр. с плл.

Повесть о школьной газете «Гипотенуза». Герои этой повести, члены математического кружка, сумели сделать по-настоящему интересными и занимательными простые математические задачи — такие же, какие ежедневно решаются в VI—VII классах.

Депман И. Я. Мир чисел [рассказы о математике]. Л., Детгиз, 1963. 72 стр. с илл. (Школьная б-ка).

В небольших очерках, доступных школьникам V—VIII классов, рассказывается о том, как люди научились считать и мерить, о зарождении математики, успехах в ее развитии у разных народов, о возникновении основных понятий арифметики, алгебры, геометрии.

Нагибин Ф. Ф. Математическая шкатулка. Изд. 2. М., Учпедгиз, 1961. 167 стр. с илл.

Книга знакомит читателя с биографиями отечественных математиков, с интересным материалом по истории математики, математической логике, счетным приборам и машинам и с другими вопросами.

Перельман Я. И. Живая математика. (Математические рассказы и головоломки). Изд. 7. М., Физматгиз, 1962. 184 стр. с илл.

В увлекательной форме маленьких рассказов излагаются математические задачи и даются полезные практические приемы счета и измерения. Для чтения книги достаточно знания правил арифметики и элементарных сведений из геометрии.

Кордемский Б.А. Математическая смекалка. Изд. 7. М., Физматгиз, 1963. 568. стр. с илл.

Сборник из 365 математических миниатюр: разнообразных задач, математических игр, шуток и фокусов, требующих работы ума, развивающих смекалку и логичность в рассуждениях. В книге имеется материал для читателей с различной степенью подготовки.

Доморяд А.П. Математические игры и развлечения. М., Физматгиз, 1961. 268 стр. с илл.

Перельман Я. И. Занимательные задачи и опыты. М., Детгиз, 1959. 528 стр. с илл. (Школьная б-ка).

Радемахер Г., Теплиц О. Числа и фигуры. Опыты математического мышления. Перевод с немецкого. Изд. 3. М., Физматгиз, 1962. 264 стр. с илл. (Б-ка математического кружка).

Каждый из 27 маленьких очерков, посвященных различным вопросам математики,— образец доступного научного исследования. Ценность книги в том, что она не только знакомит с материалом, над которым работает наука, но и показывает научные методы в действии.

Литцман В. Где ошибка? Перевод с нем. М., Физматгиз, 1962. 192 стр. с илл.

Без сомнения, у всех вызовут улыбку утверждение: «2=1» и что «каждый треугольник— равнобедренный». Однако «доказательства» этих (и многих других столь же удивительных) утверждений можно найти в этой книге. Разумеется, эти «доказательства» содержат ошибки, но где? Ответ предоставляется найти читателю.

Дубнов Я.С. Ошибки в геометрических доказательствах. Изд. 3. М., Физматгиз, 1961. 68 стр. с черт. (Популярные лекции по математике).

Соминский И. С. Метод математической индукции. Изд. 6. М., Физматгиз, 1961. 48 стр. (Популярные лекции по математике).

Особый метод математических доказательств, позволяющий на основании частных наблюдений делать заключения об общих закономерностях.

Головина Л. И., Яглом И. М. Индукция в геометрии. Изд. 2. М., Физматгиз, 1961. 100 стр. с черт. (Популярные лекции по математике).

На подробно разобранных примерах указываются разнообразные применения метода математической индукции к решению геометрических задач.

Градштейн И. С. Прямая и обратная теоремы. (Элементы алгебры логики). Изд. 3. М., Физматгиз, 1959. 128 стр. с илл.

Разъясняются логические отношения между прямой, обратной, противоположной и противоположной обратной теоремами. Излагаются элементы теории множеств и математической логики.

О фигурах и телах

Каган В. Ф. Очерки по геометрии. М., Изд-во Моск. ун-та, 1963. 571 стр. с илл.

Смогоржевский А. С. О геометрии Лобачевского. М., Гостехиздат, 1957. 68 стр. с илл. (Популярные лекции по математике).

Излагаются основные положения неевклидовой геометрии Лобачевского и краткие биографические сведения о нем.

Маркушевич А. И. Замечательные кривые. Изд. 2. М.—Л., Гостехиздат, 1952. 32 стр. с черт. (Популярные лекции по математике).

Автор рассказывает о свойствах некоторых кривых линий. Книга рассчитана на учащихся VII—VIII классов.

Перельман Я. И. Занимательная геометрия. Изд. 11. М., Физматгиз, 1959. 302 стр. с черт.

О многих интересных геометрических задачах, возникающих в лесу, в поле, у реки, на дороге, говорится в этой книге.

Островский А. И., Кордемский Б. А. Геометрия помогает арифметике. М., Физматгиз, 1960. 168 стр. с илл.

Наглядные (геометрические) решения задач всегда считаются «красивыми». Множество интересных задач и их наглядных решений приводится в этой красочно изданной книге.

Зетель С. И. Геометрия линейки и геометрия циркуля. Изд. 2. М., Учпедгиз, 1957. 163 стр. с черт.

Всем школьникам известно, как увлекательны задачи на построение с помощью циркуля и линейки. А можно ли решать такие задачи (и какие именно) с помощью только одного циркуля или одной линейки? В книге дается ответ на этот вопрос.

Гельфанд И. М., Глаголева Е. Г., Кириллов А. А. Метод координат. М., «Наука», 1964. 72 стр. с черт. (Б-ка физико-математической школы).

Один из важнейших методов решения многих геометрических и других задач алгебраическим путем и применение этого метода к исследованию фигур в четырехмерном пространстве.

Шклярский Д. О., Ченцов Н. Н., Яглом И. М. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Ч. 2—3. М., Гостехиздат, 1952—1954. (Б-ка математического кружка).

Ч. 2.— Геометрия (планиметрия). 380 стр. с черт. (150 задач).

Ч. 3.— Геометрия (стереометрия). 267 стр. с черт. (119 задач).

Сборники нешаблонных геометрических задач, снабженных решениями. Среди задач по планиметрии имеются доступные школьникам VII—VIII классов.

О числах и уравнениях

Александров П. С. Введение в теорию групп. Изд. 2. М., Учпедгиз, 1951. 126 стр. с черт.

Берман Г. Н. Число и наука о нем. Общедоступные очерки по арифметике натуральных чисел. Изд. 3. М., Физматгиз, 1960. 164 стр. с илл.

Рассматриваются свойства натуральных чисел, различные способы их записи и обозначения, вопросы делимости чисел друг на друга.

Перельман Я. И. Занимательная арифметика. Загадки и диковинки в мире чисел. Изд. 9. М., Физматгиз, 1959. 184 стр. с илл.

Разнообразные арифметические задачи изложены в виде увлекательных рассказов. Для решения их достаточно знакомства с правилами арифметики.

Перельман Я. И. Занимательная алгебра. Изд. 10. М., Физматгиз, 1959. 184 стр. с илл.

Многие вопросы школьного курса алгебры излагаются в виде задач с необычайными сюжетами, сопровождаются занимательными экскурсиями в область истории математики, неожиданными применениями.

Маркушевич А. И. Комплексные числа и конформные отображения. Изд. 2. М., Физматгиз, 1960. 56 стр. с черт.

Комплексные числа вводятся геометрически, как векторы на плоскости. В книге рассказывается о применениях их к геометрическим преобразованиям, сохраняющим величины углов (конформным отображениям).

Гельфонд А. О. Решение уравнений в целых числах. Изд. 2. М., Гостехиздат, 1957. 64 стр. с илл. (Популярные лекции по математике).

Каждый, кто знаком с решением уравнений, знает, что одно уравнение первой степени с двумя неизвестными имеет бесчисленно много решений. Нетрудно найти и те решения, которые выражаются целыми числами. А как решить ту же задачу, если дано уравнение второй или более высокой степени с несколькими неизвестными? О некоторых результатах в ее решении рассказывается в этой книге.

Курош А. Г. Алгебраические уравнения произвольных степеней. М.—Л., Гостехиздат, 1951. 32 стр. с илл. (Популярные лекции по математике).

Вопрос о том, какие из уравнений степени более второй могут быть решены (и как), разбирается в этой книге.

Виленкин Н. Я. Метод последовательных приближений. М., Физматгиз, 1961. 64 стр. с илл. (Популярные лекции по математике).

Метод приближенного решения уравнений, как алгебраических, так и трансцендентных (тригонометрических, показательных и др.).

Шклярский Д. О., Ченцов Н. Н., Яглом И. М. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Ч. 1. Арифметика и алгебра. Изд. 3. М., Физматгиз, 1959. 455 стр. с илл. (Б-ка математического кружка).

Сборник 320 нешаблонных задач, снабженных решениями. Среди задач имеются доступные школьникам VII—VIII классов (эти задачи отмечены особо).

Об основных понятиях высшей математики

Зельдович Я. Б. Высшая математика для начинающих и ее приложения к физике. Изд. 2. М., Физматгиз, 1963. 560 стр. с илл.

В простой и наглядной форме объясняются основные понятия дифференциального и интегрального исчисления — важнейшего раздела высшей математики. На их основе рассмотрено большое число физических вопросов.

Натансон И. П. Простейшие задачи на максимум и минимум. Изд. 3. М.— Л., Физматгиз, 1960. 32 стр. с черт. (Популярные лекции по математике).

Несколько способов (с применением только алгебраических средств) решения задач на определение максимума или минимума исследуемых величин.

Шилов Г. Е. Как строить графики. М., Физматгиз, 1959. 24 стр. с илл. (Популярные лекции по математике).

Приемы построения графиков функций на примерах прямой и обратной пропорциональной зависимостей и многочленов второй степени.

Болтянский В. Г. Что такое дифференцирование? Изд. 2. М., Физматгиз, 1960. 64 стр. с илл. (Популярные лекции по математике).

На примерах, взятых из физики, поясняются некоторые понятия высшей математики (производная, дифференциальное уравнение, натуральный логарифм, число *e*).

Натансон И. П. Суммирование бесконечно малых величин. Изд. 3. М., Физматгиз, 1960. 56 стр. с черт. (Популярные лекции по математике).

Весьма разнообразные задачи физики (например, определение давления жидкости на стенки сосуда, вычисление работы) и геометрии (например, определение площади криволинейных фигур, объема тел) приводят к необходимости вычисления сумм одного типа— сумм безгранично возрастающего числа безгранично убывающих слагаемых. Понятие предела таких сумм лежит в основе интегрального исчисления — раздела высшей математики, о нем и идет речь в этой книге.

Маркушевич А. И. Площади и логарифмы. М.— Л., Гостехиздат, 1952. 51 стр. с черт.

Логарифмы определяются, как площади некоторых криволинейных фигур, связанных с графиком обратной пропорциональности (гиперболой), и отсюда выводятся все их свойства. Книга является своеобразным введением в интегральное исчисление.

Маркушевич А. И. Ряды. Элементарный очерк. Изд. 3. М., Физматгиз, 1961. 188 стр. с илл.

Можно ли найти значения синуса какого-либо угла или логарифма чисел, не прибегая к таблицам? Да, но для этого надо знать представление этих функций в виде бесконечных рядов. О понятии бесконечного ряда, основных свойствах рядов, о рядах для элементарных функций рассказывается в этой книге.

Некоторые вопросы современной математики и кибернетики

Гнеденко Б. В., Хинчин А. Я. Элементарное введение в теорию вероятностей. Изд. 6. М., Физматгиз, 1964. 144 стр. с илл.

Проблемы физики и биологии, автоматического управления и лингвистики и многие другие приводят к необходимости решать многочисленные задачи, связанные с выяснением возможного хода процессов, на которые влияют случайные факторы. Поэтому теория вероятностей — математическая наука, изучающая закономерности случайных явлений,— стала одним из основных математических методов современного естествознания и техники. В этой книге дается элементарное изложение основных понятий теории вероятностей.

Яглом А. М., Яглом И. М. Вероятность и информация. Изд. 2. М., Физматгиз, 1960. 316 стр. с черт.

Книга является введением в новую область математики — теорию информации, тесно связанную с кибернетикой и имеющую ряд приложений в технике связи, биологии, лингвистике и т. д.

Вентцель Е. С. Элементы теории игр. Изд. 2. М., Физматгиз, 1961. 68 стр. с черт. (Популярные лекции по математике).

Основные положения теории игр — важного раздела современной математики — иллюстрируются подробно разобранными примерами.

Берг А. И. Кибернетика и надежность. М., «Знание», 1963. 32 стр.

Автор книги — выдающийся советский ученый — рассказывает о возможностях кибернетики, о научных, технических и организационных мерах повышения надежности кибернетической техники. О том, как служит и будет служить кибернетика делу коммунизма.

Кобринский Н. Е., Пекелис В. Д. Быстрее мысли. М., «Молодая гвардия», 1959. 389 стр. с илл.

Авторы живо и интересно рассказывают о многих проблемах, имеющих прямое отношение к кибернетике. Книга богато иллюстрирована остроумными рисунками.

Кондратов А. М. Число и мысль. М., Детгиз, 1963. 142 стр. с илл.

Увлекательные рассказы о достижениях и возможностях кибернетики.

Полетаев И. А. Сигнал. О некоторых понятиях кибернетики. М., «Советское радио», 1958. 404 стр. с илл.

В книге дано всестороннее освещение основ кибернетики. Разделы, требующие специальных знаний по математике, выделены и могут быть опущены без большого ущерба для понимания остального материала.

Теплов Л. П. Очерки о кибернетике. Изд. 2. М., «Московский рабочий», 1963. 416 стр. с илл.

Кобринский А. Е. Числа управляют станками. М., Изд-во АН СССР, 1961. 192 стр. с илл. (Научно-популярная серия).

Не прибегая к формулам, автор рассказывает о том, как действует автомат с цифровым управлением, как он устроен, какие трудности возникали при его создании. Книга знакомит также с системами счисления, методами кодирования, принципом обратной связи.

Сапарина Е. В. Кибернетика внутри нас. М., «Молодая гвардия», 1962. 304 стр. с илл.

Занимательные рассказы о сложных проблемах применения идей и методов кибернетики в области медицины, физиологии, психологии и лингвистики.

Кондратов А. М. Математика и поэзия. М., «Знание», 1962. 48 стр. с илл.

Математические методы — мощное орудие исследования в самых различных областях знаний. В этой книге рассказывается об их применении в изучении стиха, об анализе творчества с позиций кибернетики.

Зарипов Р. Х. Кибернетика и музыка. М., «Знание», 1963. 56 стр. с илл.

О попытках изучения музыкального творчества методами кибернетики рассказывается в этой книге. Излагаются опыты автора по сочинению музыки на электронной вычислительной машине «Урал». Описание методов композиции сопровождается нотными примерами мелодий («Уральскими напевами»), сочиненными машиной «Урал».

Архангельский Н. А., Зайцев Б. И. Автоматические цифровые машины. М., Физматгиз, 1958. 127 стр. с илл. (Популярные лекции по математике).

Смирнов А. Д. Современные математические машины. М., Физматгиз, 1959. 112 стр. с илл.

Тукачинский М. С. Машины-математики. М., Физматгиз, 1958. 130 стр. с илл.

СЛОВАРЬ-УКАЗАТЕЛЬ[1]

А

Абак — счетная доска у древних греков и римлян (а затем и в Западной Европе вплоть до XVIII в.), применявшаяся для арифметических вычислений. Принцип устройства подобен нашим счетам.— 269

Абель, Нильс Генрик (1802—1829) — норвежский математик. Доказал (1824) неразрешимость в радикалах уравнения 5-й и более высоких степеней в общем случае. Другие его работы относятся ко многим вопросам математического анализа.— 327, 417, 496, 504

Абсолютная величина.— 330

Абсолютная геометрия.— 297

Абсцисса — одна из декартовых координат точки.— 330

Автомат — понятие кибернетики.— 443

Адамс, Джон Кауч (1819—1892) — английский астроном.— 372

Адрес —величина, определяющая местоположение информации в электронной вычислительной машине.— 434

Аксиома — положение, принимаемое без доказательства в пределах данной математической дисциплины.— 295, 296, 313, 411

Аксиома о параллельных. — 315, 316

Аксиоматика — система аксиом данной математической дисциплины. Об аксиоматике геометрии см. стр. 313, 504; об аксиоматике алгебры см. стр. 411

Аксиоматический метод.— 299, 504

Алгебра — часть математики, развившаяся в связи с задачей о решении уравнений. В дальнейшем развитии предмет алгебры значительно расширился (см. стр. 408—426, 477). О происхождении термина «алгебра» см. стр. 325, 475, 503

Алгебра множеств.— 384—386

Алгебраическая символика.— 477, 480, 502, 503

Алгебраическое уравнение — уравнение, которое можно (после преобразований) привести к виду приравненного нулю многочлена относительно неизвестных (см. стр. 324, 415—417, 480, 496, 504). Решение уравнений 1-й и 2-й степеней было известно еще в древности (стр. 323—327). В XVI в. было найдено решение уравнений 3-й и 4-й степеней (стр. 327, 503). В XIX в. было доказано, что корни уравнений степени выше 4-й в общем виде нельзя выразить через коэффициенты (стр. 417, 504).

Алгебры основная теорема.—327, 328, 416, 491, 504

Алгол — условное название универсального языка программирования для быстродействующих электронных вычислительных машин.— 438

Алгоритм (или **алгорифм**) — совокупность математических операций, выполняемых в определенном порядке для решения задач данного типа (стр. 432, 443). О происхождении термина «алгоритм» см. стр. 503.

[1] Имена ученых, математические понятия и термины, вошедшие в словарь-указатель, сопровождаются развернутым объяснением лишь в том случае, если они недостаточно подробно описаны в статьях энциклопедии.

Алфавит абстрактный — понятие кибернетики.— 442

Алфавитная нумерация — способ записи чисел, в котором в качестве цифровых знаков употребляются буквы алфавита.— 273—275

Ампер, Андре Мари (1775—1836) — французский ученый. Основные работы относятся к различным вопросам физики.— 441

Аналитическая геометрия — раздел математики, в котором свойства геометрических фигур (точек, линий, поверхностей и их совокупностей) изучаются средствами алгебры при помощи метода координат.— 263, 329, 479, 481, 502, 503

Аполлоний Пергский — древнегреческий математик, работавший ок. 200 до н. э. в Александрии. Важнейшее его сочинение — «Конические сечения», где рассматриваются свойства эллипса, гиперболы и параболы; оказал большое влияние на развитие математики нового времени.— 263, 478, 502

Арабские цифры — традиционное название десяти цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,— с помощью которых по десятичной системе счисления записываются любые числа. О происхождении термина см. стр. 277

Арган, Жан Робер (1768—1822) — французский математик. Автор работы (1806), содержащей геометрическую интерпретацию комплексных чисел.— 504

Аргумент — независимая переменная величина.— 342

Ариабхата (р. в V в.— дата смерти неизв.)—индийский астроном и математик. В его сочинениях встречаются извлечение квадратного и кубического корней из чисел, простейшие задачи на составление и решение уравнений, среди которых имеется неопределенное уравнение с двумя неизвестными и его решение в целых числах.— 503

Арифметическая прогрессия — последовательность чисел, из которых каждое следующее получается из предыдущего прибавлением постоянного числа.— 451, 501

Арифметическое среднее.— 451

Арифметическое устройство — одно из пяти основных устройств быстродействующей электронной вычислительной машины.— 433

Архимед (ок. 287—212 до н. э.)— древнегреческий математик и механик.— 262, 273, 293, 327, 452, 472—474, 475, 502

Архимеда аксиома.— 502

Архимеда спираль.— 339

Ассоциативность, ассоциативный (сочетательный) закон — свойство сложения и умножения, выражаемое формулами: $(a+b)+c=a+(b+c)$, $a(bc)=(ab)c$.— 383, 385, 386, 390, 400, 410

Аффинное преобразование — геометрическое преобразование, при котором прямые переходят в прямые.— 421

Ахмеса папирус — один из двух дошедших до нашего времени математических папирусов древнего Египта; составлен египетским писцом Ахмесом ок. 2000 до н. э. Представляет собой собрание 84 задач, имеющих прикладной характер.— 322

Б

Барроу, Исаак (1630—1677) — английский математик, владевший в геометрической форме основными идеями дифференциального и интегрального исчислений. Учитель И. Ньютона.— 368, 483

Бартельс, Мартин — немецкий математик конца XVIII — начала XIX в. Руководил ранним образованием К. Гаусса. С 1808 г. работал в Казанском университете, где преподавал математику. У него учился Н. И. Лобачевский.— 490, 492

Бернулли — семья швейцарских ученых, давшая 11 видных математиков. Наиболее известны: братья Якоб Бернулли (1654—1705) (стр. 456, 459, 504) и Иоганн Бернулли (1667—1748) (стр. 488), сотрудничавшие с Г. Лейбницем в разработке основ дифференциального и интегрального исчислений; дети Иоганна Бернулли — Николай (1695—1726) (стр. 488) и Даниил (1700—1782) (стр. 488), работавшие в Петербургской Академии наук.

Бесконечный ряд — выражение $a_1+a_2+\ldots+a_n+\ldots$, члены которого a_1, a_2, $\ldots,a_n,\ldots$ — числа (числовой ряд) или функции (функциональный ряд). В исследовании и вычислении функций большое значение имеет представление их в виде рядов, членами которых являются более простые функции.—484, 503, 504

Библиотека стандартных подпрограмм.— 438

Бином — двучлен. Бином Ньютона — формула, выражающая целую положительную степень суммы двух слагаемых через степени этих слагаемых.— 476, 503, 504

Бионика — раздел кибернетики.— 450

Больцано, Бернард (1781—1848) — чешский математик. Основная часть его рукописного научного наследия исследована лишь в XX в. Главный математический труд «Учение о функциях», написанный в 1830 г., увидел свет лишь через 100 лет; в нем Больцано ввел ряд понятий и теорем математического анализа, обычно связываемых с именами других ученых.— 375

Больших чисел закон — одно из основных положений теории вероятностей.— 459, 504

«Большое число».— 275

Бомбелли, Рафаэль — итальянский математик и инженер 2-й половины XVI в. В его сочинении «Алгебра» (1572) дано первое изложение простейших действий над мнимыми числами.— 327, 503

Бояи, Янош (1802—1860) — венгерский математик. Независимо от Н. И. Лобачевского и несколько позже его изложил (1832) основные положения неевклидовой геометрии.— 297, 298, 504

Брахмагупта (598—660 ?) — индийский математик и астроном.— 503

Булева алгебра — понятие математической логики.— 389

Буль, Джордж (1815—1864) — английский математик и логик, основоположник математической логики.— 389, 394

Бхаскара (Бхаскара-акария) (р. 1114 — год смерти неизв.) — индийский математик и астроном. Дал изложение методов решения ряда задач алгебры и теории чисел, в частности решения в целых числах неопределенного уравнения 2-й степени. — 326, 503

Бюрги, Йобст (1552—1632) — швейцарский ученый. Независимо от Дж. Непера составил (1620) логарифмические таблицы.— 503

В

Вавилонская шестидесятеричная нумерация. — 275, 276, 501

Валлис, Джон (1616—1703) — английский математик. Основной труд «Арифметика бесконечного» (1655) сыграл важную роль в создании интегрального исчисления. Им введен общепринятый ныне знак ∞ для бесконечности.— 503

Варинг, Эдуарт (1736—1798) — шотландский математик. Основные работы относятся к алгебре и теории чисел; особенно известна постановка так называемой задачи Варинга.— 286

Вводное устройство — одно из пяти основных устройств быстродействующей электронной вычислительной машины.— 433

Вейерштрасс, Карл Теодор Вильгельм (1815—1897) — немецкий математик. Его труды посвящены многим областям математики. Большое значение имеет разработанная им система логического обоснования математического анализа, покоящаяся на построенной им теории действительных чисел.— 498, 504

Вектор — направленный отрезок, при помощи которого изображаются векторные величины — сила, скорость, ускорение и др. Название «вектор» происходит от латинского vector — несущий, ведущий.— 397

Векторная алгебра.— 402

Венна диаграмма.— 385

Вероятностей теория — важный в приложениях раздел математики, изучающий закономерности массовых явлений, носящих случайный характер.— 452, 455, 497, 504

Вероятность.— 456

Вессель, Каспер (1745—1818) — датский математик. Автор работы (1799), посвященной векторному исчислению и содержащей первое полное геометрическое построение теории комплексных чисел.— 504

Взаимно однозначное соответствие.— 376

Виет, Франсуа (1540—1630) — французский математик.— 325, 327, 476—478, 503

Виета теорема — теорема, устанавливающая зависимость между корнями и коэффициентами алгебраического уравнения.— 478

Винер, Норберт (1894—1964) — американский ученый. Основоположник новой науки — кибернетики. Ранние его работы относятся ко многим важным областям современной математики.— 442

Виноградов, Иван Матвеевич (р. 1891) — советский математик, академик (с 1929 г.), Герой Социалистического Труда (1945). Научная деятельность относится к области теории чисел, в которую он ввел новые методы, оказавшие решающее влияние на ее развитие и позволившие ему решить ряд труднейших проблем.—286

Внутренняя геометрия.— 504

Ворон — наименование в славянской нумерации числа 10^{48}.— 275

Вороной, Георгий Феодосьевич (1868—1908) — русский математик, член-корреспондент Петербургской Академии наук (с 1907 г.). Его исследования относятся ко многим вопросам теории чисел.— 498

Вращение — геометрическое преобразование.—301

Вывод — понятие математической логики.— 396

Выводное устройство — одно из пяти основных устройств быстродействующей электронной вычислительной машины.—434

Высказывание — понятие математической логики.— 392

Высшая математика.— 263

Г

Галилей, Галилео (1564—1642) — итальянский ученый.— 502

Галуа, Эварист (1811—1832) — французский математик.—327, 425, 494—496, 504

Галуа теория.— 425

Гамильтон, Уильям Роуан (1805—1865) — английский математик. Построил своеобразную систему чисел— так называемые кватернионы,— явившуюся одним из источников векторного исчисления.—409, 504

Гармонический ряд.— 451

Гармоническое среднее.— 451

Гарриот, Томас (1560—1621) — английский математик. Большую роль сыграл в развитии алгебраических обозначений, его запись уравнений весьма близка к современной. Ввел знаки $>$ и $<$ (опубликовано посмертно в 1631 г.).— 325

Гаусс, Карл Фридрих (1777—1855) — немецкий математик.— 297, 298, 327, 328, 416, 418, 458, 490—492, 496, 504

Гельфонд, Александр Осипович (р. 1906) — советский математик, член-корреспондент Академии наук СССР (с 1939 г.). Специалист в области теории чисел и теории функций. Открыл новые методы доказательства трансцендентности чисел.— 286

Геометрическая алгебра.— 501

Геометрическая прогрессия — последовательность чисел, из которых каждое следующее получается из предыдущего умножением на постоянное число.— 451, 502

Геометрическое преобразование.— 301, 419

Геометрическое среднее.— 451

Геометрия — часть математики, которая изучает пространственные отношения и формы тел (см. стр. 262, 293—295, 299, 309, 313, 422, 424, 501). О происхождении названия см. стр. 293

Герон — древнегреческий ученый, работавший в Александрии, вероятно, в I в. Его математические работы являются энциклопедией античной прикладной математики. В лучшей из них («Метрике») даны правила и формулы для точного и приближенного расчета различных геометрических фигур.— 326

Гиббс, Джозайя Уиллард (1839—1903)— американский физик.— 352

Гильберт, Давид (1862—1943) — немецкий математик. Его исследования оказали большое влияние на развитие математики XX в.— 286, 299, 494, 504

Гипербола — плоская кривая, состоящая из двух бесконечных ветвей; является геометрическим местом точек, разность расстояний которых от двух данных равна постоянной величине.— 308, 333, 336, 502

Гиппократ Хиосский — древнегреческий геометр 2-й половины V в. до н. э. Автор первого систематического сочинения по геометрии (не дошедшего до нас), которое, вероятно, охватывало материал первых четырех книг евклидовых «Начал».— 296, 327, 502

Гомотетия — геометрическое преобразование, частный случай подобия.— 303

Гросс — дюжина дюжин, т. е. $12^2=144$ однородных предметов.— 267

Группа — понятие современной алгебры.—421—423, 426 496, 504

Гюйгенс, Христиан (1629—1695) — нидерландский ученый. Основные труды относятся к физике и астрономии, математические работы — к теории вероятностей.— 456

Д

Движение — геометрическое преобразование, меняющее положение фигуры, но сохраняющее ее форму и размеры.— 300, 309, 420, 422

Двоичная система счисления — система счисления, в которой за основание принимается число «два», так что все числа записываются с помощью только двух цифр: 0 и 1.— 266, 267, 428—430

Двойного отрицания закон — один из законов математической логики.— 395

Двух ложных положений метод — метод решения уравнений.— 323, 324

Дедекинд, Юлиус Вильгельм Рихард (1831—1916)— немецкий математик. Работал в области теории чисел и алгебры. Развил учение о непрерывности числового ряда, имеющее большое значение для строгого обоснования математического анализа.— 502, 504

Дедуктивная система.— 296, 502

Дезарг, Жирар (ок. 1593 — ок. 1662) — французский математик. Систематическое применение перспективного изображения в его исследованиях оказало большое влияние на создание в XIX в. новой геометрической дисциплины — проективной геометрии.— 502

Декарт, Рене (1596—1650)—французский ученый.— 263, 324, 325, 327, 329, 476, 478—480, 481, 502, 503

Декартовы координаты.—330

Делоне, Борис Николаевич (р. 1890) — советский математик, член-корреспондент Академии наук СССР (с 1929 г.). Работы относятся к алгебре, геометрии, теории чисел и кристаллографии.— 285

Десятичная дробь.— 503

Десятичная система счисления — система счисления, в которой за основание принимается число «десять», так что все числа записываются с помощью десяти цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.— 266, 276, 277, 503

Дизъюнкция — понятие математической логики.— 392, 393

Диофант — древнегреческий математик, работавший в Александрии, вероятно, в III в. Его трактат «Арифметика» (от которого сохранились только 6 книг из 13) сыграл большую роль в развитии алгебры и теории чисел.— 280, 325, 326, 502

Диофантово уравнение — см. неопределенное уравнение.

Дистрибутивность, дистрибутивный (распределительный) закон—свойство сложения и умножения, выражаемое формулой: $(a+b+\ldots+c)m = am+bm+\ldots+cm$.— 383, 386, 390, 410

Дифференциальное исчисление — математическая дисциплина; вместе с интегральным исчислением составляет важную часть математики — математический анализ.— 263, 474, 484, 486, 502, 504

Дифференциальное уравнение — уравнение, связывающее искомую функцию и ее производные.— 370

Дифференцирование — операция нахождения производных.— 365

Додекаэдр — один из пяти типов правильных многогранников; имеет 12 граней (пятиугольынх), 30 ребер, 20 вершин (в каждой вершине сходится 3 ребра).— 296, 501, 502

Доказательство от противного — метод доказательства теорем.— 396

Дополнение множества.— 390

Дюжина — двенадцать однородных предметов.—

Е

Евдокс Книдский — древнегреческий математик и астроном IV в. до н. э. Разработал общую теорию пропорций и некоторые приемы доказательств геометрических теорем. Его сочинения до нас не дошли.—502

Евклид — древнегреческий математик, работавший в Александрии в III в. до н. э. Автор «Начал» — первого дошедшего до нас теоретического трактата по математике.— 262, 296—299, 313, 316, 326, 492, 502, 504

Евклида алгоритм.— 502

Евклидова геометрия.— 313—318, 320, 321, 504

Египетская нумерация.— 272

Единица.— 387, 419

Ж

Жирар, Альберт (1595—1632) — голландский математик. Впервые (1629) высказал основную теорему алгебры, доказанную лишь в 1799 г. К. Гауссом. При решении уравнений, наряду с положительными корнями, рассматривал и отрицательные. Ввел (1629) употребляемый ныне знак корня.— 327

З

Запоминающее устройство — одно из пяти основных устройств быстродействующей электронной вычислительной машины.— 433, 443

Золотарев, Егор Иванович (1847—1878) — русский математик. Работал в области теории чисел и математического анализа.— 498

И

Игр теория — математическая дисциплина.— 466—471

Игра — понятие теории игр.— 466

Икосаэдр — один из пяти типов правильных многогранников; имеет 20 граней (треугольных), 30 ребер, 12 вершин (в каждой вершине сходится 5 ребер).— 296, 502

Интеграл — одно из основных понятий математического анализа. Знак интеграла $\int$ — видоизмененное латинское S (от слова Summa) — введен Г. Лейбницем (1675).— 356, 358, 359

Интегральное исчисление — математическая дисциплина; вместе с дифференциальным исчислением составляет важную часть математики — математический анализ.— 263, 473, 484, 486, 502, 504

Информация — понятие кибернетики.— 442

Ионийская нумерация — алфавитная нумерация, употреблявшаяся в древней Греции.— 273

Иррациональные числа — числа, не являющиеся рациональными, т. е. не могущие быть точно выраженными дробью $\frac{m}{n}$, где m и n — целые числа.— 480

Исключенного третьего закон — один из законов математической логики.— 394

Исчерпывания метод — метод доказательства, применявшийся математиками древности при определении площадей и объемов.— 502

К

Кавальери, Бонавентура (1598—1647) — итальянский математик. В труде «Геометрия» (1635) развил новый метод определения площадей и объемов (так называемый метод неделимых), оказавший большое влияние в формировании интегрального исчисления. Ввел (1632) употребляемый ныне знак (log) логарифма.— 503

Кантор, Георг (1845—1918) — немецкий математик. Основоположник теории множеств, оказавшей большое влияние на развитие современной математики.— 379, 383, 504

Канторович, Леонид Витальевич (р. 1912) — советский математик, академик (с 1964 г.). Автор работ по многим вопросам математики и математической экономики.— 444

Кардано, Джеронимо (1501—1576) — итальянский математик. Его работы сыграли важную роль в развитии алгебры: он одним из первых в Европе стал допускать отрицательные корни уравнений, у него впервые встречаются мнимые величины, его имя носит формула решения кубического уравнения.— 327, 503

Касательная.— 363, 473, 481, 502, 503

ал-Каши, Джемшид ибн-Масуд (г. рожд. неизв.— ум. ок. 1436)— математик и астроном XV в., работавший ок. 1420—1430 гг. на Самаркандской обсерватории. Впервые ввел в употребление десятичные дроби и описал правила действия над ними, изложил приемы извлечения корней любой степени, указал способ приближенного решения уравнений 3-й степени.— 328, 503

Квадрант — плоский сектор с центральным углом в 90°, $^1/_4$ часть круга. Квадрант плоскости — любая из четырех областей (углов), на которые плоскость делится двумя взаимно перпендикулярными прямыми.— 330

Квадратичная иррациональность.— 417, 502

Квадратное уравнение — алгебраическое уравнение 2-й степени.— 326, 501—503

Квадратриса — плоская кривая, с помощью которой древнегреческий ученый Диностpат (IV в. до. н. э.) выполнил квадратуру круга.— 502

Квадратура круга — знаменитая задача древности: с помощью циркуля и линейки построить квадрат, равновеликий данному кругу. Эта задача сводится к построению числа π, поэтому, как установлено в XIX в., указанными средствами она неразрешима. Если же привлечь к построению дополнительные средства, например квадратрису, то задача становится разрешимой.— 418, 502

Кватернионы — система чисел, более общая, чем комплексные числа.— 409, 412, 419, 504

Кельвин (Томсон, Уильям) (1824—1907) — английский физик.— 352

Кеплер, Иоганн (1571—1630)—австрийский ученый. Основные работы относятся к астрономии. В математическом сочинении «Новая стереометрия винных бочек» для решения геометрических задач предложил способ, содержащий начатки интегрального исчисления.— 354, 368, 402, 502, 503

Кибернетика — научное направление, основы которого заложены в 40-х гг. XX в. в работах Н. Винера.—441—451

Клейн, Феликс (1849—1925) — немецкий математик. Автор многих работ по геометрии, алгебре и теории функций.— 309, 422, 424

Клинописные математические тексты — математические тексты древней Вавилонии и Ассирии; охватывают период от 2 тысячелетия до н. э. и до начала нашей эры; написаны клинописью на глиняных пластинках. В них впервые встречаются позиционная система счисления и квадратные уравнения.— 262, 275, 276, 501

Ковалевская, Софья Васильевна (1850—1891)— русский математик.— 498, 499

Код — система «команд», применяемых в быстродействующих электронных вычислительных машинах.— 434

Кодирование.— 442

Коллинеарные векторы.— 398

Колмогоров, Андрей Николаевич (р. 1903) — советский математик, академик (с 1939 г.), Герой Социалистического Труда (1963). Научные работы относятся ко многим областям современной математики и теоретическим вопросам кибернетики.— 461

Колода — наименование в славянской нумерации числа 10^{49}.— 275

Кольцо — понятие современной алгебры.— 412

Команда.— 434

Коммутативность, коммутативный (переместительный) закон — неизменяемость суммы (или произведения) при перестановке слагаемых (или множителей): $a+b=b+c$, $ab=ba$. — 383, 385, 386, 389, 400, 410

Комплексные числа — числа вида $a+bi$, где a и b — действительные числа, а i — так называемая мнимая единица—число, квадрат которого равен—1.— 504

Конечная игра.— 467

Конические сечения — эллипс, гипербола, парабола — линии пересечения круглого (с двумя полостями) конуса с плоскостями, не проходящими через его вершину.— 308, 502

Континуум-гипотеза.— 383

Конус.— 288, 502

Конъюнкция — понятие математической логики.— 392, 393

Координатные линии.— 339

Координаты точки — числа, определяющие ее положение на прямой, кривой линии, плоскости, кривой поверхности или в пространстве.— 330, 479, 503

Координаты на сфере.— 340

Корню спираль — спиралевидная кривая, состоящая из двух симметричных относительно некоторой точки ветвей.— 291

Косинус — одна из тригонометрических функций. Название «косинус» представляет собой сокращение латинского термина complementi sinus (синус дополнения). Знак cos ввел (1748) Л. Эйлер.— 368, 369, 490, 504

Коши, Огюстен Луи (1789—1857) — французский математик. Автор классических курсов математического анализа, оказавших большое влияние на его развитие и строгое обоснование.— 504

Кривизна пространства.— 320

Криволинейная трапеция.— 356

Криволинейные координаты.— 341

Куб — один из пяти типов правильных многогранников; имеет 6 граней (квадратных), 12 ребер, 8 вершин (в каждой вершине сходится 3 ребра).— 296, 309, 501, 502

Кубическая парабола — кривая 3-го порядка, ее уравнение $y=x^3$.— 291

Кубическое уравнение — алгебраическое уравнение 3-й степени.— 327, 475, 476, 503

Л

Лагранж, Жозеф Луи (1736 — 1813) — французский математик и механик. Математические работы относятся к различным вопросам математического анализа и его строгому обоснованию.— 285, 286, 482, 503, 504

Лаплас, Пьер Симон (1749—1827) — французский ученый. Математические труды относятся к разработке теории вероятностей и математического анализа.— 458

Леверье, Урбен Жан Жозеф (1811—1877)—французский астроном.— 372

Легион — наименование в славянской нумерации числа 10^5 (при счете в «малом числе») или числа 10^{12} (при счете в «большом числе»).— 275

Лежандр, Адриен Мари (1752—1833) — французский математик. Работал в области теории чисел, математического анализа и геометрии.— 458, 496

Лейбниц, Готфрид Вильгельм (1646—1716) — немецкий ученый.— 264, 327, 368, 485—488, 500, 504

Лемниската — плоская кривая, имеющая вид восьмерки.— 291, 338

Леодр — наименование в славянской нумерации числа 10^6 (при счете в «малом числе») или числа 10^{24} (при счете в «большом числе»).— 275

Леонардо Пизанский (Фибоначчи) (ок. 1170 — после 1228) — итальянский математик. Его труды способствовали передаче в Европу достижений математиков Средней Азии и Ближнего Востока.— 267, 278, 325, 327, 503

Ли, Софус (1842—1899) — норвежский математик. Его работы в области теории групп оказали серьезное влияние на развитие многих вопросов современной математики.— 412

Ли алгебра.— 412

Линейное преобразование.—305, 309

Линейное программирование — математическая дисциплина — 285, 444, 445

Линия — одно из основных (неопределяемых) понятий геометрии.— 295

Линия второго порядка.— 336

Лобачевский, Николай Иванович (1792—1856) — русский математик.— 264, 297, 298, 315, 318, 321, 328, 422, 492—494, 504

Лобачевского геометрия — первая геометрическая система, отличная от геометрии Евклида.— 298, 318—321, 422, 504

Логарифм числа y по основанию a — такое число x, что $a^x=y$ или $x=\log_a y$. Знак log ввел (1632) Б. Кавальери. Термин «логарифм» возник из сочетания греческих слов lógos (здесь — отношение) и arithmós (число). Логарифм у Дж. Непера — их создателя — это вспомогательное число для измерения кратности (степени) отношения двух чисел.— 344, 503

Логарифмическая функция — функция вида $y=\log_a x$, где a — положительное число.— 484, 490

Ложного положения метод — метод решения уравнений.— 323

Лудольф, ван Цейлен (1540—1610) — голландский математик. Известен вычислением числа π с 32 десятичными знаками.— 452

Ляпунов, Александр Михайлович (1857—1918) — русский математик, академик (с 1901 г.). Основные его работы относятся к теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей и гидродинамике.— 458, 498

М

Магницкий, Леонтий Филиппович (1669—1739) — русский математик. Выпущенная им в 1703 г. «Арифметика» была до середины XVIII в. основным учебником математики в России.— 323

Максимин — понятие теории игр.— 469

Максимум и минимум.— 481

«Малое число».— 275

Марков, Андрей Андреевич (1856—1922) — русский математик, академик (с 1896 г.). Научные работы относятся к области теории чисел, теории вероятностей и различным вопросам математического анализа.— 458, 498

Математическая логика.— 392

Математическая статистика.— 458

Математический анализ — часть математики, охватывающая дифференциальное и интегральное исчисления.— 486, 503

Математическое ожидание — понятие теории вероятностей.— 459

Матрица игры — понятие теории игр.— 467

Мебиус, Август Фердинанд (1825—1908) — немецкий математик. Работал в области геометрии. Установил (1858) существование односторонних поверхностей (лист Мебиуса).— 310

Мебиуса лист.— 310

Менелай — древнегреческий ученый, работавший в Александрии в I в. Известны его работы по сферической тригонометрии.— 502

Меридиан — координатная линия на поверхности сферы.— 340

Минимакс — понятие теории игр.— 469

Мириада — наименование в древнегреческой ионийской нумерации числа 10^4.— 273

Мнимые числа — числа вида $a+bi$, где $i=\sqrt{-1}$, a, b — действительные числа и $b\neq 0$. Мнимые числа вида bi называются чисто мнимыми. Обозначение i ввел (1777, в печати 1794) Л. Эйлер.— 503

Многочлен (полином)—алгебраическое выражение, составленное из постоянных величин и переменных $x, y, \ldots, t$ с помощью операций сложения, вычитания и умножения. Многочлен есть сумма нескольких слагаемых вида $Ax^k y^l \ldots t^m$, где A — постоянное, а $k, l, \ldots, m$ — целые положительные числа.— 358, 365, 415

Множеств теория.—374 — 383, 504

Множественная игра — понятие теории игр.— 466

Множество — одно из основных понятий современной математики.— 375

Множество истинности — понятие математической логики.— 392

Моделирование.— 373

Морган, Август де (1806—1871) — английский математик. Основные работы относятся к математической логике.— 395

Моргана правило — один из законов математической логики.— 395

Московский папирус — один из двух дошедших до нашего времени математических папирусов древнего Египта (ок. 2000 до н. э). Содержит 25 задач прикладного характера. Хранится в Москве в Государственном музее изобразительных искусств им. А. С. Пушкина.— 322

Мощность множества — понятие теории множеств.— 381

Н

Надежности теория — математическая дисциплина.— 461—465

Насирэддин Туси, Мухаммед (1201—1274) — азербайджанский астроном и математик. Математические работы относятся к геометрии и сферической тригонометрии.— 476, 503

Натуральные логарифмы.— 344

«Начала» Евклида — научное произведение, написанное в III в. до н. э. древнегреческим математиком Евклидом; содержит основы античной математики: элементарной геометрии, теории чисел, алгебры, общей теории отношений и метода определения площадей и объемов.— 262, 296, 476, 496, 502

Начало координат.— 330

Начальная ордината.— 334

Неевклидова геометрия — геометрическая система, предпосылки которой в том или ином отношении отличны от аксиом обычной геометрии Евклида.— 298, 318—321, 492, 494, 504

Независимые события понятие теории вероятностей.— 457

Неопределенное уравнение (или **диофантово уравнение**) — уравнение, содержащее более одного неизвестного, или система уравнений с числом неизвестных, бо́льшим числа уравнений. Обычно интересуются решениями, выраженными целыми или рациональными числами.— 280—286, 502, 503

Непер, Джон (1550—1617) — шотландский математик, изобретатель логарифмов. Его «Описание удивительной таблицы логарифмов» (1614) — сочинение, посвященное логарифмам и их свойствам,— содержало первые логарифмические таблицы.— 503

Неприводимый многочлен.— 415

Несовместные события — понятие теории вероятностей.— 457

Нуль.— 276, 277, 287, 503

Нуль-вектор.— 399

Ньютон, Исаак (1643—1727) — английский ученый.— 263, 325—328, 368, 483—485, 486, 488, 502, 504

Ньютона бином.— 476

Ньютона—Лейбница формула — основная формула интегрального исчисления.— 368

О

Обратное преобразование.— 420

Объем тела.— 354, 357, 473, 481,502, 503

Окружность — замкнутая кривая, все точки которой одинаково удалены от одной точки — ее центра.— 336

Октаэдр — один из пяти типов правильных многогранников; имеет 8 граней (треугольных), 12 ребер, 6 вершин (в каждой вершине сходится 4 ребра).— 296, 501, 502

Определение.— 311

Оптимальное решение.— 444

Ордината — одна из декартовых координат точки.— 330

Ось координат.— 330

Ось симметрии.— 307

Отображение.— 376

Отрицание.— 394

Отрицательные числа.— 326, 327, 480, 502, 503

П

«Память» — запоминающее устройство электронной вычислительной машины. — 433, 443

Папирусы математические — памятники математической науки древнего Египта, относящиеся ко 2 тысячелетию до н. э. — 262, 272, 322, 501

Парабола — плоская кривая; является геометрическим местом точек, одинаково удаленных от данной прямой и данной точки. — 308, 332, 336, 502

Параллелограмма правило. — 398

Параллельное проектирование — геометрическое преобразование. — 304

Параллельный перенос — геометрическое преобразование; является частным случаем движения, при котором все отрезки, соединяющие все соответственные точки, имеют одно и то же направление и одинаковую длину. — 300, 301, 420

Параметр — величина, числовые значения которой позволяют выделить определенный элемент (например, кривую) из множества элементов (кривых) того же рода. — 337

Параметрические уравнения. — 337, 340

Парная игра — понятие теории игр. — 466

Паскаль, Блез (1623—1662) — французский ученый. Математические работы относятся к геометрии, теории чисел и теории вероятностей. Впервые определил и применил для доказательства теорем метод полной математической индукции. — 456, 500, 502, 503

Пачоли, Лука (ок. 1445 — позже 1509) — итальянский математик. Изданный в 1494 г. его труд посвящен арифметическим действиям, алгебраическим уравнениям и их применению к геометрии. — 325

Первообразная — понятие интегрального исчисления. — 368

Переместительный закон — см. Коммутативность.

Перфокарта. — 429, 443

Перфолента. — 443

«Пи», π — буква греческого алфавита, обозначает в математике число, равное отношению длины окружности к длине ее диаметра. Число π — трансцендентное, оно выражается бесконечной непериодической десятичной дробью. Обозначение ввел (1736) Л. Эйлер. — 452, 474, 478, 501, 503

Пифагор (ок. 580 до н. э. — 500 до н. э.) — древнегреческий математик и философ. В области математики с его именем связано систематическое введение доказательств в геометрию, создание учения о подобии, доказательство теоремы, носящей его имя. — 294, 295

Пифагоров треугольник — 279

Пифагорова теорема — теорема геометрии, приписываемая Пифагору: квадрат, построенный на гипотенузе прямоугольного треугольника, равновелик сумме квадратов построенных на его катетах. — 294, 501, 502

Плоскость — одно из основных (неопределяемых) понятий геометрии. — 287, 311, 312

Площадь фигуры. — 356, 357, 360, 473, 481, 502, 503

Поворот (вращение) — геометрическое преобразование; является частным случаем движения, при котором одна точка O остается неподвижной, а всякая другая точка A переходит в такую точку A', что угол AOA' постоянен для всех точек A. — 301

Подобие — геометрическое преобразование, сохраняющее форму фигур, но, возможно, меняющее их размеры. — 303, 309, 421

Позиционная система счисления — система записи чисел, в которой значение цифры зависит от занимаемого ею места в записи числа. — 276

Позиционный принцип записи чисел. — 265

Показательная функция — функция вида $y=a^x$, где $a\neq 1$ — некоторое положительное число. — 344, 345, 369, 484, 490, 504

Поле — понятие современной алгебры. — 413, 417, 496, 504

Полуправильные многогранники. — 293

Полюс. — 338, 340

Полярная ось. — 338

Полярные координаты. — 338

Понтрягин, Лев Семенович (р. 1908) — советский математик, академик (с 1958 г.). Научные работы относятся к алгебре, топологии и теории дифференциальных уравнений. — 444

Постулат — суждение, принимаемое без доказательства в качестве исходного положения какой-либо теории. Между постулатом и аксиомой не существует отчетливого различия. — 296

Правильные многогранники. — 296, 297, 501, 502

Правильные многоугольники. — 417, 418, 490, 491

Преобразование. — 301, 419

Программа (для электронной вычислительной машины). — 432, 434, 437, 443

Проективное преобразование — геометрическое преобразование. — 308, 309, 421

Произведение. — 383, 385, 389, 393, 406, 419

Производная — одно из основных понятий математического анализа. Употребляемое ныне обозначение $f'(x)$ ввел Ж. Лагранж (1770). — 364, 365

Простые числа — целые положительные числа, большие, чем единица, и не имеющие других делителей, кроме самих себя и единицы. — 413, 414, 496, 502, 504

Противоречия закон — один из законов математической логики. — 395

Прямая — одно из основных (неопределяемых) понятий геометрии. — 311, 312, 333—336

«Псаммит» — математическое сочинение Архимеда, посвященное изложению способа записи чисел. — 274

Птолемей, Клавдий — древнегреческий ученый, работавший в Александрии во II в. К математике относятся его работы по прямолинейной и сферической тригонометрии и вычислению таблиц синусов. — 263, 502

Пуассон, Симеон Дени (1781—1840) — французский ученый. Математические работы относятся к теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математическому анализу. — 458, 500

Пустое множество. — 387

Р

Равенство фигур — 300, 420, 421

Радиус-вектор. — 402

Раманужан, Сриниваза (1887—1917) — индийский математик. — 353

Распределительный закон — см. Дистрибутивность.

Рассеивания метод — метод решения неопределенных уравнений. — 282

Расстояние — 330, 335

Решение игры — понятие теории игр. — 467, 471

Риман, Георг Фридрих Бернхард (1826—1866) — немецкий математик. Его работы по геометрии, теории чисел и теории аналитических функций оказали большое влияние на развитие математики. — 298, 494, 504

Римана геометрия. — 298

Римановы геометрии. — 298, 504

Римские цифры — цифры древних римлян. — 269

С

Самосовершенствующаяся система.— 447

Седловая точка — понятие теории игр.— 470

Середины правило.— 398

Сжатие к прямой — геометрическое преобразование (отображение), при котором каждая точка A переходит в точку A' перпендикуляра, опущенного из точки A на эту прямую, причем отношение расстояния от прямой до A и до A' постоянно для всех точек A.— 305

Сжатия коэффициент.— 305

Симметрии ось.— 307

Симметрии центр.— 307

Симметрические многочлены.— 425

Симметрия — геометрическое преобразование; различают симметрию относительно точки (см. стр. 301), симметрию относительно прямой (см. стр. 301), симметрию порядка n (см. стр. 304, 423, 424).

Синус —одна из тригонометрических функций. Название «синус» (латинское sinus—пазуха) представляет собой точный перевод на латинский язык арабского слова «джайб», являющегося, по-видимому, искажением санскритского слова «джива», которое буквально переводится как «тетива лука» и которым индийские математики обозначали синус. Знак sin ввел (1748) Л. Эйлер.— 368, 369, 490, 504

Синусоида — плоская кривая, изображающая изменение синуса в зависимости от изменения его аргумента (угла).— 347

Славянская нумерация — алфавитная нумерация, употреблявшаяся в древней Руси до XVII в.— 274, 275

Следствие — понятие математической логики.— 396

Случайное событие — событие, которое может при данных условиях как произойти, так и не произойти и для которого имеется определенная вероятность его наступления.— 452, 453

Случайный процесс — процесс, течение которого может быть различным в зависимости от случая и для которого определена вероятность того или иного его течения.— 461

Смешанная стратегия — понятие теории игр.— 468, 471

Событие.— 452, 455

Совершенные числа.— 325, 382

Сочетательный закон — см. Ассоциативность.

Среднее значение — понятие теории вероятностей.— 459

Стевин, Симон (1548—1620) — нидерландский математик. Ввел в употребление (в Европе) десятичные дроби и отрицательные корни уравнений.— 397, 503

Стратегия — понятие теории игр.— 466

Сумма. — 383, 384, 385, 389, 393, 398

Сунь-Цзы — китайский математик III в. Автор «Математического трактата», содержащего сведения о решении неопределенных уравнений.— 503

Сферическая геометрия — математическая дисциплина, изучающая геометрические образы на сфере.— 502, 503

Сферическая тригонометрия—математическая дисциплина, изучающая зависимости между сторонами и углами сферических треугольников, возникающих при пересечении трех больших кругов сферы.— 502

Счетное множество — понятие теории множеств.— 378

Т

Тарталья, Никколо (ок. 1499—1557) — итальянский математик. Его имя связано с разработкой способа решения кубического уравнения.— 327, 503

Теорема — предложение (утверждение), устанавливаемое при помощи доказательства (в противоположность аксиоме).—313, 411

Тетраэдр — один из пяти типов правильных многогранников; имеет 4 грани (треугольные), 6 ребер, 3 вершины (в каждой вершине сходится 3 ребра).— 296, 501, 502

Техническая кибернетика.— 446

Теэтет — древнегреческий математик начала IV в. до н. э.— 502

Топология — математическая дисциплина, изучающая наиболее общие свойства геометрических фигур — так называемые топологические свойства, т. е. свойства формы и взаимного расположения фигур.— 489

Тор — поверхность, имеющая вид баранки.—288

Торичелли, Эванджелиста (1608—1647) — итальянский ученый. Математические работы относятся к вычислению площадей большого класса фигур.— 503

Точка — одно из основных (неопределяемых) понятий геометрии.— 295, 311

Тригонометрические функции.— 347, 484, 504

Тригонометрия — математическая дисциплина, изучающая тригонометрические функции и их приложения к геометрии.— 263, 478, 502

Трисекция угла — знаменитая задача древности: с помощью циркуля и линейки разделить угол на три части. Задача сводится к построению корня кубического уравнения, что неосуществимо в общем случае с помощью только указанных средств.— 327, 337, 501

Троичная система счисления—система счисления, в которой за основание принимается число «три», так что все числа записываются с помощью только трех цифр: 0, 1, 2.— 266, 268

Туэ, Аксель (1863—1922) — норвежский математик. Работы в области теории чисел.—286

Тьма — наименование в славянской нумерации числа 10^4 (при счете в «малом числе») или числа 10^6 (при счете в «большом числе»).— 275

У

Угловой коэффициент.— 334

Удвоение куба — знаменитая задача древности: с помощью циркуля и линейки построить куб, имеющий объем, вдвое больший объема данного куба. Задача сводится к построению отрезка, численно равного $\sqrt[3]{2}$, что неосуществимо с помощью только указанных средств.— 327, 337, 418, 475, 501

Универсальная управляющая машина.— 445

Управляющая система.— 441

Управляющее устройство — одно из пяти основных устройств быстродействующей электронной вычислительной машины.— 434

Уравнение — аналитическая запись задачи о разыскании значений аргументов, при которых значения двух данных функций равны. Важнейший класс уравнений — алгебраические уравнения, исследование которых привело к созданию алгебры.— 324

Условие — понятие математической логики.—396

Ф

Федоров, Евграф Степанович (1853—1919) — русский ученый, академик (с 1919 г.). Для математики имеют важное значение его исследования по геометрической структуре кристаллов.— 423

Ферма, Пьер (1601—1665) — французский математик.— 263, 286, 329, 456, 481, 482, 502, 503

Ферма великая теорема — утверждение о том, что уравнение $x^n+y^n=z^n$, где n — целое число, большее двух, не имеет решений в целых положительных числах. В общем случае доказательство не найдено.— 286, 482

Ферма малая теорема.— 482

Ферма числа.— 482

Феррари, Лодовико (1522—1565) — итальянский математик. Нашел способ (опубл. в 1545 г.) решения уравнений 4-й степени.— 327, 503

Ферро, Даль Ферро, Сципион (1465—1526) — итальянский математик. С его именем связано открытие правила решения кубических уравнений специального вида.— 327, 503

Фибоначчи — см. Леонардо Пизанский.

Флюксий метод — ранняя форма дифференциального и интегрального исчислений, возникшая в трудах И. Ньютона.— 484

Функциональная зависимость.— 342, 503

Функция — одно из основных понятий математики, выражающее зависимость одних переменных величин от других. Общепринятое ныне обозначение произвольной функции $f(x)$ ввел (1734) Л. Эйлер.— 342—352, 503, 504

Х

Хайям, Омар (ок. 1040 — 1123) — среднеазиатский поэт, математик и философ.— 327, 474—476, 503

Хинчин, Александр Яковлевич (1894—1959) — советский математик, член-корреспондент Академии наук СССР (с 1939 г.). Работы относятся к теории вероятностей и теории чисел.— 461

ал-Хорезми, Мухаммед бен Муса (ок. 780— ок. 850) — среднеазиатский математик и астроном. Автор трактатов, переведенных в XII в. с арабского на латинский язык, по которым в Европе познакомились с индийской позиционной десятичной системой счисления и алгеброй как самостоятельной областью математики.— 324—326, 503

Ц

Цена игры — понятие теории игр.— 467

Центральное проектирование — геометрическое преобразование.— 308

Центроид.— 406—408

Цепная линия — линия, по которой провисает тяжелая нерастяжимая нить.— 291

Циклоида — линия, являющаяся следом точки окружности, катящейся без скольжения по прямой.— 291

Ч

Чебышев (произносится Чебышёв), **Пафнутий Львович** (1821—1894) — русский математик, академик (с 1859 г.).—264, 458, 459, 496—498, 504

Чисел теория — часть математики, посвященная изучению закономерностей, справедливых для целых чисел.— 481, 489, 491, 497, 501, 504

Число «e», неперово число — такое число, что график функции $y=e^x$ пересекает ось ординат под углом 45°; может быть определено так же как предел, к которому стремится выражение $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ при неограниченном возрастании n; является основанием натуральных логарифмов. Обозначение (e) для этого числа ввел (1736) Л. Эйлер.— 344

Ш

Шар.— 291, 360

Шмидт, Отто Юльевич (1891—1956) — советский ученый, академик (с 1935 г.). Математические работы относятся к теории групп.— 426

Штифель, Михаил (1486—1567) — немецкий математик. При решении квадратных уравнений один из первых стал употреблять отрицательные числа, сформулировал правила действия над показателями степеней.— 325

Шухов, Владимир Григорьевич (1835—1939) —советский ученый, почетный академик (с 1929 г.). По его конструкции сооружено множество мачт, башен, антенн в виде однополостного гиперболоида вращения (башни Шухова).— 290

Э

Эвольвента круга — линия, описываемая концом гибкой нерастяжимой нити, сматываемой с круга.— 291

Эйлер, Леонард (1707—1783) — математик, механик и физик, работавший более 30 лет в Петербургской Академии наук.— 267, 286, 325, 327, 349, 481, 482, 488—491, 503, 504

Эйлера диаграмма.— 385

Эйлера теорема о многогранниках.— 489, 490

Эйлера формула.— 293, 490

Экватор.— 340

Экваториальная плоскость.— 340

Эквивалентные высказывания.— 393

Экономическая кибернетика.— 445

Электронная вычислительная машина.— 432

Эллипс — плоская овальная кривая; является геометрическим местом точек, сумма расстояний которых до двух данных равна постоянной величине.— 288, 291, 307, 308, 336, 337, 502

Эллипсограф.— 337

Экстремум — термин, употребляемый для объединения понятий максимума и минимума функции.— 474, 481, 503

Эллиптическая геометрия.— 298

«Эрлангенская программа».— 422, 424

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

в., вв.,— век, века
г.— год, город
г — грамм массы
Г — грамм силы (вес)
гг.— годы
до н. э.— до нашей эры
др.— другие
квт-ч — киловатт-час
кг — килограмм массы
кГ — килограмм силы (вес)
км — километр
$км^2$— квадратный километр
км/сек — километр в секунду
км/час — километр в час
м — метр
$м^2$— квадратный метр
мин.— минута
млн.— миллион
млрд.— миллиард
мм — миллиметр
н. э.— нашей эры
р.— родился (в словаре-указателе)
рис.— рисунок
сек.— секунда
см — сантиметр
см.— смотри
см. стр.— смотри страницу
ст. ст.— старый стиль
т — тонна массы
Т — тонна силы (вес)
тыс.— тысяча
час.— часов

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

∞ —бесконечность
$>$ —больше
$\geqslant$ —больше или равно (не меньше)
$\int$ —интеграл (неопределенный)
$\int_a^b$ —интеграл определенный, с нижним пределом a и верхним пределом b
$\lg$ —логарифм десятичный
$\ln$ —логарифм натуральный
$\log_a b$ —логарифм при основании a числа b
$<$ —меньше
$\leqslant$ —меньше или равно (не больше)
$\mod$ —модуль
$\parallel$ —параллельно
$\perp$ —перпендикулярно
const —постоянная
$\lim$ —предел
$\approx$ —приближенно равно
Δ —приращение
$\%$ —процент
$\rightarrow$ —стремится к
Σ —сумма
$\equiv$ —тождественно или тождественно равно
$\triangle$ —треугольник
$\angle$ —угол
$f(\ )$, $F(\ )$ —функция одной или нескольких переменных

ГРЕЧЕСКИЙ АЛФАВИТ

Aα — а́льфа
Bβ — бе́та
Γγ — га́мма
Δδ — де́льта
Eε — э́псилон
Zζ — дзе́та (зе́та)
Hη — э́та
Θϑ — тэ́та
Iι — йо́та
Kκ — ка́ппа
Λλ —ла́мбда
Mμ — ми (мю)
Nν — ни (ню)
Ξξ — кси
Oo — о́микрон
Ππ — пи
Pρ — ро
Σσς — си́гма
Tτ — та̀у
Yυ — и́псилон (юпсилон)
Φφ — фи
Xχ — хи
Ψψ — пси
Ωω — оме́га

Внешнее оформление книги художников
Д. С. Бисти и Ф. Б. Збарского

Иллюстрации в тексте выполнили художники:
Р. Ж. Авотин, Б. И. Жутовский, М. Д. Киселевич,
Д. А. Лисичкин, Б. А. Попов, Н. К. Скалова.
Фотокорреспондент В. С. Тарасевич

■

Старший редактор А. М. Кузнецов.
Редактор А. В. Соколова.

Спецредакторы Ю. Г. Перель и А. Т. Цветков.
Контрольные редакторы
И. Е. Рахлин и В. И. Битюцков

Старший художественный редактор С. И. Мартемьянова

Макет книги и техническое редактирование
художественного редактора Н. П. Самохваловой.
Корректор Е. А. Блинова

■

Сдано в набор 2/IV 1964 г. Подписано к печати 4/XII
1964 г. Формат 84×108 1/16.—20 бум. л.—72,5 п. л.;
60,15 усл. печ. л. (64,88 уч.-изд. л.). Тираж 225 000 экз.
А-08240. З. № 3176

■

Издательство «Просвещение» Государственного комитета Совета Министров РСФСР по печати, редакция Детской энциклопедии.
Адрес редакции: Москва, Чистые пруды, д. 6.
Цена 2р. 55 к.

■

Цветные вклейки отпечатаны в Первой Образцовой типографии им. А. А. Жданова и на Калининском полиграфкомбинате.

Московская типография № 2 «Главполиграфпрома». Государственного комитета Совета Министров СССР по печати. Москва. Проспект Мира, 105.

O

A

B

C

$s = A \sin \omega t$